

**МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕСИТЕТ)
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК**

**Экспериментальное изучение дробового
шума в мезоскопических системах**

выпускная квалификационная работа
на соискание степени магистра
студента 722 группы Тихонова Е.С.

научный руководитель:
к.ф.-м.н. Храпай В.С.

ЧЕРНОГОЛОВКА, 2013

Оглавление

1 Введение	2
1.1 Спектральная плотность шума	2
1.2 Дробовой шум	3
1.3 Формулировка Ландауэра для когерентных проводников.	4
1.4 Дробовой шум в точечном контакте	6
1.5 Прыжковая проводимость	10
1.6 Дробовой шум в режиме прыжковой проводимости	12
2 Постановка задачи	13
3 Методика измерений	14
3.1 Образцы	14
3.2 Получение низких температур	15
3.3 Влияние внешнего контура	15
3.4 Схема измерений	16
3.5 Калибровка тепловым шумом	18
3.6 Обработка экспериментальных данных	18
4 Размерный эффект в дробовом шуме в режиме прыжковой проводимости	21
4.1 Вольт-амперные характеристики	21
4.2 Зависимость сопротивления от затворного напряжения и температурная зависимость сопротивления	22
4.3 Оценка радиуса локализации	23
4.4 Размерный эффект в прыжковой проводимости и дробовом шуме	25
5 Дробовой шум в шарвиновском контакте	29
6 Заключение	35

1. Введение

1.1 Спектральная плотность шума

Шумом называют случайные отклонения физических величин во времени от их средних значений. Электрический шум наблюдается в любых проводниках и представляет собой неотъемлемое свойство переноса заряда. Предельная точность измерений любой физической величины и, в частности, предельная чувствительность многих приборов ограничены флуктуациями. С другой стороны, шум может содержать информацию о системе, которую нельзя извлечь, изучая только средние по времени характеристики.

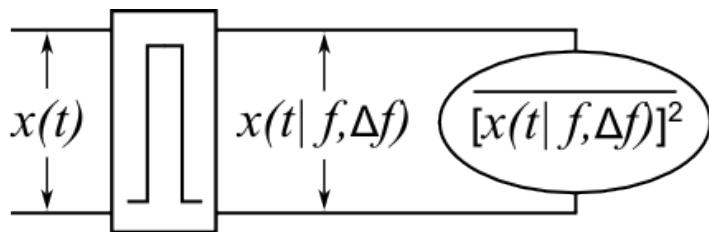


Рис. 1.1: Схема измерения спектральной плотности шума. Здесь $x(t)$ - флуктуации сигнала, $\overline{[x(t|f, \Delta f)]^2}$ - мощность прошедшего через фильтр сигнала.

На рис. 1.1 представлена принципиальная схема измерения шума. Анализатор спектра детектирует среднеквадратичный сигнал в некоторой достаточно узкой полосе частот (как правило, флуктуационный сигнал сначала усиливается). Пусть центр полосы пропускания фильтра находится на частоте f , а ширина полосы составляет Δf . Обозначим сигнал флуктуаций на входе и сигнал на выходе фильтра $x(t)$ и $x(t|f, \Delta f)$. На выходе достаточно узкополосного фильтра имеем

$$\overline{[x(t|f, \Delta f)]^2} = S_x(f) \Delta f,$$

т.е. среднеквадратичный сигнал на выходе пропорционален его полосе пропускания. Величина $S_x(f)$ называется спектральной плотностью шума.

1.2 Дробовой шум

В равновесии существует только тепловой шум Джонсона-Найквиста [1, 2]. Его спектральная плотность дается формулой

$$S_I = 4k_B T G, \quad (1.1)$$

и не зависит от частоты (белый спектр) вплоть до частот $f \sim k_B T / h$ (~ 100 GHz при гелиевой температуре).

При протекании тока через проводник токовый шум увеличивается по сравнению с равновесным шумом. Избыточный шум с белым спектром, обусловленный дискретностью заряда, называется дробовым шумом. При не слишком малых токах, когда падение напряжения на образце $eV \gg k_B T$ (условие обеспечивает относительную малость тепловых флуктуаций), спектральная плотность такого шума

$$S = 2eFI \quad (1.2)$$

линейно зависит от тока. Здесь $0 \leq F \leq 1$ – фактор Фано, характеризующий мощность шума по сравнению с максимально возможным пуассоновским значением S_P , впервые полученным Шоттки [3]. Считая процесс движения электронов случайным и некореллированным, он нашел для спектральной плотности шума соотношение

$$S_P = 2eI \quad (1.3)$$

(e – заряд носителей тока). Это соотношение означает, что дисперсия пуассоновской величины равна ее среднему значению. Подавление дробового шума в твердых телах связано с принципом Паули, который создает корреляции между электронами из-за их фермиевской статистики, запрещая двум электронам находиться в одном квантовом состоянии. В вакуумной лампе средние числа заполнения малы и фермиевская статистика неотличима от распределения Больцмана, но это не так, например, в металлах.

Для основных типов проводников Фано-фактор принимает универсальные значения: $F = 1$ для туннельного барьера, $F = 1/3$ для квазидномерного металлического проводника в диффузионном режиме, $F = 0$ для баллистического проводника. Теоретический вывод этих значений (например, [4]) подтвержден многочисленными экспериментами [5, 6].

Стоит отметить следующее обстоятельство. В достаточно длинных проводниках фактор Фано уменьшается с увеличением длины L , и в макроскопических образцах дробовой шум практически не наблюдается. Для объяснения такой зависимости предполагается, что существует некоторая характерная длина L_{eff} такая, что при $L \gg L_{\text{eff}}$ разные части образца шумят независимо. Шум при этом усредняется, и фактор Фано уменьшается с увеличением L . Например, если речь идет о металлическом проводнике при конечной температуре, процессы поглощения и испускания фононов стремятся уменьшить отклонение распределения электронов от равновесного и, следовательно, уменьшить дробовой шум. Неравновесный шум не подавляется при условии

$$L < l_{\text{in}}(T),$$

где l_{in} - длина неупругого электрон-фононного рассеяния. При $L > l_{in}$ каждый участок провода длиной l_{in} создает независимые флуктуации напряжения, в результате чего общая мощность дробового шума уменьшается в L/l_{in} раз. Это объясняет тот факт, что в достаточно больших проводниках в принципе возможно наблюдать только тепловой шум.

1.3 Формулировка Ландауэра для когерентных проводников.

Удобным способом описания транспортных свойств (и в том числе, токовых флуктуаций) когерентной мезоскопической системы без взаимодействия является формулировка Ландауэра. В этом подходе транспортные свойства системы связываются с квантовомеханическими амплитудами рассеяния в ней, при этом упруго рассеивающие центры представляются в виде потенциальных барьеров на пути распространяющихся электронов.

Рассмотрим мезоскопический образец (рис. 1.2), соединенный с двумя резервуарами L и R , которые считаются настолько большими, что их можно характеризовать температурой $T_{L,R}$ и химическим потенциалом $\mu_{L,R}$ соответственно. Функции распределения электронов в резервуарах равновесные:

$$f_\alpha(E) = \left[\exp\left(\frac{E - \mu_\alpha}{k_B T_\alpha}\right) + 1 \right]^{-1}.$$

Поперечное движение в такой системе квантуется и характеризуется дискретным индек-

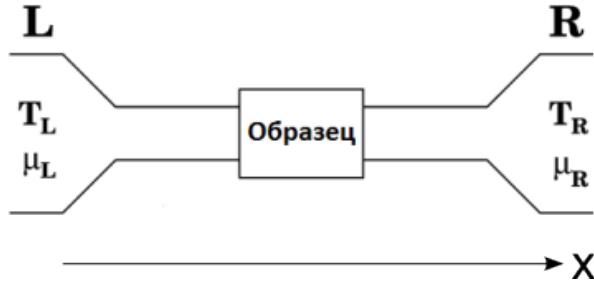


Рис. 1.2: Сечение двухконтактного проводника, соединенного с двумя резервуарами.

сом n , отвечающим различным модам или, как принято говорить, каналам, а вдоль оси x могут распространяться плоские волны, принадлежащие различным каналам и характеризующиеся непрерывным волновым вектором k_ℓ . Т.к. $E = E_\ell + E_n$, то в силу положительности $E_\ell = \hbar^2 k_\ell^2 / 2m$, при каждой заданной энергии существует определенное конечное число каналов поперечного движения. С учетом спинового вырождения для двумерного поперечного сечения $N_\perp = Ak_F^2/2\pi$ (A - площадь сечения), для одномерного поперечного сечения ширины a $N_\perp = 2ak_F/\pi$.

Рассматриваемый образец рассеивает следующим образом: приходящая слева из канала j волна имеет вероятности $T_{ij} = |t_{ij}|^2$ и $R_{ij} = |r_{ij}|^2$ прохождения направо в канал i

и отражения налево в канал i соответственно. Через элементы $(N_L + N_R) \times (N_L + N_R)$ матрицы рассеяния S , имеющей вид

$$S = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix},$$

связываются между собой операторы рождения и уничтожения электронов в каналах слева и справа. Квадратные диагональные блоки r и r' размеров $N_L \times N_L$ и $N_R \times N_R$ соответственно отвечают отражению электронов обратно в левый и правый резервуары, а недиагональные прямоугольные блоки t и t' размеров $N_R \times N_L$ и $N_L \times N_R$ описывают прохождение электронов через образец. При известном распределении по входящим каналам матрица S дает распределение по выходящим каналам. Оказывается, что кондактанс, измеренный между двумя внешними резервуарами, в линейном режиме в пределе нулевой температуры равен

$$G = \frac{e^2}{\pi \hbar} \text{Tr}[t(E_F)t^+(E_F)].$$

Матрицу $t(E_F)t^+(E_F)$ можно диагонализовать. Она обладает набором действительных собственных значений - вероятностей прохождения так называемых собственных каналов (каждый собственный канал есть суперпозиция состояний вида $e^{ik_\ell x}\chi(y, z)$) $0 \leq T_n \leq 1$, которые уже не смешиваются при рассеянии. Кондактанс при этом равен

$$G = \frac{e^2}{\pi \hbar} \sum_i T_i. \quad (1.4)$$

В дальнейшем, говоря о каналах, мы будем иметь в виду именно собственные каналы.

При нулевой температуре (в отсутствие тепловых флуктуаций) и некотором приложенном напряжении имеют место только флуктуации, связанные с возможностью для электрона либо отразиться, либо пройти через канал. Это и есть дробовой шум. Для случая, когда величины T_i не зависят от энергии электрона, его спектральная плотность дается соотношением:

$$S_I = \frac{2e^3|V|}{\pi \hbar} \sum_i T_i(1 - T_i). \quad (1.5)$$

Ни полностью открытые каналы с $T_i = 1$, ни полностью закрытые с $T_i = 0$ не дают вклада в ту часть шума, которая пропорциональна напряжению. Ненулевой вклад в шум происходит только от каналов с промежуточными значениями T_i . Электроны в каналах с нулевым или единичным значениями T_i совсем не испытывают рассеяния или же совсем не проходят через контакт, и не создают шума, поскольку нет случайности.

Формула (1.5) имеет следующее простое статистическое обоснование [7]. Электроны в диапазоне энергий eV над уровнем Ферми за время τ совершают $eV \cdot \nu \tau = eV\tau/h$ попыток пройти через проводник (здесь ν - одномерная плотность состояний в канале). При нулевой температуре каждое состояние в падающем потоке занято и это число не испытывает флуктуаций. Шум в переданном заряде Q возникает потому, что вероятности прохождения каналов T_i отличны от единицы. Статистика Q биномиальна и

$$\langle \delta Q^2 \rangle = e^2 \frac{eV\tau}{h} \sum_i T_i(1 - T_i).$$

Соотношение $S_I = 2/\tau \langle \delta Q^2 \rangle$ для плотности флуктуаций в токе на нулевой частоте приводит к уравнению (1.5).

Из (1.4) видно, что дробовой шум (1.5) всегда меньше пуассоновского $S_P = 2eI$. Фактор Фано в формулировке Ландауэра определяется соотношением:

$$F \equiv \frac{S_I}{S_P} = \frac{\sum_i T_i(1 - T_i)}{\sum_i T_i}, \quad (1.6)$$

и изменяется от 0 (все каналы прозрачны, т.е. $T_i=1$) до 1 (в случае слабой пропускной способности всех каналов - пуассоновский шум). Стоит еще раз отметить, что подход Ландауэра описывает системы без взаимодействия и, потому, принципиально не может объяснить некоторые эффекты, связанные, например, с $e\text{-}e$ рассеянием.

