Московский физико-технический институт
(государственный университет)
Факультет общей и прикладной физики
Кафедра физики твёрдого тела

“Управление спиновым переходом в режиме ДКЭХ при факторе заполнения 2/3 ”

Выпускная квалификационная работа на степень магистра
студента 722 гр.
Вановского В.В.

Научный руководитель
с.н.с., к.ф.-м.н. Храпай В.С.

Работа выполнена в ИФТТ РАН,
г. Черноголовка,
2013 г.

Оглавление

Введение

Целочисленный квантовый эффект Холла

В 1980 году при измерении эффекта Холла в инверсном слое кремниевого МОП транзистора при низких температурах (T ~ 1 K) и в сильных магнитных полях (B > 1 Тл) Клаус фон Клитцинг совместно с Дордой и Пеппером [1] обнаружил, что при целых числах заполнения уровней Ландау зависимость холловского сопротивления от магнитного поля имеет ступенчатый вид. Когда на зависимости холловского сопротивления наблюдается плато, продольное электрическое сопротивление равно нулю с высокой экспериментальной точностью. В качестве примера можно посмотреть на поведение сопротивления при целых факторах заполнения на рисунке 1. При низких температурах ток в образце может течь без диссипации. Открытый эффект получил название целочисленного квантового эффекта Холла (ЦКЭХ). Тензор проводимости электронного газа в ЦКЭХ имеет вид:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & -\nu e^2/h \\ \nu e^2/h & 0 \end{pmatrix}$$

Прецизионные измерения также показали, что на точности квантования холловского сопротивления не сказываются такие существенные параметры эксперимента, как размеры образцов, влияние границ и важное в обычном эффекте Холла закорачивание холловского напряжения омическими контактами, а также степень совершенства структур, то есть наличие большого количества примесей и дефектов, тип материала, в котором находится 2D-электронный газ, температура и сила измерительного тока. Экспериментальная точность квантования так высока, что встал вопрос о метрологических применениях ЦКЭХ: проверке формул квантовой электродинамики с помощью прецизионного определения постоянной тонкой структуры или создания нового эталона сопротивления.

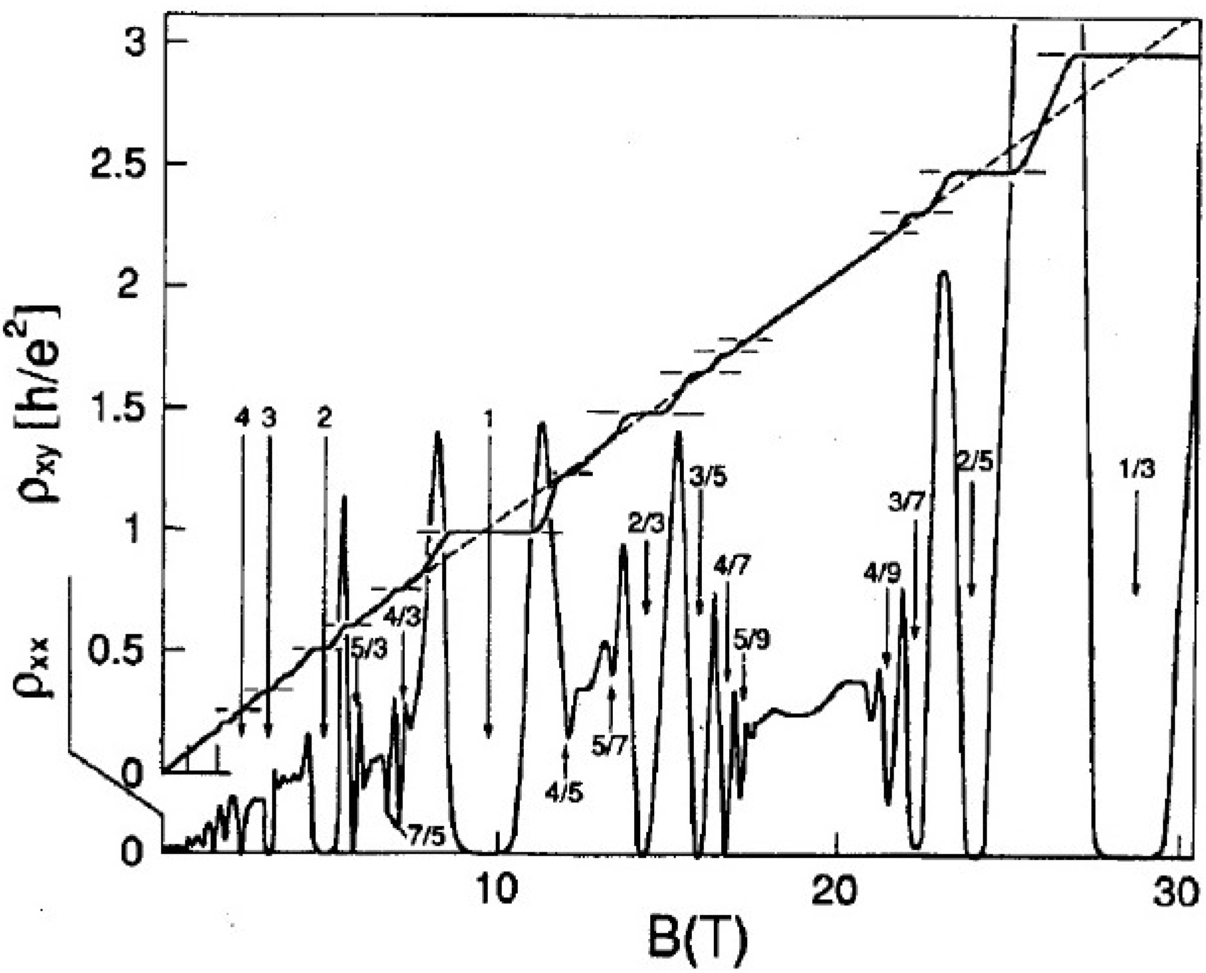

Рис. 1. Целочисленный и дробный квантовый эффект Холла. Зависимость продольной и поперечной компонент тензора сопротивления от магнитного поля, полученная в работе [3]

Квантование холловского сопротивления в ЦКЭХ напрямую связано с дискретным спектром невзаимодействующих двумерных электронов в магнитном поле, о чём пойдёт речь далее.

Квантование Ландау

Рассмотрим двумерный электронный газ в перпендикулярном магнитном поле. Гамильтониан электронов в пренебрежении межэлектронным взаимодействием имеет вид:

$$\widehat{H} = \frac{1}{2m}(\hat{p} + \frac{e}{c}\vec{A})^2$$

Для диагонализации гамильтониана удобно воспользоваться симметричной калибровкой вектор-потенциала, магнитное поле считаем направленным вдоль оси z:

$$\vec{B} = B(0;0;1). \ \vec{A} = \vec{B}\times\vec{r}\,/\,2 = B\,/\,2\cdot(-y;x;0)$$

Перейдём к безразмерным энергии и координатам, а также введём комплексно сопряжённые координаты:

$$z = \frac{x - i\cdot y}{l_B};\ \overline{z} = \frac{x + i\cdot y}{l_B};\ \tilde{H} = \frac{H}{\hbar\omega_c};\ l_B = \sqrt{\hbar c / \mathrm{eB}};\ \omega_c = eB/mc;$$

$$\tilde{H}(z,\overline{z}) = \frac{1}{2}\left[-4\frac{\partial^2}{\partial z\partial\overline{z}} + \frac{1}{4}z\overline{z} - z\frac{\partial}{\partial\overline{z}} + \overline{z}\frac{\partial}{\partial z}\right]$$

Введём операторы понижения и повышения:

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\overline{z}}{2} + 2\frac{\partial}{\partial z}\right) \qquad b^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{z}{2} - 2\frac{\partial}{\partial\overline{z}}\right) \qquad [b, b^\dagger] = 1$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{z}{2} + 2\frac{\partial}{\partial\overline{z}}\right) \qquad a^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{\overline{z}}{2} - 2\frac{\partial}{\partial z}\right) \qquad [a, a^\dagger] = 1$$

Все перекрестные коммутаторы между a и b равны нулю. В терминах операторов понижения и повышения гамильтониан запишется:

$$H = a^\dagger a + 1/2$$

Решением уравнения Шредингера будут эквидистантные уровни Ландау с энергией $E_n = n + 1/2,\ n \ge 0$. Однако каждый уровень будет также квантован по значению проекции момента на ось z:

$$L_z = -i\cdot\hbar\cdot\partial/\partial\theta = -\hbar(b^\dagger b - a^\dagger a) = -\hbar\cdot m,\ \ m \ge -n$$

Волновая функция электронов таким образом, задаётся двумя квантовыми числами |n,m>. Причем оператор повышения a действует увеличивает главное квантовое число n – номер уровня Ландау, уменьшая на 1 проекцию момента импульса на ось z m.. Оператор повышения b увеличивает m, оставляя n неизменным. Найдём волновые функции произвольного уровня Ландау:

$$a\psi_{00} = 0 \Leftrightarrow \frac{z}{2}\psi_{00} + 2\frac{\partial\psi_{00}}{\partial\overline{z}} = 0 \Rightarrow \psi(z,\overline{z}) = C(z)\cdot e^{-z\overline{z}/4}$$

$$b\psi_{00} = 0 \Leftrightarrow \frac{\overline{z}}{2}\psi_{00} + 2\frac{\partial\psi_{00}}{\partial z} = 0 \Rightarrow C(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

$$\psi_{00}(z,\overline{z}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-z\overline{z}/4};\ \psi_{nm}(z,\overline{z}) = \frac{a^{\dagger n}}{\sqrt{n!}}\frac{b^{\dagger(m+n)}}{\sqrt{(m+n)!}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-z\overline{z}/4};$$

$$\psi_{0m}(z,\overline{z}) = \frac{z^m e^{-z\overline{z}/4}}{\sqrt{2\pi\cdot 2^m\cdot m!}},\ m \ge 0$$

Для нижнего уровня Ландау волновая функция кроме гауссовой части имеет вид аналитической функции от комплексной переменной z.

Выроождение уровней Ландау для системы произвольной площади S легко найти из следующих соображений (считаем площадь достаточно большой, чтобы m>>n и можно было пренебречь краевыми эффектами).

Произвольный уровень с квантовым числом m имеет максимум плотности и локализован на расстоянии $r \approx \sqrt{2m}l_B$. Значит на каждый новый уровень приходится одна и та же площадь: $\Delta S = \pi(2(m+1) - 2\mathrm{m})\mathrm{l}_B{}^2 = 2\pi l_B{}^2$. Тогда вырождение каждого уровня Ландау равно:

$$D = S/(2\pi l_B{}^2) = \mathrm{SeB/\,hc} = SB/\phi_0, \quad \phi_0 = hc/e \text{ - квант потока}$$

Фактор заполнения уровней Ландау вводится, как отношение двумерной электронной плотности n_e к вырождению уровней Ландау на единицу площади: $\nu = n_e/(B/\phi_0)$.

Дробный квантовый эффект Холла

В 1982 году при измерении эффекта Холла в гетеропереходе GaAs|AlGaAs при чрезвычайно низкой температуре (<0.5K) и гигантском магнитном поле (около 15 Тл) Цуи, Штёрмер и Госсард [2] обнаружили плато в холловском сопротивлении при дробном факторе заполнения 1/3, которое сопровождалось падением продольной компоненты сопротивления. Вскоре эти особенности поведения тензора сопротивления были обнаружены и при других дробных факторах заполнения, из которых были выделены целые серии (например $\nu = n/(2n+1)$). По аналогии с ЦКЭХ обнаруженный эффект получил название дробного квантового эффекта Холла (ДКЭХ). На рисунке 1 изображена характерная для ДКЭХ зависимость холловского сопротивления от фактора заполнения, полученная в работе [3]. Как мы видим из рисунка, все факторы заполнения, при которых имеет место ДКЭХ, характеризуются нечётным знаменателем. Однако, при факторе заполнения 5/2 был также обнаружен ДКЭХ, что не позволяет нам сделать заключение о универсальности этого правила.

Целочисленный квантовый эффект Холла был объяснён, используя только квантование Ландау и слабый беспорядок, присутствующий в любом реальном образце. Относительно ДКЭХ перед физиками-теоретиками встала чрезвычайно сложная задача – описать явление, про которое известно, что:

1) Это существенно многочастичное явление для объяснения которого потребуется учесть кулоновское взаимодействие (без учета взаимодействия описывается лишь ЦКЭХ).

2) Кулоновское взаимодействие в данной задаче не получается учесть обычными методами теории возмущений.

3) Есть серии дробей для фактора заполнения n/(2n+1), n/(2np+1), при которых наблюдается ДКЭХ.

4) При факторе заполнения 1/2 ДКЭХ не обнаружено, как и при других дробях с чётным знаменателем. Однако при факторе заполнения 5/2 ДКЭХ обнаружен.

5) В пределе больших магнитных полей экспериментально обнаружено, что спиновая степень свободы не проявляется. Однако спиновая степень свободы играет важную роль при исследовании параметров возбуждений также, как и параметров основного состояния в небольших полях.

