Министерство Образования и Науки Российской Федерации
Московский физико-технический институт (ГУ)
Кафедра физики твёрдого тела
Институт физики твердого тела РАН

На правах рукописи

ХИСАМЕЕВА Алина Рамилевна

“Исследование плазменных возбуждений в системе двумерных анизотропных фермионов”

Магистерская образовательная программа
010600 — прикладная физика и математика

Выпускная квалификационная работа
на степень магистра

Научный руководитель:
к.ф.-м.н. Вячеслав М. МУРАВЬЕВ,
старший научный сотрудник ИФТТ (РАН)

Черноголовка — 2016

Оглавление

Введение

В области физики твёрдого тела исследование низкоразмерных электронных систем занимает одно из центральных и наиболее важных мест. Особый интерес для изучения представляют собой коллективные возбуждения - волны зарядовой плотности и спиновой плотности. Волны зарядовой плотности (плазмоны) в двумерных электронных системах (ДЭС) имеют ряд уникальных и интересных свойств: в отличие от трехмерного случая, плазменные возбуждения имеют бесщелевой спектр; их дисперсия легко управляется посредством изменения концентрации электронов или путём приложения внешнего магнитного поля. Это даёт возможность контролировать плазменные возбуждения в широком пределе.

Много научных работ было посвящено исследованию коллективных состояний в режиме сильного электрон-электронного взаимодействия. Идеальными системами для такого исследования являются полупроводниковые гетероструктуры. Дробный квантовый эффект Холла [1], переход металл-диэлектрик [2] являются примерами таких состояний. Электрон-электронное взаимодействие описывается параметром r_s, который характеризуется отношением между энергией кулоновского взаимодействия и энергией Ферми. Кроме этого параметр r_s пропорционален эффективной массе носителей заряда. Этот факт побудил интерес к ДЭС с сильно анизотропными эффективными массами. ДЭС на основе квантовых ям AlAs, является одним из наиболее перспективных материалов для таких исследований [6].

Объёмный AlAs является непрямозонным полупроводником, электроны заполняют три эквивалентной долины в X точках зоны Бриллюэна. Долинное вырождение частично снимается при переходе к ДЭС. Для квантовых ям на основе AlAs, ширина которых более 5 нм, выращенных на подложке GaAs (001), только (X) [100] и (Y) [010] долины заполняются электронами. Такое поведение является следствием присутствия остаточной деформации в плоскости из-за разности между постоянными решёток AlAs и GaAs. Вследствие этого -долина опускается ниже Y-долины и между ними возникает энергетическая щель ΔE [3, 4, 5]. Междолинное расщепление приводит к радикальной перестройке спектра магнитоплазменных возбуждений. Расстояние между двумя долинами можно варьировать при помощи внешней механической деформации, приложенной к образцу и тем самым изменять спектр магнитоплазменных возбуждений. Из транспортных измерений были получены значения эффективных масс: $m_l = (1.1 \pm 0.1)m_0$

— для продольной и $m_{\text{tr}} = (0.20 \pm 0.02)m_0$ — для поперечной осей эллипсоида поверхности Ферми. Для объёмного AlAs фактор Ланде $g^* = 2$ значительно больше, чем в GaAs ($g^* = -0.44$). Эти свойства делают гетероструктуры на основе AlAs идеальным объектом для изучения явлений в многодолинных и многочастичных системах.

Микроволновая магнитоспектроскопия является наиболее прямым методом для характеризации поверхности Ферми и определения эффективных масс [9]. Двумерные плазмоны в изотропных гетероструктурах GaAs были обнаружены с помощью данной методики и в настоящее время уже хорошо изучены [10, 11]. Тем не менее, все исследования по динамике плазмы в анизотропных ДЭС ограничивались способом, когда для создания небольшой анизотропии в изотропной 2DES использовалось сильное магнитное поле [13, 14, 15]. Двумерные электронные системы с естественной сильной анизотропией масс, а также многокомпонентные ДЭС, до сих пор не были хорошо изучены [7].

Плазменные возбуждения в низкоразмерных квантовых системах имеют потенциальное приложение в области детектирования и генерации электромагнтиного излучения в терагерцовом диапазоне (0.13 THz). Электромагнитное излучение в терагерцовом частотном диапазоне все ещё остаётся единственной технически плохо освоенной областью электромагнитного спектра с потрясающими перспективами для исследований и инноваций.

Дипломная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Первая глава содержит в себе литературные обзоры по физике плазмонов и основным особенностям двумерных электронных систем на основе AlAs. Во второй главе сформулирована постановка задачи. В третьей главе описаны процесс изготовления образцов и методика эксперимента. Основные результаты работы приведены в четвёртой и пятой главах, а также сжато вынесены в заключение.