1.4 Дробовой шум в точечном контакте

В соответствии с (1.5), в предельном случае баллистического транспорта

$$L < l_0, \quad (1.7)$$

l_0 - упругая длина свободного пробега, дробовой шум должен исчезать при условии, что открыты все одномерные каналы проводимости. Для квантового точечного контакта это означает, что дробовой шум отсутствует в области плато проводимости и появляется только при переходе с одного плато на другое. Тогда при фиксированном тянувшем напряжении в зависимости дробового шума от затворного напряжения должны наблюдаться периодические максимумы с подавлением шума между ними. Качественно такое подавление дробового шума было экспериментально подтверждено в [8, 9] (рис. 1.3). При увеличении напряжения на контакте V_{sd} растет и уровень шума, что, скорее всего, связано с перегревом электронной системы.

В шарвиновском контакте, ширина a которого много больше фермиевской длины волны электрона λ_F , открыто много одномерных каналов проводимости. Каждый из них дает вклад в проводимость, но не дает вклада в дробовой шум, который поэтому сильно подавлен ($F \ll 1$, см. 1.6). Этот результат для баллистического контакта впервые был получен классически в [10], где было показано, что дробовой шум в этом случае подавлен в $\sim a/l_0$ раз.

Несмотря на то, что полный импульс электронной системы при $e\text{-}e$ рассеянии не изменяется, оказывается, что из-за отсутствия трансляционной инвариантности в шарвиновских контактах оно приводит к положительной добавке в кондактанс G_0 [11, 12]. Вообще говоря, задачу о влиянии $e\text{-}e$ рассеяния на сопротивление и шум точечного контакта можно решать, рассматривая уравнение Больцмана. Мы же ограничимся качественными рассуждениями, которые позволяют получить правильную зависимость кондактанса от температуры (или напряжения) и понять происхождение пуассоновского дробового шума, связанного с $e\text{-}e$ рассеянием [13].

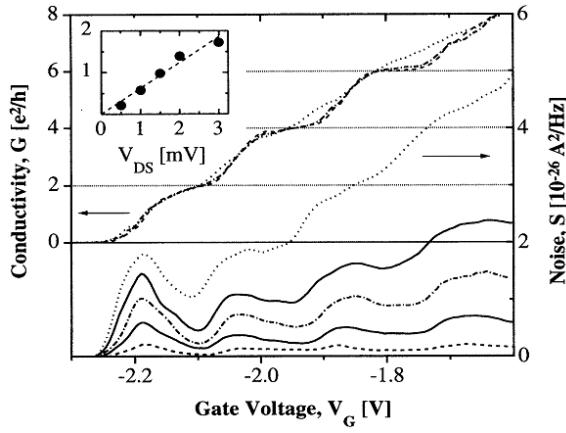


Рис. 1.3: Спектральная плотность шума и нормированный кондактанс квантового точечного контакта как функции затворного напряжения V_g при $T = 1.5$ К [8]. Шум измерялся при тянущих напряжениях $V_{sd} = 0.5, 1, 1.5, 2$ и 3 мВ. На вставке: высота первого пика в шуме при различных V_{sd} .

Рассмотрим классический точечный контакт как отверстие в непроницаемой стенке, разделяющей двумерный электронный газ на две части. Считаем, что электрический потенциал равен $\pm V/2$ вдали от контакта справа и слева соответственно. В [14] показано, что падение напряжения набирается в области с характерным размером a вблизи контакта. При отсутствии e - e рассеяния локальная функция распределения электронов в пространстве импульсов слева и справа от точечного контакта на расстояниях $a < r < l_0$ имеет провал и выпуклость соответственно (рис. 1.4), т.к. электроны, прошедшие через контакт, обладают недостаточной или избыточной энергией по сравнению с “родными” для данного полупространства электронами. Рассмотрим, к чему приводит учет e - e рассеяния,

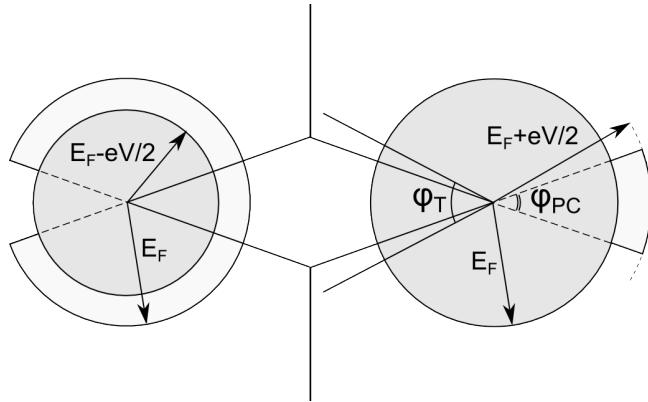


Рис. 1.4: Поверхность Ферми слева и справа от точечного контакта при отсутствии e - e рассеяния

например, слева от контакта. Пара электронов с почти противоположными импульсами \mathbf{p} и \mathbf{k} , квазиклассические траектории которых до рассеяния не пересекают отверстие, могут

рассеяться в пару электронов \mathbf{p}' и \mathbf{k}' такую, что траектория одного из них уже проходит через точечный контакт (рис. 1.5). Такие процессы рассеяния с обеих сторон от контакта, стглаивающие локальную функцию распределения, и приводят к положительной добавке в ток I_{in} .

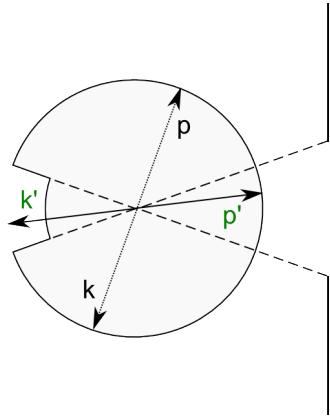


Рис. 1.5: Акты $e\text{-}e$ рассеяния, дающие вклад в контактанс точечного контакта.

Законы сохранения и принцип Паули приводят к тому, что основной вклад в I_{in} обусловлен именно рассеянием электронов с почти противоположными импульсами \mathbf{p} и \mathbf{k} . Особую роль таких процессов рассеяния можно качественно понять, рассмотрев случай нулевой температуры $T = 0$, из рис. 1.6. В случае ненулевой температуры на произвольный угол могут рассеяться два электрона с почти противоположными импульсами \mathbf{k} и \mathbf{p} такими, что угол φ между \mathbf{k} и $-\mathbf{p}$ мал: $|\varphi| \leq \varphi_T = T/E_F$. Вероятность рассеяния при этом не зависит от φ [15]. При $|\varphi| > \varphi_T$ вероятность рассеяния убывает с ростом $|\varphi|$ и угол рассеяния не может превышать $\sim \varphi_T/\varphi$.

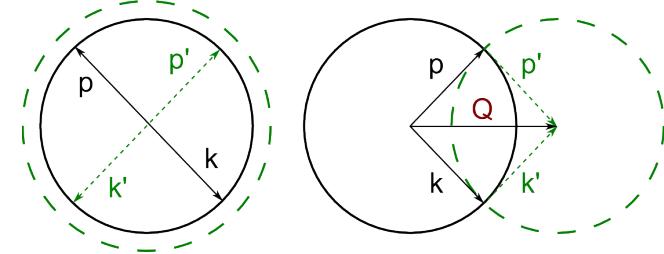


Рис. 1.6: Электрон-электронное рассеяние в импульсном пространстве для случая нулевой температуры $T = 0$. (а) Электроны с $\mathbf{Q} = \mathbf{p} + \mathbf{k} = 0$ могут рассеяться в любую пару электронов \mathbf{p}' и \mathbf{k}' такую, что $\mathbf{p}' + \mathbf{k}' = 0$. (б) Пара электронов с $\mathbf{Q} \neq 0$ при рассеянии могут либо обменяться, либо сохранить свои импульсы.

При не слишком низкой температуре рассмотрим рассеяние друг на друге двух электронов из полоски φ_T вдали от контакта $\varphi_{PC} = a/r < \varphi_T$ в линейном режиме. В этом случае каждая пара электронов в интервале углов φ_{PC} может рассеяться на произвольный угол и одновременно дать вклад в добавку δG_{in} к контактансу точечного контакта,

что приводит к линейной зависимости

$$\delta G_{\text{in}} \propto \varphi_{PC} \cdot T.$$

При больших напряжениях $eV \gg T$ роль эффективной температуры играет падение напряжения и предыдущие рассуждения дают $G_{\text{in}} \propto V$. Большая роль рассеяния электронов вдали от контакта означает, что описание этого эффекта в подходе Ландауэра в принципе невозможно.

Если e - e рассеяние можно рассматривать как достаточно слабое возмущение, то различные акты рассеяния родных для данного полупространства и инжектированных электронов есть независимые случайные события, каждое из которых изменяет число электронов, прошедших через контакт на единицу. Это приводит к возникновению пуассоновского дробового шума $S_{\text{in}} = S - S_0$, $S_0 = 4k_B T G_0$ [16, 17]. При высоких напряжениях $eV \gg k_B T$ спектральная плотность шума связана с нелинейной добавкой к току

$$I_{\text{in}} \propto V^2 \quad (1.8)$$

формулой Шоттки

$$S_{\text{in}} = 2eI_{\text{in}}. \quad (1.9)$$

Стоит отметить, что согласно [16], Фано-фактор F , определяемый в данном случае соотношением

$$S_{\text{in}} = 2eI_{\text{in}}F, \quad (1.10)$$

с увеличением напряжения растет довольно медленно: например, при $V/T = 10$ $F \approx 0.65$, а при $V/T = 20$ $F \approx 0.75$.

При приложении к контакту тянущего напряжения $eV \gg k_B T$ нужно учитывать нагрев электронов. Количественно это можно сделать следующим образом [9]. Рассмотрим одномерную задачу (рис. 1.7). Квантовый точечный контакт с кондактансом G соединен с омическими контактами подводящими частями двумерного газа, в параллель имеющими кондактанс G_l . При низких температурах длина электрон-фононного рассеяния значи-

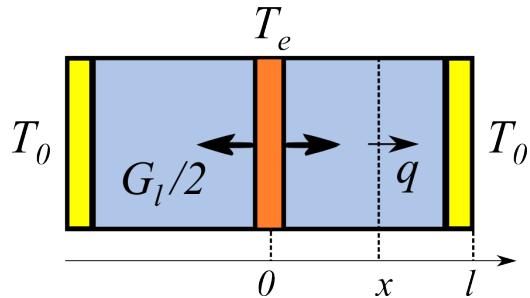


Рис. 1.7: Учет нагрева электронной системы при $eV \gg k_B T$. Оранжевая область - точечный контакт, голубая - подводящие части двумерного газа, желтая - омические контакты.

тельно превосходит размер образца [18], поэтому перенос тепла определяется электронной теплопроводностью. Поток тепла q через сечение x дается законом Фурье и определяется

выделяющейся мощностью собственно в контакте и в подводящих частях двумерного газа. С учетом закона Видемана-Франца $\kappa = \sigma LT$, $L = \pi^2/3(k_B/e)^2$ имеем

$$\frac{I^2}{2G} + \frac{2I^2x}{lG_l} = -\frac{1}{2}G_l LT \frac{dT}{dx} l.$$

Решая это уравнение с граничными условиями $T(l) = T$, $T(0) = T_e$, находим

$$T_e^2 = T^2 + \frac{24}{\pi^2} \frac{G}{G_l} \left(1 + \frac{2G}{G_l}\right) \left(\frac{eV_{sd}}{2k_B}\right)^2,$$

$$T_e \approx \sqrt{\frac{24}{\pi^2} \frac{G}{G_l}} \sqrt{1 + \frac{2G}{G_l} \frac{eV_{sd}}{2k_B}}. \quad (1.11)$$

По смыслу T_e - электронная температура вблизи квантового контакта на расстоянии нескольких длин e - e рассеяния. Такой нагрев электронной системы будет приводить к увеличению теплового шума, почти линейно растущего с током, однако, не имеющего ничего общего с дробовым шумом.

1.5 Прыжковая проводимость

В теории протекания вычисление прыжковой проводимости в бесконечно большом образце сводится к расчету эквивалентной сетки случайных сопротивлений (сетка Миллера-Абрахамса) с экспоненциально широким разбросом сопротивлений. В этой модели считается, что каждая пара примесных центров соединена сопротивлением

$$R_{ij} = R_0 \exp \xi_{ij}, \quad (1.12)$$

где $\xi_{ij} = 2r_{ij}/a + \varepsilon_{ij}/T$, a - радиус локализации, а ε_{ij} определяется энергиями двух состояний и химическим потенциалом. Решается эта задача следующим образом. Будем последовательно включать самые низкоомные сопротивления. Математически это выражается условием связности: два узла связаны конечным сопротивлением, если выполняется условие (критерий связности) $\xi_{ij} \leq \xi$. По мере увеличения ξ в некоторый момент возникнет бесконечный кластер связанных сопротивлений. Если протекание возникло при ξ_c , то по мере дальнейшего включения сопротивлений быстро увеличивается число параллельных проводящих цепочек в бесконечном кластере и проводимость системы возрастает. Однако, при увеличении ξ в несколько раз будут подключаться уже экспоненциально большие сопротивления и их вклад в проводимость будет мал. Поэтому общий результат для всех сильно неоднородных систем состоит в следующем: электропроводность системы определяется теми элементами, которые впервые создадут протекание. Удельное сопротивление определяется как

$$\rho = \rho_0 \exp \xi_c.$$

Бесконечный кластер, получаемый при $\xi - \xi_c \approx 1$, называется критическим.