Гамильтониан взаимодействующих электронов в магнитном поле с учётом спина электронов выглядит следующим образом:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m*}\sum_j \left(\hat{p}_j + \frac{e}{c}\vec{A}(\vec{r}_j) \right)^2 + \frac{e^2}{\varepsilon}\sum_{j<k}\frac{1}{\left|\vec{r}_j - \vec{r}_k\right|} + g\mu_B\vec{B}\sum_j \hat{\vec{s}}_j$$

Первое слагаемое – кинетическая энергия с учётом магнитного поля, второе отвечает за кулоновское взаимодействие, а третье – зеемановская энергия. m* – эффективная масса электрона, ε – диэлектрическая проницаемость материала, g – g-фактор Ланде, а μ_B – магнетон Бора.

Одним из возможных подходов к вычислению энергии и волновых функций основного состояния будет прямая диагонализация гамильтониана, которая может быть осуществлена в пренебрежении смешиванием уровней Ландау, то есть в Гильбертовом пространстве волновых функций нижнего уровня Ландау. Однако диагонализация может быть осуществлена только для модельных систем из очень малого количества электронов. Для иллюстрации оценим количество волновых функций в базисе собственных функций гамильтониана невзаимодействующих электронов для ста электронов и фактора заполнения 2/5.

$$N = C_{250}^{100} \approx 6.1 \cdot 10^{71}$$

К сожалению, существующих на сегодняшний день вычислительных мощностей недостаточно для расчёта даже такой модельной системы.

В 1983 году Лафлин совершил попытку объяснить ДКЭХ для некоторых факторов заполнения (1/m). В работе [4] он показал, что для описания ДКЭХ на факторе заполнения 1/m достаточно использовать многоэлектронные волновые функции нижнего уровня Ландау. Также волновая функция должна быть антисимметрична по перестановке любых двух координат. Потому Лафлин искал волновую функцию в виде:

$$\Psi = \prod_{j<k} f(z_j - z_k)\exp\left[-\frac{1}{4}\sum_i |z_i|^2\right]$$

Из ранее сказанного следует, чтобы волновая функция была собственной функцией нижнего уровня Ландау, необходимо, чтобы функция f была аналитическая по z. Также, так как кулоновское взаимодействие сохраняет момент импульса, необходимо, чтобы f была однородным многочленом степени m от z_j, где m – квантовое число проекции момента импульса на ось z. Последнее условие, f должна быть антисимметрична при замене z на –z. Единственной функцией, удовлетворяющей вышеперечисленным условиям, будет $f=z^m$. Теперь можно выразить волновую функцию Лафлина через f:

$$\Psi = \prod_{j<k} (z_j - z_k)^m \exp\left[-\frac{1}{4}\sum_i |z_i|^2\right]$$

В ключевой работе [5], принёсшей автору совместно с первооткрывателями ДКЭХ Цуи и Штёрмером Нобелевскую премию по физике, Лафлин предложил эту волновую функцию и провёл математическую аналогию между двумерным электронным газом и хорошо изученной классической однокомпонентной плазмой, что позволило совершить настоящий прорыв в понимании и описании ДКЭХ. Также он ввёл квазичастицы с дробным зарядом e/m и получил волновые функции для таких квазичастиц.

Другим способом теоретического описания ДКЭХ является введение новых квазичастиц – “композитных фермионов” [6,7], представляющих собой электрон с присоединёнными к нему 2p вихрями (Вихрь в точке z0 означает, что волновая функция меняет фазу на 2π при обходе вокруг него, к примеру 2p вихрей в точке z0 содержится в множителе $(z-z_0)^{2p}$ волновой функции электрона. Многоэлектронная волновая функция содержащая $(z_1-z_2)^{2p}$ содержит 2p вихрей для первого электрона присоединённых ко второму электрону и наоборот). Менее правильным, но более понятным объяснением будет сказать, что к каждому электрону присоединены 2p квантов магнитного потока. На самом деле никакого реального магнитного потока не создаётся электронами и не связано с ними, однако, если мысленно присоединить к каждому электрону бесконечно тонкий соленоид с потоком 2p квантов потока, проходящим через него, то физически он будет совершенно незаметен, а математически эквивалентен 2p вихрей.

Композитные фермионы будут вести себя таким образом, как будто они находятся в меньшем поле B* и при целом факторе заполнения ν*:

$$B^* = B - 2pn\cdot\phi_0. \quad \nu^* = \frac{n\cdot\phi_0}{B^*}. \quad \nu = \frac{n\cdot\phi_0}{B} = \frac{\nu^*}{2p\nu^*\pm 1}$$

Одним из подходов к количественному описанию системы композитных фермионов будет введение пробных волновых функций композитных фермионов при ДКЭХ –проекций на нижний уровень Ландау волновых функций для композитных фермионов с целым эффективным фактором заполнения:

$$\Psi_{CF} = P_{LLL}\Phi_{\nu*}\prod_{j<k}(z_j - z_k)^{2p}. \quad P_{LLL} : \bar{z}_j \to 2\frac{\partial}{\partial z_j}$$

Далее можно уже с достаточной точностью действовать в рамках метода среднего поля. Оказывается, что такие пробные функции для композитных фермионов совпадают с волновой функцией Лафлина при факторе заполнения $\nu = 1/(2p+1)$, $\nu* = 1$.

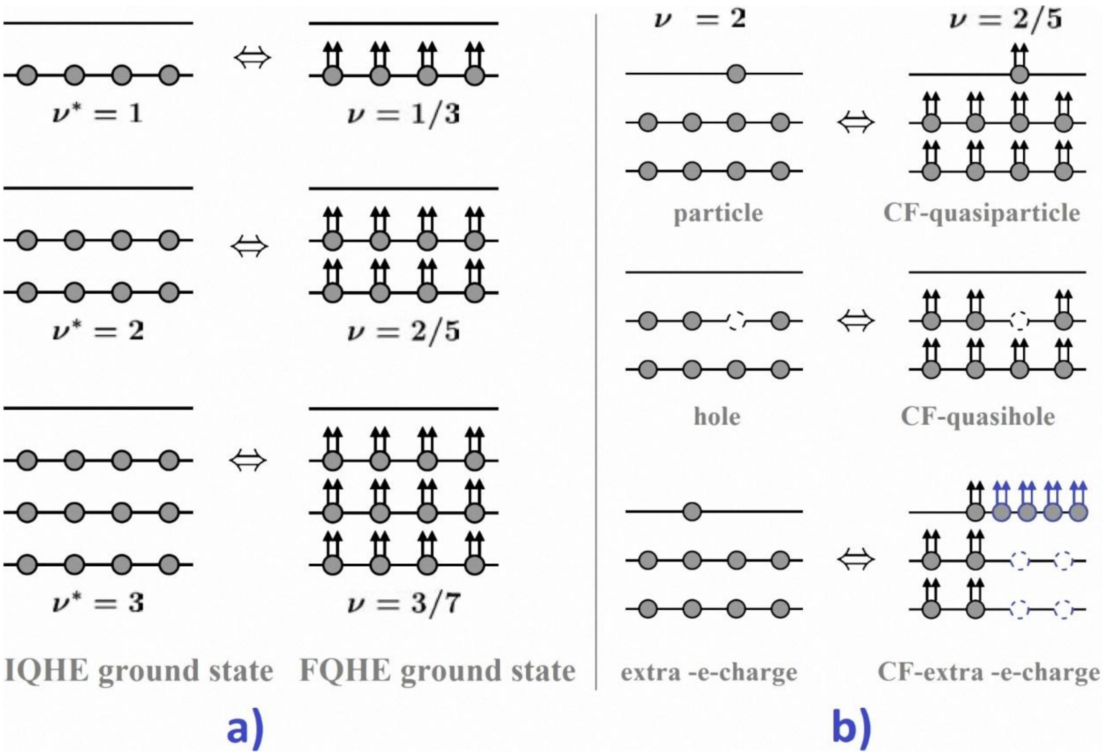

Рис. 2. а) Схематическое изображение основных состояний композитных фермионов при дробных факторах заполнения p/(2p+1) в сравнении с аналогичными состояниями электронов при целом факторе заполнения p. б) Сверху-вниз изображены частицы в сравнении с квазичастицами, дырки в сравнении с квазидырками, добавление дополнительного электронного заряда для электронов около фактора заполнения 2 и для композитных фермионов при факторе заполнения 2/5 (ν*=p=2). Идея изображения взята из [24].

На рисунке 2 схематически представлены композитные фермионы в эффективном магнитном поле. С левой стороны представлены основные состояния композитных фермионов при факторах заполнения 1/3, 2/5 и 3/7, аналогичные электронным состояниям при целых факторах заполнения 1, 2 и 3. Справа рассматриваются возбуждения в системе композитных фермионов. Электрон аналогичен квазичастице, дырка – квазидырке. Однако, заряд таких квазичастиц будет дробным, это несложно понять из нижней части картинки. При добавлении в систему заряда –e, эффективное магнитное поле B* падает так, что поток эффективного поля через систему уменьшается на $2p\phi_0$. При этом на каждом из p уровней уменьшается количество мест на 2, а значит 2p квазичастиц должны появиться на верхнем незаполненном уровне. Таким образом на заряд –e приходится (2p+1) квазичастиц добавленных к основному состоянию, а значит заряд одной квазичастицы равен –e/(2p+1).

Спиновый переход в дробном квантовом эффекте Холла

Далее мы сконцентрируемся на интересующем нас в явлении ДКЭХ явлении спинового перехода при факторе заполнения ν=2/3. Последние расчёты энергий основного состояния при факторе заполнения 2/3 [8] показали, что энергия спин-поляризованного основного состояния, как и неполяризованного без учёта зеемановского члена зависят от поля корневым образом, но отличие между ними очень мало.

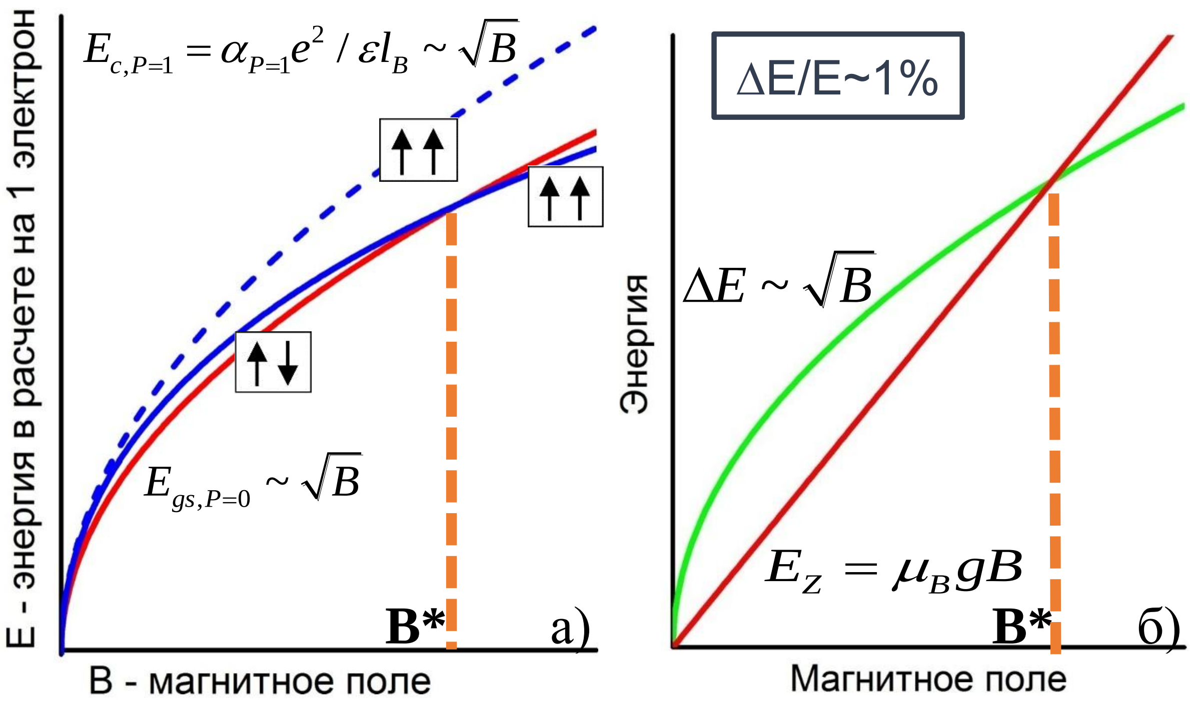

Рис. 3. а) Энергия спин-поляризованного и –неполяризованного состояний, как функция магнитного поля. б) Разница кулоновских энергий против энергии Зеемана

На рисунке 3 схематически изображено появление спинового перехода. Так как спиновый переход будет происходить и при нулевой температуре (экспериментально – при очень низкой), то это является квантовым фазовым переходом. На рис. 3а синей пунктирной линией изображена энергия спин-поляризованного состояния без учёта зеемановского члена, который линеен по магнитному полю. Синей сплошной линией изображена энергия того же состояния, но с учётом зеемановской энергии. Красной линией изображена энергия спин-неполяризованного состояния. Разница между энергиями сильно преувеличена на рисунке, на самом деле она составляет около процента. Именно поэтому, как видно из рис. 3а, существует относительно небольшое поле спинового перехода B*, когда линейная по полю зеемановская энергия сравнивается с разностью энергий, которая зависит от магнитного поля корневым образом.