1. Литературный обзор

1.1 Плазменные и магнитоплазменные возбуждения

Плазма — электронейтральный газ носителей положительных и отрицательных зарядов, взаимодействующих по закону Кулона. Плазменные возбуждения представляют собой коллективные колебания носителей зарядов. То же понятие применимо к твёрдому телу, где носителями отрицательного заряда являются электроны проводимости, а положительного — ионная решётка. Электроны проводимости, а значит, и плазма существует в металлах, полуметаллах и полупроводниках. Причём, в металлах поведение электронов проводимости определяет практически все их свойства, включая энергию связи, кристаллическую структуру, электрические характеристики, теплопроводность, спектральные характеристики.

Концентрация носителей заряда в полупроводниках ($< 10^{13}$ см$^{-2}$) и полуметаллах (10^{18}–10^{20} см$^{-2}$) существенно меньше, чем в металлах ($\sim 10^{23}$ см$^{-2}$). В результате, электронная плазма здесь не столь важна для определения макроскопических свойств тела. Однако, её собственные свойства в полупроводниках и полуметаллах представляют больший интерес, чем в металлах, благодаря разнообразию параметров, определяющих её поведение (концентрация электронов, ширина запрещённой зоны).

Свойства плазменных возбуждений сильно зависят от геометрических параметров системы. В частности, существуют трёхмерные, двумерные, одномерные плазмоны. Кроме того, они могут существовать на границах электронной системы. Такими возбуждениями являются поверхностные плазмонные поляритоны, краевые магнитоплазмоны.

1.1.1 Объёмные плазмоны

Обычный плазмон — чисто продольное колебание. В неограниченном образце спектр плазмона — зависимость его частоты ω от волнового вектора $\boldsymbol{q} = (q_x, q_y, q_z)$ — определяется из дисперсионного уравнения:

$$\varepsilon(\boldsymbol{q}, \omega) = 0,$$

где $\varepsilon(\boldsymbol{q}, \omega)$ — продольная диэлектрическая проницаемость системы.

Рассмотрим простейшую модель плазменных колебаний, в которой электроны движутся относительно однородно заряженного положительного фона (модель “желе”). Пусть электронный газ смещён как целое по отношению к положительному фону. При этом возникает электрическое поле $E = 4\pi neu$, которое стремится вернуть электроны в положение равновесия. Запишем уравнение движения электрона:

$$nVm\frac{d^2u}{dt^2} = -nVeE = -4\pi Vn^2e^2u,$$

где V — объём электронного газа, n — концентрация электронов, e —заряд электрона, m — его масса. Уравнение движения можно переписать:

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \omega_p^2 u = 0,$$

где

$$\omega_P = \sqrt{\frac{4\pi ne^2}{m}}.$$

Это уравнение описывает колебания с частотой ω_P. Частоту ω_P называют плазменной частотой.

Если внедрить пробный точечный заряд q внутрь металла, то концентрация электронов вблизи пробного заряда изменится таким образом, чтобы электрическое поле заряда было в значительной мере скомпенсировано полем, создаваемым возмущением однородности концентрации электронов. Говорят, что пробный заряд экранируется электронным газом. Экранирование характеризуется величиной, называемой длиной экранирования. На расстояниях, меньших этой длины, экранирование проявляется слабо, а на больших расстояниях экранирование становится все более полным. В рамках классической физики, для невырожденной плазмы можно получить выражение для дебаевской длины экранирования:

$$\lambda_D^2 = \frac{k_B T \epsilon_0}{4\pi ne^2},$$

где k_B — константа Больцмана, T — температура плазмы, ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, n — концентрация носителей заряда образующих плазмы, e — их заряд. В вырожденной плазме длина экранирования определяется радиусом Томаса-Ферми:

$$\frac{1}{\lambda} = \sqrt{\frac{6\pi ne^2}{\epsilon_0 E_F}},$$

где E_F — энергия Ферми электронов. Отклик плазмы на внешнее воздействии зависит от длины волны внешнего воздействия. Отклик плазмы на возмущение с длиной волны меньше длины экранирования ($\lambda < \lambda_{cr}$) определяться одночастичными свойствами, в то время как более длинноволновые возмущения ($\lambda > \lambda_{cr}$) приводят к проявлению коллективных свойств. Можно выделить два основных механизма затухания плазмонов: столкновительный и бесстокновительный, известный также как затухание Ландау. Первый объясняется взаимодействием электронов с фононами, дефектами кристаллической решётки, например примесями. Электрическое поле — возвращающая сила, обеспечивающая существование плазменных колебаний, обусловлена согласованным действием большого числа частиц. Рассеяние разрушает это упорядоченное движение и приводит к затуханию плазменных волн. Поэтому плазменных колебаний существуют при условии выполнения неравенства $\omega_p^{3D}\tau \gg 1$, где τ — время релаксации носителей заряда.

