Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования Московский физико-технический институт

> Факультет общей и прикладной физики Кафедра физики твёрдого тела

> > Бердюгин Алексей Игоревич

# Энергетическая релаксация электронной системы в графене

Выпускная квалификационная работа магистра

Руководители: кандидат физико-математических наук Дрёмов Вячеслав Всеволодович; кандидат физико-математических наук Храпай Вадим Сергеевич

Черноголовка, 2016

# Содержание

1	Вве	дение		3		
2	Обзор литературы					
	2.1	Графе	ен	4		
		2.1.1	Кристаллическая решётка графена	4		
		2.1.2	Спектр электронов в графене.	4		
		2.1.3	Полу-целый квантовый эффект Холла в графене	5		
		2.1.4	Изготовление графена	7		
		2.1.5	Задний затвор	8		
	2.2	Терма	лизация электронов в графене	9		
		2.2.1	Испускание акустических фононов без учёта взаимо-			
			действия с примесями	10		
		2.2.2	Испускание акустических фононов с учётом взаимо-			
			действия с примесями	12		
	2.3 Флуктуации тока			13		
		2.3.1	Спектральная плотность шума	14		
		2.3.2	Тепловой шум	14		
		2.3.3	Дробовой шум	15		
3	Экс	Экспериментальные методики 1				
	3.1	Изготовление образца				
	3.2	Получение низких температур				
	3.3	Измер	рение шума	19		
		3.3.1	Калибровка тепловым шумом	20		
		3.3.2	Обработка результатов	22		
4	Экспериментальные результаты. 2					
	4.1	Тесто	вые измерения	25		
	4.2	Обсуждение особенности шумовой температуры				
	4.3	Измерения энергетической релаксации электронов в графене.				

<b>5</b>	Численное моделирование.			
	5.1	Решаемые уравнения	40	
	5.2	Формула для средней шумовой температуры	41	
	5.3	Результаты моделирования	42	
6	б Обсуждение экспериментальных результатов.			
7	7 Благодарности.			

## 1 Введение

В последнее время изучение процесса охлаждения электронов в графене привлекло внимание множества исследователей [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7]. Это связано, во-первых с тем, что понимание этого процесса необходимо для изготовления приборов на основе графена [8], [9]. Во-вторых, интерес связан с физикой охлаждения электронов в графене. Энергия оптических фононов в графене  $\Omega \approx 200$  мэВ, поэтому они не вносят вклада в процесс охлаждения вплоть до температуры 2000 К. Процесс охлаждения на акустических фононах можно рассматривать в различных пределах. В общем виде закон охлаждения на аккустических фононах выглядит следующим образом:  $P(T_e) = \sum_{e-ph} (T_e^{\delta} - T_{ph}^{\delta}).$ 

В чистом пределе, когда влиянием примесей можно пренебречь, теоретически предсказано [10], [11], что если температура электронов ниже температуры Блоха-Грюнайзена ( $T_{BG}$ ), то процесс испускания акустических фононов даёт  $\delta = 4$ , такую степень удалось экспериментально пронаблюдать [1], [3], [6]. В чистом пределе при температуре выше температуры Блоха-Грюнайзена  $\delta = 1$  [12].

В грязном пределе при  $T < T_{BG}$  и  $T < T_{dis}$  (смысл  $T_{dis}$  будет рассказан позже) может наблюдаться  $\delta = 3$  [13], [4]. Кроме того  $\delta = 3$  может реализовываться и при  $T > T_{BG}$  [14], [2], [7].

Однако полностью ситуация до сих пор не ясна. Это связано с тем, что на образцах со схожими транспортными свойствами (близкие значения для подвижностей) при  $T > T_{BG}$  одна и та же группа наблюдала как  $\delta = 3$  [2], так и  $\delta = 4$  [3]. При  $T < T_{BG}$  и  $T < T_{dis}$  различные группы на образцах со схожими транспортными свойствами наблюдали  $\delta = 3$  [4] и  $\delta = 4$  [1]. Поэтому существует необходимость в дальнейшем исследовании процесса охлаждения электронов в графене.

В данной работе исследовался процесс релаксации энергии электронной системой в графене: был изготовлен образец графена и с помощью метода шумовой термометрии измерялась температура электронной системы при пропускании тока через образец.

# 2 Обзор литературы

## 2.1 Графен

#### 2.1.1 Кристаллическая решётка графена.

Графен имеет гексагональную кристаллическую решётку, с треугольной решёткой Браве с 2мя атомами на элементарную ячейку, которая описывается базисными векторами:  $\mathbf{a_1} = \frac{a}{2}(3,\sqrt{3}), \mathbf{a_2} = \frac{a}{2}(3,-\sqrt{3}),$  где  $a \approx 1.42$  Å - постоянная решётки. Базисные вектора решётки в обратном пространстве:  $\mathbf{b_1} = \frac{2\pi}{3a}(1,\sqrt{3}), \mathbf{b_2} = \frac{2\pi}{3a}(1,-\sqrt{3})$ 



Рис. 1: Гексагональная решётка и её зона Бриллюена. Левый рисунок: кристаллическая структура графена, состоящая из двух треугольных решёток ( $\mathbf{a_1}$ ,  $\mathbf{a_2}$  - базисные векторы решётки Браве,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$  вектора к ближайшим соседним атомам). Правый рисунок: зона Бриллюена. Дираковские конуса располагаются в точках K, K' [9]

#### 2.1.2 Спектр электронов в графене.

Гамильтониан для электронов в графене в приближении ближайших соседей и следующих за ними [9]:

$$H = -t \sum_{\langle i,j \rangle,\sigma} (a^{+}_{\sigma,i}b_{\sigma,j} + H.c.) - t' \sum_{\langle i,j \rangle,\sigma} (a^{+}_{\sigma,i}a_{\sigma,j} + b^{+}_{\sigma,i}b_{\sigma,j} + H.c.)$$

где  $a_{i,\sigma}$   $(a_{i,\sigma}^+)$ - оператор уничтожения (рождения) электрона со спином  $\sigma$ в узле решётки с координатой  $R_i$ , в подрешётке А. t - энергия необходимая для прыжка на ближайший соседний атом, t' - энергия необходимая для прыжка на следующий по близости за ближайшим атомом. Спектр, полученный из этого гамильтониана [19]

$$E_{\pm}(\mathbf{k}) = \pm t\sqrt{3} + f(\mathbf{k}) - t'f(\mathbf{k})$$
$$f(\mathbf{k}) = 2\cos(\sqrt{3}k_y a) + 4\cos(\frac{\sqrt{3}}{2}k_y a)\cos(\frac{3}{2}k_x a)$$



Рис. 2: Спектр графена для значений t=2.7 эB, t' = -0.2t [9]. Если разложить спектр вблизи К точек, где  $\mathbf{K} = (\frac{2\pi}{3a}, \frac{2\pi}{3\sqrt{3}a})$  ( $\mathbf{k} = \mathbf{K} + q$ ,  $\mathbf{q} \ll \mathbf{K}$ ), получается линейный спектр:

$$E_{\pm}(\mathbf{q}) \approx v_F |\mathbf{q}| + O[(q/K)^2]$$

где  $v_F = 3ta/2$ , что для графена  $v_F pprox 10^6$  м/с.