В работе [8] получены следующие значения энергии основного состояния для спин-поляризованного и –неполяризованного основного состояний в расчёте на один электрон:

$$E_{P=1} \approx -0.5175\frac{e^2}{\varepsilon l_B} \approx -25.88\sqrt{B(T)}\,\mathrm{K};\quad E_{P=0} \approx -0.5212\frac{e^2}{\varepsilon l_B} \approx -26.06\sqrt{B(T)}\,\mathrm{K}$$

Приравняем разницу энергий к энергии Зеемана (естественно, посчитанной для голого электронного g-фактора в GaAs, g≈-0.44) и получим:

$$E_{P=1} - E_{P=0} = \alpha\frac{e^2}{\varepsilon l_B} \approx 0.0036\frac{e^2}{\varepsilon l_B} \approx 0.18\sqrt{B(T)}K = \frac{E_Z}{n} = \frac{\mu_B g B}{2} \approx 0.15B(T)K \Rightarrow B \approx 1.1T$$

Зеемановскую энергию пришлось поделить на n=2 – число заполненных уровней композитных фермионов, т.к. только половина спинов переворачивается при спиновом переходе.

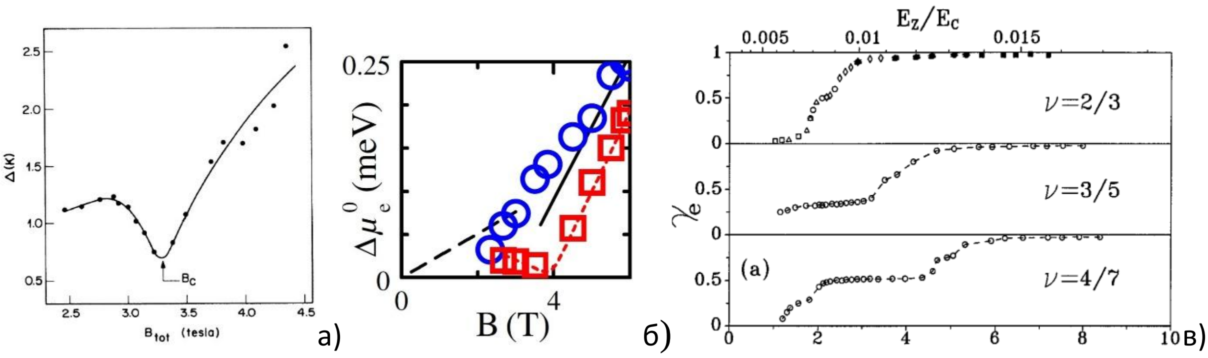

Рис. 4. Обнаружение спинового перехода, как минимума в энергии активации и в скачке хим. потенциала. а) Энергия активации, полученная в работе [9] магнетотранспортными измерениями. б) Скачок химического потенциала, полученный в работе [10] магнетоемкостными измерениями при факторе заполнения 1/3 (синие кружки) и 2/3 (красные квадратики). в) Спиновая поляризация при факторе заполнения 2/3 в зависимости от магнитного поля, полученная оптическими измерениями в работе [11].

Экспериментально спиновый переход при факторе заполнения 2/3 впервые был обнаружен в работе Эйзенштейна и др.[9], как минимум в энергии активации (рис. 4а). Также в работе Храпая и др.[10] было сделано предположение, что наблюдаемый минимум в поведении скачка химического потенциала на факторе заполнения 2/3 от магнитного поля также связан со спиновым переходом (рис. 4б). Существуют также методики непосредственного измерения спиновой поляризации с помощью ядерного магнитного резонанса либо оптических измерений. Например в работе Кукушкина и др.[11] оптическими методами было показано, что спиновая поляризация при достижении некоего критического поля меняется с 0 до 1 (рис. 4в).

Теоретические расчёты дают поле спинового перехода около 1.1 Тл, однако в существующих экспериментальных работах [9-13] наблюдались поля перехода 2-4 Тл и больше. В нашей работе мы сфокусируемся на управлении положением спинового перехода путём приложения различных напряжений на передний и задний затворы образца. Таким образом ширина волновой функции меняется и можно перенормировать кулоновское взаимодействие. Однако при рассмотрении влияния перенормировки кулоновского взаимодействия на положение спинового перехода рассчитанное поле перехода ближе к экспериментальным данным, но всё равно согласия с экспериментом нет.

В работах Доберса и др. [19], Нефёдова и др. [20,21] с помощью электронного парамагнитного резонанса был измерен g-фактор электронов в гетеропереходах и квантовых ямах на основе GaAs/AlGaAs в различных магнитных полях и при различных концентрациях. В работе Ивченко и Киселёва [22] в рамках k-p теории было показано, что g-фактор будет меняться из-за непараболичности энергетического спектра электронов и изменение будет примерно пропорционально средней кинетической энергии электронов T в двумерном электронном газе:

$$\Delta g \approx T / W,$$

где энергия $W = (150 \pm 15)$ мэВ оценена по статьям [19-21]. Также g-фактор может измениться за счёт эффекта проникновения, но в нашем эксперименте это было несущественно.

Наши экспериментальные результаты будут проинтерпретированы теоретически без подгоночных параметров. Окажется, что сдвиг поля спинового перехода при изменении напряжения на заднем затворе примерно в равной степени объясняют два описанных эффекта: перенормировка кулоновского взаимодействия и изменение g-фактора Ланде за счёт непараболичности энергетического спектра.

Также мы изучим поведение скачка химического потенциала при факторах заполнения 1/3 и 2/3. В силу электрон-дырочной симметрии скачки химического потенциала должны быть равны в больших полях [23], в малых же полях, как мы увидим, такой симметрии не наблюдается.

Эксперимент

Устройство образца

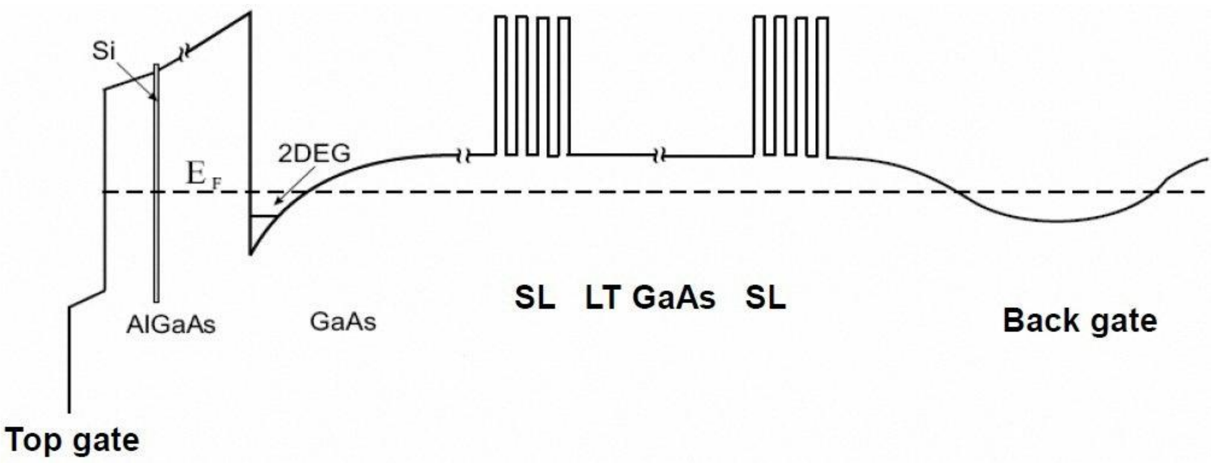

Рис. 5. Схематическое изображение зоны проводимости образца.

Для создания двумерного электронного газа и управления его параметрами используются структуры с двумя затворами, схематически изображенные на рисунке 5, основанные на классическом одиночном гетеропереходе GaAs/AlGaAs. Рост структуры осуществляется справа налево. На подложку из монокристаллического арсенида галлия наносится слой сильно легированного кремнием (порядка 10^{18} см$^{-3}$) арсенида галлия толщиной 100 нм, играющий роль металлического заднего затвора. Чтобы избежать токов утечек с двумерного газа на задний затвор, выращивается слой низкотемпературного (в нашем случае 270°C) GaAs толщиной 200 нм, содержащий большое количество дефектов, которые пиннингуют уровень Ферми в запрещенной зоне [14] По обе стороны от низкотемпературного арсенида галлия выращиваются сверхрешетки, состоящие из узких слоев AlAs перемежающихся слоями GaAs, предотвращающие диффузию точечных дефектов из низкотемпературного GaAs и примесей из заднего затвора вглубь образца. За второй сверхрешёткой выращивается слой GaAs, имеюший естественное слабое легирование акцепторами толщиной 4800 нм. Поверх наносится слой чистого AlGaAs (спейсер) толщиной 105 нм с долей алюминия 0.336, затем наносится небольшое количество кремния (дельта-легирование) и сверху наносится ещё 950 нм чистого AlGaAs. Вся структура сверху закрыта тонким слоем арсенида галлия (10 нм). Все вышеуказанные слои наносятся методом молекулярно-лучевой эпитаксии. Потом на поверхности образца вытравливается меза, вжигаются омические контакты из AuGeNi, напыляется металлический передний затвор.

GaAs и AlGaAs имеют различную ширину запрещенных зон, в области контакта зоны загибаются и дно зоны проводимости GaAs оказывается ниже уровня Ферми. На границе возникает потенциальная яма, в которую и устремляются носители заряда. Образуется двумерный электронный газ.

Схема измерений

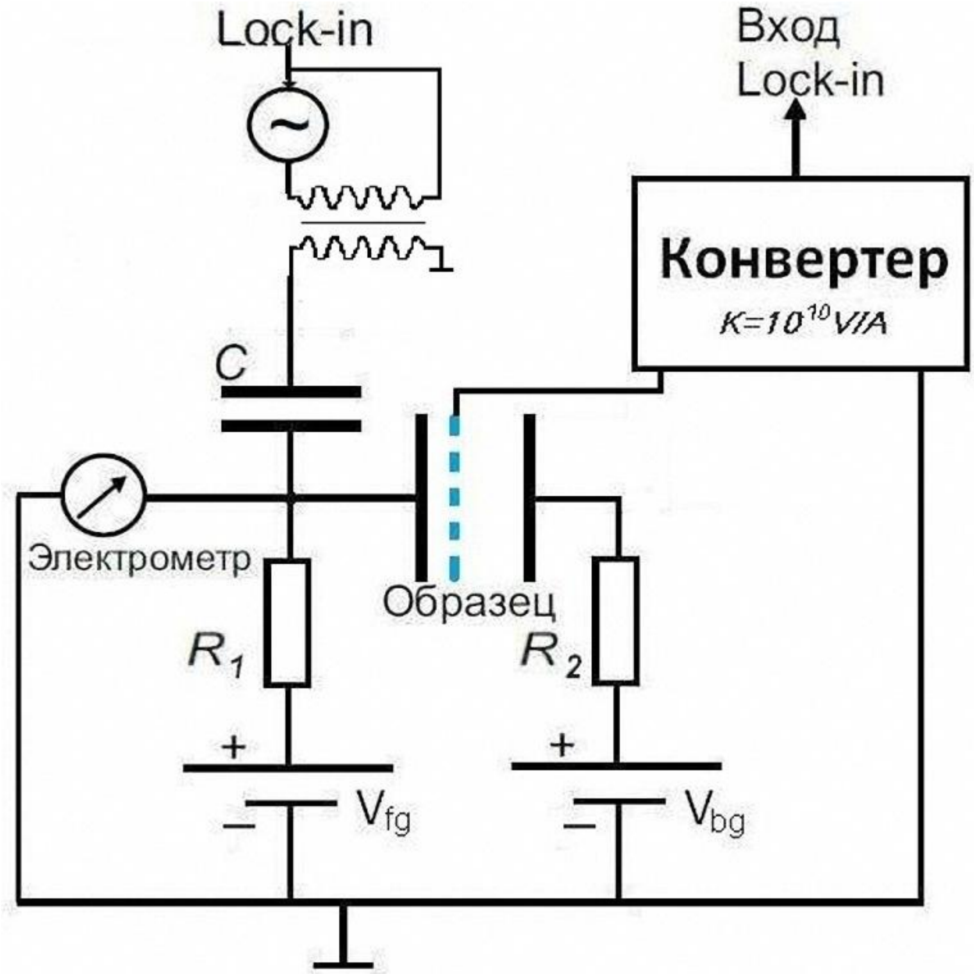

Рис. 6. Схема измерений. R_1=10 MΩ, R_2=46 MΩ, C=0.61 μF.

На рисунке 6 изображена схема для магнетоемкостных измерений [15]. Напряжение на переднем затворе модулируется небольшой переменной составляющей (2.5 мВ, от 0.6 до 21 Гц) с выхода синхронного детектора (lock-in amplifier) через разделительный конденсатор и трансформатор. Роль трансформатора состоит в развязке по земле образца от выхода Lock-in и уменьшении наводок таким образом. Постоянная составляющая напряжения на переднем затворе V_{fg} устанавливается источником напряжения. Для обнаружения утечек на двумерный электронный газ напряжение на переднем затворе контролируется электрометром. Ещё один источник напряжения поддерживает постоянное напряжение V_{bg} на заднем затворе. Действительная и мнимая компонента тока снимаются с двумерного электронного газа с помощью конвертера ток-напряжение с коэффициентом преобразования 10^{10} В/А и подаются на вход синхронного детектора. Напряжение и частота модуляции были подобраны таким образом, чтобы образец работал в линейном режиме, а также, при наличии магнитного поля, перпендикулярного поверхности образца, чтобы действительная составляющая снимаемого напряжения была пренебрежимо мала, что означает малость резистивных эффектов.