Бесстолкновительное затухание обусловлено распадом плазмона на одночастичные возбуждения (электро-дырочные пары). Найдем область энергий и импульсов, в которой этот процесс возможен. Для этого запишем закон сохранения энергии и импульса. Пусть плазмон с импульсом $\hbar q$ возбуждает электрон с импульсом $\hbar k$, тогда:

$$\frac{\hbar(\boldsymbol{q}+\boldsymbol{k})^2}{2m} - \frac{\hbar k^2}{2m} = \hbar\omega_P,$$

откуда получаем:

$$\frac{\hbar^2 \boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{k}}{m} + \frac{\hbar^2 q^2}{2m} = \hbar\omega_P.$$

Поскольку импульс электрона k не превышает импульса Ферми, при малых q процесс невозможен. Минимальное значение волнового вектора плазмона q, начиная с которого можно удовлетворить законы сохранения энергии и импульса и становится возможным процесс распада плазмона на электрон-дырочную пару равен

$$q_{min} = \omega_P / v_F.$$

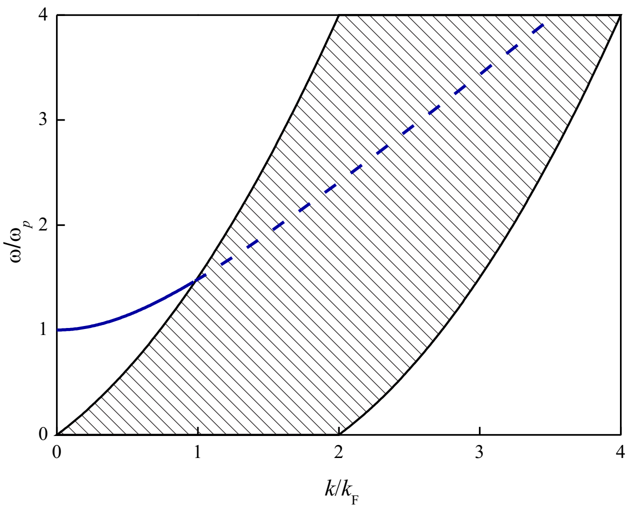

Рис. 1.1: Дисперсионная кривая объёмных плазменных возбуждений. В заштрихованной области плазмоны сильно затухают из-за распада на одночастичные возбуждения.

На Рисунке 1.1 показан закон дисперсии плазмона и заштрихована область, в которой плазмоны сильно затухают из-за распада на одночастичные возбуждения.

1.1.2 Плазмоны в двумерных электронных системах

В двумерном случае спектр плазмонов кардинально отличается от трёхмерного. В пределе больших длин волн ($q \to 0$) частота плазменных колебаний стремится к нулю. Этот факт легко получить из качественных рассуждений. Создадим флуктуацию плотности электронов в виде периодических (с периодом $\lambda = 2\pi/q$) расположенных плоскостей (объёмный случай) или нитей на плоскости (2D случай). Возникшее электрическое поле, а следовательно, и возвращающая сила, приводящая к плазменным колебаниям, не зависит от λ в первом случае и падает как $1/\lambda$ во втором. Поэтому квадрат собственной частоты колебаний не зависит от q в 1-м случае и пропорционален q во 2-м.

Отклик бесконечной двумерной плазмы на внешнее электромагнитное поле, определяется диэлектрической функцией:

$$\epsilon(q,\omega) = 1 + \frac{2\pi i \sigma_{xx} q}{\omega \epsilon}, \tag{1.1}$$

где ϵ — эффективная диэлектрическая проницаемость окружающей двумерную систему среды, σ_{xx} — диагональная компонента тензора проводимости двумерных электронов. В приближении Друде диагональная и недиагональная компоненты тензора проводимости двумерной электронной системы в магнитном поле B выражаются:

$$\sigma_{xx}(\omega) = \frac{n_s e^2 \tau}{m^*} \frac{1 - i\omega\tau}{(1 - i\omega\tau)^2 + (\omega_c \tau)^2} \tag{1.2}$$

и

$$\sigma_{xy}(\omega) = -\frac{n_s e^2 \tau}{m^*} \frac{\omega_c \tau}{2\left((1 - i\omega\tau)^2 + (\omega_c \tau)^2\right)}. \tag{1.3}$$

В этих выражениях: n_s — двумерная концентрация электронов, m^* — эффективная масса электронов, $\omega_c = eB/m^*$ — циклотронная частота. Плазменная частота определяется положением нулей этой диэлектрической функции $\epsilon(q,\omega)$. В нулевом магнитном поле $B = 0$ и в высокочастотном пределе $\omega\tau \gg 1$, $\omega_P \tau \gg 1$ дисперсия двумерных плазменных волн в электронной системе, окружённой бесконечной средой с диэлектрической проницаемостью равна [10]:

$$\omega_P^2(q) = \frac{2\pi n_s e^2}{m^* \epsilon} q. \tag{1.4}$$

В типичных реальных структурах двумерная электронная система находится в многослойном диэлектрическом окружении. Пусть наша двумерная электронная система находится на границе двух диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2, с толщинами d_1 и d_2 соответственно (см. рис. 1.1.2). Тогда диэлектрическую проницаемость среды следует заменить на диэлектрическую функцию [12]:

$$\epsilon(q) = \frac{\epsilon_1}{2} \frac{\epsilon_1 \tanh qd_1 + \epsilon_0}{\epsilon_1 + \epsilon_0 \tanh qd_1} + \frac{\epsilon_2}{2} \frac{\epsilon_2 \tanh qd_2 + \epsilon_0}{\epsilon_2 + \epsilon_0 \tanh qd_2}. \tag{1.5}$$