#### 2.1.3 Полу-целый квантовый эффект Холла в графене.

Энергия безмассовых релятивистских фермионов в квантующем магнитном поле:

$$E_N = [2e\hbar c_*^2 B(N+1/2\pm 1/2)]^{1/2}$$



Рис. 3: Холловская проводимость  $\sigma_{xy}$  и продольное сопротивление  $\rho_{xx}$  графена как функция концентрации в поле B = 14 Т и температуре T = 4 К. На вставке изображена зависимость для двухслойного графена. [15]

где ± описывает различные направления псевдоспина. Из формулы видно, что нижний уровень Ландау имеет E = 0 (N = 0) и его заселяют только фермионы с минус направлением псевдоспина, в то время как все остальные уровни заселены частицами обоих видов. Таким образом на нулевом уровне только половина состояний электронные, поэтому он вносит в два раза меньший вклад в проводимость. Как результат, на рис.3 видно, что первое плато соответствует только половине нормального фактора заполнения что для электронов, что для дырок. Далее все остальные уровни имеют состояния для обоих направлений плевдоспина и вырождение  $4B/\phi_0$ (4 из-за того, что есть 2 спина и 2 долины), поэтому фактор заполнения, отнормированный на 4 (из-за 4х кратного выраждения), меняется на единицу при переходи от плато к плато и принимает полу-целые значения  $\nu = N + 1/2$ .

#### 2.1.4 Изготовление графена

Сейчас существует множество способов получения графена. В этой главе будут рассмотрены несколько принципиально важных.

Отслоение атомных плоскостей. Впервые графен был получен методом отслоения атомных плоскостей графита [15]. Для этого используется скотч, на котором расслаивается кристалл графита и подложка, куда переносятся атомные слои. Подробно этот метод будет описан в главе "Экспериментальные методики".

Химический рост на медной подложке. СVD графен. На первом этапе поликристаллические медные плёнки отжигаются в атмосфере  $H_2$  при температуре 900-1000 °C для того чтобы увиличить размер зёрен. Затем плёнка помещается в смесь газов  $H_2/CH_4$ . На этом этапе происходит разложение  $CH_4$  и атомы углерода растворяются в плёнке Cu. После этого плёнка охлаждается и атомы углерода диффундируют на поверхность, формируя решётку графена [16].

Следующий этап это перенос графена на другую подложку. Как правило это оксид кремния  $(SiO_2)$  или нитрид бора (h - BN). Для этого графен покрывается слоем полиметилметакрилата (PMMA), медная подложка растворяется в кислоте, а графен со слоем РММА остается на поверхности кислоты. Графен с РММА вылавливают и переносят на чистую подложку. На последнем этапе с поверхности графена смывают слой РММА.

Данный способ изготовления имеет несколько недостатков. Во-первых, поверхность графена сильно загрязнена остатками РММА, которые не удаётся полностью удалить с поверхности даже используя различные методы отжига [17]. Во-вторых, графен имеет поликристаллическую структуру, изза структуры плёнки на которой он был выращен. Однако преимущество данного способа, по сравнению с отслоением атомных плоскостей, в том, что можно получать плёнки графена большой площади (несколько см<sup>2</sup>).

Современное развитие методик роста и трансфера даёт надежду на то, что в скором будущем CVD графен будет схож по своим транспортным свойствам с графеном, полученным расщеплением атомных плоскостей графита [18].



Рис. 4: Химически выращенный графен, перенесённый на SiO<sub>2</sub>

Эпитаксиальный рост графена на SiC. Этот метод базируется на термическом разложении подложки SiC, которая имеет слоистую структуру. Чтобы уменьшить загрязнение графена процесс роста происходит в сверх высоком вакууме. Для нагрева используется электронный пучок или Джоулево тепло.

Данный метод позволяет хорошо контролировать число выращиваемых слоёв, однако подложка, на которой выращивается графен не позволяет сделать задний затвор, который обычно используется при изучении графена.

### 2.1.5 Задний затвор.

При изучении графена часто применяется задний затвор, который позволяет контролировать концентрацию носителей заряда в графене. Задний затвор состоит из диэлектрика, на котором лежит графен и проводящего слоя под диэлектриком. Для того, чтобы контролировать концентрацию, на проводящий слой подаётся потенциал относительно земли. К графену изготавливают омический контакт, который садят на землю, поэтому происходит перераспределение зарядов. Таким образом меняется концентрация носителей в графене. Оценить концентрацию, полученную таким образом, можно в модели конденсатора:

$$q = Sne = C\Delta V$$

где e - заряд электрона, n - концентрация, S - площадь образца,  $\Delta V = V - V_d$  - разность между поданным напряжением и напряжением соответствующим точке нейтральности (точке Дирака).

$$C = \frac{S\varepsilon\varepsilon_0}{d}$$

где  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость диэлектрика, d - толщина слоя диэлектрика.

$$n = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \Delta V}{ed}$$

Однако даже в точке Дирака образцы графена имеют некоторую концентрацию носителей, связанную с примесями на поверхности графена. С учётом примесной концентрации [2]

$$n = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0\Delta V}{ed}\right)^2 + n_0^2}$$

где  $n_0^2$  - дисперсия концентрации заряда, вызванная наличием примесей.

При известной подвижности в графене, примесную концентрацию можно оценивать по формуле:

$$n_0 = \frac{\sigma}{e\mu}$$

где  $\sigma$  - проводимость графена на квадрат в точке Дирака,  $\mu$  - подвижность.

## 2.2 Термализация электронов в графене.

Представим ситуацию, когда через графен пропускается ток. В этом случае электроны будут разогреваться за счёт Джоулева тепла. У них есть несколько способов релаксировать эту энергию. Во-первых, разогретые электроны могут утекать в контакты согласно закону Видемана-Франца (иногда в экспериментах такой путь релаксации стараются убрать, делая сверхпроводящие контакты [1], [4] однако такой подход может быть эффективен только до тех пор, пока температура электронов меньше сверхпроводящей щели).

Второй путь релаксации энергии это передача энергии фононной системе через испускание фононов. В этом случае релаксируемая мощность записывается в следующем виде:

$$P = \Sigma_{e-ph} (T^{\delta} - T_{ph}^{\delta})$$

где  $\Sigma_{e-ph}$  - коэффициент, описывающий электрон-фононное взаимодействие, T - температура электронной системы,  $T_{ph}$  -температура фононной системы и  $\delta$  - параметр, зависящий от способа охлаждения. В случае передачи энергии фононной системе, как говорилось выше, испусканием оптических фононов можно пренебречь до температуры примерно 2000 К. Остановимся подробнее на релаксации энергии через акустические фононы.

## 2.2.1 Испускание акустических фононов без учёта взаимодействия с примесями.

Рассмотрим испускание фононов в чистом пределе, то есть никак не будем учитывать взаимодействие с примесями. Тогда, как показано в теоретических работах [10], [11], при температуре электронов ниже температуры Блоха-Грюнайзена (эта температура вводится ниже) закон охлаждения выглядит следующим образом:

$$P = \Sigma_1 (T^4 - T_{ph}^4)$$

$$\Sigma_1 = \frac{\pi^2 D^2 |E_F| k_B^4}{15 \rho_M \hbar^5 v_F^3 s^3}$$

где D - деформационный потенциал графена,  $E_F$  - энергия ферми,  $\rho_M$  - двумерная массовая плотность графена, s - скорость звука, которая в графене (примерно  $2 \cdot 10^4$  м/с). Обратите внимание, коэффициент зависит корневым



образом от концентрации ( $E_F \sim \sqrt{n}$ , остальные величины не зависят от n).

Рис. 5: Процесс испускания фонона в импульсном пространстве.

Получающуюся 4ую степень можно просто пояснить, для этого воспользуемся рис.5. Количество разогретых электронов  $\sim T$ , энергия испускаемого фонона  $\sim T.$ Если зафиксировать энергию испускаемого фонона, то это однозначно определяет его модуль импульса. С учётом закона сохранения энергии и закона сохранения импульса, у электрона остается только два варианта как он может испустить фонон, однако энергия испускаемого фонона может принимать значения от 0 до Т, поэтому количество вариантов как электрон может испустить фонон ~ Т. Кроме того, матричный элемент электрон-фононного взаимодействия пропорционален корню из энергии фонона, вывод этого есть во многих учебниках, например [20], то есть вероятность испускания фонона пропорциональна его энергии, а энергия  $\sim T$ . Получается, что количество испусканий фонона  $\sim T^3$  и каждый фонон в среднем отводит энергию T. Таким образом получается  $P \sim T^4$ . Кроме того становится понятна корневая зависимость коэффициента от концентрации: количество состояний из которых можно испустить фонон пропорционально плотности состояний на уровне ферми  $\left(\frac{dN}{dE} \sim \sqrt{n}\right)$ , но количество состояний куда может попасть электрон после испускания фонона жёстко определено законами сохранения.