Далее приведена таблица, показывающая характерные значения величин, получаемые в эксперименте:

ВЕЛИЧИНА	ЗНАЧЕНИЕ
Напряжение модуляции	2.5 мВ
Частота модуляции	0.6÷21 Гц
Коэффициент преобразования конвертера	10^{10} В/А
Измеряемый ток	~10 пА
Погрешность измерения тока	~0.1 пА
Прикладываемое магнитное поле	до 14 Тл
Температура (определяется резистивными эффектами)	0.1÷0.3 К
Напряжение на заднем затворе (сколько выдерживал образец)	-4.5÷ +0.9В
Соотношение напряжений на заднем и переднем затворе для одинакового изменения концентрации	~20

Таблица 1: Параметры эксперимента

Снимаемая ёмкость задаётся приближенной формулой:

$$\frac{1}{C} \approx \frac{1}{C_0} + \frac{1}{e^2 D}, \quad D = \frac{dn}{d\mu}, \; C_0 = \frac{4\pi\varepsilon}{d} \quad ,$$

верной с точностью до малой поправки к второму члену $O(C_0/C_{bg})$ и до несущественных монотонных поправок, отражающих изменение уровня энергии размерного квантования при увеличении концентрации электронов (Приложение A), где C_0 – геометрическая ёмкость между передним затвором и двумерным электронным газом, $C_{bg}=4\pi\varepsilon/d_{bg}$ – геометрическая ёмкость между задним затвором и 2DEG, d и d_{bg} – расстояния от двумерного электронного газа до переднего и заднего затворов d_{bg},>>d, e – заряд электрона, D – термодинамическая плотность состояний двумерного электронного газа.

В случае дробного или целочисленного квантового эффекта Холла плотность состояний должна стремиться к 0 (в идеальном случае), а значит можно наблюдать провал в зависимости ёмкости от фактора заполнения. В реальных образцах ёмкость не доходит до нуля по причине температурного размытия, неоднородности концентрации и наличия примесей.

Экспериментальное обнаружение спинового перехода

Мы, по аналогии с целочисленным квантовым эффектом Холла [16-18], обнаруживаем спиновый переход, как двойной минимум в ёмкости. Причём положение спинового перехода по магнитному полю мы определяем, как магнитное поле, в котором наблюдается наиболее симметричный двойной провал в ёмкости. Для объяснения, почему мы выбрали именно такое определение положения спинового перехода, достаточно рассмотреть модельный образец с немонотонной зависимостью глубины провала от концентрации электронов и некоторым разбросом концентраций. То есть, по аналогии с результатам Эйзенштейна и др. [9], можно предположить, что глубина провала в ёмкости минимальна в точке спинового перехода и растёт

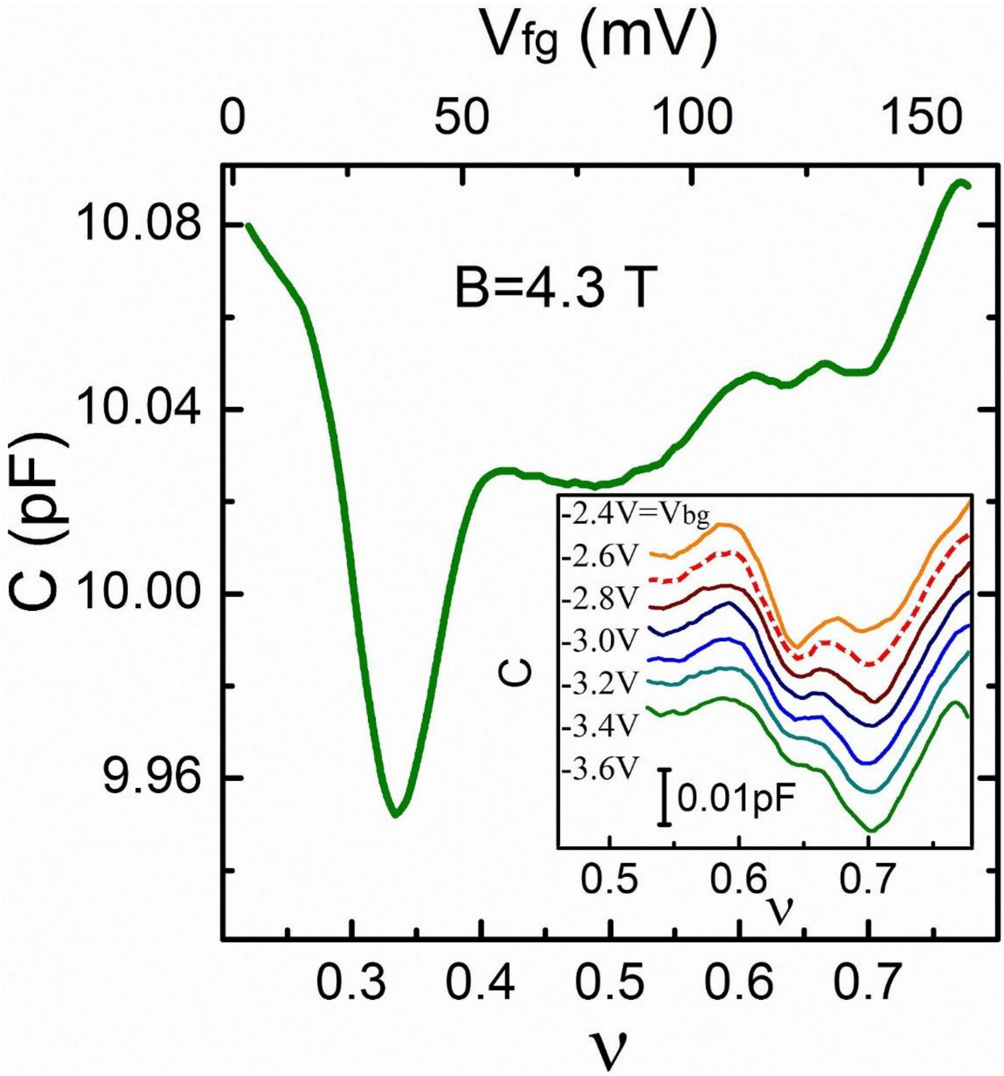

Рис. 7. Емкость как функция фактора заполнения. Концентрация и следовательно фактор заполнения устанавливался напряжением на переднем затворе, в то время как магнитное поле было фиксировано. На основном графике изображены сырые данные при напряжении на заднем затворе -3.6 В. На вставке изображена серия кривых при различных напряжениях на заднем затворе с вычтенным монотонным ходом. пунктиром изображена кривая, соответствующая спиновому переходу.

На рисунке 7 представлен экспериментальный график зависимости ёмкости от магнитного поля. На вставке представлена серия кривых для этой зависимости с вычетом монотонного хода. Как видно из рисунка, показанная пунктиром кривая является наиболее симметричной. Также можно оценить погрешность определения поля спинового перехода, как 0.2 В по напряжению заднего затвора или 0.05 Тл по магнитному полю. Погрешность оценивалась, как шаг по напряжению на заднем затворе или магнитному полю при котором двойной провал в ёмкости терял симметрию. Также видно, что провал 1/3 и 2/3 крайне несимметричны, а именно, провал ёмкости при факторе заполнения

Далее были проведены измерения в различных магнитных полях и при различных напряжениях на заднем затворе. На рисунке 8 представлена полученная зависимость поля спинового перехода от напряжения на заднем затворе. Размер кружков соответствует экспериментальной погрешности. Как мы видим, поле спинового перехода увеличивается почти в полтора раза при приложении отрицательного напряжения на задний затвор.

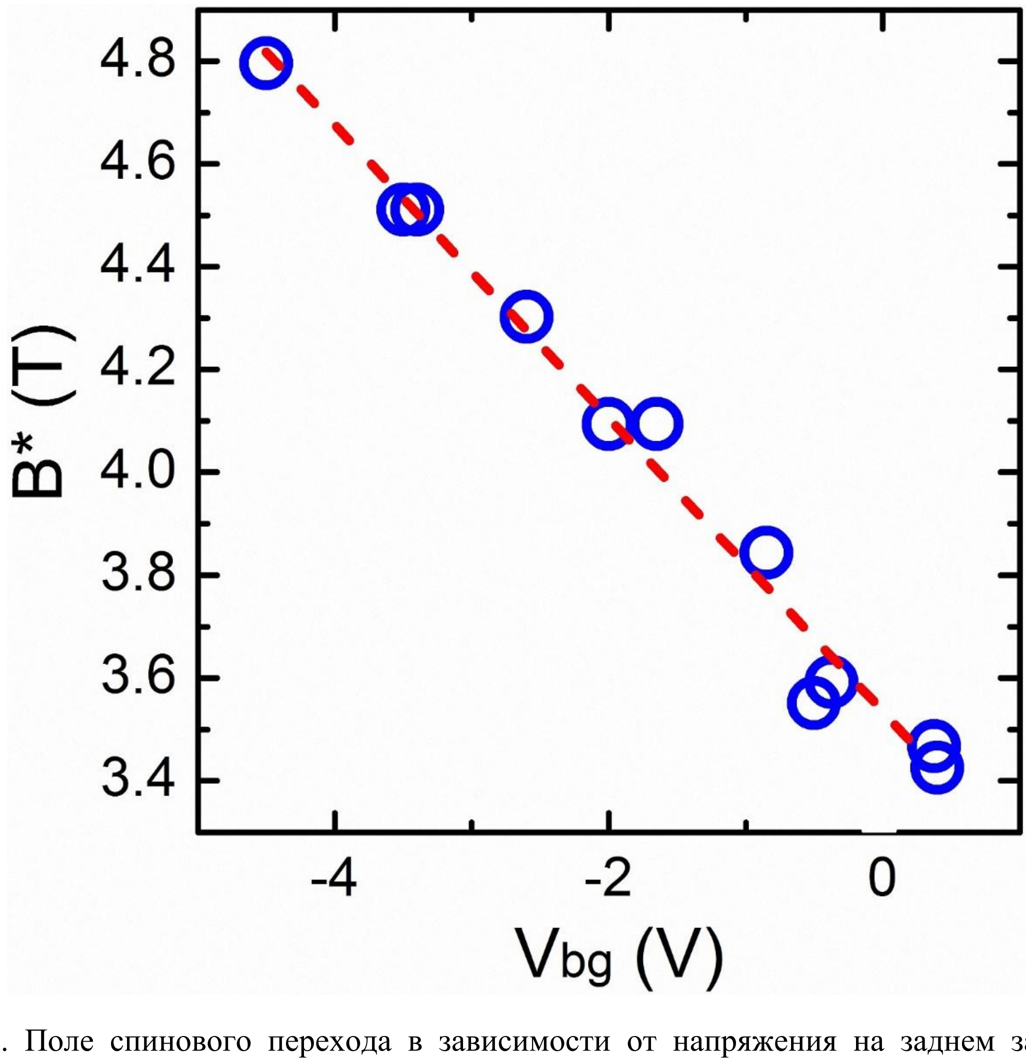

Рис. 8. Поле спинового перехода в зависимости от напряжения на заднем затворе. Размеры кружков отражают погрешность эксперимента. Красная пунктирная линия –это прямая, проведенная для удобства через кружки.

Оценка сдвига магнитного поля спинового перехода при изменении напряжения на заднем затворе

Для теоретической оценки сдвига магнитного поля спинового перехода при изменении напряжения на заднем затворе были рассмотрены следующие эффекты:

1) Перенормировка кулоновского взаимодействия за счёт уменьшения эффективной толщины двумерного электронного газа

2) Отличие g-фактора Ланде двумерного электронного газа в GaAs от известной величины за счёт непараболичности энергетического спектра

3) Изменение g-фактора за счёт проникновения волновой функции внутрь AlGaAs

Последний эффект даёт пренебрежимо малый вклад в сдвиг поля спинового перехода. Эффект проникновения был оценен (Приложение Б), оказалось, что примерно 2% волновой функции проникает за энергетический барьер между GaAs и AlGaAs. Это даёт изменение g-фактора Ланде не более, чем 0.01, что намного меньше, чем даст второй эффект и меньше, чем точность нашего эксперимента.

Положение спинового перехода определяется, как было сказано выше, конкуренцией между кулоновской разницей энергии спин-поляризованного и –неполяризованного состояний и зеемановской добавки к энергии спин-поляризованного состояния:

$$\alpha_{P=0}F\,\frac{e^2}{\varepsilon l_B}=\alpha_{P=1}F\,\frac{e^2}{\varepsilon l_B}-g\mu_B B\Leftrightarrow \alpha F\,\frac{e^2}{\varepsilon}\sqrt{\frac{e}{\hbar c}}\sqrt{B}=\frac{1}{2}g\mu_B B\Leftrightarrow B=\frac{4e^5}{\varepsilon^2 c\mu_B{}^2\hbar}\left(\frac{\alpha F}{g}\right)^2$$

в этой формуле число F<1 – величина, отвечающая за перенормировку кулоновского взаимодействия , g – g-фактор Ланде, μ_B – магнетон Бора, B– магнитное поле, а α – разница энергий основных состояний спин-поляризованных и спин-неполяризованных электронов в ДКЭХ при факторе заполнения 2/3, выраженная в единицах кулоновского масштаба энергии $e^2/\varepsilon l_B$.

При приложении отрицательного поля на задний затвор, кулоновская энергия вырастет по абсолютному значению вместе с числом F, вырастет кинетическая энергия электронов, а значит g-фактор, будучи отрицательным, уменьшится по абсолютной величине.