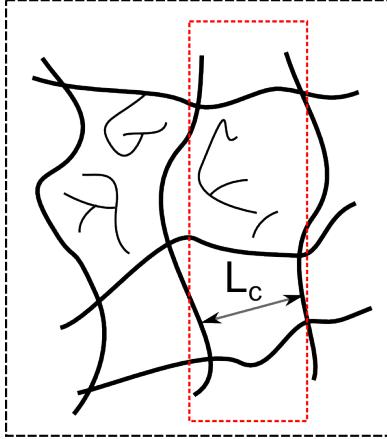


Рис. 1.8: Критический кластер в сильно неоднородной системе, отражающей картину токонесущих состояний. Масштаб картины определяется температурой и плотностью состояний на уровне Ферми. Пунктирные черный и красный прямоугольники демонстрируют два возможных случая: $L \gg L_c$ и $L \sim L_c$ соответственно.

Важной характеристикой неоднородных систем является корреляционная длина

$$L(\xi) \approx N^{-1/3} \left| \frac{\xi - \xi_c}{\xi_c} \right|^{-\nu}.$$

Здесь среднее расстояние между узлами $N^{-1/3}$ отражает естественный масштаб длины, а ν - критический индекс, который зависит только от размерности задачи. В частности, $\nu_{2D} = 4/3$. Она имеет смысл по обе стороны от порога протекания. Если бесконечного кластера нет, корреляционная длина описывает размер самых больших проводящих кусков (которых еще не экспоненциально мало). Если бесконечный кластер образовался, корреляционная длина описывает уже размер пор в нашей решетке.

Размер пор в критическом кластере характеризуется корреляционной длиной

$$L_c = N^{-1/3} \xi_c^\nu.$$

В двумерном (2D) случае прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка характерный масштаб определяется средней длиной прыжка $\bar{r} = a(T_0/T)^{1/3}$, $\xi_c = (T_0/T)^{1/3}$ и корреляционная длина дается соотношением

$$L_c = a(T_0/T)^{7/9},$$

$T_0 = 13.8/(k_B g a^2)$ - температура Мотта, g - плотность состояний на уровне Ферми, a - радиус локализации. Корреляционная длина L_c является типичным расстоянием между самыми резистивными прыжками на сетке случайных сопротивлений Миллера-Абрахамса. Стоит отметить, что

$$L_c \gg \bar{r},$$

\bar{r} - длина одного прыжка.

1.6 Дробовой шум в режиме прыжковой проводимости

Теоретическое описание дробового шума в диэлектрике представляет значительные трудности в силу существенной неупругости прыжкового механизма проводимости уже на масштабе одного прыжка и базируется, как правило, на численном моделировании. Для изолятора в режиме прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка характерной длиной L_{eff} является L_c . Согласно численным расчетам [19, 20], при условии $L \gg L_c$ фактор Фано убывает примерно как $F \propto L^{-1}$. Качественно такое поведение обусловлено усреднением пуассоновских шумов, связанных с различными прыжками, аналогичным усреднению шума в соответствии с $F = 1/N$ в одномерной цепочке из N одинаковых туннельных барьеров [21]. Отличие состоит в том, что в режиме прыжковой проводимости сопротивления прыжков распределены экспоненциально широко и усреднение шума определяется самыми резистивными прыжками, типичное расстояние между которыми L_c . В достаточно длинных образцах это приводит к соотношению $F \approx 1/N \approx (L/L_c)^{-1}$. Такое предсказание разумно согласуется с экспериментом.

Предельная величина фактора Фано для коротких образцов $L \sim L_c$, однако, остается невыясненной. Численные расчеты [19] для этого режима для случая нулевой температуры предсказывают $F < 0.7$. В работе [22] для самого короткого образца длиной $L = 2 \mu\text{м}$ на основе SiGe квантовой ямы максимальное значение фактора Фано было $F \approx 0.61$. Измерение шума производилось на частотах до $f = 100 \text{ kHz}$ при температуре $T = 4 \text{ K}$. Стоит отметить, что в районе тока $I = -10 \text{ nA}$ авторы наблюдали локальный “горб” в зависимости $S_I(I)$, который становился более выраженным при понижении частоты. Это телеграфный шум, связанный со случайным движением примесей. Телеграфный шум может существенно изменить спектральную плотность шума и привести к суперпуассоновскому ($F > 1$) шуму на низких частотах. Подобный эффект наблюдался, например, в работе [23].

Зависимость дробового шума в GaAs образцах от длины образца в условиях 2D и 1D транспорта изучалась также в работах [24, 25]. При переходе к 1D режиму фактор Фано значительно увеличивался и достигал значения $F = 0.8$ при длине образца $0.4 \mu\text{м}$. Измерения также производились при гелиевой температуре в диапазоне частот $f < 100 \text{ kHz}$. Ни в одном из этих экспериментов дробовой шум не достигал пуассоновского предела, возможно, из-за недостаточно низкой температуры.

2. Постановка задачи

1. Существует класс систем, в которых заряд квазичастиц q может быть отличен от заряда электрона. Это относится, например, к диэлектрическим состояниям в веществах с волнами зарядовой плотности, объему 2D системы в условиях дробного квантового эффекта Холла. Предсказывается также существование локализованных куперовских пар в InO_x и NbN_x . Измерение дробового шума может являться прямым методом измерения заряда, если известно точное значение фактора Фано для данного режима проводимости. Фано-фактор в режиме прыжковой проводимости не принимает универсального значения и зависит от соотношения L и L_c . В связи с этим представляет интерес исследование дробового шума в режиме прыжковой проводимости при условии $L \sim L_c$.
2. В недавних теоретических работах [16, 17] было показано, как e - e рассеяние приводит к положительной добавке в контактанс и к возникновению дробового шума в шарвиновском баллистическом контакте. Транспортные измерения [12] свидетельствуют в пользу того, что e - e рассеяние действительно вносит вклад в контактанс точечного контакта. Экспериментальное изучение дробового шума в этом случае может подтвердить, что наблюдаемые положительное магнитосопротивление и распущий линейно с температурой контактанс [11, 12] связаны с e - e рассеянием вдали от контакта.

3. Методика измерений

3.1 Образцы

Для того, чтобы создать двумерную электронную систему, нужно ограничить движение электронов в одном из направлений. Для этого чаще всего используются системы металло-диэлектрик-полупроводник или GaAs-AlGaAs гетероструктуры. Наши образцы основаны на гетероструктурах, поэтому вкратце опишем их. Самые совершенные квантовые структуры получают с помощью метода молекуллярно-лучевой эпитаксии, который позволяет контролировать процесс роста с точностью до атомных слоев и, соответственно, получать очень резкую границу между двумя гетерограницами. Пара GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, $0.15 \lesssim x \lesssim 0.35$ является наиболее удачной в том смысле, что периоды кристаллических решеток в этих соединениях совпадают с точностью до десятой доли процента.

В процессе роста структуры на подложку напыляется слой легированного кремнием GaAs, который остается хорошо проводящим при самых низких температурах и играет роль заднего затвора. На нем выращивается слой как можно более чистого GaAs и последовательно δ -легированный кремнием слой $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, которые и образуют гетеропереход. Вблизи границы GaAs/AlGaAs и образуется двумерный электронный газ. Ширина запрещенной зоны различна в двух материалах, а энергию Ферми в AlGaAs можно менять, изменяя степень донирования. При контакте устанавливается общий уровень химического потенциала, в результате перераспределения электронов происходит изгиб энергетических зон и дно зоны проводимости GaAs в приконтактной области оказывается ниже уровня Ферми. Электроны заполняют квантовую потенциальную яму между краем зоны проводимости с одной стороны и потенциальным барьером AlGaAs с другой. В широком диапазоне электронных концентраций электроны занимают лишь нижний уровень размерного квантования, что и приводит к понижению размерности системы: движение электронов вдоль гетерограницы свободно, а в поперечном направлении заквантовано.

Чтобы получить двумерный газ определенной формы, на поверхности образца с помощью оптической литографии сначала травится меза, затем вжигаются омические контакты и при необходимости напыляется металлический затвор. Приложение напряжения к затвору позволяет управлять концентрацией электронов в подзатворной области.

3.2 Получение низких температур

Измерения шума проводились при температурах $0.5 \text{ K} \leq T \leq 4.2 \text{ K}$ в криостате с откачкой паров ^3He и при температуре $\approx 100 \text{ mK}$ в криостате растворения „Oxford TLM-400“. Температура измерялась путем измерения сопротивления калиброванного RuO-термометра. Принцип работы криостата с откачкой паров ^3He состоит в следующем. При откачке паров ^4He из одноградусной камеры на ее стенках внутри вставки конденсируется жидкий ^3He . Криосорбционный насос с активированным углем (обладающим большой площадью поверхности) позволяет эффективно откачивать пары жидкого ^3He . Таким образом достигалась температура $T \approx 0.5 \text{ K}$. Стоит отметить, что из-за высокой стоимости этого газа необходимо иметь вакуумно плотную замкнутую систему с герметизированным насосом.

Измерение температурных зависимостей сопротивления образца вплоть до температур $T \approx 50 \text{ mK}$ проводилось также в криостате растворения „Oxford TLM-400“. Температура $\lesssim 1 \text{ K}$ достигается откачкой паров ^4He . При температурах ниже температуры расслоения ($\approx 870 \text{ mK}$) смесь изотопов ^3He и ^4He разделяется на две фазы. Более тяжелая фаза содержит в основном ^4He , а более легкая - в основном ^3He . Важным является то, что при любой температуре эта „растворенная“ фаза не может содержать меньше 6% ^3He . Откачка паров фазы, богатой ^4He (при этом откачивается, в основном, ^3He за счет много большего давления насыщенных паров при низкой температуре), приводит к нарушению фазового равновесия и растворению ^3He из „концентрированной“ фазы в „растворенной“ фазе, за счет чего смесь охлаждается.

3.3 Влияние внешнего контура

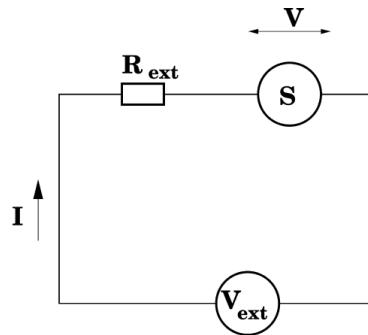


Рис. 3.1: Измерение шума образца S при наличии внешнего контура [3].

Результаты (1.1) и (1.2) соответствуют случаю, когда образец является частью внешней цепи с нулевым импедансом. В эксперименте такое предположение не является допустимым. Простой пример приведен на рис. 3.1. Образец S является частью контура с сопротивлением R_{ext} и источником напряжения V_{ext} . В таком случае флюктуации тока через образец определяются не только его сопротивлением, но еще и импедансом внешней цепи, даже при условии, что внешняя цепь не шумит [3].

Согласно закону Кирхгофа напряжение V на образце связано с полным током в цепи I соотношением $V + IR_{\text{ext}} = V_{\text{ext}}$, откуда $\Delta V(\omega) = -R_{\text{ext}}\Delta I(\omega)$. Кроме того, собственно флюктуации тока через образец теперь создают дополнительное падение напряжения на нем, обусловленное наличием внешней цепи:

$$\Delta I(\omega) = G(\omega)\Delta V(\omega) + \delta I(\omega).$$

Здесь $G(\omega)$ - кондактанс образца. Последние два уравнения дают следующее выражение для спектральной плотности мощности шума

$$S_I^{\text{ЭКСП}} = \frac{S_I}{(1 + G(\omega)R_{\text{ext}})^2}.$$

3.4 Схема измерений

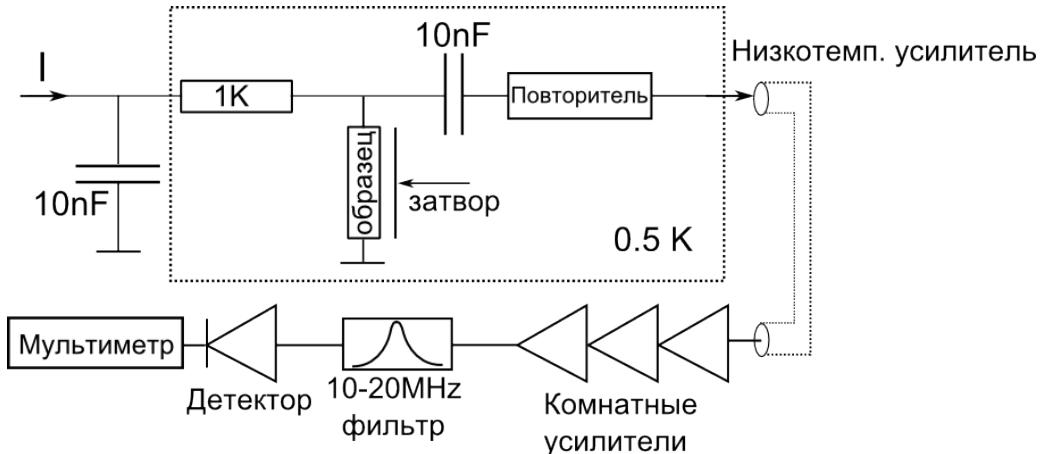


Рис. 3.2: Экспериментальная схема измерения спектральной плотности шума.