Все предыдущие рассуждения верны только до тех пор, пока существуют состояния, удовлетворяющие законам сохранения для энергии фонона T и соответствующим импульсом  $q_T$ . Такие состояния существуют до тех

пор, пока  $q_T < 2p_F$ , где  $p_F$  - импульс ферми. Как только  $q_T > 2p_F$ , то невозможно испустить фонон с энергией T и удовлетворить закон сохранения импульса, электрон больше не может релаксировать всю энергию за один процесс, поэтому мощность охлаждения  $P \sim T$ , так как с ростом температуры растёт только количество разогретых электронов, а энергия испускаемого фонона больше на растёт. Температура, при которой  $q_T = 2p_F$ называется температурой Блоха-Грюнайзена:

$$T_{BG} = \frac{2\hbar k_F s}{k_B}$$

Строгий вывод  $P \sim T$  при  $T > T_{BG}$  в чистом пределе можно найти в [10].

Все предыдущие рассуждения верны только в предположении  $|E_F| \gg k_B T$ .

# 2.2.2 Испускание акустических фононов с учётом взаимодействия с примесями.

**Низкотемпературный**  $T^3$ . Если температура электрона много меньше температуры Блоха-Грюнайзена, то темп охлаждения может смениться с  $T^4$  на  $T^3$  при условии, что длина волны фононов с энергией T много больше чем длина свободного пробега электрона при рассеянии на примесях. Это продемонстрировано в теоретической работе [13], а так же этот процесс удалось наблюдать экспериментально [4]. Мощность охлаждения в этом процессе:

$$P = \Sigma_2 (T^3 - T_{ph}^3)$$
$$\Sigma_2 = \frac{2\zeta(3)D^2 |E_F| k_B^3}{\pi^2 \rho_M \hbar^4 v_F^3 s^2 l_{mfp}} = \frac{19.24D^2 \frac{dN}{dE} (E_F)^2 k_B^3}{2\rho s^2 \hbar k_F l_{mfp}}$$

где  $\zeta(3)$  - дзета функция от 3х,  $l_{mfp}$  - длина свободного пробега при рассеянии на примесях. Обратите внимание, коэффициент имеет линейную зависимость от концентрации, так как в последнее выражение  $l_{mfp}$  попало в приближении, что при рассеянии на примесях  $k_F l_{mfp} = \frac{2\hbar v_F^2}{u^2 n_0} = const$  [21].

Данный процесс имеет характерную температуру, до которой он реали-

зуется. Эта температура называется температурой беспорядка и выражается:

$$T_{dis} = \frac{hs}{k_B l_{mfp}}$$

Смысл этой температуры в следующем: это температура, когда длина волны фонона с энергией T равна длине свободного пробега при рассеянии на примесях. Таким образом, условие для наблюдения данного процесса  $T \ll T_{dis}$ .

Высокотемпературный  $T^3$ . Как говорилось выше, если температура электронов больше температуры Блоха-Грюнайзена, то фононы больше не могут эффективно отводить тепло от электронной системы из-за того, что нет возможности выполнить закон сохранения импульса. Однако взаимодействие с примесями может решить эту проблему так как фонон может получить недостающий импульс от примеси. Впервые данный процесс был теоретически посчитан в статье [14], затем был ряд экспериментальных работ [2], [7] в которых, как считается, удалось наблюдать данный процесс, который назвали "supercollisions". Таким образом, у электронов в графене есть эффективный способ охлаждения даже при высоких температурах. Мощность охлаждения в данном процессе:

$$P = \frac{\Sigma_2}{2} (T^3 - T_{ph}^3)$$

где  $\Sigma_2$ , тот же самый коэффициент, что и ранее. Обратите внимание, что коэффициенты совпали с точностью до множителя 1/2.

#### 2.3 Флуктуации тока.

Одним из удобных методов измерения температуры электронной системы является шумовая термометрия [22], в основе которой лежит измерение тепловых флуктуаций тока через образец.

#### 2.3.1 Спектральная плотность шума.

Шумом называется отклонение во времени некоторой случайной величины от её среднего значения. Для того, чтобы характеризовать шум используют понятие спектральной плотности шума. Прежде чем ввести это понятие, вспомним другие необходимые для этого определения.

Пусть x(t) - некоторая случайная величина для которой задана плотность вероятности  $w(x_i, t)$ . Тогда среднее значение случайной величины x(t):

$$\langle x(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x w(x,t) dx$$

Теперь можно ввести понятие спектральной плотности случайного процесса.

$$S_x(f) = 2 \lim_{t_m \to \infty} \frac{1}{t_m} \left| \int_{-t_m/2}^{t_m/2} dt e^{i\omega t} (x(t) - \langle x \rangle) \right|^2$$

Смысл этой величины состоит в следующем: если мы будем измерять средний квадрат сигнала, прошедшего через достаточно узкий частотный фильтр на частоте f и шириной  $\Delta f$ , то мы получим [23]:

$$\langle x(t|f,\Delta f)^2 \rangle \approx S_x(f)\Delta f$$

#### 2.3.2 Тепловой шум.

Одна из причин флуктуации тока через проводник это тепловое движение электронов. Такие флуктуации называются тепловым шумом Джонсона-Найквиста и их спектральная плотность задаётся формулой [24]:

$$S_I(f) = \frac{4k_BT}{R} \frac{hf/k_BT}{\exp^{hf/k_BT} - 1}$$

Для температуры порядка одного Кельвина  $\frac{k_BT}{h} \sim 10^{11}$  Гц, поэтому при таких температурах шум с частотой  $f \ll \frac{k_BT}{h} \sim 10^{11}$  Гц можно считать

белым со спектральной плотностью:

$$S_I = \frac{4k_BT}{R}$$

Стоит отметить, что Т здесь именно температура носителей заряда.

#### 2.3.3 Дробовой шум.

При протекании тока через проводник возникает шум, связанный с дискретностью заряда. Такой шум называется дробовым и обладает белым спектром. Спектральная плотность шума тока на нулевой частоте:

$$S_I(0) = 2 \lim_{t_m \to \infty} \frac{1}{t_m} \left| \int_{-t_m/2}^{t_m/2} dt e^{i0 \cdot t} (I(t) - \langle I \rangle) \right|^2 = \frac{2 \langle \delta Q^2 \rangle}{\tau}$$

Рассмотрим важный случай шума в электронной лампе. Ток в данном случае представляет собой последовательность не скоррелированных случайных актов вылета электронов из катода и перелёта на анод. Для такого пуассоновского процесса имеем:

$$S_I = \frac{2\langle \delta Q^2 \rangle}{\tau} = \frac{2e^2 \langle \delta n^2 \rangle}{\tau} = \frac{2e^2 \langle n \rangle}{\tau} = \frac{2e \langle Q \rangle}{\tau} = 2e \langle I \rangle \equiv S_P$$

Движение электронов в лампе является нескоррелированным, однако в твёрдых телах это не так и корреляции оказывают влияние на шум. Степень их влияния характеризуется величиной, которая называется фактор Фано, который в случае нулевой температуры характеризует степень подавления токового шума по сравнению с максимально возможным пуассоновским значением:

$$F \equiv \frac{S_I}{S_P} = \frac{S_I}{2eI}$$

Для некотороых типов проводников Фано-фактор принимает универсальные значения [25]. Для туннельного барьера F = 1, для баллистического проводника F = 0, для металлического проводника в режиме упругого диффузионного транспорта F = 1/3.

# 3 Экспериментальные методики

## 3.1 Изготовление образца.

Для изготовления образца была использована техника отслоения атомных плоскостей графита. Ниже приведено подробное описание всего процесса.