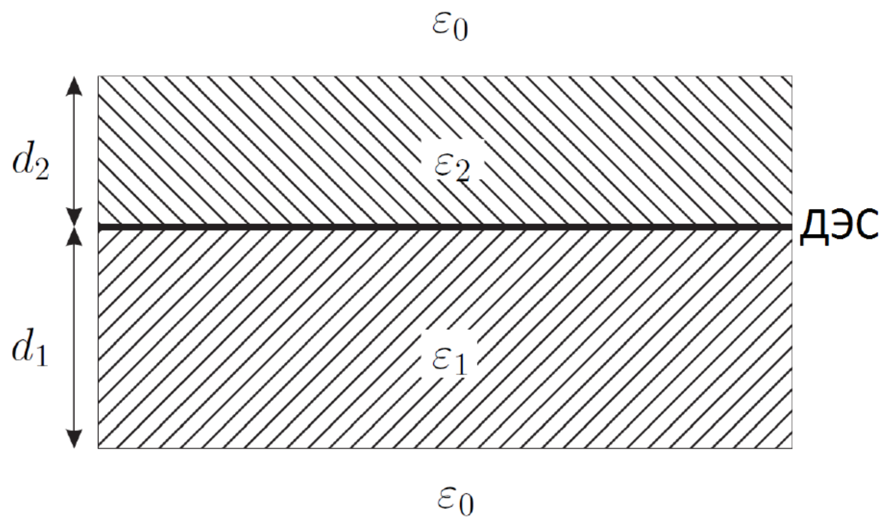

Рис. 1.2: ДЭС находится на границе двух диэлектриков

Рассмотрим наиболее распространённые случаи:

- Если система окружена с обеих стороны полубесконечными диэлектриками ($d_1 = d_2 = \infty$), то диэлектрическая функция равна

$$\epsilon(q) = (\epsilon_1 + \epsilon_2)/2. \tag{1.6}$$

- Двумерная система с одной стороны граничит с полубесконечным диэлектриком $d_1 = \infty$ с проницаемостью ϵ_1, а с другой стороны с диэлектриком с проницаемостью ϵ_2, на который напылён металл ($\epsilon_0 = \infty$). Тогда для такой экранированной двумерной электронной системы формула 1.5 превращается в [?]:

$$\epsilon(q) = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 \coth qd}{2}. \tag{1.7}$$

Если двумерную электронную систему поместить во внешнее перпендикулярное магнитное поле, то в законе дисперсии двумерных плазмонов возникает щель. В рамках модели Друде (из формул 1.2 и 1.4) для магнитоплазмонов имеем:

$$\omega_{mp}(q) = \sqrt{\omega_c^2 + \omega_p^2(q)}. \tag{1.8}$$

Впервые двумерные плазменные волны наблюдались в системе электронов на поверхности жидкого гелия. Электроны удерживались на поверхности гелия с помощью электродов и имели возможность двигаться в плоскости поверхности гелия. Возбуждение плазменных колебаний осуществлялось с помощью СВЧ сигнала, подаваемого на обкладки конденсаторной ячейки, внутри которой находилась поверхность гелия с электронами. Более удобным объектом для исследования двумерных плазмонов оказалась кремниевая МОП-структура [11, 21].