Схема измерений приведена на рис. 3.2. Для измерения шума образец включается в цепь последовательно с сопротивлением нагрузки $R_0 = 1 \text{ КОм}$, и шумовое напряжение на R_0 , после усиления каскадом усилителей, детектируется в полосе частот от 10 до 20 MHz. Общий коэффициент усиления составляет примерно 70 dB. Первым каскадом служит самодельный низкотемпературный усилитель, помещенный рядом с образцом. Он представляет из себя промышленный полевой hemt-транзистор ATF-35143, включенный по схеме с общим истоком (рис. 3.3).

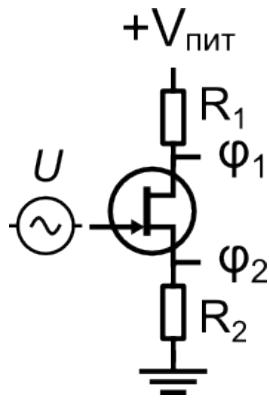


Рис. 3.3: Схема низкотемпературного усилителя.

$$\left\{ \begin{array}{l} I = I(V_g, V_{SD}) \\ i = \frac{\partial I}{\partial V_g} dV_g + \frac{\partial I}{\partial V_{SD}} dV_{SD} \\ dV_g = U - d\varphi_1 \\ dV_{SD} = d\varphi_2 - d\varphi_1 \\ d\varphi_1 = i \cdot R_1 \\ d\varphi_2 = -i \cdot R_2 \end{array} \right.$$

$$i = g(U - iR_1) + \frac{1}{r}(-iR_2 - iR_1)$$

$$i = \frac{gU}{1 + gR_1 + \frac{R_1 + R_2}{r}}$$

В случае $R_1 = 0$

$$K = g(r||R_2), g = \frac{\partial I}{\partial V_g}. \quad (3.1)$$

Видно, что коэффициент усиления можно увеличивать, в частности, увеличивая номинал сопротивления R_2 . Нужно понимать, однако, что по мере увеличения R_2 , увеличивается и диссирируемая вблизи образца мощность, что локально увеличивает температуру и существенно влияет на время работы в пределах одного охлаждения. Экспериментальное значение коэффициента усиления по напряжению составляло примерно 8.5 dB при питающем токе $I = 1$ mA и затворном напряжении $V_g = -0.33$ V.

Стоит также отметить, что для измерения шума как правило используется схема с резонансным контуром, который служит для согласования большого сопротивления образца и 50-омного входного сопротивления низкотемпературного усилителя (рис. 3.4). Коэффициенты передачи напряжения k_T и k_{Z_0} с образца и сопротивления Z_0 на вход

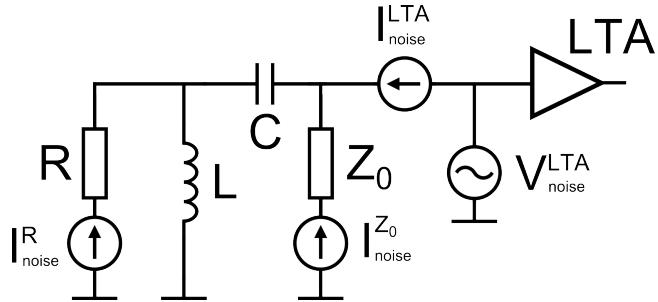


Рис. 3.4: Измерение шума в схеме с резонансным контуром. I_{noise}^R , $I_{\text{noise}}^{Z_0}$, $I_{\text{noise}}^{\text{LTAnoise}}$ - источники шума в токе от образца R , сопротивления Z_0 на входе низкотемпературного усилителя и самого усилителя соответственно, $V_{\text{noise}}^{\text{LTAnoise}}$ - источник шума в напряжении от низкотемпературного усилителя.

низкотемпературного усилителя:

$$k_{Z_0} = \frac{Z_0}{Z_0 + Z_1}, \text{ где } Z_1 = \frac{1}{i\omega C} + \frac{i\omega LR}{i\omega L + R},$$

$$k_T = \frac{Z_0}{Z_0 + 1/i\omega C} \frac{Z_2}{Z_2 + R}, \text{ где } Z_2 = \frac{i\omega L (Z_0 + 1/i\omega C)}{Z_0 + i\omega L + 1/i\omega C}.$$

По мере увеличения сопротивления образца в такой схеме, его шум на низкотемпературном усилителе значительно шунтируется, при этом увеличивается вклад шума самого усилителя. Такой подход неприменим в сильно нелинейном режиме, когда дифференциальное сопротивление образца меняется на порядок при небольших токах.

3.5 Калибровка тепловым шумом

Для определения коэффициента усиления установки и вычисления дробового шума в каждой серии измерений проводились измерения теплового шума при изменении сопротивления образца для различных температур (рис. 3.5). Т.к. и тепловой, и дробовой шумы обладают белым спектром в рассматриваемом диапазоне частот, то усиливаются одинаковым образом. Такой подход позволяет автоматически учесть влияние паразитной шунтирующей емкости.

3.6 Обработка экспериментальных данных

Рассмотрим эквивалентную схему измерения шума рис. 3.6. Будем считать, что нагрузочный резистор R_0 , омические контакты r и двумерный канал R_s являются нескоррелированными источниками шума. Кроме того, будем считать, что соответствующие радиочастотные импедансы равны дифференциальным сопротивлениям, измеренным на постоянном

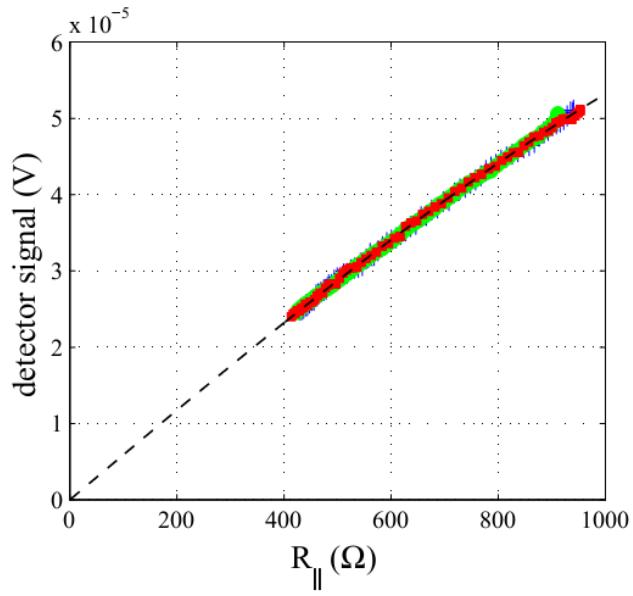


Рис. 3.5: Измерение шума в криостате растворения. Избыточный сигнал на детекторе (нормированный на температуру) как функция R_{\parallel} . Различные символы соответствуют различным температурам ванны: зеленый - 1.23 K, синий - 0.69 K, красный - 0.125 K. Пунктирная линия соответствует подгонке теплового шума с учетом паразитной емкости (3.5 pF).

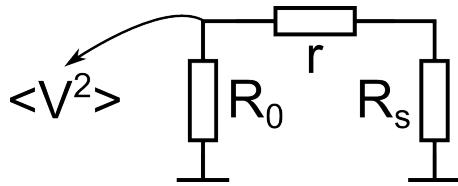


Рис. 3.6: Схема измерения шума.

токе [3]. При пропускании через образец тока измеряемые флюктуации напряжения равны

$$\langle V^2 \rangle_{I \neq 0} = K_{R_{\parallel}} \left(\frac{R_s R_0}{\Sigma} \right)^2 S_I + \langle V_0^2(R_{\parallel}) \rangle. \quad (3.2)$$

Здесь $R_{\parallel} = (R_s + r) \parallel R_0$, $K_{R_{\parallel}}$ - коэффициент усиления, вообще говоря, зависящий от R_{\parallel} , $\Sigma = R_s + r + R_0$, а $\langle V_0^2(R_{\parallel}) \rangle$ - минимальный уровень шума в системе, который определяется шумом повторителя и тепловыми шумами контактов и нагрузочного резистора. Равновесный шум в системе при сопротивлении образца, равном дифференциальному сопротивлению образца при текущем токе I , равен

$$\langle V^2 \rangle_{eq} = K_{R_{\parallel}} \left(\frac{R_s R_0}{\Sigma} \right)^2 \frac{4k_B T}{R_s} + \langle V_0^2(R_{\parallel}) \rangle. \quad (3.3)$$

Из двух соотношений находим

$$S_I = \frac{4k_B T}{R_s} + \frac{(R_s + r)^2}{K_{R_\parallel} R_s^2 R_\parallel^2} \left(\langle V^2 \rangle_{I \neq 0} - \langle V^2 \rangle_{eq} \right). \quad (3.4)$$

Типичные кривые, получаемые в процессе обработки шума показаны на рис. 3.7.

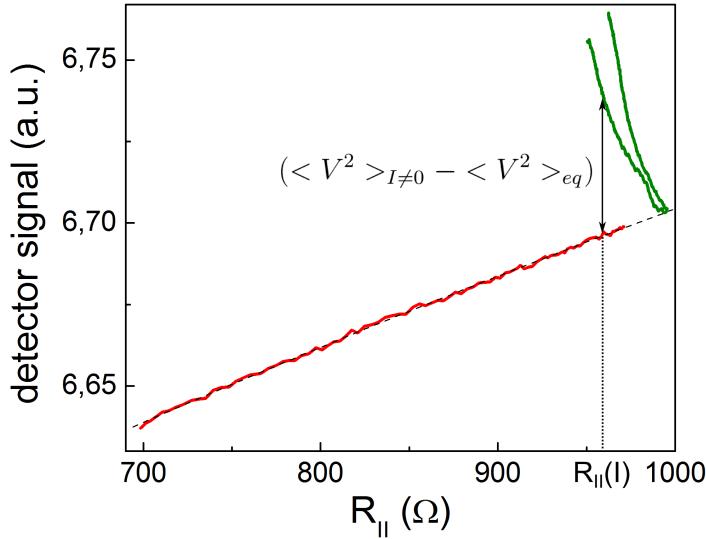


Рис. 3.7: Сигнал на детекторе как функция сопротивления R_\parallel . Красная кривая соответствует тепловому шуму при температуре $T = 0.56$ К, зеленая - неравновесному шуму. Две ветви на зеленой кривой соответствуют положительным и отрицательным токам. Пунктирная линия - экстраполяция измеренного теплового шума в область высоких сопротивлений образца.

Коэффициент усиления K_{R_\parallel} определяется по избыточному сигналу на детекторе при измерении теплового шума.

4. Размерный эффект в дробовом шуме в режиме прыжковой проводимости

4.1 Вольт-амперные характеристики

Образец выполнен на основе гетероструктуры GaAs/AlGaAs с двумерным электронным газом с электронной плотностью $n = 3.5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ и подвижностью $\mu = 3 \cdot 10^5 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ (рис. 5.1). Для создания в двумерном слое области с прыжковой проводимостью используется металлический затвор длиной $L = 5 \mu\text{m}$ в направлении тока и шириной $W = 100 \mu\text{m}$.

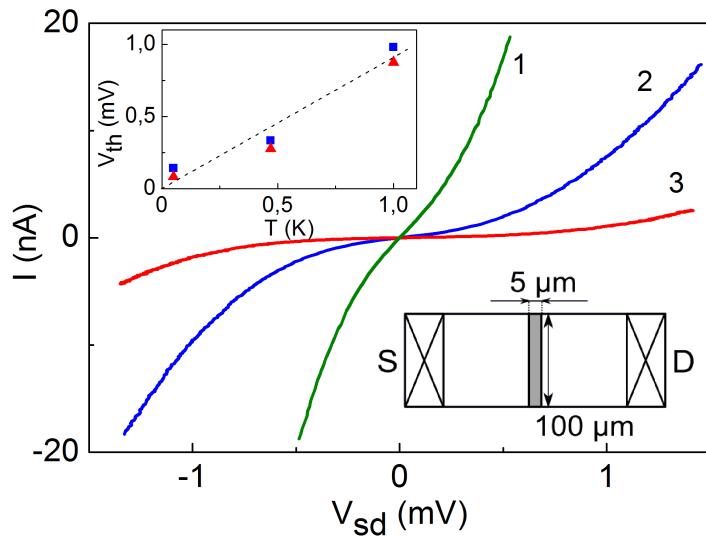


Рис. 4.1: Вольт-амперные характеристики образца при $T = 0.56 \text{ K}$ для различных затворных напряжений: (1) $V_g = -0.302 \text{ V}$, (2) $V_g = -0.308 \text{ V}$, (3) $V_g = -0.339 \text{ V}$.