- Чистка подложки на которую планируется поместить графен. (оксид кремния)
  - 10 минут в ацетоне в ультразвуковой ванне
  - 10 минут в деионизованной воде в ультразвуковой ванне
  - 10 минут в изопропаноле в ультразвуковой ванне
  - 10 минут в кислородной плазме (мощность 10 Вт, давление 2 · 10<sup>-2</sup> млБар)

В качестве подложки для образца был использован оксид кремния с р-легированым слоем кремния под ним. Легированный кремний необходим для заднего затвора. Толщина оксида кремния 290нм, что позволяет увидеть графен на поверхности подложки в белом свете без использования специальных световых фильтров, так как видимый свет находится в диапазоне 500-600 нм, а для таких длин волн, как видно из рис. 6, графен имеет максимальный контраст при толщине подложки 250-300 нм.

• Перенос графита на скотч: приклеить и отклеить несколько раз кристалл графита к скотчу, при этом нужно прижимать кристал, чтобы он лучше прилипал к скотчу. Затем можно расщепить куски графита на скотче, в идеале нужно заполнить графитом на скотче площадь, равную площади подложки на которую планируется перенести графит. После этого можно сложить скотч пополам и сдавить. Разнять только перед тем, как приклеить скотч к подложке (так как скотч было сложен пополам, то получится два скотча с графитом. Оба можно использовать).



Рис. 6: Контраст графена на подложке оксида кремния в зависимости от толщины подложки и длины волны света [26].

- Предыдущий этап нужно выполнить в параллель или до чистки подложки. Как только отчищенная подложка вынута из плазмы, необходимо сразу приклеить скотч к подложке и придавить сверху. Давление под углом крайне не желательно! Как показывает практика, перед отклеиванием скотча образец лучше оставить хотя бы на ночь, чтобы графит лучше прилип к поверхности.
- Отклеивание скотча.

Для расщепления обычно используют два вида скотча: "high tack tape"и "water soluble tape".

- Если использовалась "high tack tape":
  - \* Положить подложку со скотчем в метил изобутил кетон (MIBK) (скотчем к верху), и разогреть до 130 градусов Цельсия. Ждать до тех пор, пока скотч сам не отлипнет от подложки. Не надо его трогать!
  - \* Положить подложку в свежий MIBK (комнатная температура) на 5 минут.

- \* Положить подложку в изопропанол на 5 минут.
- \* Обдуть *N*<sub>2</sub>.
- Положить сушиться на плитку с температурой 130 градусов Цельсия на 10 минут.
- \* Приклеить свежий скотч на поверхность (water soluble), придавить (не давить под углом!).
- \* Медленно отклеить скотч.

Сушка производилась чтобы убрать оставшуюся влагу, при этом графит лучше прилипает к поверхности. При отклеивании скотча большие куски графита остаются на скотче, нижние слои графита остаются на подложке и высока вероятность, что останется именно один слой.

Таким образом можно получить флейки размером до 500 мкм.

- Если использовалась "water soluble tape то медленно отклеить скотч.

• Последний этап - это поиск графена на подложке. Для этого необходимо иметь хороший оптический микроскоп с большим увеличением. Перед тем как начать искать графен полезно убрать оставшиеся большие куски графита тонкими полосками скотча, так как большие куски графита будут мешаться на этапе литографии, кроме того под ними можно найти графен.

Во время поиска графена нужно иметь ввиду, что его контраст на подложке может немного флуктуировать так как толщина слоя оксида может немного меняться от места к месту.

## 3.2 Получение низких температур.

Эксперименты проводились при 2х температурах: 4.2K, 0.5K. Для получения температуры 0.5K использовался криостат с откачкой паров <sup>3</sup>He принцип работы которого состоит в следующем: из "одноградусной камеры"/ криостата производится откачка паров <sup>4</sup>He, таким образом удается



Рис. 7: Графен на подложке *SiO*<sub>2</sub> 290нм.

получить температуру  $\approx 1.5K$ . При этой температуре на внешних стенках одноградусной камеры конденсируется <sup>3</sup>*He*. Для его откачки используется криосорбционный насос, работающий на активированном угле. Использование такого насоса позволяется сохранить <sup>3</sup>*He* в замкнутой системе, что важно ввиду его высокой стоимости.

## 3.3 Измерение шума.

Схема для измерения шума представлена на рис. 8. В ней ток через образец задаётся с помощью  $R_{bias}$ . Переменный шумовой сигнал с образца проходит через резонансный контур с резонансной частотой  $f_{res} \approx 20 \text{ M}$ Гц, затем через низкотемпературный усилитель и через каскад комнатных усилителей

#### Комнатная температура



Рис. 8: Схема экспериментальной установки для измерения шума.

после чего детектируется в полосе частот от 10 до 20 МГц. Общий коэффициент усиления каскада усилителей составляет примерно 70 dB, однако в наших экспериментах, в связи с большими сигналами, мы использовали аттенюатор на 10 dB перед детекторным диодом, чтобы сигнал попадал в калибровку диода.

На рис. 8 в параллель с образцом изображён транзистор, который был использован для калибровки. В части экспериментов данный транзистор был выпаян из схемы, так как на образец подавалось слишком большое напряжение, выше напряжения пробоя транзистора.

#### 3.3.1 Калибровка тепловым шумом.

Для того, чтобы определить коэффициент усиления схемы в каждой серии измерений была произведена калибровка тепловым шумом. Для этого, с помощью затвора, изменялось сопротивление образца (или транзистора) и снимался тепловой шум. Таким образом получалась зависимость теплового шума от параллельного сопротивления  $R_{\rm II}$ :

$$\frac{1}{R_{||}} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_{sample}}$$

где  $R_{sample}$  - сопротивление образца,  $R_0 = 10$ кОм - сопротивление посаже-



Рис. 9: Зависимость теплового шума от параллельного сопротивления образца и  $R_0$  при T = 4.2K. Зелёными точками представлены экспериментальные данные, синяя линия подгонка моделью.

ное на землю через конденсатор C = 10 (nF). В используемом диапазоне частот (от 10 до 20 МГц) импеданс данной ёмкости пренебрежимо мал по сравнению с 10кОм, поэтому он не учитывается. Пример экспериментальной зависимости показан на рис. 9.

Затем экспериментальная зависимость подгонялась моделью рис. 10 в которой некоторая эффективная ёмкость (учитывает ёмкости в схеме, ёмкость проводов и образца), катушка от резонансного контура, образец ( $R_{sample}$ ) и  $R_0$  параллельно посажены на землю и рассчитывался тепловой шум такой конфигурации. Индуктивность катушки была известна:  $L = 2.7 \cdot 10^{-6}$  Гн. Из этой индуктивности и резонансной частоты схемы (которая находилась с помощью спектроанализатора) вычислялась эффективная ёмкость. Таким образом находился комплексный импеданс схемы:

$$Z_{tot} = \frac{1}{1/R_{||} + 1/Z_C + 1/Z_L}$$

Затем вычислялась спектральная плотность теплового шума в приближении, что ни индуктивность, ни ёмкость не вносят вклад в активное со-



Рис. 10: Модель для подгонки экспериментальной зависимости.

противление:

$$S_I = S_{R_{||}} + S_{amp}$$

*S<sub>amp</sub>* - шум низкотемпературного усилителя. Затем вычислялась мощность, пришедшая на детектор после фильтров:

$$P = \alpha \int S_I \cdot Re(Z_{tot})^2 K_{filt}(f)^2 df$$

где  $\alpha$  - коэффициент усиления,  $K_{filt}$  - коэффициент пропускания фильтров по амплитуде, данные о котором приведены на рис. 11.

Затем строилась зависимость  $P + P_{amp}$  от  $R_{||}$ , где  $P_{amp}$  - учитывает шум комнатных усилителей.