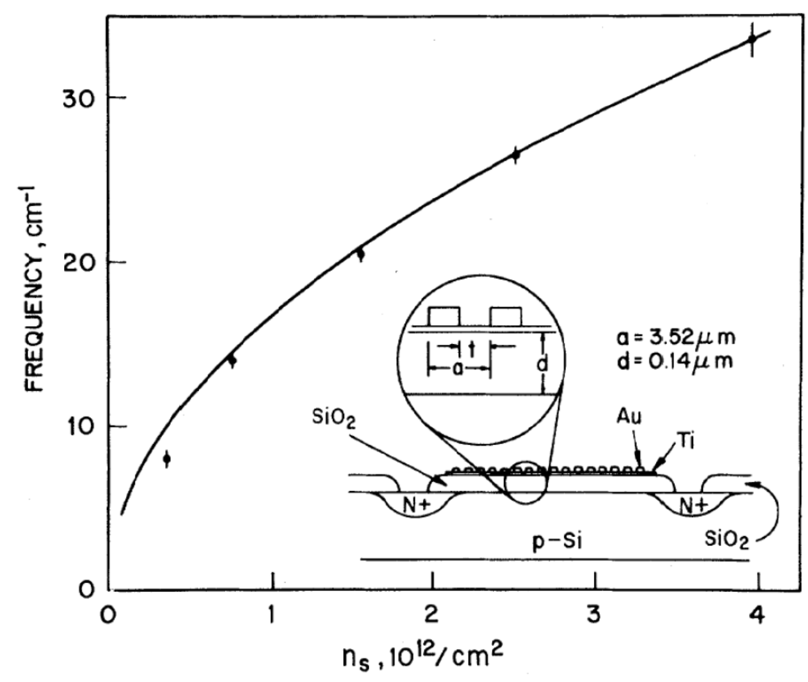

Рис. 1.3: Положение плазменных резонансов, измеренное в зависимости от электронной плотности n_s. Сплошная линия показывает теоретическую зависимость на основе выражения 1.4. На вставке изображено поперечное сечение МОП-структуры с напыленным решётчатым затвором. (Взято из статьи [11]).

Плазменные волны в электронной системе возбуждались посредством металлического затвора в виде решётки, напылённого на поверхность структуры. Периодическая структура затвора помогала передавать волновой вектор и улучшала связь падающей электромагнитной волны и плазменных возбуждений. На рисунке 1.1.2 отмечено положение плазменных резонансов, измеренное в зависимости от электронной плотности n_s. Сплошная линия показывает теоретическую зависимость на основе выражения 1.4. Позже двумерные плазмоны были тщательно исследованы в системе двумерных электронов на гетероструктурах AlGaAs/GaAs. Исследования проводились с помощью спектроскопии рамановского рассеяния света [17], поглощения ИК излучения [18]. Двумерные плазмоны были обнаружены также в двумерной дырочной системе инверсионного слоя кремния (100) [19, 20]. Было показано, что дисперсия плазмонов может являться удобным инструментом исследования непараболичности и анизотропии энергетического спектра носителей. Первые работы по изучению двумерных плазмонов в полупроводниковых структурах были выполнены в дальнем инфракрасном диапазоне и в терагерцовом диапазоне. Это было необходимо для выполнения условия $\omega_P \tau \gg 1$. С развитием технологий изготовления, качество структур заметно улучшилось, что привело к увеличению достижимой электронной подвижности на несколько порядков.

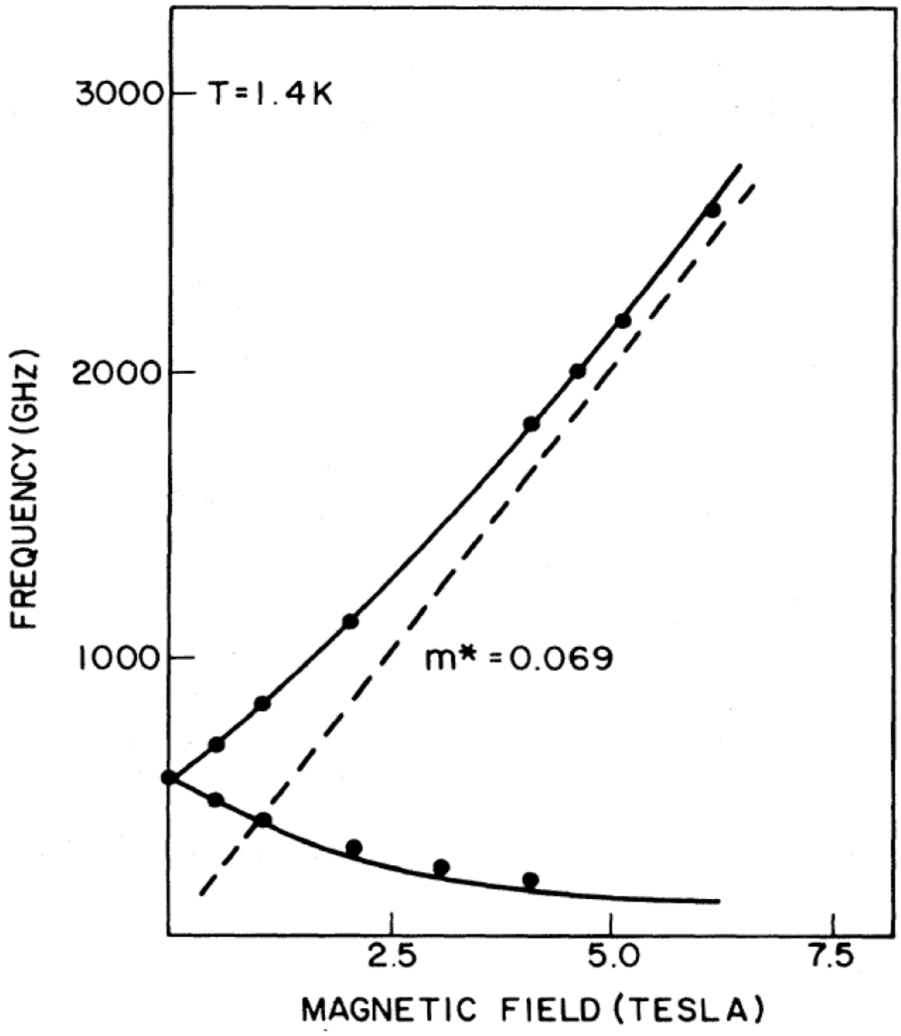

Рис. 1.4: Магнитодисперсия плазмонов в диске диаметров 5 мкм и концентрацией электронов $5.5 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$. Сплошной линией показана теоретическая зависимость1.9 (Взято из статьи [22]).