На рис. 4.1 изображены вольт-амперные характеристики при температуре $T = 0.56 \text{ K}$ для различных затворных напряжений. Небольшая асимметрия связана с заземлением стока образца, что приводит к тому, что эффективное затворное напряжение более положительно в отрицательных токах. Видно, что вольт-амперные характеристики сильно нелинейны, причем по мере обеднения образца нелинейность становится более выраженной. Нелинейность также усиливается по мере понижения температуры при постоянном

затворном напряжении. Такое поведение может указывать на то, что образец по мере обеднения переходит в диэлектрическое состояние [26]. В отсутствие явной пороговой зависимости определим пороговое напряжение V_{th} как такое тянувшее напряжение, при котором вольт-амперная характеристика отклоняется от линейной зависимости на 20%. Так определенное пороговое напряжение примерно линейно меняется с температурой, как показано на вставке на рис. 4.1. Это наблюдение не зависит от выбора критерия в определении V_{th} .

4.2 Зависимость сопротивления от затворного напряжения и температурная зависимость сопротивления

На рис. 4.2(а) представлена температурная зависимость проводимости образца для различных затворных напряжений. Символы зеленого цвета соответствуют измерениям на ^3He -криостате, символы красного цвета - измерениям на криостате растворения. Переохлаждение образца вызывало небольшой сдвиг порогового напряжения, поэтому затворное напряжение для символов разных цветов несколько отличается.

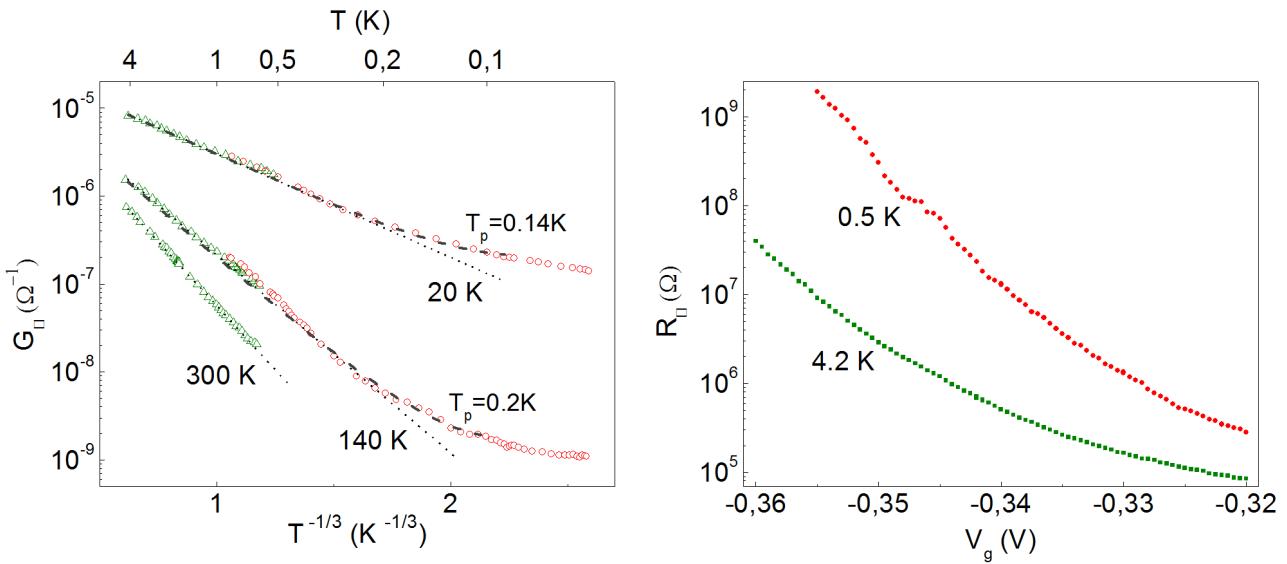


Рис. 4.2: Проводимость/сопротивление образца в линейном режиме. (а) - Температурная зависимость проводимости по мере обеднения образца. Точками проведены линии, соответствующие моттовским температурным зависимостям. Подгонка температурных зависимостей с учетом низкотемпературных отклонений показана пунктирными линиями для указанных значений T_p (см. текст). (б) Сопротивление образца как функция величины затворного напряжения V_g для двух различных температур.

В диапазоне температур 0.2-4.2 К проводимость меняется на 1-2 порядка величины и лучше всего описывается законом Мотта для двумерного случая

$$\ln G_\square \propto -(T_0/T)^{1/3}. \quad (4.1)$$

По мере обеднения образца T_0 возрастает, что связано с уменьшением радиуса локализации и плотности состояний на уровне Ферми. Обычно, по мере уменьшения температуры моттовские температурные зависимости сменяются законом Эфроса-Шкловского

$$\ln G_{\square} \propto -(T_0/T)^{1/2}, \quad (4.2)$$

что соответствует усилению температурной зависимости. В нашем случае при самых низких температурах наблюдается, наоборот, ослабление температурных зависимостей при отклонении от закона Мотта. С помощью измерений равновесного шума (рис. 3.5) мы убедились, что температура электронной системы отслеживает температуру ванны вплоть до температуры 100 mK, поэтому такое отклонение вряд ли связано с присутствием каких-бы то ни было наводок. Мы объясняем это наблюдение размерным эффектом в режиме прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка.

Зависимость $R_{\square}(V_g)$ при двух различных температурах представлена на рис. 4.2 (b). Сопротивление образца примерно экспоненциально зависит от V_g , возрастаая по мере обеднения образца. Поскольку концентрация электронов под затвором линейно зависит от V_g , измеренные зависимости демонстрируют экспоненциальную зависимость сопротивления от концентрации и также свидетельствуют о локализации электронов. Стоит отметить, что даже при низкой температуре в сильном обеднении образец не демонстрирует мезоскопических флюктуаций сопротивления.

4.3 Оценка радиуса локализации

В принципе, по вольт-амперным характеристикам в режиме прыжковой проводимости можно судить о величине радиуса локализации a . В зависимости от того, какие прыжки считаются ответственными за нелинейность - типичные [28] или самые резистивные [29], - теория предсказывает разные функциональные зависимости для умеренно сильных электрических полей. Вольт-амперные характеристики нашего образца при $T = 0.47$ K в широком диапазоне сопротивлений в линейном режиме $5 \text{ M}\Omega < R_{\square} < 20 \text{ M}\Omega$ находятся в разумном согласии с теорией Шкловского, которая для двумерного случая предсказывает нелинейность вида

$$I \propto \exp \left[\frac{eV_{sd}}{k_B T} \cdot \frac{L_c}{L} \right]^{3/7}.$$

Линейные зависимости вида $\log I \propto [eV_{sd}/k_B T]^{3/7}$ наблюдаются экспериментально для не слишком слабых напряжений V_{sd} (рис. 4.3).

Оказывается, что в таком масштабе наклон кривых не зависит от сопротивления образца в линейном режиме и соответствует корреляционной длине $L_c \approx 11 \mu\text{m}$, что существенно превосходит размер образца и дает $a > 80 \text{ nm}$.

Оценить радиус локализации мы также попытались, исследовав магнитосопротивление образца в перпендикулярном магнитном поле. В соответствии с [30], для 2D прыжковой проводимости имеем

$$\xi_c(B) = \xi_c(0) K(B/B_c),$$

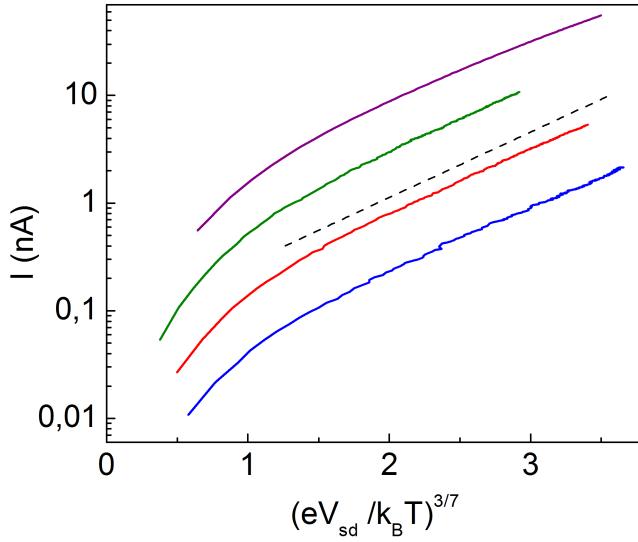


Рис. 4.3: Нелинейные вольт-амперные характеристики при $T = 0.47$ К. Кривые соответствуют сопротивлениям $R_s = 0.5, 1.6, 6, 19$ М Ω . Пунктирная линия проведена для $L_c = 11$ м μ .

где $\xi_c(0) = (T_0/T)^{1/3}$ - порог протекания в нулевом магнитном поле, $B_c = (\hbar c/ea^2)(T/T_0)^{1/3}$ - магнитное поле, разграничающее области слабых и сильных полей и определяемое из условия $\bar{r} = \lambda^2/a$, $\lambda = \sqrt{\hbar c/eB}$ - магнитная длина, а функция $K(x)$ в двух предельных случаях дается соотношением

$$K(x) = \begin{cases} 1 + \frac{x^2}{360}, & x \ll 1 \\ \frac{x^{1/2}}{4} + \frac{3}{2x} \ln x, & x \gg 1. \end{cases} \quad (4.3)$$

Значения численных коэффициентов в этой формуле получены в предположении, что все центры локализации одинаковы. В нашем случае локализация происходит в случайному потенциале, поэтому a может иметь смысл некоторого усредненного радиуса локализации, а значения численных коэффициентов верны лишь приближенно.

Типичные экспериментальные кривые магнитосопротивления представлены на рис. 4.4. Как и ожидается для VRH-режима, в достаточно больших полях наблюдается экспоненциальный рост сопротивления с магнитным полем. Согласно (4.3), в не слишком сильных полях $B \lesssim 10B_c$ имеем

$$\ln R(B)/R(0) = \frac{1}{360} \frac{e^2 a^4}{c^2 \hbar^2} \frac{T_0}{T} B^2.$$

Экспериментально же в области небольших полей наблюдается сильное отрицательное магнитосопротивление, которое может быть связано с немонотонным поведением плотности состояний в магнитном поле [30], либо с подавлением интерференционной добавки в

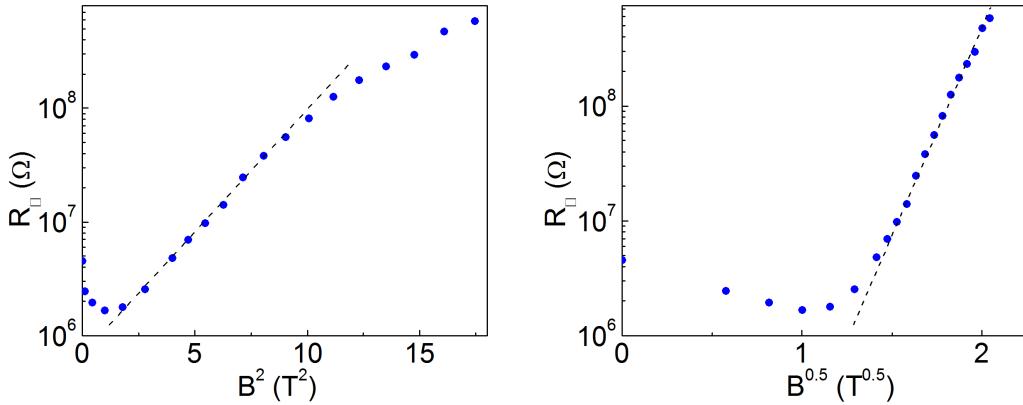


Рис. 4.4: Магнитосопротивление образца в различных координатах.

амплитуду прыжка [31]. Такое поведение не позволяет судить о величине радиуса локализации. Можно также попытаться оценить a по наклону кривой магнитосопротивления в достаточно высоких полях, где зависимость $\ln R(\sqrt{B})$ спрямляется. Результат этой процедуры дает $a \approx 55$ nm. Стоит отметить, однако, что хотя функциональная зависимость экспериментальных кривых в этом случае близка к предсказываемой (4.3), абсолютные значения сопротивления, полученные из (4.3), отличаются от экспериментально наблюдаемых на два порядка.