Видим, что как изменение форм-фактора кулоновского взаимодействия, так и изменение g-фактора, дадут удвоенное по относительной величине изменение магнитного поля спинового перехода:

$$\Delta B / B \approx 2\Delta F / F - 2\Delta g / g \ ,$$

причём оба эффекта меняют поле спинового перехода в одну и ту же сторону, а именно увеличивают при приложении отрицательного V_{bg}.

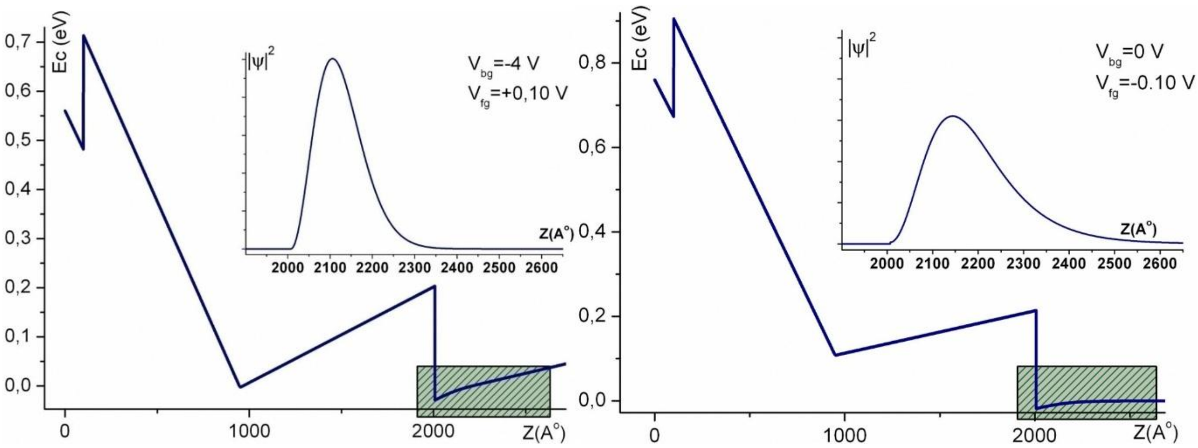

Рис. 9. Волновая функция электронов при различных напряжениях на заднем затворе, но при одной и той же концентрации, промоделированная программой 1D-Poisson Грега Снайдера [25]. Концентрация электронов поддерживалась постоянной с помощью переднего затвора.

Мы промоделировали волновую функцию электронов на гетеропереходе, решая совместно одномерные уравнения Пуассона и Шредингера с помощью программы 1D-Poisson Грега Снайдера [25]. С помощью этой программы были получены основные параметры волновой функции электронов в направлении вглубь образца, а именно её ширина (дисперсия) и средняя глубина залегания. На рисунке 9 показаны волновые функции электронов при различных напряжениях на заднем затворе, но одной и той же концентрации. Из рисунка видно, что как ширина волновой функции, так и расстояние от гетероперехода до центра волновой функции, меняются значительно (так как при нулевом напряжении на переднем затворе потенциальная яма гораздо более пологая, то и волновая функция гораздо шире). Также, для моделирования изменения g-фактора из-за непараболичности, была получена средняя кинетическая энергия электронов.

Была выбрана следующая процедура обработки экспериментальных данных и их теоретической проверки:

1. Были промоделированы в программе 1D-Poisson зависимости ширины волновой функции (дисперсии) и кинетической энергии электронов при различных концентрациях от напряжения на заднем затворе. Дисперсия D и кинетическая энергия T определялись формулами:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi_{zz} + U(z)\psi = E\psi \Rightarrow T_z = \int_{z=0}^{\infty} \frac{\hbar^2}{2m}\psi_z{}^2 dz = \int_{z=0}^{\infty} (E - U(z))\psi^2 dz$$

$T = T_z + \hbar\omega_c$ - добавляется энергия в магнитном поле

$$D = \sqrt{<(z-\bar{z})^2>} = \sqrt{\int_{z=0}^{\infty} \psi(z)^2 z^2 dz - \left(\int_{z=0}^{\infty} \psi(z)^2 z dz\right)^2}$$

2. Из статьи [8] были взяты данные по перенормировке кулоновского взаимодействия, а именно зависимость F<1 от D. Из статей [19,20] была получена величина W, имеющая размерность энергии, отвечающая за изменение g-фактора Ланде за счёт непараболичности: $\Delta g = T / \mathrm{W}$. $\mathrm{W} = (150 \pm 15)\,\mathrm{meV}$.

3. Средняя точка по напряжению на заднем затворе (примерно -2В) была взята за опорную. Полученные данные были подставлены в уравнение:

$$\alpha \cdot F(\mathrm{V}_{bg})\sqrt{B} = \mu_B g(\mathrm{V}_{bg})B$$

   Константа α была выбрана таким образом, чтобы магнитное поле спинового перехода при V_{bg}=-2 В попало в опорную точку. Дальше, используя полученные зависимости форм-фактора и g-фактора Ланде от напряжения на заднем затворе и концентрации было найдено магнитное поле спинового перехода при других напряжениях на заднем затворе.

Полученные результаты изображены на рисунке 10. Экспериментальная кривая хорошо описывается теоретическим расчётом. Видно, что как учёт только изменения g-фактора, так и только перенормировки кулоновского взаимодействия объясняют только половину эффекта. Более того, рассчитанная в [8] константа α=0.0036 меньше нашей α≈0.0046 всего на около 30%, что можно объяснить ошибкой интерполяции при расчёте весьма малой разницы энергий основных состояний (менее 1% от самой энергии основного состояния). Погрешность определения α можно оценить, зная погрешность определения g-фактора (примерно 1%) и числа F (примерно 3%), т.о. погрешность определения α будет около 8%, либо α=(0.0046±0.0004) .

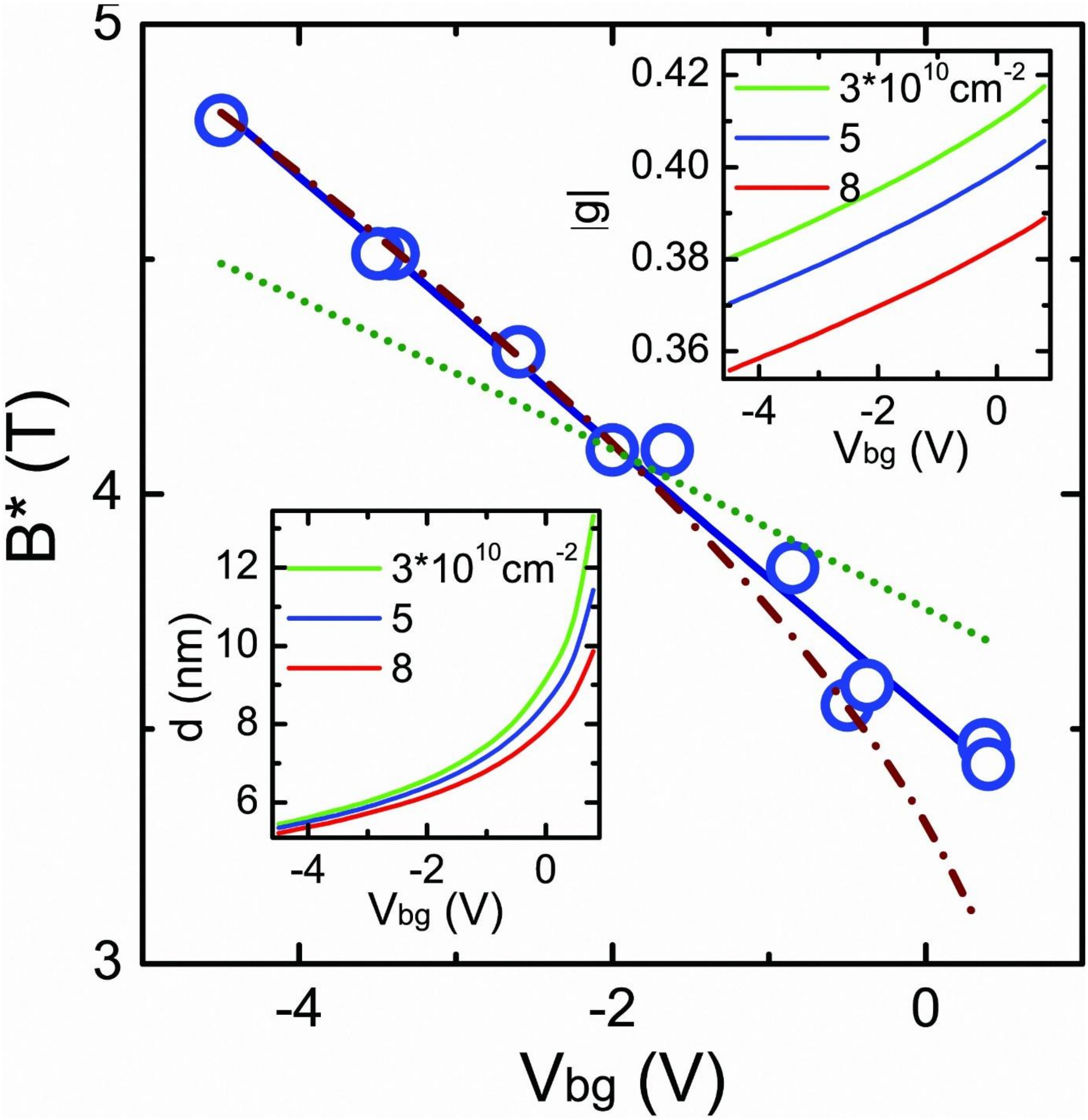

Рис. 10. Сравнение экспериментальных данных с теоретической кривой. Зелёными точками изображена теоретическая кривая с учётом изменения только g-фактора ($\alpha \approx 0.0041$). Коричневым штрих-пунктиром изображена кривая с учётом изменения g-фактора и перенормировки кулоновского взаимодействия ($\alpha \approx 0.0046$). В левом нижнем углу на вставке показана полученная моделированием зависимость дисперсии волновой функции электронов от напряжения на заднем затворе при различных концентрациях. В правом верхнем углу изображена полученная моделированием зависимость абсолютного значения g-фактора от напряжения на заднем затворе.

Симметрия провалов при факторах заполнения 1/3 и 2/3

Предположение об электрон-дырочной симметрии приводит к симметричным провалам в ёмкости в больших магнитных полях при факторах заполнения 1/3 и 2/3. В малых же полях, вблизи спинового перехода, провал при факторе заполнения 2/3 весьма мелкий по сравнению с 1/3. Таким образом, спиновые эффекты ощутимо проявляются и в симметрии провалов, либо в величине скачков химического потенциала при соответствующих факторах заполнения [23]. На рисунке 9 изображены провалы в магнетоёмкости, как функция фактора заполнения.

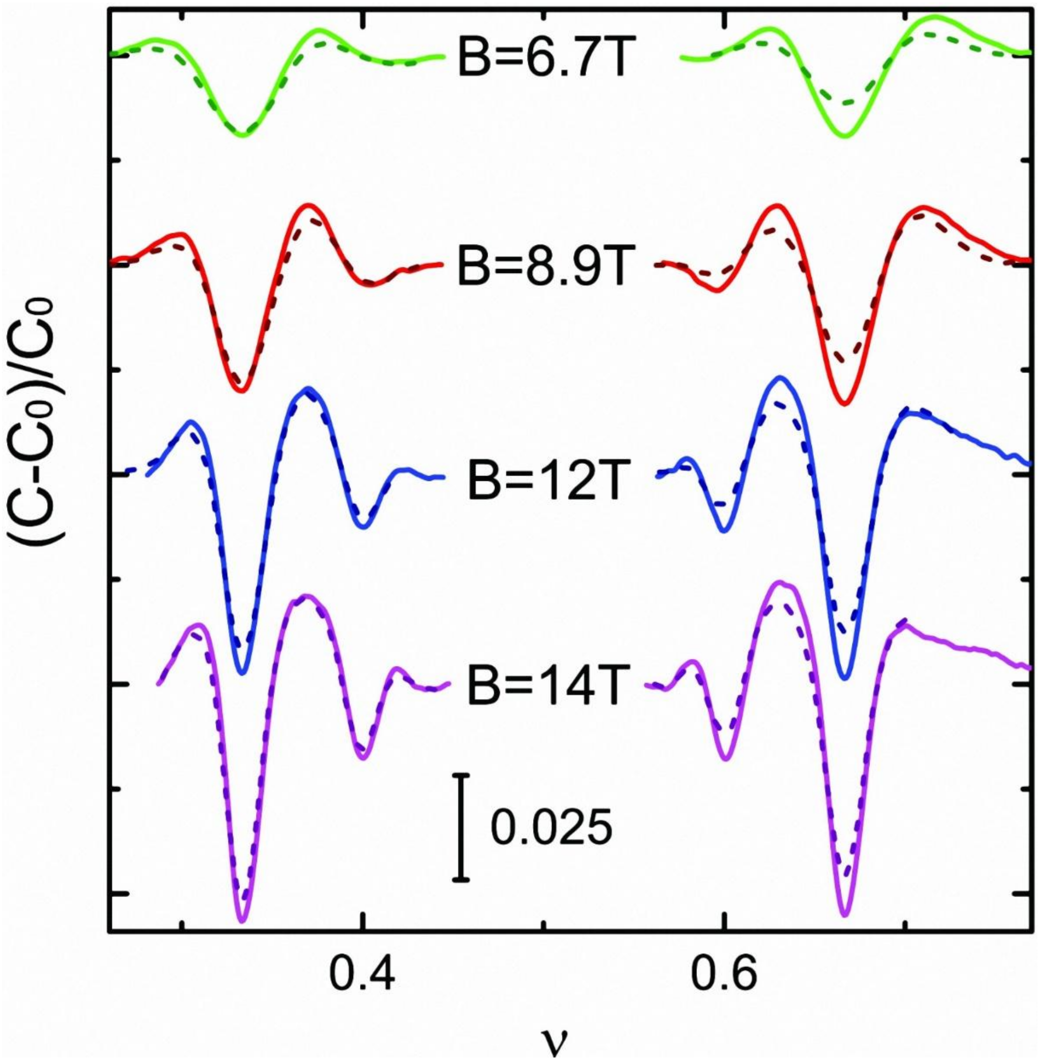

Рис. 11. Провалы в относительной величине магнетоёмкости $(C-C_0)/C_0$ в зависимости от фактора заполнения. Сплошной линией изображены кривые снятые при напряжении на заднем затворе +0.8 В, пунктиром – при -4.5 В.