Таким образом модель имеет три подгоночных параметра:  $S_{amp}$ ,  $P_{amp}$ ,  $\alpha$ , которые варьировались для того, чтобы привести модель в согласие с экспериментом. На рис. 9 показан пример экспериментальной зависимости и результат подгонки.

#### 3.3.2 Обработка результатов.

В экспериментах снималась зависимость шума от тока, пропускаемого через образец. Для того, чтобы из измеренного значения шума найти шум образца необходимо учесть влияние  $R_0$  на шум.

Пренебрежём сопротивлением контактов, так как в двухточечной кон-



Рис. 11: Амплитудно-частотная характеристика фильтра.

фигурации не удаётся хоть сколько-нибудь надёжно его измерить.

Спектральная плотность шума по напряжению от 2х параллельных сопротивлений:

$$S_V(I) = K_{R_{||}}(S_{I_{R_0}} + S_{I_{R_{diffSample}}})$$

где  $S_{I_{R_0}}$  - токовый шум  $R_0$ ,  $S_{I_{R_{diffSample}}}$  - токовый шум образца,  $R_{diffSample}$  - дифференциальное сопротивление образца. Будем считать, что шум от  $R_0$  не зависит от тока (это оправдано, поскольку сопротивление представляет собой макроскопический образец), тогда:

$$S_{V}(I = 0) = K_{R_{||}}S_{I_{R_{0}}} + K_{R_{||}}\frac{4k_{B}T_{bath}}{R_{sample}}$$
$$S_{V}(I \neq 0) = K_{R_{||}}S_{I_{R_{0}}} + K_{R_{||}}S_{I_{R_{diffSample}}}$$
$$S_{I_{R_{diffSample}}} = \frac{4k_{B}T_{bath}}{R_{sample}} + \frac{S_{V}(I \neq 0) - S_{V}(I = 0)}{K_{R_{||}}}$$

где  $T_{bath}$  - температура в кристате,  $K_{R_{||}}$  - берётся из калибровок для каждого сопротивления образца, так как коэффициент усиления зависит от сопротивления нагрузки, а сопротивление образца зависит от пропускаемого тока,  $S_V(I)$  - то, что детектируется диодом.

Таким образом можно получить токовый шум образца в зависимости от тока, пропускаемого через него. Если пренебречь дробовым шумом (как будет далее видно тут это можно сделать), то источник шума это тепловой шум электронов. Тогда из шума можно определить температуру электронов:

$$T = \frac{S_{I_{R_{diffSample}}} R_{diffSample}}{4k_B}$$

 $R_{diffSample}$  - дифференциальное сопротивление образца, которое тоже измерялось в эксперименте.

# 4 Экспериментальные результаты.

Был изготовлен образец графена на подложке  $SiO_2$  290нм методом отслоения атомных плоскостей графита. К графену было сделано 6 контактов Cr/Au, фотография образца представлена на рис. 12.

## 4.1 Тестовые измерения.

На образце были выполнены тестовые измерения. Была измерена зависимость сопротивления от напряжения на заднем затворе сразу после изготовления образца и после 2х суток в вакууме рис. 13. Ток пускался между 2м и 5м контактом (см. обозначения на рис. 12), а напряжение измерялось между 1м и 4м. Из графика видно, что сразу после изготовления образец был p-допирован, однако вакуум помог сильно уменьшить допирование. Из-за того, что образец имел несимметричную форму из измеренного сопротивления не удаётся посчитать подвижность носителей в образце.

Кроме того на образце удалось пронаблюдать несколько плато "полуцелого" квантового эффекта Холла рис. 14. Это подтверждает, что образец является однослойным графеном. При измерении ток пропускался между 2м и 5м контактами,  $\Delta V_{xx}$  измерялось между 3м и 6м,  $\Delta V_{xy}$  измерялось между 1м и 3м.



Рис. 12: Фотография образца.



Рис. 13: Зависимость сопротивления образца от напряжения на заднем затворе сразу после изготовления (синяя линия) и после 2x суток в вакууме (красная линия). Всё при комнатной температуре.



Рис. 14: а) продольное и поперечное сопротивление образца в магнитном поле б) поперечная проводимость образца в магнитном поле, полученная пересчётом из  $\rho_{xx}$  и  $\rho_{xy}$  (измерения были выполнены в поле  $B \approx 5.4T$  при температуре  $T \approx 0.43K$ )

### 4.2 Обсуждение особенности шумовой температуры.

Прежде чем перейти к описанию результатов, необходимо обсудить особенности температуры, полученной из шумовых измерений.

Рассмотрим одномерный проводник, через который пропускается ток.

Микроскопической причиной токового шума является флуктуация чисел заполнения  $\delta n_k$  электронных состояний. Совокупность таких флуктуаций определяет локальную электронную температуру  $T_e$ , которая является источником флуктуаций тока. Можно представить что мы имеем локальный источник случайного тока. Если  $\delta n_k$  не сохраняется вдоль образца, а такое может нарушаться только в узком классе баллистических проводников, то образец можно представить как совокупность источников случайного тока, которые нескоррелированы на расстоянии порядка длины свободного пробега. Измеренные флуктуации тока будут принимать усреднённое по длине образца значение:

$$\langle \delta I^2 \rangle = \frac{1}{L} \int \langle \delta I(x)^2 \rangle dx$$

Таким образом, шумовая термометрия не даёт никакой информации о распределении температуры и о её экстремальных значениях (за исключением случая, когда используется специально изготовленный шумовой сенсор [27]).

Однако в ряде случаев известно каким должно быть распределение температуры в образце, тогда измеряя шумовую температуру можно получить информацию о всей системе.

В диффузионном проводнике при наличии сильного электрон-электронного взаимодействия распределение электронов описывается функцией распределения с локальной температурой электронов  $T_e$ , которая отлична от температуры решётки. При фиксированной температуре контактов T = 0 показано [28], что распределение температуры вдоль проводника имеет следующий вид:

$$T^{2}(x) = \frac{3(eV)^{2}}{\pi^{2}}(\frac{1}{4} - \frac{x^{2}}{L^{2}})$$

где V - напряжение, падающее на проводнике, L - длина проводника. При этом Фано фактор увеличивается по сравнению со случаем диффузионного проводника без е-е взаимодействия и равен  $F = \frac{\sqrt{3}}{4}$ .

Если к этой картине добавить слабое электрон-фононное взаимодей-

ствие, так, что  $\tau_{ee} \ll \tau_{e-ph}$ , где  $\tau_{ee}$  - время электрон-электронного рассеяния,  $\tau_{e-ph}$  - время электрон-фононного рассеяния (характерное время энергетической релаксации), и рассмотреть достаточно высокое напряжение, то функция распределения температуры вдоль проводника будет принимать близкий к прямоугольному вид [28]. Характерное расстояние от края проводника на котором температура будет выходить на константу - это длина электрон-фононной релаксации  $l_{e-ph}$ .

То есть в случае одномерного, однородного проводника в котором имеется слабое электрон-фононное взаимодействие и у которого  $L \gg l_{e-ph}$ , шумовая температура фактически есть температура в центральной части образца.

В работах, в которых исследовалось энергетическая релаксация электронов в графене [1], [2] изучались прямоугольные образцы, которые фактически удовлетворяют одномерной задаче, рассмотренной выше.

В нашем же эксперименте ток между любыми контактами не мог рассматриваться как одномерная задача (из-за формы образца), поэтому, чтобы получить информацию об распределении температуры и о коэффициенте электрон-фононного взаимодействия нам было необходимо численно смоделировать процесс охлаждения. Подробнее об этом будет рассказано в главе "Численное моделирование".

# 4.3 Измерения энергетической релаксации электронов в графене.

В данном эксперименте электроны нагревались Джоулевым теплом при пропускании тока между контактами. В тепловом равновесии энергия, которую электронная система релаксирует, равна энергии, которую электроны получают за счёт Джоулева тепла. Поэтому мощность энергетической релаксации равна Джоулевому теплу:

$$P = U \cdot I$$

28



Рис. 15: Зависимость спектральной плотности токового шума образца от тока. Синие точки - экспериментальные измерения при температуре 0.5К. Красная линия - подгонка с Фано-фактором F=0.11.