Таким образом, разные способы оценки радиуса локализации дают довольно сильно отличающиеся значения. Такое различие может быть обусловлено тем, что теории [28, 29, 30] построены для водородоподобных примесей в полупроводнике, а в нашем случае локализация происходит в гладком потенциале беспорядка.

4.4 Размерный эффект в прыжковой проводимости и дробовом шуме

На рис. 4.5 изображена спектральная плотность шума как функция тока при температуре $T = 0.56$ К для трех значений затворного напряжения. Зависимости $S_I(I)$ почти симметричны и линейны по току в не слишком малых токах, что характерно для дробового шума. Фано-фактор, определяемый по наклону кривых в области линейной зависимости, растет по мере обеднения образца и выходит на насыщение в больших сопротивлениях. Стоит отметить, что изменение фактора Фано от 0.6 до 1 происходит при изменении линейного сопротивления на 2 порядка величины. В нашем эксперименте дробовой шум остается пуассоновским с линейной по току спектральной плотностью и в более сильном обеднении, поэтому можно утверждать, что это наблюдение не связано со случайным совпадением, когда подавление шума из-за e - e корреляций компенсируется его увеличением за счет модуляционных процессов.

Хотя радиус локализации известен очень грубо и не позволяет судить о величине корреляционной длины L_c , о наблюдении размерного эффекта в дробовом шуме можно судить

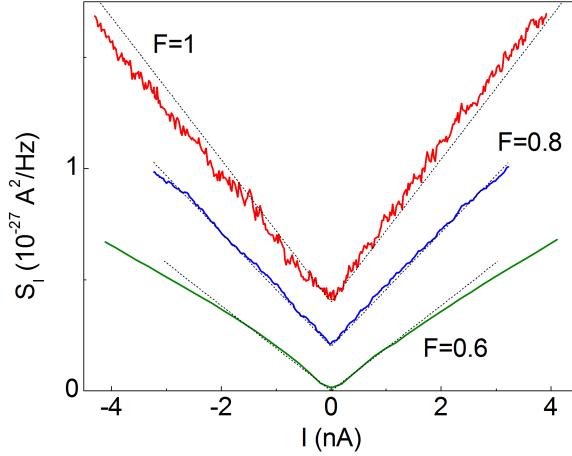


Рис. 4.5: Спектральная плотность дробового шума как функция тока при $T = 0.56$ К. Удельное сопротивление образца (температура Мотта) сверху вниз: $R_{\square} = 58$ МОм ($T_0 \approx 300$ К), $R_{\square} = 8.8$ МОм ($T_0 \approx 140$ К), $R_{\square} = 1$ МОм ($T_0 \approx 40$ К). Пунктирные линии соответствуют наклону экспериментальных кривых в области линейной зависимости от тока. Масштаб по обеим осям уменьшен в 50(5) раз для нижней(средней) кривой. Две верхних кривых сдвинуты по вертикали на 2 и $4 \cdot 10^{-28}$ A^2/Hz .

по следующему обстоятельству. Корреляционная длина уменьшается с уменьшением сопротивления (т.е. с уменьшением T_0) и с повышением температуры. Уменьшение F по мере открытия образца отражает усреднение дробового шума в длинных проводниках и качественно согласуется с зависимостью $F \propto (L_c/L)^{0.8}$. Кроме того, для достаточно длинного образца можно выписать и температурную зависимость F в соответствии с $L_c \propto T^{-7/9}$. В нашем случае при изменении температуры с 4.2 К до 0.47 К изменение значений Фано-фактора приблизительно в два раза меньше (рис. 4.6), чем этой асимптотической для длинных образцов формулой. Такое поведение качественно согласуется с насыщением F при $L \sim L_c$, предсказываемом численными расчетами.

В пользу наблюдения размерного эффекта свидетельствуют и транспортные измерения. Прыжковый транспорт в коротких в направлении тока двумерных системах изучался в теоретической работе [32]. Авторами было количественно показано, как конечные размеры системы приводят к возникновению дополнительной поправки в проводимость. Теперь, наряду с возникновением бесконечного кластера, нужно учитывать также вероятность таких событий, при которых несколько отдельных кластеров конечных размеров соединяются и создадут проводящий путь. Результат расчета имеет вид

$$\ln G \propto -(T_0/T)^{1/3} + 0.25(T_p/T)^{7/3}, \quad (4.4)$$

где T_p - температура, ниже которой наблюдаются отклонения температурных зависимостей от моттовских. Видно, что данные на рис. 4.2 находятся в хорошем согласии с этой формулой.

Линейная температурная зависимость $V_{th}(T)$ также указывает на наблюдение размерного эффекта в прыжковой проводимости. Согласно [29], нелинейность вольт-амперных

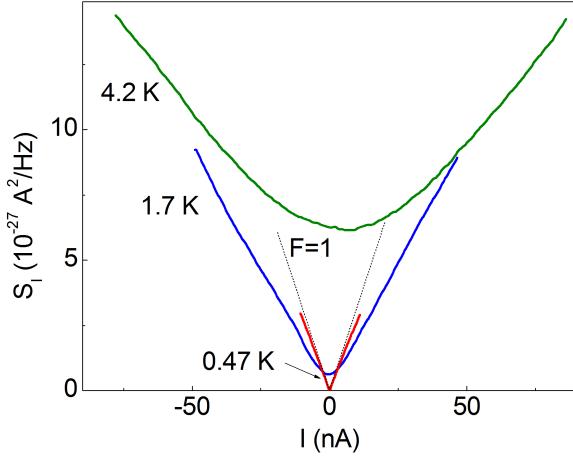


Рис. 4.6: Изменение фактора Фано с температурой. Сопротивление образца $R_{\square} = 26$ МОм ($T = 0.47$ К), $T_0 \approx 300$ К. Пунктирная линия соответствует значению $F = 1$.

характеристик наступает, когда падение электрохимического потенциала на тяжелом прыжке сравнивается с температурой. Для длинных образцов количество тяжелых прыжков $L/L_c \gg 1$, поэтому пороговое напряжение $V_{th} \approx (L/L_c)k_B T \propto T^{16/9}$. В случае же размерного эффекта $L \sim L_c$, и электрохимический потенциал падает на единственном тяжелом прыжке. В этом случае, поэтому, должна иметь место ослабленная температурная зависимость $V_{th} \propto T$. Как уже было отмечено, эта зависимость и наблюдается экспериментально. Более того, корреляционная длина, полученная из вольт-амперных характеристик превосходит размер образца, что также свидетельствует в пользу $L \sim L_c$.

В режиме проводимости $L \sim L_c$ сеть Миллера-Абрахамса разбивается на набор квазиодномерных проводящих нитей, в параллель соединяющих два резервуара. Вклад каждой такой цепочки в ток и шум аддитивны, поэтому для удобства рассмотрим одну такую цепочку. Согласно модели, разработанной в [21], i -ый прыжок можно рассматривать как независимый источник пуассоновского шума с сопротивлением $R_i = R_0 \exp \xi_i$. В такой модели Фано-фактор равен

$$F = \frac{\sum R_i^2}{(\sum R_i)^2}. \quad (4.5)$$

В режиме с переменной длиной прыжка ξ_i равномерно распределена между 0 и ξ_c , поэтому можно считать, что значения R_i принадлежат геометрической прогрессии со знаменателем ~ 3 . Это дает $F \approx 0.5$. Для того, чтобы получить $F = 0.9$, что является нижней оценкой для Фано-фактора в условиях сильного обеднения, нужно предположить неоправданно широкое распределение сопротивлений (знаменатель прогрессии 20). Такая картина представляется маловероятной, особенно в условиях $L \sim L_c$, когда сетка сопротивлений более равномерна, чем в условиях прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка на бесконечном образце [32]. Неудивительно, что эта модель не применима к нашему эксперименту, потому что локализованные состояния нельзя рассматривать как макроскопические островки с хорошо определенным химическим потенциалом.

Происхождение пуассоновского шума в режиме прыжковой проводимости при $L \sim L_c$ можно понять, пользуясь аналогией с дробовым шумом в электронной лампе. Рассмотрим цепочку из N локализованных состояний. Вероятности перехода электронов между соседними узлами обозначим Γ_i и предположим, что прыжок с наименьшей Γ_H (тяжелый прыжок) расположен посередине цепочки (рис. 4.7). В сильно нелинейном режиме $eV \gg kT$ электроны преимущественно прыгают в направлении меньшего электрохимического потенциала, для определенности слева направо. В пределе $\Gamma_H \rightarrow 0$ большую часть времени состояния слева от тяжелого прыжка будут заняты, а справа свободны. В этом случае ток обусловлен редкими процессами инъектирования электронов через тяжелый прыжок и представляет из себя перескоки между соседними узлами пустого места/электрона слева/справа от тяжелого прыжка. Такой перенос заряда напоминает транспорт в электронной лампе: электроны некоррелированно инъектируются через тяжелый прыжок и дальше почти свободно распространяются по цепочке, что дает $F = 1$. Несложно понять, к чему приведет увеличение Γ_H : скорость инъектирования электронов вырастет, что приведет к ненулевой плотности электронов/пустых мест в цепочке.

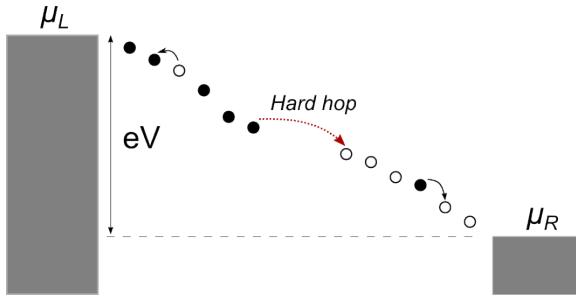


Рис. 4.7: Прыжки вдоль одномерной цепочки локализованных состояний с тяжелым прыжком посередине. Закрашенные/пустые кружки - занятые/свободные состояния.

Оценим, например, плотность электронов ρ справа от тяжелого прыжка. Электрон живет на цепочке время $T_{\text{dwell}} = \sum(\Gamma_i)^{-1}$, где $\Gamma_i \propto \exp(-\xi_i)$, а суммирование ведется по узлам справа от тяжелого прыжка. Тогда имеем $\rho = 2\Gamma_H T_{\text{dwell}}/N$, что в нашем случае ($L_c/l_T \sim 10$ прыжков на одну цепочку) дает $\rho \approx 0.1$. Такая малая плотность говорит о почти независимом движении носителей тока, как и в лампе, а потому можно ожидать и пуассоновский дробовой шум.

Аналогия с электронной лампой подтверждается чисто классической моделью ASEP (open-boundary asymmetric exclusion process) [33]. В ней рассматривается одномерная равномерная цепочка, по узлам которой могут прыгать частицы. Прыжки разрешены только в одну сторону, если соответствующий узел не занят. Согласно этой модели, в случае низких и высоких плотностей Фано-фактор равен $F = 1 - 2\rho$, где $\rho \ll 1$ - средняя плотность частиц или пустых мест соответственно. Подавление дробового шума происходит из-за запрета двум электронам находиться на одном узле. В случае $\rho \rightarrow 0$ такие корреляции исчезают и дробовой шум становится пуассоновским по аналогии с проблемой, изначально рассмотренной Шоттки [21]. Оценка для плотности $\rho \approx 0.1$ дает $F \approx 0.8$, что соответствует экспериментальному значению намного лучше, чем (4.5).

5. Дробовой шум в шарвиновском контакте

Образец выполнен на основе гетероструктуры GaAs/AlGaAs с двумерным электронным газом с электронной плотностью $n = 9.6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ и подвижностью $\mu = 4 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ (рис. 5.1). Точечный контакт создается приложением отрицательного напряжения к напыленным на поверхности образца затворам А и В.

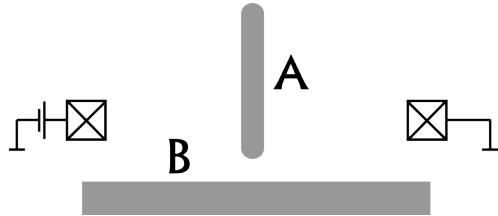


Рис. 5.1: Геометрия затворов, образующих точечный контакт.

Кондактанс точечного контакта в линейном режиме как функция затворного напряжения $V_g \equiv V_{gA}$ при фиксированном затворном напряжении $V_{gB} = -0.5 \text{ V}$ показан на вставке на рис. 5.2(а). Хорошо видны первые 4 плато размерного квантования. Мы измеряли шум для V_g , соответствующих центрам плато (отмечены точками), а также для сопротивлений квантового контакта $1.05 \text{ k}\Omega$ и $2 \text{ k}\Omega$.