Видно, что при положительном напряжении на заднем затворе провалы симметричные уже в полях порядка 7 Тл, а при отрицательном – симметрия появляется только в больших полях, от 12 Тл и выше (пунктир). Далее мы проинтерпретируем этот факт с помощью более низкого поля спинового перехода при положительном напряжении на заднем затворе

Далее провалы в магнетоёмкости были проинтегрированы и были найдены величины скачков химического потенциала. В статье [23] была использована процедура учёта влияния беспорядка и неоднородностей в образце на скачок химического потенциала в предположении, что влияние описывается гауссовым размытием провала в магнетоёмкости и что провалы магнетоёмкости без учёта беспорядка, подобны друг другу. Для сравнения, мы также использовали данную процедуру и нашли скорректированные величины скачков химического потенциала. Величины скачков, как просто проинтегрированных, так и скорректированных, изображены на рисунке 12.

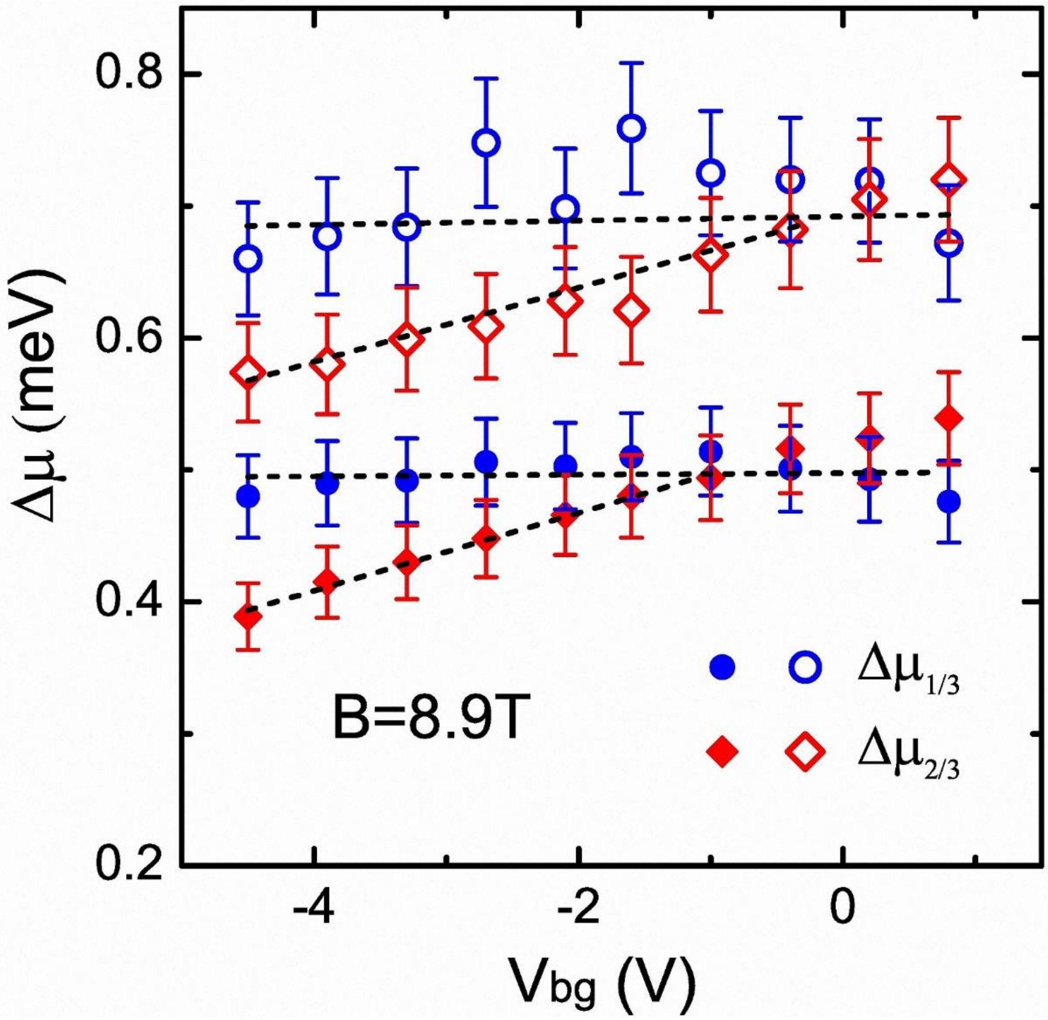

Рис. 12. зависимость скачка химического потенциала при факторах заполнения 1/3 и 2/3 в магнитном поле 8.9 Тл. Пустыми символами обозначены величины скачков полученные с помощью процедуры, описанной в [23]. Пунктирные линии проведены для удобства через красные и синие наборы символов отдельно.

Из рисунка видно, что скачки хим. потенциала при факторах заполнения 1/3 и 2/3 отличаются при отрицательном напряжении на заднем затворе, и становятся с экспериментальной точностью равными при положительном напряжении на заднем затворе. При факторе заполнения 1/3 скачок химического потенциала в чистой системе должен был бы себя вести кулоновским образом, а значит увеличиваться при уменьшении напряжения на заднем затворе (из-за перенормировки кулоновского взаимодействия и увеличения числа F). В больших полях скачок химического потенциала при факторе заполнения 2/3 также становится кулоновским и должен вести себя похожим образом. Однако, влияние беспорядка при отрицательных напряжениях на заднем затворе также увеличивается (волновая функция прижимается к интерфейсу), таким образом эффекты направлены в разную сторону.

Попробуем проинтерпретировать полученные скачки хим. потенциала в рамках модели композитных фермионов.

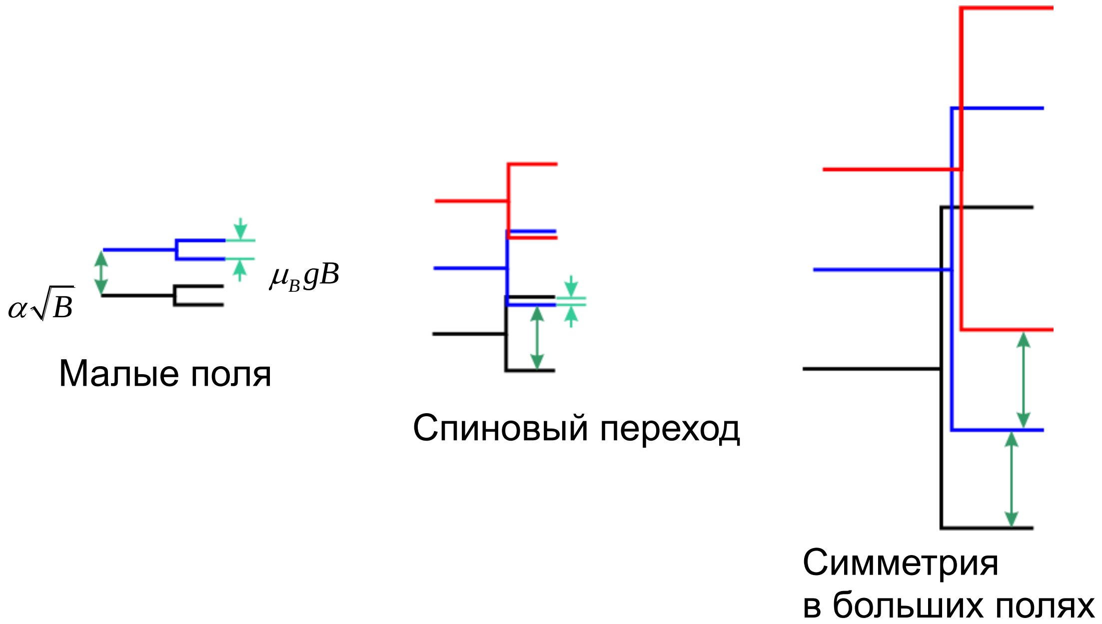

Рис. 13. Схематическое изображение скачков хим. потенциала для квазичастиц в модели композитных фермионов.

На рисунке 13 изображена систематика уровней квазичастиц в модели композитных фермионов. Уровни Ландау для композитных фермионов сперва разделены кулоновской щелью, потом зеемановской. Видим, что в малых полях кулоновский вклад преобладает, и, как следствие, скачок хим. потенциала на факторе заполнения 1/3 должен вести себя зеемановским образом, а на факторе заполнения 2/3, как разница кулоновской и зеемановской щелей. При поле спинового перехода скачок химического потенциала на факторе заполнения 2/3 обращается в 0. Далее скачок хим. потенциала на факторе заполнения 1/3 ведёт себя кулоновским образом от магнитного поля, а при факторе заполнения 2/3, как разница зеемановской и кулоновской щелей. Ну и наконец, когда поле становится очень большим, то ожидается, что оба скачка хим. потенциала будут вести себя кулоновским образом от магнитного поля, то есть будут пропорциональны корню из поля, а также, при равной разнице энергий между уровнями, эти скачки будут равны. Для качественного понимания поведения магнитного поля, при котором скачки симметризуются, от напряжения на заднем затворе, предположим, что уровни энергии равноудалены друг от друга. Тогда условие спинового перехода будет выражаться, как:

$$\alpha F\frac{e^2}{\varepsilon l_B} = \mu_B g^* B$$

Условие же симметризации, когда оба скачка химического потенциала станут кулоновскими, запишется следующим образом:

$$2\alpha F\frac{e^2}{l_B} = \mu_B g^* B$$

Учитывая, что l_B обратно пропорциональна $\sqrt{B}$, получаем, что магнитное поле симметризации примерно в 4 раза больше, чем поле спинового перехода при таком же электрическом поле. Таким образом понятно, почему провалы ёмкости симметризуются и скачки химического потенциала уравниваются раньше для более положительного напряжения на заднем затворе. Однако, отношение полей меньше, чем четыре, это может объясняться как отличием уровней энергии от тех, что были при спиновом переходе и тем, что они не равноудалены друг от друга, так и тем, что здесь g* уже эффективный g-фактор Ланде, который учитывает взаимодействие.

В наших предположениях, в тех полях, когда скачки химического потенциала ещё не уравнялись, сумма их будет равна зеемановской энергии с эффективным g-фактором Ланде g*. Но при его вычислении надо учесть, что при переносе заряда одного электрона на верхний уровень композитных фермионов, переносится три квазичастицы (либо, что заряд квазичастицы, как это уже обсуждалось во введении, дробный и равен e/3). Если вычислить g* для скачков хим. потенциала, представленных на рис. 10, то он будет около $2.7/3 \approx 0.9$.

Выводы

Положение спинового перехода при факторе заполнения 2/3 в дробном квантовом эффекте Холла сильно зависит от напряжения на заднем затворе, и, как следствие, от ширины волновой функции двумерного электронного газа. Полученный сдвиг положения спинового перехода при приложении напряжения на задний затвор объясняется без подгоночных параметров эффектами перенормировки кулоновского взаимодействия и изменения g-фактора Ланде за счёт непараболичности энергетического спектра, причём оба эффекта дают примерно одинаковый вклад. Из экспериментальных данных получена разница энергий спин-поляризованного и –неполяризованного основных состояний при факторе заполнения 2/3, которая оказалась равна $(0.0046\pm0.0004)e^2/(\varepsilon l_B)$.

Была исследована симметрия между провалами в магнетоёмкости в полях больших, чем поле спинового перехода, а также поведение скачков хим. потенциала при факторах заполнения 1/3 и 2/3. Оказалось, что в больших полях провалы симметризуются, причём для более положительного напряжения на заднем затворе симметрия наступает раньше. Поведение провалов и скачков хим. потенциала было качественно проинтерпретировано в рамках модели композитных фермионов. Из экспериментальных данных был оценен эффективный g-фактор для композитных фермионов, который оказался примерно равен 0.9.

Полученные результаты подтверждают важность спиновых эффектов в дробном квантовом эффекте Холла.

Приложение А. Магнетоемкостные измерения.

Рассмотрим двумерный электронный газ в гетероструктуре, зонная структура которой изображена на рисунке А1. Для данного газа попытаемся выразить свободную энергию F через геометрические параметры системы, энергию уровня размерного квантования электронов а также кинетическую энергию электронов. Далее, дифференцируя свободную энергию, мы сможем выразить электрическую емкость образца через плотность состояний 2DEG (двумерного электронного газа) [25].