где I - ток через образец, U - падение напряжения на образце.

Температура электронов находилась из шумовых измерений:

$$T = \frac{S_{I_{R_{diffSample}}} R_{diffSample}}{4k_B}$$

Дифференциальное сопротивление находилось из численного дифференцирования ВАХ образца. Чтобы сгладить скачки в зависимости  $R_{diffSample}$  от напряжения на образце, которые появляются как артефакт численного дифференцирования, был использован сглаживающий фильтр Савицкого-Голея.

Нами проводились две серии измерений. В первой серии проводились измерения при пропускании тока между 2м и 3м контактами (остальные контакты были не забондированы), во второй при пропускании тока между 5м и 6м контактами (остальные контакты были не забондированы).

Рассмотрим результаты измерений при пропускании тока между 5м и 6м контактами. На рис. 15 представлены типичные результаты измерения шума для одного из напряжений на заднем затворе и показана попытка подогнать измеряемый шум формулой, описывающей переход от теплового



Рис. 16: График зависимости  $\frac{dP}{dT}$  от температуры, построенный для различных напряжений на заднем затворе. Чёрная линия - построенный для сравнения  $T^2$ . Температура в криостате T = 0.5K.

шума к дробовому [29]:

$$S_I = \frac{4k_BT}{R} + 2e|I|F(\coth\xi - 1/\xi), \ \xi = \frac{e|V|}{2k_BT}$$

Из графика видно, что зависимость шума от тока имеет сильно нелинейный характер и не описывается формулой для дробового шума, что свидетельствует о наличии электрон-фононного взаимодействия [29]. Аналогичная ситуация наблюдается и на второй паре контактов.

Из измеренной спектральной плотности нами находилась температура электронов и зависимость релаксируемой мощности от температуры. Как уже говорилось, а общем виде закон охлаждения на акустических фонона -  $P = \sum_{e-ph} (T^{\delta} - T_{ph}^{\delta})$ . Нас интересовала  $\delta$  и  $\sum_{e-ph}$ . Мы строили графики в логорифмических координатах и находили  $\delta$  из наклона прямых. Для удобства мы строили не P(T), а  $\frac{dP}{dT}(T)$ , чтобы избавится от влияния фононной температуры [30]. На следующем графике рис. 16 построены зависимости  $\frac{dP}{dT}$  от T в логарифмических координатах для различных напряжений на заднем затворе. На графике представлены данные только для положительных напряжений чтобы не перегружать график, так как данные ведут себя симметрично относительно точки Дирака. Данная зависимость была промерена в 12 точках по напряжению на заднем затворе:  $V_{bg} - V_d = -30V$ ; -25V; -20V; -15V; -10V; -5V; 0V; 5V; 10V; 15V; 20V; 25V. Результаты всех измерений предаствлены на рис. 21.

Из графика можно сделать вывод, что  $\delta = 3$ . Однако из измерений нельзя получить коэффициент пропорциональности, так как образец имеет неправильную форму, что даёт неравномерное распределение плотности тока и тумпературы в образце, которые мы не знаем.

Измерения были проведены при температуре T = 0.5K. В экспериментах сначала измерялась спектральная плотность шума, потом делалась повторная развёртка напряжения и записывалось падение напряжения на известном сопротивлении (которое было в цепи и при измерении шума), поставленным последовательно с образцом. Используя эти данные, вычислялось Джоулево тепло.



Рис. 17: График зависимости дифференциального сопротивления от напряжения на образце. Синяя линия соответствует  $V_{bg} - V_d = 0V$ , зелёная  $V_{bg} - V_d = 5V$ , красная  $V_{bg} - V_d = 10V$ . Температура в криостате T = 0.5K.



Рис. 18: График зависимости спектральной плотности токового шума от тока для трёх различных напряжений на заднем затворе.

При обработке использовались данные для дифференциального сопротивления образца. Типичные зависимости в данном диапазоне напряжений представлены на рис. 17.

В дальнейшем нам хотелось увеличить диапазон измерений по температуре электронов, однако дальнейшее увеличение мощности нагрева начало заметно влиять на температуру в криостате, поэтому измерения велись при температуре 4.2K.

На рис. 18 приведены характерные зависимости спектральной плотности токового шума от тока для "широкого" диапазона токов при температуре в криостате T = 4.2K.

На графике прежде всего видны следующие особенности: дрожание спектральной плотности при больших токах и несимметричность зависимостей относительно нуля тока.

Несимметричность кривых по току связана с тем, что при таких больших токах на образце падает напряжение  $\Delta V \sim 1V$ , что эффективно меняет напряжение на заднем затворе. При пропускании тока в разные стороны напряжение на заднем затворе меняется в разные стороны. С этим



Рис. 19: График зависимости дифференциального сопротивления образца от напряжения на образце для различных напряжений на заднем затворе.  $T = 4.2 \, K$ 

и связана асимметрия. Это утверждение хорошо подтверждается тем, что точки, симметричные по заднему затвору относительно точки Дирака (рис. 18 +15V, -15V), имеют асимметрию в противоположные стороны.

Наблюдаемое дрожание может быть связано с началом движения разогретых примесей по поверхности графена, однако подробное изучение этого вопроса нами не проводилось.

Для обработки данных, так же как и ранее, было измерено дифференциальное сопротивление образца. Некоторые характерные кривые дифференциального сопротивления представлены на рис. 19.

На следующем графике рис. 20 представлены результаты измерения при температуре 0.5К при малых токах (порядка 10 мкА) и при температуре 4.2К при средних токах (порядка 100 мкА) и больших токах (порядка 1мА) для трёх различных напряжений на заднем затворе. Для каждого значения напряжения на заднем затворе все три измерения представлены одним цветом.

Из графика видно, что зависимость близкая к  $\delta = 3$  наблюдается на

протяжении двух порядков по температуре для всех напряжений на заднем затворе, для того, чтобы это продемонстрировать на графике построен  $T^2$ . При температуре  $T \sim 100K$  зависимость меняется на близкую к  $\delta = 1$  (что соответствует  $\frac{dP}{dT} = const$ ). Сильная зашумлённость данных при высокой температуре связана с дрожанием в шуме, которое обсуждалось ранее.

На рис. 21 приведены данные для каждого промеренного напряжения на заднем затворе.



Рис. 20: Зависимость  $\frac{dP}{dT}$  от T в логарифмических координатах для различных напряжений на заднем затворе.

#### Другая пара контактов.

Были проведены измерения, когда ток пропускался через 2й и 3й контакты (см. рис. 12), остальные контакты не были забондированы.

На рис. 22 представлены результаты измерений при температуре в криостате T = 0.47K. Из графиков видно, что при малых температурах элек-





Рис. 21: Зависимость  $\frac{dP}{dT}$  от T в логарифмических координатах для различных напряжений на заднем затворе. Синие точки - экспериментальные данные, красная прямая - построенный  $T^2$ .

тронной системы зависимость близка к  $\delta = 3$ , затем при температуре в несколько десятков Кельвин наблюдается смена зависимости. Новая зависимость похожа на  $\delta = 1$ , однако наблюдается не так хорошо, как на другой паре контактов.



Рис. 22: Зависимость  $\frac{dP}{dT}$  от T, построенная в логарифмических координатах для различных напряжений на заднем затворе. Температура в криостате T = 0.47K.

Для нескольких значений напряжений на заднем затворе теплоотдача была промерена подробнее. Данные представлены на рис. 23. Видно, что зависимость  $\delta = 3$  удается пронаблюдать на нескольких порядках по температуре.



Рис. 23: Зависимость  $\frac{dP}{dT}$  от T, построенная в логарифмических координатах для различных напряжений на заднем затворе и различных температур в криостате.