Это открыло возможности наблюдения двумерных плазмонов на гораздо более низких частотах микроволнового диапазона. В ограниченных двумерных электронных системах происходит квантование двумерного волнового вектора плазмона. В эксперименте часто оказывается удобным изучать ДЭС в геометрии диска. Первые исследования плазменных возбуждений в дисках ДЭС были выполнены на структурах AlGaAs/GaAs методом Фурье-спектроскопии [22]. На рисунке 1.1.2 приведена зависимость частоты плазменных возбуждений в диске от магнитного поля. Верхняя по частоте мода, имеющая положительную магнитодисперсию (что согласуется с формулой 1.8) соответствует "объёмному" 2D-плазмону, а нижняя ветвь — краевому магнетоплазмону (КМП), свойства которого более подробно рассмотрены в следующем параграфе. В рамках модели с эллиптическим профилем концентрации электронов, частоты плазменных мод в диске описываются выражением [22]:

$$\omega_{\pm} = \pm\frac{\omega_c}{2} + \sqrt{\omega_P^2 + \left(\frac{\omega_c}{2}\right)^2}, \tag{1.9}$$

где d — диаметр диска, ω_P — плазменная частота в диске в нулевом поле.

Если эффекты запаздывания малы, то плазменная частота в нулевом поле хорошо описывается выражением:

$$\omega_P^2(q) = \frac{2\pi n_s e^2}{m^* \epsilon(q)} q. \tag{1.10}$$

где $\epsilon(q)$ — эффективная диэлектрическая функция, m^* — эффективная масса электронов. Экспериментально установлено, что для фундаментальной моды в диске диаметром d: $q = 2.4/d$ [29].

1.1.3 Краевые магнитоплазмоны

В ограниченных двумерных электронных системах был открыт новый вид коллективных возбуждений электронной плотности, являющийся двумерным аналогом поверхностных магнитоплазмонов [22]. Новые моды получили название краевые магнитоплазмоны (КМП). КМП распространяются вдоль границы ДЭС в направлении определяемом направлением перпендикулярного магнитного поля B. Они обладают бесщелевым законом дисперсии, который в системах с резким краем, в сильных магнитных полях (когда $\sigma_{xy} \gg \sigma_{xx}$), в длинноволновом пределе $ql \ll 1$ описывается выражением [27, 29, 30, 69]:

$$\omega_{emp} = \frac{2q\sigma_{xy}}{\epsilon(q)} \ln\frac{2e}{ql},$$

где q — волновой вектор КМП, $\epsilon(q)$ — эффективная диэлектрическая проницаемость, отражающая свойства окружения системы. В системе с резким краем величина l выражается как:

$$l = \frac{2\pi i \sigma_{xx}}{\omega \epsilon(q)}.$$

Как видно из приведённого выражения, в больших магнитных полях локализуется на краю ДЭС. В рамках модели Друде, Формула для дисперсии двумерных плазменных волн в электронной системе, окружённой бесконечной средой с диэлектрической проницаемостью ϵ, может быть переписана в легко интерпретируемой форме:

$$l(\omega)|_{\omega\tau\to\infty,\omega/\omega_c\to 0} = \frac{2\pi n_s e^2}{m^* \epsilon \omega_c^2} = \frac{e^2\nu}{\epsilon\hbar\omega_c}$$

где ν — число заполненных уровней Ландау. Таким образом l имеет смысл расстояния, на котором энергия взаимодействия двух электронов становится сравнимой с циклотронной энергией на первом уровне Ландау. В большинстве случаев логарифмической поправкой можно пренебречь и частота КМП

$$\omega_{emp} \sim n_s q/B$$

1.1.4 Спектр магнитоплазменных возбуждений в анизотропном случае

Гамильтониан частицы в магнитном поле $\boldsymbol{B}$ в ограничивающем потенциале: $V(\boldsymbol{r}) = \frac{m^*}{2}(\Omega_x^2 x^2 + \Omega_y^2 y^2 + \Omega_z^2 z^2)$ записывается следующим образом (калибровка фиксирована):

$$H = \frac{1}{2m^*}(\boldsymbol{p} - \frac{e}{c}\boldsymbol{A})^2 + V(\boldsymbol{r}), \quad \boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}B_y z - B_z y \\ 0 \\ B_x y - \frac{1}{2}B_y x \end{pmatrix}$$

Гамильтониан чисто квадратичен по координатам и импульсам, а значит уравнения движения — линейные. Такая система эквивалентна набору осцилляторов, частоты которых соответствуют собственным частотам такой системы. Такая эквивалентность работает и на квантовом уровне.