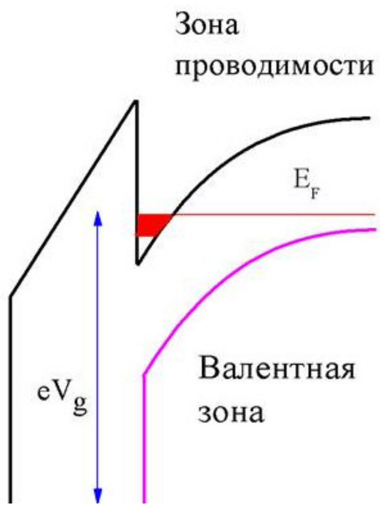

Рис.А1. Зонная структура образца

Здесь и далее мы принимаем следующие обозначения: X_A означает, что величина X считается на единицу площади, A – площадь, m – эффективная масса электрона в GaAs, $m \approx 6.1\cdot10^{-29}г$, ε – коэффициент диэлектрической проницаемости GaAs, $\varepsilon \approx 12.9$, η – концентрация электронов, $\eta = |\psi(x,y,z)|^2 N$, N – общее количество электронов, ψ(x,y,z) – волновая функция электронов, $\psi(x,y,z) = \psi(z)\cdot\xi(x,y)$, n – двумерная концентрация электронов, $n = |\xi(x,y)|^2 N$

Полная свободная энергия системы складывается из энергии электрического поля между точками A и B, полной потенциальной энергии электронов 2DEG, отсчитываемой от дна зоны проводимости на границе гетероперехода, полной кинетической энергии электронов в направлении оси z, а также полной свободной энергии 2DEG в поперечном направлении F⊥: $F = U_1 + NU_2 + NT_z + F_\perp$. Уровень размерного квантования, отсчитываемый от дна зоны проводимости на границе гетероперехода, задается формулой

$$E_z = 2U_2 + T_z. \qquad U_2 = \frac{eAn_A}{2}\int_{z=0}^{\infty}\varphi_{final}(z)\psi^*(z)\psi(z)dz$$

Множитель ½ отражает двукратный учёт энергии парного кулоновского взаимодействия.

Получим формально из уравнения Шредингера уровень размерного квантования E_z, проинтегрировав уравнение по частям.

$$\psi(x,y,z) = \psi(z)\cdot\xi(x,y); \quad \left(\frac{\hat{p}_z^{\,2}}{2m} + e\varphi(z)\right)\psi(z) = E_z(z)\psi(z);$$

$$E_z = \frac{\hbar^2}{2m}\int_{z=0}^{\infty}|\psi'|^2(z)dz + e\int_{z=0}^{\infty}|\psi|^2(z)\varphi(z)dz = T_z + 2U_2$$

Также, потенциальная энергия поля в слое AlGaAs выражается следующей формулой:

$$U_1 = \frac{\varepsilon E_0^{\;2}}{8\pi} Ad = \frac{2\pi n_A^{\;2} e^2 Ad}{\varepsilon};$$

Таким образом, формула для свободной энергии на единицу площади выглядит следующим образом:

$$F_A = \frac{2\pi n_A^{\;2} e^2 d}{\varepsilon} + n_A \frac{\hbar^2}{2m} \int_{z=0}^{\infty} |\psi_z|^2 dz + \frac{1}{2} e \int_{z=0}^{\infty} \varphi(z) \eta_A(z) dz + F_\perp / A =$$

$$= \frac{2\pi n_A^{\;2} e^2 d}{\varepsilon} + n_A E_z + F_\perp / A - \frac{1}{2} e n_A \int_{z=0}^{\infty} \varphi(z) \frac{\eta_A(z)}{n_A} dz$$

Обозначим $E_0 = E_z - U_2$. Предположим, что мы подключили структуру к батарее и меняем напряжение V:

$$Ve\delta n_A = \delta F_A = \frac{4\pi e^2 d \cdot n_A}{\varepsilon} \delta n_A + E_0 \delta n_A + \frac{\partial E_0}{\partial n_A} \delta n_A + \mu \delta n_A \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = \frac{4\pi n_A}{\varepsilon e} + E_0 + \frac{1}{e} \frac{\delta E_0}{\delta n_A} + \frac{\mu}{e}$$

Где $\mu = \frac{1}{A} \frac{\delta F_\perp}{\delta n_A}$ – по определению химпотенциал 2DEG на единицу площади.

Как известно, емкость выражается через напряжение, как

$$\frac{1}{C_A} = \frac{\delta V}{\delta q_A} = \frac{1}{e} \frac{\delta V}{\delta n_A}$$

Подставляем, получаем окончательное выражение для емкости:

$$\frac{1}{C_A} = \frac{4\pi d}{\varepsilon} + \frac{2}{e^2} \frac{\delta E_0}{\delta n_A} + \frac{n_A}{e^2} \frac{\delta^2 E_0}{\delta n_A^{\;2}} + \frac{1}{e^2} \frac{1}{D_A}$$

В последней формуле $D_A = \delta n_A / \delta \mu$ – термодинамическая плотность состояний 2DEG на единицу площади. Оценим первый и основной член – геометрическую емкость, толщина слоя AlGas $d \approx 2000$ Å. $\frac{1}{C_0} = \frac{4\pi d}{\varepsilon} \approx \frac{1}{57\, нФ/см^2}$. В отсутствие магнитного поля с большой точностью можно считать плотность состояний постоянной, причем её вклад в емкость будет $\frac{1}{e^2} D_A \approx \frac{m}{\pi \hbar^2 e^2} \approx 2.5 \cdot 10^{-7} см \approx \frac{1}{4.5 \mu Ф / см^2} << \frac{1}{C_A} \approx \frac{1}{50 нФ / см^2}$. Заметим, что такая плотность состояний дает вклад порядка 1% в емкость образца. Емкость образца можно оценить, зная его площадь $A \approx 2 \cdot 10^{-4} cm^2$. $C \approx 2 \cdot 10^{-4} cm^2 \cdot 50\, nF/cm^2 \approx 10 pF$. Члены, связанные с производной энергии по концентрации малы и на результат опыта не влияют, так как дают дополнительный монотонный ход ёмкости. При наличии заднего затвора, часть электронов будет перетекать на задний затвор, т.к. часть поля будет проходить через двумерный электронный газ и ко всем слагаемым. кроме первого добавится множитель $1 - C_{bg}/C_0$

Приложение Б. Оценка эффекта проникновения

Так как скачок потенциала на гетеропереходе имеет конечную величину, то часть электронов проникает в AlGaAs. Разница g-факторов Ланде в AlGaAs и GaAs примерно 0.9, потому изменение g-фактора Ланде за счёт проникновения $\Delta g_{penetration} = \eta(g_{AlGaAs} - g_{GaAs}) \approx 0.9\eta$, где η – коэффициент проникновения.

Решим следующую модельную задачу, изображенную на рисунке Е1. Потенциал слева от интерфейса равен какой-то величине E_0, уровень энергии электронов в яме находится из моделирования и равен E, основные параметры волновой функции электронов, как дисперсия σ и средняя удалённость от интерфейса <z>, тоже известны из моделирования.

$$\langle l \rangle = \int_{z=0}^{\infty} \psi^2(z) z dz, \; \sigma = \sqrt{\int_{z=0}^{\infty} \psi^2(z)(z - \langle z \rangle)^2 dz}$$

Нужно оценить, какая часть волновой функции проникла через интерфейс.

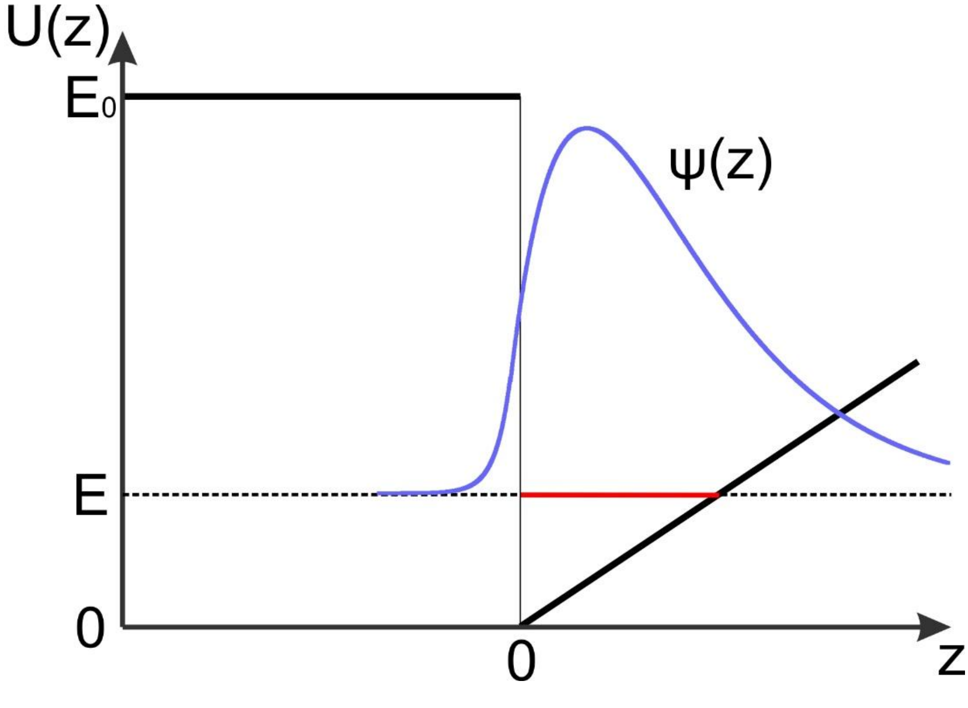

Рис. Б1. Постановка задачи. Черной линией изображена зависимость потенциальной энергии, синей – искомая волновая функция.

Для оценки мы аппроксимируем волновую функцию электронов в направлении перпендикулярном интерфейсу функцией Фэнга-Говарда $\psi_{FH}(z) = \left(b^3/2\right)^{1/2} z e^{-bz/2}$. Для функции Фэнга-Говарда средняя глубина залегания электронов и среднеквадратичное отклонение их положения соответственно равны:

$$\langle z\rangle = \int\limits_{z=0}^{\infty} \psi_{FH}{}^{2}(z) z dz = \frac{3}{b}; \ \ \sigma = \sqrt{\int\limits_{z=0}^{\infty} \psi_{FH}{}^{2}(z)(z-\langle z\rangle)^{2} dz} = \frac{\sqrt{3}}{b}$$

На рисунке Б2 концентрация электронов, как функция координаты z, промоделированная при помощи программы 1D-Poisson, была аппроксимирована функцией Фэнга-Говарда. Отличие дисперсии и глубины залегания рассчитанной функции от функции Фэнга-Говарда составило не более 10%.

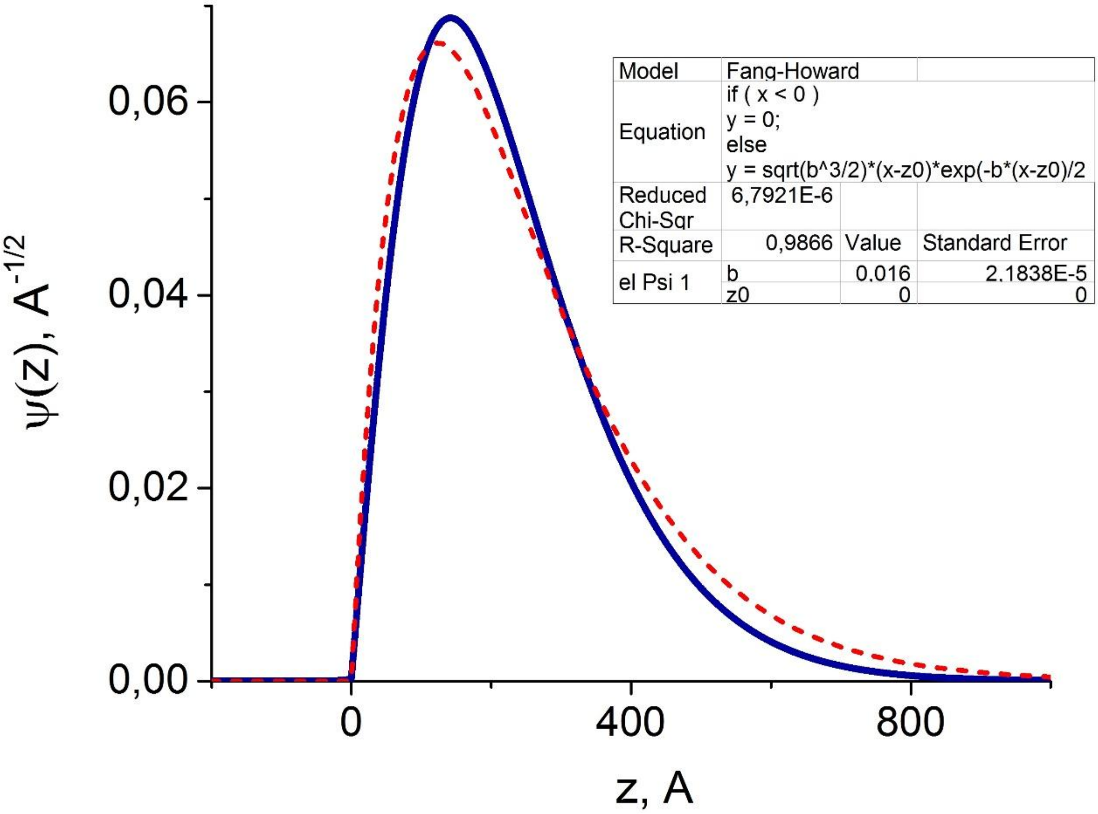

Рис. Б2. Аппроксимация рассчитанной волновой функции функцией Фэнга-Говарда.