На рис. 5.2(а) изображены вольт-амперные характеристики точечного контакта при $T = 110 \text{ mK}$. Для определения нелинейной добавки к току сначала дифференцировалась экспериментальная кривая $I(V)$ для нахождения „грубой“ зависимости $G_{\text{diff}}(V_{\text{sd}}) = dI/dV_{\text{sd}}$. Интегрирование $G_{\text{diff}}(V_{\text{sd}})$ по напряжению дает сглаженную вольт-амперную характеристику, из которой и определяется добавка к току (рис. 5.2(б))

$$I_{\text{in}} = I - \frac{V_{\text{sd}}}{R_0},$$

R_0 - сопротивление точечного контакта в линейном режиме. Зависимости $I_{\text{in}}(V_{\text{sd}})$ близки к квадратичным, как и должно быть в соответствии с (1.8).

На рис. 5.3(а) показана спектральная плотность мощности шума точечного контакта как функция тока. Видно, что на плато, где в соответствии с (1.6) дробового шума быть не должно, шумовые кривые имеют значительную линейную составляющую и, кроме того, нелинейную добавку. Наклон кривых вблизи $V_{\text{sd}} = 0$ монотонно растет с увеличением

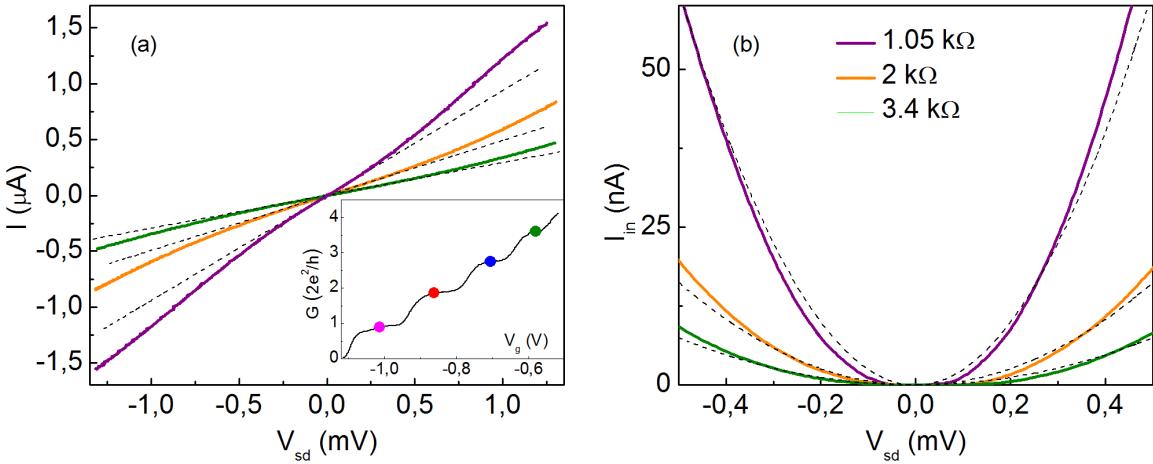


Рис. 5.2: (а) Вольт-амперные характеристики точечного контакта для различных затворных напряжений. Здесь и дальше разные цвета соответствуют разным линейным сопротивлениям контакта: фиолетовый - $1.05 \text{ k}\Omega$, оранжевый - $2 \text{ k}\Omega$, зеленый - $3.4 \text{ k}\Omega$ (4 плато), голубой - $4.5 \text{ k}\Omega$ (3 плато). Пунктир - касательная к ВАХ в $V_{sd} = 0$. На вставке: зависимость кондактанса квантового контакта от затворного напряжения V_g . (б) Нелинейная добавка к току как функция тянувшего напряжения. Пунктир демонстрирует квадратичную зависимость $I_{in} \propto V_{sd}^2$.

кондактанса. Это наблюдение указывает на то, что линейная часть шума просто отражает перегрев электронной системы (см. (1.11)) в соответствии с формулой Джонсона-Найквиста (1.1). Определим эффективную шумовую температуру соотношением

$$T^*(V_{sd}) = \frac{S_I(V_{sd})}{4k_B G}, \quad (5.1)$$

где G - дифференциальный кондактанс точечного контакта. В пользу того, что так определенная шумовая температура с точностью до связанной с e - e рассеянием добавки отслеживает температуру электронной системы T_e , говорит следующее обстоятельство. В соответствии с (1.11) в случае, когда кондактанс подводящих частей двумерного газа G_l значительно превосходит кондактанс G точечного контакта $G/G_l \ll 1$, имеем

$$\frac{T_e}{\sqrt{G}} \propto V_{sd} \quad \text{или} \quad T_e \propto \sqrt{G} V_{sd} = \sqrt{W}, \quad T_e \gg T. \quad (5.2)$$

Зависимости $T^*/\sqrt{G}(V_{sd})$ также оказываются линейными (см. рис. 5.3(б)) в довольно широком диапазоне напряжений на контакте. Самой наглядной является зависимость T^* от джоулевой мощности W , выделяемой на контакте. Экспериментальные данные приведены на вставке на рис. 5.3(б).

Линейная зависимость, изображенная на рис. 5.3(б), позволяет оценить величину

$$G_l^{-1} \approx 75 \text{ Ohm.}$$

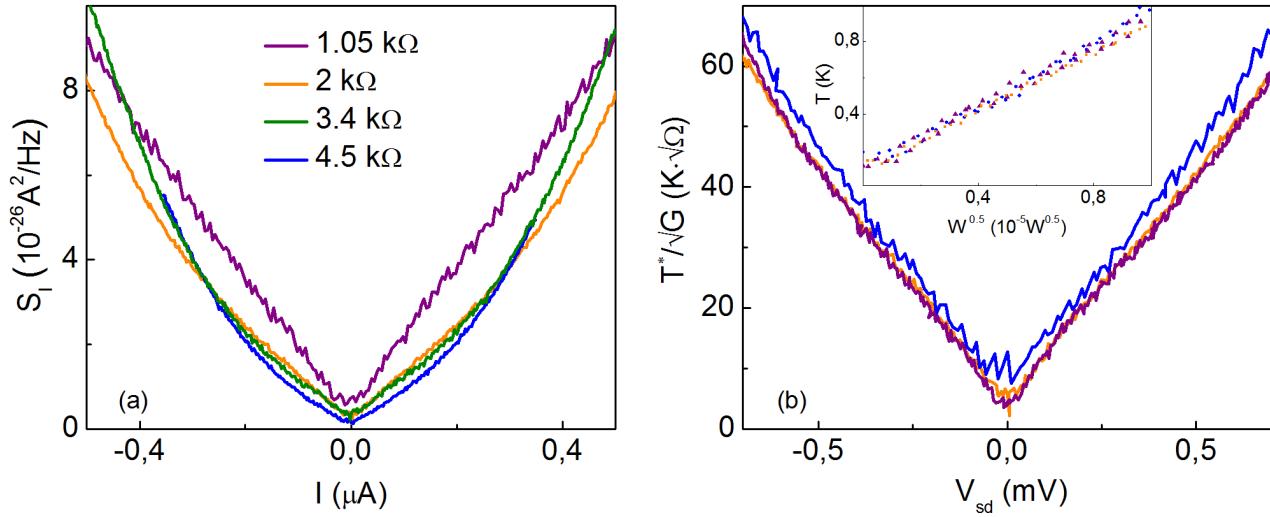


Рис. 5.3: (а) - Шум точечного контакта как функция тока; (б) - Нормированная шумовая температура как функция тянущего напряжения. На вставке: шумовая температура как функция джоулевой мощности, выделяемой на контакте, для тех же значений сопротивления.

В случае симметричной системы это означает, что сопротивление контактов равно $4/G_l \approx 300 \text{ Ohm}$. Вообще говоря, это значение достаточно сильно отличается от величины сопротивления контактов, известного экспериментально $R_{\text{cont}} \approx 1.6 \text{ kOhm}$. Такое различие может быть обусловлено асимметрией системы, хотя и представляется маловероятным.

При обработке экспериментальных данных возникает задача выделения в экспериментальных зависимостях линейной по напряжению и малой по сравнению с ней квадратичной частей. К сожалению, достаточно сильная зашумленность кривых при не слишком больших тянущих напряжениях не позволяет аккуратно (численно) провести эту процедуру. Например, величина так определяемой квадратичной составляющей шума существенно зависит от выбранного диапазона V_{sd} , в котором производится сравнение экспериментальной кривой с параболической зависимостью. Кроме того, нелинейность сопротивления приводит также к нелинейности зависимости $T_e(V_{sd})$, которая может оказаться существенной при выделении малого квадратичного вклада. Такой подход позволяет оценить $0.5 \lesssim F \lesssim 1.5$ в соотношении $S_{\text{in}} = 2eI_{\text{in}}F$.

Для иллюстрации результатов проведем следующую процедуру. Из кривых $S_I(V_{sd})$ будем вычитать линейный с током тепловой шум, для удобства записанный в виде $S_{\text{heat}} = 2ea|I|$, и проверим, как значения линейных наклонов α зависят от сопротивления для случая, когда достигается согласие с формулой $S_{\text{in}} = 2eI_{\text{in}}$. На рис. 5.4 представлены результаты такой процедуры.

В соответствии с (1.11) должно быть

$$\alpha \approx \sqrt{\frac{24}{\pi^2} \frac{G}{G_l}} \approx 13.2\sqrt{G}. \quad (5.3)$$

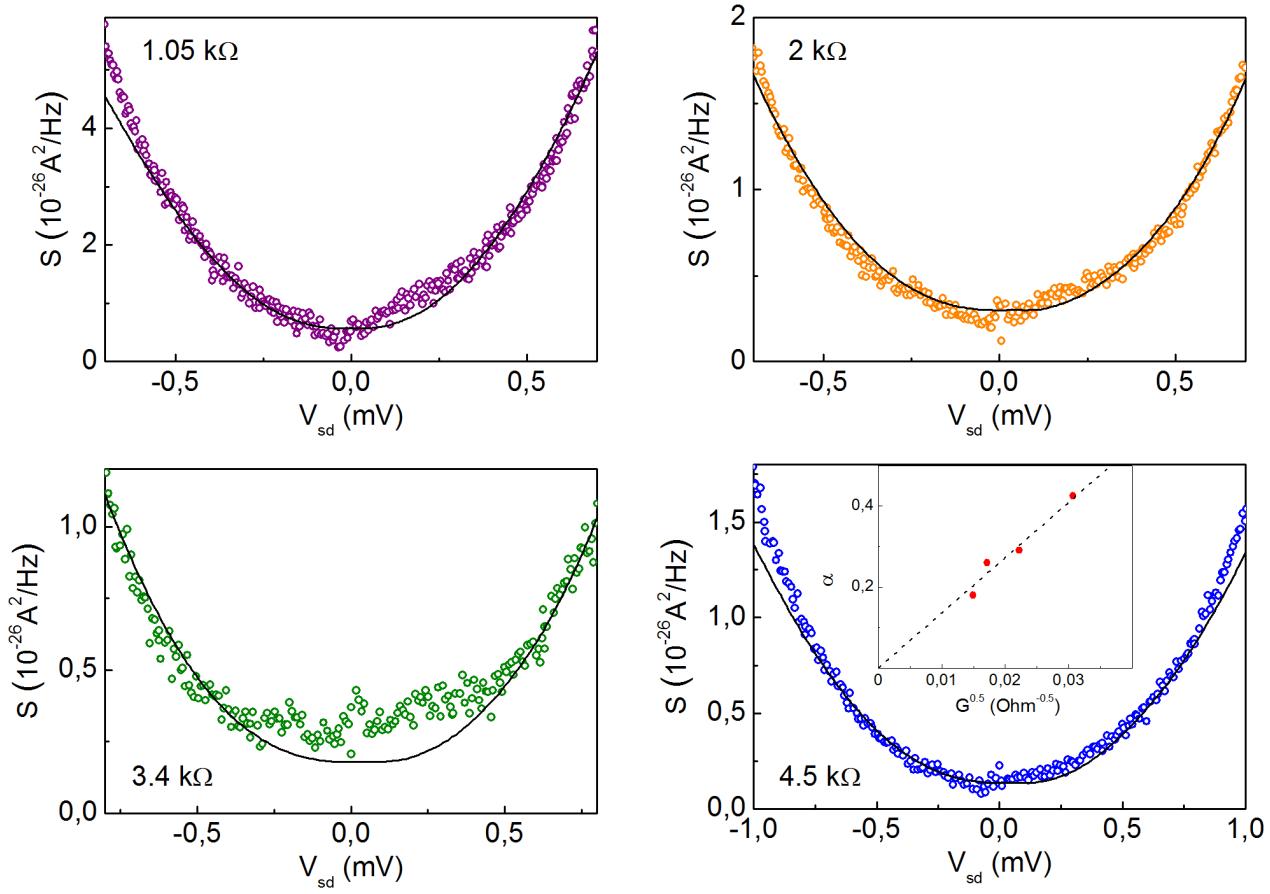


Рис. 5.4: Нелинейная часть шума точечного контакта. Сплошная линия соответствует зависимости $S = S_0 + S_{in} = 4kTG_0 + 2eI_{in}$, символы - $S = S_I - S_{heat}$. Усреднение для 4 плато (зеленые символы) производилось по небольшому числу экспериментальных кривых, что привело к большому шуму в районе $V_{sd} = 0$. На вставке: зависимость $\alpha(\sqrt{G})$ близка к линейной, прямая построена по (5.3).