Для определения собственных частот можно воспользоваться классическими уравнениями движения (уравнения Гамильтона). Для удобства введём $\omega_i = \frac{eB_i}{m^* c}$. Получаем:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}p_x = -\frac{\partial H}{\partial x} & = -\frac{\omega_y}{2}p_z - \frac{m^*\omega_y^2}{4}x + \frac{m^*\omega_x\omega_y}{2}y - m^*\Omega_x^2 x \\ \frac{d}{dt}p_y = -\frac{\partial H}{\partial y} & = -\omega_z p_x + \omega_x p_z + \frac{m^*\omega_x\omega_y}{2}x - m^*\omega_x^2 y - m^*\omega_z^2 y + \frac{m^*\omega_y\omega_z}{2}z - m^*\Omega_y^2 y \\ \frac{d}{dt}p_z = -\frac{\partial H}{\partial z} & = \frac{\omega_y}{2}p_x + \frac{m^*\omega_y\omega_z}{2}y - \frac{m\omega_y^2}{4}z - m\Omega_z^2 z \\ \frac{d}{dt}x = \frac{\partial H}{\partial p_x} & = \frac{1}{m^*}p_x + \omega_z y - \frac{\omega_y}{2}z \\ \frac{d}{dt}y = \frac{\partial H}{\partial p_y} & = \frac{1}{m^*}p_y \\ \frac{d}{dt}z = \frac{\partial H}{\partial p_z} & = \frac{1}{m^*}p_z + \frac{\omega_y}{2}x - \omega_x y \end{cases}$$

Эта система уравнений может быть записана в матричном виде, если ввести вектор $\boldsymbol{X} = (\frac{p_x}{m^*}, \frac{p_y}{m^*}, \frac{p_z}{m^*}, x, y, z)$, $\frac{d}{dt}\boldsymbol{X} = \hat{A}\boldsymbol{X}$ и матрица

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{\omega_y}{2} & -\frac{\omega_y^2}{4} - \Omega_x^2 & \frac{\omega_x\omega_y}{2} & 0 \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \frac{\omega_x\omega_y}{2} & -\omega_x^2 - \omega_z^2 - \Omega_y^2 & \frac{\omega_y\omega_z}{2} \\ \frac{\omega_y}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{\omega_y\omega_z}{2} & -\frac{\omega_y^2}{4} - \Omega_z^2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \omega_z & -\frac{\omega_y}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{\omega_y}{2} & -\omega_x & 0 \end{pmatrix}$$

Если теперь $\boldsymbol{X}_i$ — собственный вектор матрицы $\hat{A}$ с собственным числом $\lambda_i = -i\omega_i$, то уравнение записывается как $\frac{d}{dt}\boldsymbol{X}_i = -i\omega_i\boldsymbol{X}_i \Rightarrow \boldsymbol{X}_i(t) = \boldsymbol{X}_i e^{-i\omega_i t}$. Таким образом, собственные частоты выражаются через собственные числа матрицы $\hat{A}$. Характеристический многочлен такой матрицы имеет вид:

$$P(-i\omega) = \det(\hat{A}+i\omega\hat{I}) \equiv (\Omega_x^2-\omega^2)(\Omega_y^2-\omega^2)(\Omega_z^2-\omega^2)-\omega_x^2(\Omega_x^2-\omega^2)\omega^2-\omega_y^2(\Omega_y^2-\omega^2)\omega^2-\omega_z^2(\Omega_z^2-\omega^2)\omega^2$$

Значит, собственные частоты удовлетворяют бикубическому уравнению $P(-i\omega) \equiv 0$.

Пусть поле направлено только вдоль оси z, тем самым $\omega_x = \omega_y = 0$ и $\omega_z = \omega_c$. Тогда, искомое уравнение на собственные частоты записывается согласно:

$$(\Omega_x^2 - \omega^2)(\Omega_y^2 - \omega^2)(\Omega_z^2 - \omega^2) - \omega_c^2(\Omega_z^2 - \omega^2)\omega^2 = 0$$

У этого уравнения есть тривиальный корень $\omega_3^2 = \Omega_z^2$; на оставшиеся пишется квадратное уравнение:

$$(\Omega_x^2 - \omega^2)(\Omega_y^2 - \omega^2) - \omega_c^2\omega^2 = 0 \Rightarrow \omega^4 - \omega^2(\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \omega_c^2) + \Omega_x^2\Omega_y^2 = 0$$

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2}(\Omega_x^2+\Omega_y^2+\omega_c^2\pm\sqrt{(\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \omega_c^2)^2 - 4\Omega_x^2\Omega_y^2}) = \frac{1}{4}(\sqrt{(\Omega_x + \Omega_y)^2 + \omega_c^2}\pm\sqrt{(\Omega_x - \Omega_y)^2 + \omega_c^2})^2$$

Последнее равенство может быть проверено непосредственным вычислением.