Рис. 24: Модель образца в программе COMSOL Multiphysics. Координаты указаны в микрометрах.

# 5 Численное моделирование.

Нами были получены зависимости мощности охлаждения электронной системы в графене от температуры электронов для различных напряжений на заднем затворе, однако коэффициент пропорциональности в законе  $P = \Sigma(T^3 - T_0^3)$  невозможно было установить каким-либо простым пересчётом экспериментальных данных, так как образец имел неправильную форму.

Для того, чтобы найти коэффициент  $\Sigma$ , мы использовали численное моделирование охлаждения электронов в нашем образце. Для численного моделирования мы использовали программу "COMSOL Multiphysics" в которой мы задали форму образца рис. 24, и размеры, измеренные по фотографии.

#### 5.1 Решаемые уравнения.

Программа решала следующие уравнения:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$
  
 $\mathbf{E} = -\nabla \varphi$   
 $-\nabla (k \nabla T) = Q_{Joule} - \Sigma (T^3 - T_0^3)$   
 $k = L \sigma T$ 

Для определения коэффициента теплопроводности использовался закон Видемана-Франца. L - константа Лоренца. Была задана температура на границе золотых контактов.

Результатом моделирования являлось распределение температуры в образце рис. 25.



Рис. 25: Распределение температуры в образце.

Однако, чтобы сравнить экспериментальные данные и расчётом необходимо пересчитать температуру в образце в среднюю шумовую температуру.

#### 5.2 Формула для средней шумовой температуры.

Рассмотрим вывод формулы для средней шумовой температуры образца произвольной формы. Пусть от одного края образца к другому течёт ток I и задано напряжение V. Разобьем образец на N частей так, чтобы на каждой части падало напряжение  $\Delta V$  рис. 26.



Рис. 26: Образец произвольной формы.

Тогда рассмотрим спектральную плотность шума по току и представим её как сумму спектральных плотностей шума по напряжению от N последовательных источников. Считаем, что шумы от источников независимы, поэтому можем складывать плотности.

$$S_I = \frac{1}{R^2} \sum_i S_{V_i}$$

Затем разобьём каждую из N частей на M частей так, чтобы через границу каждой части протекал одинаковый ток  $\Delta I$ . Представим шум каждой из N частей как сумму шума от параллельных M частей. Снова считаем, что разные части шумят независимо.

$$S_{I} = \frac{1}{R^{2}} \sum_{i} S_{V_{i}} = \frac{1}{R^{2}} \sum_{i,j} R_{i}^{2} S_{Iij}$$

Теперь вспомним, что  $S_I = \frac{4k_BT}{R}$  и по условию разбиения  $R_i = \frac{R}{N}, R_{ij} = R_i M$ . Подставим всё это в формулу.

$$T = \frac{\sum_{i,j} T_{ij}}{NM} = \frac{\int \int T dV dI}{JV}$$
$$dV = E dx$$
$$dJ = j dy$$
$$T_{noise} = \frac{\int \int T(x, y) E j dx dy}{JV}$$

Таким образом шумовая температура в образце произвольной формы это усреднённая по образцу температура с весами локального Джоулева тепла.

## 5.3 Результаты моделирования.

При моделировании задавались различные напряжения на контактах и для каждого из них считалось распределение температур. Кроме того, задавались коэффициент электрон-фононного взаимодействия  $\Sigma$  и проводимость графена на квадрат  $\sigma$ . Из сосчитанных данных строилась зависимость  $\frac{dP}{dT}$  от  $T^2$  рис. 27 и подгонялась под экспериментальную зависимость вариьрованием  $\Sigma$ , так как в модели при данных температурах электрон-фононное взаимодействие является главным механизмом отвода тепла, поэтому коэффициент наклона прямой линейно зависел от коэффициента  $\Sigma$ .

Таким образом обрабатывались все эксперименты и находилась зависимость коэффициента электрон-фононного взаимодействия от концентрации носителей рис. 28.

Из графика видно, что зависимость коэффициента электрон-фононного взаимодействия близка к линейной, что говорит о том, что при излучении фонона электрон не связан законом сохранения импульса и может рассеяться из любой точки на поверхности ферми в любую другую.

То, что на различных контактах получаются различные коэффициенты электрон-фононного взаимодействия видимо свидетельствует от том, что образец не однороден или о различном качестве контактов.

Кроме того, моделирование позволило оценить подвижность в образце:

$$\mu_{2-3} = 3750 \left(\frac{cm^2}{V \cdot S}\right)$$
$$\mu_{5-6} = 2900 \left(\frac{cm^2}{V \cdot S}\right)$$

2-3 значит, что оценивалась подвижность образца в области между 2м и 3м контактами. В модели Друде была оценена длина свободного пробега:

$$l_{2-3} = 31 (nm)$$
  
 $l_{5-6} = 24 (nm)$ 



Рис. 27: Подгонка экспериментальной зависимости моделью.



Рис. 28: Зависимость коэффициента электрон-фононного взаимодействия от концентрации для различных пар контактов.

# 6 Обсуждение экспериментальных результатов.

Сначала кратко перечислим экспериментальные результаты. Было установлено, что  $\delta = 3$  при низкой температуре электронов, а затем сменяется на  $\delta = 1$  при температурах близких в 100К. Была найдена зависимость коэффициента электрон-фононного взаимодействия  $\Sigma$  от концентрации носителей n, видно что зависимость не корневая, ближе к линейной, однако с некоторыми отклонениями от линейной зависимости. Для разных контактов величина  $\Sigma$  оказалась разной.

Вначале выпишем некоторые характерные величины для нашего образца. Для контактов 5-6:

$$T_{dis(5-6)} = \frac{hs}{k_B l_{mfp}} = 40 \, (K)$$

$$n = 2.9 \cdot 10^{11} - 2.3 \cdot 10^{12} \left(\frac{1}{cm^2}\right)$$
$$E_F = \hbar v_F \sqrt{\pi n} = 63 - 176 \,(meV)$$
$$T_{BG(5-6)} = \frac{2\hbar s \sqrt{\pi n}}{k_B} = 29 - 82 \,(K)$$

Для контактов 2-3:

$$T_{dis(2-3)} = \frac{hs}{k_B l_{mfp}} = 31 \, (K)$$
$$n = 3.1 \cdot 10^{11} - 2.8 \cdot 10^{12} \left(\frac{1}{cm^2}\right)$$
$$E_F = \hbar v_F \sqrt{\pi n} = 65 - 195 \, (meV)$$
$$T_{BG(2-3)} = \frac{2\hbar s \sqrt{\pi n}}{k_B} = 30 - 90 \, (K)$$

В наших измерениях мы наблюдаем  $\delta = 3$  для всех концентраций с температур близких к 1К. При таких температурах невозможен процесс суперкализий, которые наблюдаются с температур  $T > T_{BG}$ , поэтому можно заключить, что наблюдаемый процесс есть низкотемпературное испускание фононов при взаимодействии с примесями. В теории предполагается, что данный процесс происходит при  $T \ll T_{dis}$ , однако в нашем эксперименте и в [4] данный процесс наблюдается вплоть до самой  $T_{dis}$ .

Затем, мы полагаем, что должна происходить смена степени на  $\delta = 4$ . Однако мы этого не наблюдаем. Возможно температурный зазор  $T_{dis} < T < T_{BG}$  оказывается недостаточно велик и кроме того форма и неоднородность образца тоже оказывают влияние: может реализовываться ситуация в которой в различных частях образца доминируют различные процессы охлаждения, что может замывать зависимость.

При высоких температурах, тогда  $T > T_{BG}$ , мы наблюдаем смену степени на  $\delta = 1$ . Причина данной смены обсуждалась в главе "Обзор литературы". Обратите внимание, что несмотря на схожесть механизма низкотемпературного испускания фононов при взаимодействии с примесями и суперколлизий, и более того, теоретическом совпадении коэффициентов  $\Sigma$ с точностью до 1/2, мы не пронаблюдали оба процесса на одном образце. Данный факт является нетривиальным результатом. Хотя, возможно, на рис. 16 при температуре 2К мы видим переход от низкотемпературного  $T^3$  к высокотемпературному (суперколлизиям). Это выражается в небольшом сдвиге зависимостей без изменения наклона. Однако ни данных, ни точности не хватает, чтобы обсуждать это.