Решение уравнения Шредингера слева от интерфейса:

$$\frac{\hbar^{2}}{2m^{*}} \Delta\psi = (E_{0}-E)\psi \Leftrightarrow \psi(z) = C e^{\kappa z}, \ \ \kappa = \sqrt{\frac{2m^{*}(E_{0}-E)}{\hbar^{2}}}$$

Для определения константы C сошьём производные на интерфейсе (производная функции Фэнга-Говарда слабо зависит от координаты в нуле). Сшивка аналогична тому, что функция Фэнга-Говарда немного смещена вдоль оси z, чтобы дать ненулевое значение волновой функции в начале координат. Получаем константу C и коэффициент проникновения η, который выражаем через среднеквадратичное отклонение положения электронов σ:

$$C = \frac{1}{\kappa}\left(\frac{b^{3}}{2}\right)^{1/2}, \ \ \eta = \int\limits_{z=-\infty}^{0} \psi(z)^{2} dz = \frac{b^{3}}{4\kappa^{3}} \approx \frac{3\sqrt{3}\hbar^{3}}{4\sigma^{3}\left(2m^{*}(\mathrm{E}_{0}-E)\right)^{3/2}}$$

Теперь оценим максимальную разницу Δg, которая может получиться при концентрациях и напряжениях на заднем затворе, при которых в нашем эксперименте происходил спиновый переход. Для этого в таблице Б1 приведены параметры, полученные из моделирования и рассчитано изменение g-фактора за счёт эффекта проникновения:

V_{bg}, В	B*, Тл	n, $см^{-2}$	σ, Å	<z>, Å	E_0-E, мэВ	Δg≈0.9η
-4.5	4.8	7.7	52	113	230	0.032
0.4	3.4	5.5	93	186	246	0.006

Таблица Б1. Изменение g-фактора за счёт эффекта проникновения.

Таким образом, оцененное изменение g-фактора за счёт эффекта проникновения составляет 0.032-0.006=0.026. Основная проблема представленной оценки это то, что функция Фэнга-Говарда плохо описывает поведение волновой функции вблизи начала координат, имея разрыв производной и нулевое значение в нуле, подразумевается бесконечно высокий потенциальный барьер. Требуется более точная оценка эффекта проникновения, которая приведена ниже.

Будем считать, что слева от интерфейса потенциальная энергия $U = Const = E_0 - E$. Тогда волновая функция слева от интерфейса равна

$$\psi_I(z) = Ce^{\kappa z}, \kappa = \sqrt{2m(E_0 - E)/\hbar^2}$$

Заметим, что коэффициент проникновения η определяется производной волновой функции на интерфейсе в точке z=0.

$$\psi_I\,'(0) = C\kappa \Rightarrow C = \frac{\psi\,'(0)}{\kappa} \Rightarrow \eta = \int\limits_{z=-\infty}^{0} \psi(z)^2 dz = \frac{C^2}{2\kappa} = \frac{\psi\,'(0)^2}{2\kappa^3}$$

Для нахождения производной волновой функции в нуле воспользуемся уравнением Шредингера:

$$\psi''(z) = \frac{2m^*}{\hbar^2}\big(U(z) - E\big)\psi \Rightarrow \psi'(0) = \underbrace{\psi'(z_{peak})}_{=0} + \int\limits_{0}^{z_{peak}} \frac{2m^*}{\hbar^2}\big(E - U\big)\psi dz$$

На рисунке Б3 изображены области, по которым мы интегрируем. Нашей задачей будет оценить интеграл сверху и показать, что даже при такой оценке эффект проникновения будет мал. Функция Фэнга-Говарда хорошо описывает волновую функцию на удалении от интерфейса, потому мы будем интегрировать её.

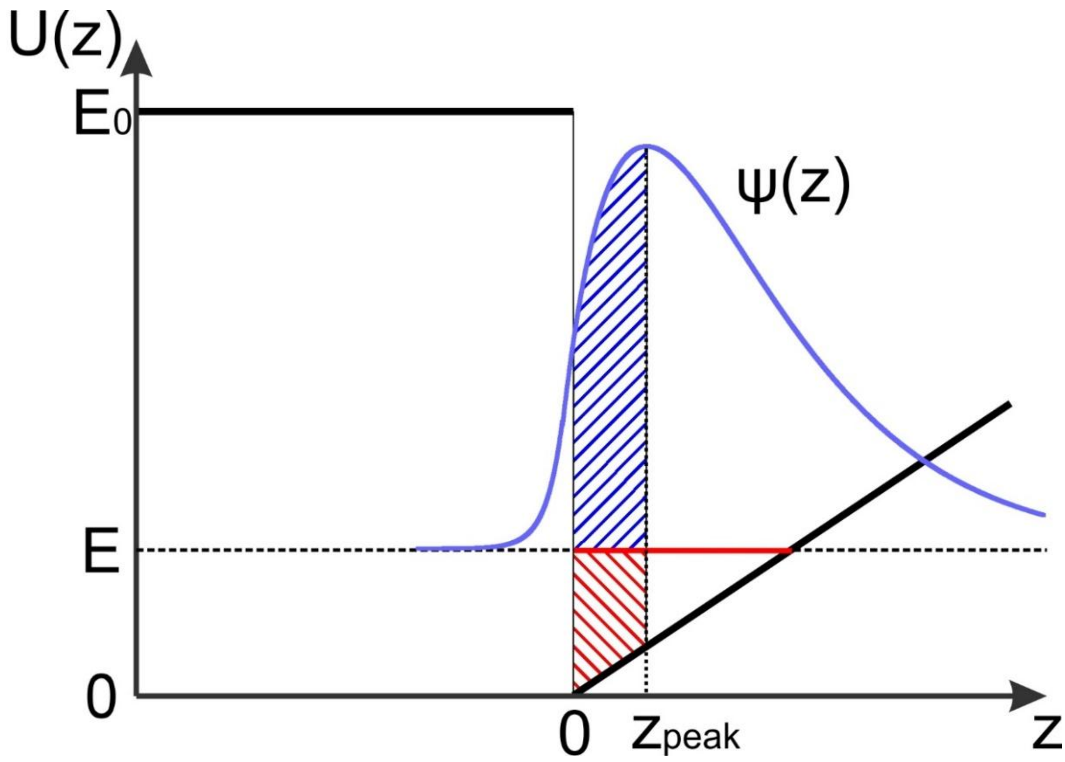

Рис. Б3. Для нахождения производной волновой функции в нуле нужно свернуть красную площадь E-U(z) с синей площадью ψ(z) по z.

Пик функции Фэнга-Говарда находится на глубине 2/b, точка равенства E и U на глубине 4/b, несложно оценить интеграл сверху, основываясь на выпуклости вверх функций U(z) и ψ(z):

$$\psi'(0) \approx \int_0^{z_{peak}} \frac{2m^*}{\hbar^2}(E-U)\psi_{FH}dz \le \frac{2m^*}{\hbar^2}\cdot\frac{3}{4}E\int_0^{2/b}\psi_{FH}dz \approx \frac{9m^*E}{8\hbar^2\sqrt{b}}$$

$$\eta \le \left(\frac{9m^*E}{8\hbar^2\sqrt{b}}\right)^2 / (2\kappa^3) = \frac{81}{128}\left(\frac{E}{E_0-E}\right)^2\frac{\kappa}{b},\ b \approx \frac{3}{\langle l\rangle} \approx \frac{\sqrt{3}}{\sigma}$$

V_{bg}, В	B*, Тл	σ, Å	<l>, Å	E, мэВ	E_0, мэВ	κ/b	Δg≈0.9η
-4.5	4.8	52	113	29	260	1.9	0.017
0.4	3.4	93	186	14		3.5	0.007

Таблица Б2. Изменение g-фактора за счёт эффекта проникновения. Уточнённая оценка.

Таким образом, разница между g-факторами при крайних напряжениях на заднем затворе составляет 0.01, что гораздо меньше изменения за счёт непараболичности и входит в нашу экспериментальную погрешность 5% определения положения спинового перехода.

Список литературы

[1] K. v. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper, New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance. Phys. Rev. Lett. 45, 494. (1980).

[2] D.C. Tsui, H.L. Stormer, A.C. Gossard, Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit. Phys. Rev. Lett. 48, 1559 (1982).

[3] R. Willett, J. P. Eisenstein, H. L. Störmer, D. C. Tsui, A. C. Gossard and J. H. English, Observation of an even-denominator quantum number in the fractional quantum Hall effect. Phys. Rev. Lett. 59, 1776 (1987).

[4] R. B. Laughlin, Quantized motion of three two-dimensional electrons in a strong magnetic field. Phys. Rev. B 27, 3383 (1983).

[5] R. B. Laughlin, Anomalous quantum Hall effect: An incompressible quantum fluid with fractionally charged excitations. Phys. Rev. Lett. 50, 1395 (1983).

[6] J.K. Jain, Composite fermion approach for fractional quantum Hall effect. Phys. Rev. Lett. 63: 199 (1989).

[7] B. I. Halperin, P.A. Lee and N. Read, Theory of the half-filled Landau level. Phys. Rev. B 47. 7312 (1993).

[8] S. C. Davenport and S. H. Simon, Spinful composite fermions in a negative effective field. Phys. Rev. B 85, 245303 (2012).

[9] J. P. Eisenstein, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Evidence for a spin transition in the ν=2/3 fractional quantum Hall effect. Phys. Rev. B 41, 7910 (1990).

[10] V. S. Khrapai, A. A. Shashkin, M. G. Trokina, V. T. Dolgopolov, V. Pellegrini, F. Beltram, G. Biasiol, and L. Sorba, Direct Measurements of Fractional Quantum Hall Effect Gaps. Phys. Rev. Lett. 99, 086802 (2007).

[11] I. V. Kukushkin, K. v. Klitzing and K. Eberl, Spin Polarization of Composite Fermions: Measurements of the Fermi Energy. Phys. Rev. Lett. 82, 3665 (1999).

[12] R. G. Clark, S. R. Haynes, J. V. Branch, A. M. Suckling, P. A. Wright, P. M. W. Oswald, J. J. Harris and C. T. Foxon, Spin configurations and quasiparticle charge of fractional QHE ground states in the N=0 Landau level. Surf. Sci. 229, 25 (1990).

[13] L. W. Engel, S. W. Hwang, T. Sajoto, D. C. Tsui, and M. Shayegan, Fractional quantum Hall effect at ν=2/3 and 3/5 in tilted magnetic fields. Phys. Rev. B 45, 3418 (1992).

[14] K. D. Maranowski, J. P. Ibbetson, K. L. Campman, and A. C. Gossard, Interface between lowtemperature grown GaAs and undoped GaAs as a conduction barrier for back gates. Appl. Phys. Lett. 66, 3459 (1995).

[15] T. P. Smith, B. B. Goldberg, P. J. Stiles, and M. Heiblum, Direct measurement of the density of states of a two-dimensional electron gas. Phys. Rev. B 32, 2696 (1985).

[16] Vincenzo Piazza, Vittorio Pellegrini, Fabio Beltram, Werner Wegscheider, Tomas Jungwirth & Allan H. MacDonald, First-order phase transitions in a quantum Hall ferromagnet. Nature 402, 638 (1999).

[17] E. P. De Poortere, E. Tutuc, S. J. Papadakis, M. Shayegan, Resistance Spikes at Transitions Between Quantum Hall Ferromagnets. Science 290, 1546 (2000).

[18] V. S. Khrapai, E. V. Deviatov, A. A. Shashkin, V. T. Dolgopolov, F. Hastreiter, A. Wixforth, K. L. Campman and A. C. Gossard, Canted Antiferromagnetic Phase in a Double Quantum Well in a Tilted Quantizing Magnetic Field. Phys. Rev. Lett. 84, 725 (2000).

[19] M. Dobers, K. v. Klitzing, and G. Weimann, Electron-spin resonance in the two-dimensional electron gas of GaAs-$Al_xGa_{1-x}As$ heterostrucures. Phys. Rev.B 38, 5453 (1988).

[20] Yu. A. Nefyodov, A. V. Shchepetilnikov, I. V. Kukushkin, W. Dietsche, and S. Schmult, g-factor anisotropy in a GaAs/$Al_xGa_{1-x}As$ quantum well probed by electron spin resonance. Phys. Rev. B 83, 041307(R) (2011)

[21] Yu. A. Nefyodov, A. V. Shchepetilnikov, I. V. Kukushkin, W. Dietsche, and S. Schmult, Electron g-factor anisotropy in GaAs/Al1−*x*Ga*x*As quantum wells of different symmetry. Phys. Rev. B 84, 233302 (2011)

[22] E. L. Ivchenko and A. A. Kiselev, Electronic g-factor in Quantum Wells and Superlattices. Sov. Phys. Semicond. 26, 827 (1992).

[23] V. S. Khrapai, A. A. Shashkin, M. G. Trokina, V. T. Dolgopolov, V. Pellegrini, F. Beltram, G. Biasiol, and L. Sorba, Filling Factor Dependence of the Fractional Quantum Hall Effect Gap. Phys. Rev. Lett. 100, 196805 (2008).

[24] J. K. Jain, Composite Fermions. Cambridge University Press (2007).

[25] Вановский В.В., Храпай В.С, Управление протяженностью волновой функции размерного квантования в гетеропереходе GaAs/AlGaAs при помощи переднего и заднего затворов. Выпускная квалификационная работа на степень бакалавра. ИФТТ РАН, Черноголовка (2011).