Московский физико-технический институт (государственный университет) Институт физики твёрдого тела

«Когерентные структуры в двумерной турбулентности» (Дипломная работа бакалавра)

студента 222 группы Орлова А.В. научный руководитель к.ф.-м.н., Бражников М.Ю.

Черноголовка 2016

Оглавление

Оглавление			1
1	Вве 1.1 1.2 1.3 1.4	дение Уравнения Навье-Стокста для двумерной и трёхмерной турбулентности Уравнение Навье-Стокса для завихренности	2 2 3 3 3 5
2	Зад	ачи	6
3	Экс 3.1 3.2	периментальная установка и методика регистрации вихрей Экспериментальная установка	7 7 9
4	Pes 4.1 4.2 4.3	ультаты Вихри	11 11 11 11
5 Список литературы		16	

Введение

Турбулентность – это хаотическое движение в жидкости или газе при достачно больших числах Рейнольдса (Reynolds) $Re = \frac{VL}{\nu}$, где L - так называемый интегральный масштаб турбулентности, V - характерная скорость движения жидкости на интегральном масштабе турбулентности, а ν - кинематическая вязкость жидкости. При рассмотрении трёхмерной задачи возникает Колмогоровский каскад энергии [1], суть которого заключается в том, что движение, первоначально возбуждаемое на интегральном масштабе, производит за счёт нелинейного взаимодействия движения меньших масштабов. Таким образом порождаются движения всё меньших и меньших масштабов, это означает, что происходит перенос (поток) энергии в малые масштабы, вплоть до некоторого масштаба r_d , на котором она диссипирует в тепло за счёт вязкости. Другими словами, происходит каскад энергии вплоть до масштаба r_d . По-другому обстоит дело в двумерной турбулентности. Там кроме каскада энергии, называемого обычно прямым, наблюдается ещё и каскад так называемой энстрофии, называемый обычно обратным, который идет из области интегральных масштабов в области, обычно существенно большие L [2].

1.1 Уравнения Навье-Стокста для двумерной и трёхмерной турбулентности

Динамика турбулентного движения, как и любого движения жидкости, описывается уравнение Навье-Стокса (Navier-Stokes):

$$\partial_t \vec{v} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} + \nabla p/\rho = \vec{f} + \nu\nabla^2 \vec{v}$$
(1.1)

Здесь \vec{v} - скорость движения жидкости, а \vec{f} - сила, которая раскачивает турбулентность. В двумерном (либо квази-двумерном, когда движение вдоль одного из направлений практически полностью подавлено или, что тоже самое, характерный размер в этом направлении намного меньше, чем в поперчном $H \ll L$) случае уравнение Навье-Стокса выглядит следующим образом [3]:

$$\partial_t \vec{v} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} + \nabla p/\rho = \vec{f} + \nu\nabla^2 \vec{v} - \alpha \vec{v}$$
(1.2)

Здесь ключевую роль играть появившийся в правой части член $-\alpha \vec{v}$, отвечающий за трение жидкости о дно. α в этом уравнении определяет темп затухания движений жидкости за счет трения о дно в линейном режиме. Для неё можно выписать

формулу [4]

$$\alpha = \nu \frac{\pi^2}{4H^2} \tag{1.3}$$

1.2 Уравнение Навье-Стокса для завихренности

В ряде задач удобно наряду со скростью \vec{v} движение жидкости характеризовать её завихренностью, которая определяется следующим образом:

$$\omega = rot\vec{v} \tag{1.4}$$

Или в двумерном случае:

$$\omega = \partial_x v_y - \partial_y v_x \tag{1.5}$$

Тогда из уравнения 1.1 получаем уравнение Навье-Стокса для завихренности:

$$\partial_t \omega + \vec{v} \nabla \omega = \nabla \times \vec{f} + \nu \nabla^2 \omega - \alpha \omega \tag{1.6}$$

1.3 Энергетический спектр двумерной турбулентности в бесконечном сосуде

Энергетический спектр определяется как (одномерное) Фурье-преобразование парной корреляционной функции скорости:

$$\langle \vec{v_1}\vec{v_2} \rangle = \int \frac{dk}{2\pi} e^{ikr} E(k) \tag{1.7}$$

Для двумерной турбулентности в бесконечном сосуде он имеет вид, как показано на рисунке (1.1). Как видно, кроме прямого каскада, идущего в область малых масштабов, появился обратный, идущий в область больших масштабов и обрывающийся на некоторой характерной длине L_{α} , которая зависит от трения о дно (α) и темпа накачки энергии (\vec{f}) [2]

1.4 Возникновение когерентного движения при рассмотрении двумерной турбулентности в конечном сосуде

Рассмотрим случай конечного сосуда с размерами $L \times L \times H$, где $H \ll L$ - глубина ячейки. Если $L < L_{\alpha}$, то в ячейке будет наблюдаться когерентное движение [5], так как в такой ячейке невозможно формирование движений с масштабами больше L. Поэтому обратный каскад останавливается на масштабе L. Поскольку трение о дно не может на этом масштабе полностью диссипировать энергию, поставляемую накачкой, энергия начинает накапливаться на масштабе L (см. рис. (1.2))



Рис. 1.1: Спектр двумерной турбулентности в неограниченной среде. Впервые теоретически получен в работе [2]



Рис. 1.2: Разъяснение к вопросу о возникновении когерентного движения в ячейке $L \times L$ при рассмотрении двумерной турбулентности.