Из вставки на рис. 5.4 видно, что наблюдается хорошее согласие теоретических предсказаний с экспериментом. Полученные результаты, хотя и не могут служить однозначным доказательством, свидетельствуют в пользу [16].

Стоит отметить еще следующее. В работах [16, 17] выражения для поправки к кондактансу $\delta G_{in} \propto V$ и дробового шума $S_{in} = 2eI_{in}$, обусловленных e - e рассеянием, были получены в предположении достаточно слабого рассеяния. С ростом напряжения на контакте растет температура электронной системы и e - e рассеяние становится более интенсивным, поэтому следует ожидать отклонений от этих зависимостей. Зависимость $G_{diff}(V_{sd})$ для третьего плато в широком диапазоне тянувших напряжений представлена на рис. 5.5 (а). При напряжениях $V_{sd} \gtrsim 1$ мВ наблюдаются существенные отклонения от близкой к линейной зависимости $G_{diff}(V_{sd})$ (такое поведение характерно для всех измеренных зависимостей $G_{diff}(V_{sd})$), поэтому сравнение экспериментальных данных для нелинейной по тянущему

напряжению составляющей шума с теоретическим предсказанием производилось в диапазоне $V_{sd} \lesssim 1$ мВ. При больших напряжениях шум контакта значительно увеличивается по сравнению с $S_{in} = 2eI_{in}$ (рис. 5.5 (b)). Дело в том, что при достаточно высоких энергиях электронов в контакте теплопроводность электронной системы будет определяться уже неупругими e - e столкновениями. Это приведет к отклонениям от закона Видемана-Франца. Грубая численная оценка показывает, что теплопроводность κ_{WF} , определяемая законом Видемана-Франца

$$\kappa_{WF} = \sigma LT,$$

сравнивается с теплопроводностью κ_{ee} , определяемой процессами e - e столкновений [34]

$$\kappa_{ee} = \frac{e_F^2}{\hbar T \ln(\epsilon_F/k_B T)},$$

при температуре электронной системы $T \approx 0.6$ К, что в данном случае соответствует диапазону тянувших напряжений $|V_{sd}| \lesssim 0.5$ мВ.

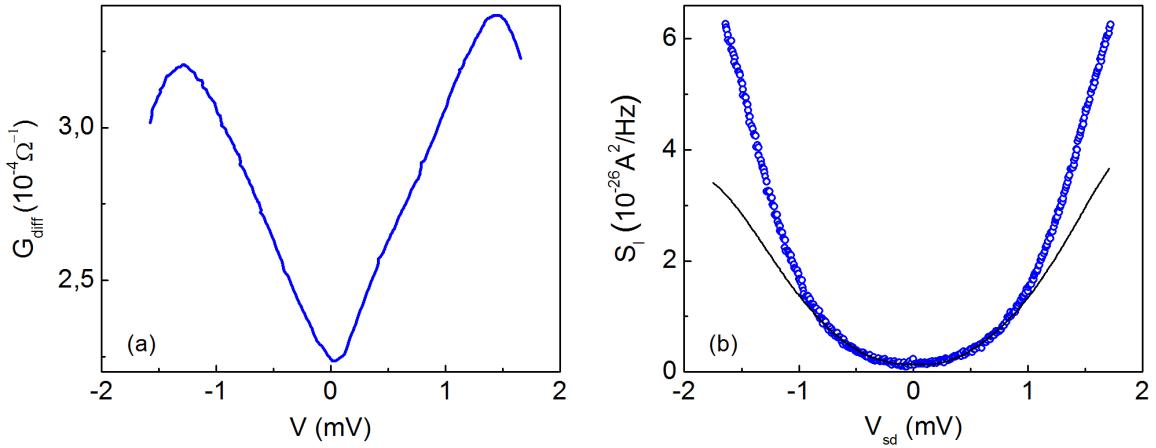


Рис. 5.5: Разогрев электронной системы. Дифференциальный кондактанс (а) и нелинейная часть шума (б) точечного контакта как функция тянущего напряжения V_{sd} для третьего плато.

Как уже упоминалось, добавка в кондактанс δG и дробовой шум S_{in} точечного контакта обусловлены рассеянием электронов с почти противоположными импульсами. Магнитное поле изгибает траектории таких электронов в противоположных направлениях, тем самым подавляя δG и S_{in} (рис. 5.6). Кроме того, включение магнитного поля подавляет также и линейную по напряжению составляющую шума. В квазиклассической картине такое подавление связано с циклотронным движением электронов в магнитном поле. В поле 67 мТ радиус циклотронной орбиты $R_c \approx 1$ мкм значительно меньше длины свободного пробега электронов $l_0 \approx 20$ мкм, поэтому электронные траектории локализуются в области размером R_c вдоль поля, дрейфуя при этом в направлении вектора $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Сказанное не относится к налетающим на точечный контакт электронам, которые, отражаясь от электростатического края, определенного затворами, движутся по скачущим орбитам.

Вблизи сужения такое поведение приводит к эффективному уменьшению размера области e - e взаимодействия и, как следствие, уменьшению шумовой температуры.

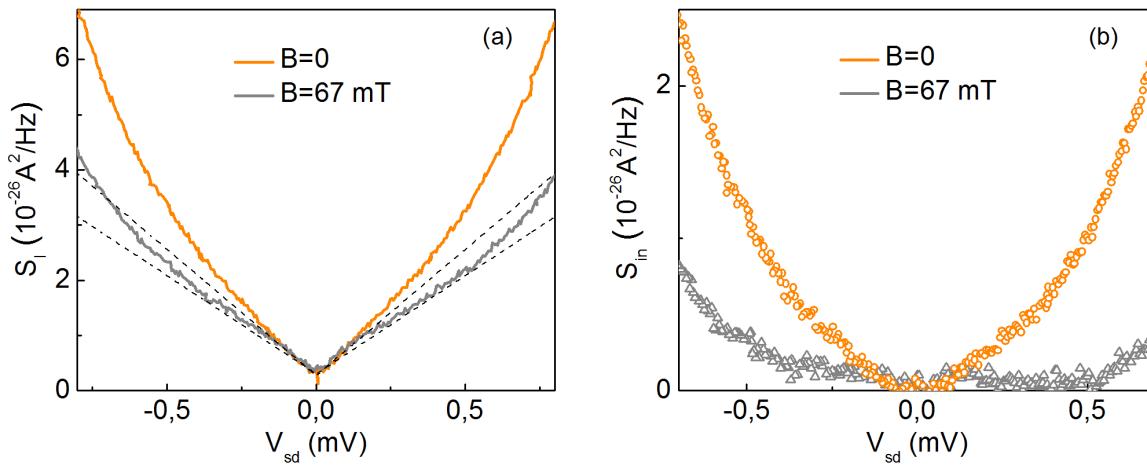


Рис. 5.6: Подавление дробового шума, обусловленного e - e рассеянием, в магнитном поле. Линейное сопротивление контакта $2 \text{ k}\Omega$. Оранжевая кривая соответствует нулевому магнитному полю, серая - $B = 67 \text{ mT}$. (a) Полный токовый шум точечного контакта. Пунктиром отмечен вычитаемый линейный с током тепловой шум. б) Квадратичная часть шума.

6. Заключение

В данной работе был исследован дробовой шум в 2D макроскопическом диэлектрике в режиме прыжковой проводимости с переменной длиной прыжка при температурах 0.5-4.2 K, а также в шарвиновском точечном контакте при температуре 110 mK. В случае диэлектрика впервые было показано, что при достаточно низкой температуре и в достаточно сильном обеднении дробовой шум принимает пуассоновское значение. Этот результат интерпретируется как наблюдение размерного эффекта в VRH-режиме при $L \sim L_c$, что подтверждается транспортными измерениями. Это наблюдение не может быть объяснено в рамках существующих представлений [19, 20, 21], поэтому предложен классический подход, качественно объясняющий полученный результат и совместимый с теорией прыжковой проводимости. Наблюдение пуассоновского шума в режиме VRH дает возможность прямого измерения заряда, например, в объеме двумерной системы в условиях дробного квантового эффекта Холла или в веществах с волнами зарядовой плотности, где заряд квазичастиц может быть отличен от заряда электрона.

При исследовании шума шарвиновского точечного контакта было показано, что значительный вклад в шум (линейный по напряжению) происходит от разогрева электронной системы, а измерение шума в этом случае позволяет судить об электронной температуре. Кроме того, было показано, что в шуме присутствует также и квадратичный по напряжению вклад, величина которого с неплохой точностью описывается теоретическим предсказанием [16] для дробового шума, происходящего от $e\text{-}e$ рассеяния вдали от контакта. Подавление квадратичной части шума в магнитном поле свидетельствует в пользу того, что эта добавка действительно обусловлена $e\text{-}e$ рассеянием.

Литература

- [1] J.B. Johnson, Phys. Rev. 32, 97–109 (1928).
- [2] H. Nyquist, Phys. Rev. 32, 110–113 (1928).
- [3] Ya.M. Blanter, M. Buttiker, Phys. Rep. 336 (2000).
- [4] Г.Б. Лесовик, Письма ЖЭТФ, 1989, Т.49, №9, с.513.
- [5] H. Birk, M.J.M. de Jong, C. Schonenberger, Phys. Rev. Lett. 75 (1995) 1610.
- [6] M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk, and C. Schonenberger, Phys. Rev. B 59, 2871–2880 (1999).
- [7] C. Beenaker & C. Schonenberger: Quantum shot noise - arXiv:cond-mat/0605025v1.
- [8] M. Reznikov, M. Heiblum, Hadas Shtrikman and D. Mahalu, Phys. Rev. Lett. 75, 3340 (1995).
- [9] A. Kumar, L. Saminadayar, D.C. Glattli et al., Phys. Rev. Lett. 76, 2778 (1996).
- [10] И.О. Кулик, А.Н Омельянчук, Физ. Низк. Темп. 10, 305 (1984).
- [11] V.T. Renard, O.A. Tkachenko, V.A. Tkachenko et al., Phys. Rev. Lett. 100, 186801 (2008).
- [12] M.Yu. Melnikov, J.P. Kotthaus, V. Pellegrini et al., Phys. Rev. B 86, 075425 (2012).
- [13] K.E. Nagaev and T.V. Kostyuchenko, Phys. Rev. B 81, 125316 (2010).
- [14] А.Н Омельянчук, И.О. Кулик, Р.И. Шехтер, Письма ЖЭТФ, 25, 10, 465 (1977).
- [15] R.N. Gurzhi, A.N. Kalinenko, A.I. Kopeliovich, Phys. Rev. Lett. 74, 3872 (1995).
- [16] K.E. Nagaev, T.V. Krishtop, N.Yu. Sergeeva, Pis'ma v ZhETF, vol. 94, iss. 1, pp.53-57.
- [17] K.E. Nagaev and O.S. Ayvazyan, Phys. Rev. Lett. 101, 216807 (2008).
- [18] Y. Ma et al., Phys. Rev. B 43, 9033 (1991).
- [19] Y.A. Kinkhabwala, V.A. Sverdlov, A.N. Korotkov, K.K. Likharev, J. Phys.: Condens. Matter 18, 1999 (2006).

- [20] V.A. Sverdlov, A.N. Korotkov and K.K. Likharev, Phys. Rev. B 63, 081302(R) (2001).
- [21] A.N. Korotkov and K.K. Likharev, Phys. Rev. B 61, 15975 (2000).
- [22] V. V. Kuznetsov et al., Phys. Rev. Lett. 85, 397 (2000).
- [23] S.S. Safonov, A.K. Savchenko, D.A. Bagrets et al., Phys. Rev. Lett. 91, 136801 (2003).
- [24] S. H. Roshko et al., Physica E 12, 861 (2002).
- [25] A. K. Savchenko et al., Phys. Stat.Sol. (b) 241, 26 (2004).
- [26] A.A. Shashkin, V.T. Dolgopolov, G.V. Kravchenko et al., Phys. Rev. Lett. 73, 3141 (1994).
- [27] R.M. Hill, Phil. Mag. 24, 1307 (1971).
- [28] B.I. Shklovskii, Sov. Phys. Semicond. 10, 855 (1976).
- [29] M. Raikh, J. Czingon, Qui-yi Ye et al., Phys. Rev. B 45, 6015 (1992).
- [30] V.L. Nguyen, B.Z. Spivak, and B.I. Shklovskii, JETP Lett. 41, 42 (1985).
- [31] A.S. Rodin and M.M. Fogler, Phys. Rev. B 84, 125447 (2011).
- [32] B. Derrida, Phys. Rep. 301, 65 (1998).
- [33] A.O. Lyakhov, E.G. Mishchenko, Phys. Rev. B 67, 041304 (2003).