Линейная зависимость  $\Sigma_{e-ph}(n)$  свидетельствует о том, что состояния электрона до и после испускания фонона не связаны законами сохранения, поэтому в коэффициент вносит вклад плотность состояний на уровне ферми до и после испускания фонона ( $\frac{dn}{dE} \sim \sqrt{n}$ ). Если бы состояния были связаны законами сохранения то в этом случае, как обсуждалось в главе "Обзор литературы"  $\Sigma_{e-ph} \sim \sqrt{n}$ .

Из зависимости  $\Sigma_{e-ph}(n)$  можно получить деформационный потенциал в графене:

$$D = \sqrt{\frac{\sum_{e-ph} \pi^2 v_F^3 \rho_M \hbar^4 l_{mfp} s^2}{2\zeta(3) E_F k_B^3}}$$
$$D_{2-3} = 115 \, (eV)$$
$$D_{5-6} = 140 \, (eV)$$

Мы получили довольно высокие значения для деформационного потенциала, по сравнению с другими группами: 19 eV, 23 eV, 51 eV [4]; 70 eV [2]; 12 eV [1]; 33 eV [5]; 4 eV [3]. Можно предположить, что в нашем случае испускание фононов идет не только в графен, но и в подложку. Так как в  $SiO_2$  скорость звука на порядок меньше чем в графене ( $s_{SiO_2} \approx 2 \cdot 10^3$  м/с), то это деформационный потенциал получится в десять раз меньше. Однако до конца ситуация остаётся не ясной.

## 7 Благодарности.

Автор очень признателен Петруше С. В., Тихонову Е. С. и Шовкуну Д. В. за продуктивное обсуждение в ходе работы и за помощь в измерениях.

## Список литературы

- McKitterick, C. B., Prober, D. E. & Rooks, M. J. Electron-phonon cooling in large monolayer graphene devices. *Phys. Rev. B* 93, 075410 (2016). URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.93.075410.
- [2] Betz, A. C. et al. Supercollision cooling in undoped graphene. Nat Phys 9, 109–112 (2012). URL http://dx.doi.org/10.1038/nphys2494.
- Betz, A. C. et al. Hot electron cooling by acoustic phonons in graphene. *Phys. Rev. Lett.* 109, 056805 (2012). URL http://link.aps.org/doi/ 10.1103/PhysRevLett.109.056805.
- [4] Fong, K. C. et al. Measurement of the electronic thermal conductance channels and heat capacity of graphene at low temperature. *Phys. Rev. X* 3, 041008 (2013). URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX. 3.041008.
- [5] Fong, K. C. & Schwab, K. C. Ultrasensitive and wide-bandwidth thermal measurements of graphene at low temperatures. *Phys. Rev. X* 2, 031006 (2012). URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.2.031006.
- [6] Hemsworth, N. et al. Measurement of electronic heat dissipation in highly disordered graphene. Phys. Rev. B 92, 241411 (2015). URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.92.241411.
- Johannsen, J. C. et al. Direct view of hot carrier dynamics in graphene. *Phys. Rev. Lett.* 111, 027403 (2013). URL http://link.aps.org/doi/ 10.1103/PhysRevLett.111.027403.
- [8] Das Sarma, S., Adam, S., Hwang, E. H. & Rossi, E. Electronic transport in two-dimensional graphene. *Rev. Mod. Phys.* 83, 407–470 (2011). URL http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.83.407.
- [9] Castro Neto, A. H., Guinea, F., Peres, N. M. R., Novoselov, K. S. & Geim,

A. K. The electronic properties of graphene. *Rev. Mod. Phys.* **81**, 109–162 (2009). URL http://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.81.109.

- [10] Viljas, J. K. & Heikkilä, T. T. Electron-phonon heat transfer in monolayer and bilayer graphene. *Phys. Rev. B* 81, 245404 (2010). URL http:// link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.81.245404.
- [11] Kubakaddi, S. S. Interaction of massless dirac electrons with acoustic phonons in graphene at low temperatures. *Phys. Rev. B* 79, 075417 (2009). URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.79.075417.
- [12] Efetov, D. K. & Kim, P. Controlling electron-phonon interactions in graphene at ultrahigh carrier densities. *Phys. Rev. Lett.* 105, 256805 (2010).
   URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.256805.
- [13] Chen, W. & Clerk, A. A. Electron-phonon mediated heat flow in disordered graphene. *Phys. Rev. B* 86, 125443 (2012). URL http://link.aps.org/ doi/10.1103/PhysRevB.86.125443.
- [14] Song, J. C. W., Reizer, M. Y. & Levitov, L. S. Disorder-assisted electronphonon scattering and cooling pathways in graphene. *Phys. Rev. Lett.* 109, 106602 (2012). URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett. 109.106602.
- [15] Novoselov, K. S. et al. Two-dimensional gas of massless dirac fermions in graphene. Nature 438, 197-200 (2005). URL http://dx.doi.org/10. 1038/nature04233.
- [16] Li, X. et al. Large-area synthesis of high-quality and uniform graphene films on copper foils. Science 324, 1312-1314 (2009). URL http://dx. doi.org/10.1126/science.1171245.
- [17] Lin, Y.-C. *et al.* Graphene annealing: How clean can it be? *Nano Letters* 12, 414–419 (2012). URL http://dx.doi.org/10.1021/nl203733r.

- [18] Xiang, S. et al. Low-temperature quantum transport in CVD-grown single crystal graphene. Nano Res. 9, 1823–1830 (2016). URL http://dx.doi. org/10.1007/s12274-016-1075-0.
- [19] Wallace, P. R. Erratum: The band theory of graphite [phys. rev. 71, 622 (1947)]. Phys. Rev. 72, 258-258 (1947). URL http://link.aps.org/doi/ 10.1103/PhysRev.72.258.
- [20] Abrikosov. Основы теории металлов (Москва Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1987).
- Shon, N. H. & Ando, T. Quantum transport in two-dimensional graphite system. Journal of the Physical Society of Japan 67, 2421-2429 (1998).
   URL http://dx.doi.org/10.1143/JPSJ.67.2421.
- [22] Spietz, L. Primary electronic thermometry using the shot noise of a tunnel junction. Science 300, 1929-1932 (2003). URL http://dx.doi.org/10. 1126/science.1084647.
- [23] Kogan. Electronic Noise and Fluctuation in Solids (Cambridge University Press (CUP), 1996).
- [24] Nyquist, H. Thermal agitation of electric charge in conductors. *Phys. Rev.* 32, 110–113 (1928). URL http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev. 32.110.
- [25] Blanter, Y. & Büttiker, M. Shot noise in mesoscopic conductors. *Physics Reports* 336, 1–166 (2000). URL http://dx.doi.org/10.1016/ S0370-1573(99)00123-4.
- [26] Blake, P. et al. Making graphene visible. Appl. Phys. Lett. 91, 063124 (2007). URL http://dx.doi.org/10.1063/1.2768624.
- [27] Tikhonov, E. S. et al. Local noise in a diffusive conductor. arXiv (2016).
   URL http://arxiv.org/abs/1604.07372.

- [28] Nagaev, K. E. Influence of electron-electron scattering on shot noise in diffusive contacts. *Phys. Rev. B* 52, 4740-4743 (1995). URL http:// link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.52.4740.
- [29] Nagaev, K. On the shot noise in dirty metal contacts. *Physics Letters A* 169, 103–107 (1992). URL http://dx.doi.org/10.1016/0375-9601(92) 90814-3.
- [30] Устное сообщение Шерстобитова А. А. .