Рис. 1.3: Численное моделирование распределения завихренности при наличии когерентного движения (с периодическими граничными условиями)[3]

1.5 Профиль скорости и завихренности вихря в двумерной турбулентности

Теоретические расчеты и численное моделирование показывает [3], что данные профили имеют вид:

$$U(r) = \sqrt{\frac{3\epsilon}{\alpha}} \tag{1.8}$$

$$\Omega(r) = \sqrt{\frac{3\epsilon}{\alpha}} \frac{1}{r} \tag{1.9}$$

Где U(r) - средняя скорость вихря на расстоянии г от его центра и $\Omega(r)$ - средняя завихренность В этой же работе было сделано численное моделирование распределения завихренности при наличии когерентного движения (с периодическими граничными условиями). Смотри рис. (1.3)

Задачи

Основными целями данной работы являются:

* Сконструировать экспериментальную установку для исследований двумерных течений и их характеристик.

* Получить крупномасштабный вихрь (с размером порядка размера ячейки) и исследовать его профиль скорости и завихренности.

Экспериментальная установка и методика регистрации вихрей

3.1 Экспериментальная установка

Схема установки представлена на рис. (3.1, 3.2). В ячейку 1 (объемом $40 \times 40 \times 1 cm^3)$, на дне которой находится периодическая структура из 1588 ниомидовых магнитиков (диаметром $d\,5mm$, с расстоянием между ними $r\,10mm$), расположенных в виде шахматной доски (полюса ближайших магнитов разнонаправлены), наливается некоторый объем электролита 4, в зависимости от того, какой уровень жидкости нужно добится. В самом начале экспериментов в качестве электролита использовался 20% водный раствор NaCl, но из-за того, что на электроде выделялся Cl, было принято решение заменить его NaHCO₃. Однако из-за карбонатов и того, что для получения раствора используется вода не через чур большой чистоты (дистилированная), то максимальная концентрацию, которую удавалось достигать, до того, как выпадал осад, составляла всего 8% (проводимость электролитов растет с концентрацией до некоторого предела). К тому же, после ионизации этого электролита получаются слабоподвижные ионы (если к примеру сравнивать с *HCl* или даже *KNO*₃). Поэтому вместо NaHCO₃ был выбран KNO₃, для которого проводимость при одной и той же концентрации максимальная из легкодоступных и безопасных для человека соединений и, к тому же, достижимой концентрацией является 20%, что существенно повысило проводимость среды и пускаемые токи. В элетролит опускаются платиновые электроды, по краям ячейки и через них с помощью источника тока I пускается постоянный ток. Для регистрации течений двумерных течений на поверхность жидскости насыпаются полиамидовые шарики (они хороши тем, что их плотность (1, 03/3) примерно равна плотности воды, они выбираются меленькие $(30 \pm 10 \mu m)$). Лучи от лазеров 6 разворачиваются в плоскость с помощью цилиндрических линз 5 и тем самым подсвечивают определённый слой жидскости. Для уменьшения трения о дно использовался смазочный слой жидкости ПФД (пер-фтор-дикалин), но эксперименты с ним провести не удалось, т.к. (видимо, из-за больших размеров ячейки) в некоторых местах электролит выдавливал его со дна и получалась неравномерная структура.



Рис. 3.1: Схема экспериментальной установки



Рис. 3.2: Схема экспериментальной установки



Рис. 3.3: Схема экспериментальной установки

3.2 методика регистрации вихрей

Вихри регистрируются с помощью камеры с высоким разрешением (рис 3.3, 3.4)



Рис. 3.4: Схема экспериментальной установки

Результаты

4.1 Вихри

Для NaCl были получены следующие фотографии при разных токах (4.1-4.4). Видно, что нелинейнсоти включаются и характерный размер вихрей увеличивается.

4.2 Результаты и планы

* Собрана экспериментальная установка

* Наблюдается формирование вихрей с характерным размером нескольких сантиметров, однако пока не наблюдается вихрь с размером длины ячейки

* Метод решения: оптимизация параметров для возникновения крупномасш. вихря: использование смазочной жидкости ПФД (для уменьшения трения о дно), уменьшение размеров ячейки (для уменьшения количества требуемой накачки и возможности использования ПФД).

4.3 Благодарности

Автор этой работы высказывает огромную благодарность Максиму Юрьевичу Бражникову за множественные советы и помощь в решении этой задачи.



Рис. 4.1: I = 0.5 A



Рис. 4.2: I = 1 А



Рис. 4.3: I = 1.5 A



Рис. 4.4: I = 2 А

Список литературы

- [1] А. Н. Колмогоров, Рассеяние энергии при локально изотропной турбулентности (Доклады АН СССР, 1941)
- [2] R. H. Kraichnan, Inertial Ranges in Two-Dimensional Turbulence (Phys. Fluids, 1967)
- [3] J. Laurie, G. Boffetta, G. Falkovich, I. Kolokolov, and V. Lebedev, Universal Profile of the Vortex Condensate in Two-Dimensional Turbulence (PRL, 2014)
- [4] H. J. H. Clercx, G. J. F. Heijst, M. L. Zoeteweij, Quasi-two-dimensional turbulence in shallow fluid layers: the role of bottom friction and fluid layer depth (PRE, 2003)
- [5] M. G. Shats, H. Xia, H. Punzmann, and G. Falkovich, Suppression of Turbulence by Self-Generated and Imposed Mean Flows (PRL, 2007)