1.2 Двумерные электронные системы на основе AlAs

Прогресс в технологии роста структур привёл к увеличению электронной подвижности на несколько порядков. Это дало возможность исследовать плазмоны при более низких частотах микроволнового диапазона.

Как было упомянуто во вступлении, объёмный AlAs имеет минимумы энергетических зон в X —точках зоны Бриллюэна, поверхность Ферми представляет собой эллипсоиды вдоль основных кристаллографических направлений (Рисунок 1.5). Электроны обладают большой и анизотропной эффективной массы ($m_{\mathrm{tr}} = (0.20 \pm 0.02)m_0$ — для поперечного и $m_{\mathrm{l}} = (1.1 \pm 0.1)m_0$ —- для поперечного направления, где m_0 — масса свободного электрона) по сравнению с более лёгкой и изотропной массой электронов в GaAs [23]. Эффективный фактор Ланде электронов в объёмном AlAs ($g^* = 2$) также много больше по величине и обратно по знаку чем в GaAs ($g^* = -0.44$). Более того, электроны занимают несколько долин в зоне проводимости. Эти основные характеристики отличают ДЭС в квантовых ямах AlAs от GaAS и приводят к новым явлениям, которые будут обмуждаться в следующих главах.

Стоит также отметить, что зонная структура AlAs имеют сходство с Si. Главное отличие, однако, заключается в том, что в Si имеется шесть эллипсоиды, расположенные вокруг шести эквивалентных точек вдоль Δ-линии зоны Бриллюэна, по сравнению с

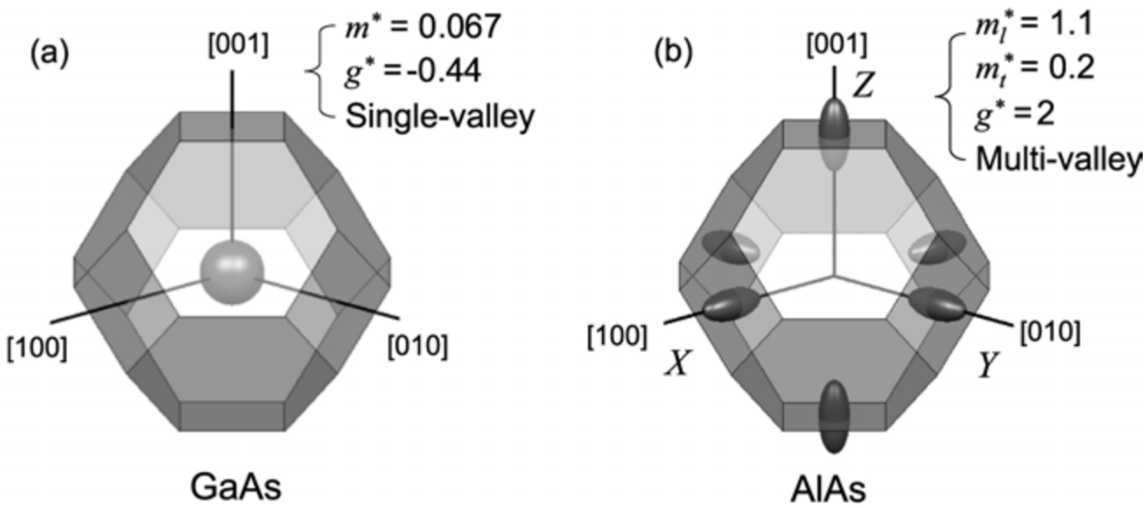

Рис. 1.5: Схематическое изображение зоны Бриллюэна и поверхности постоянных энергий наинижайших зон для (a) объемного GaAs и (b) объемного AlAs [6].

тремя эллипсоидами (шесть полу-эллипсоидов) в X точке в AlAs. Долины определены так, что X, Y и Z соответствуют основным осям вдоль [100], [010], и [001] направлений соответственно. Второе важное отличие состоит в том, что долины заняты по-разному, когда система переходит к двумерной квантовой яме. Когда движение электронов квантовано в направление [001] кремниевых МОП-транзистора или Si/SiGe гетероструктурах, это приводит к заполнению только двух Z —долин, главные оси эллипсоидов которых направлены перпендикулярно плоскости, благодаря тому, что большей эффективной массе соответствует меньшая энергия электронов. В случае с AlAs, выращенных на подложке GaAs вдоль направления (001), Z([001]) долины заполняются только для квантовых ям с шириной меньше чем 5 nm. В противоположном случае, двуосное сжатие слоя AlAs, из-за различия параметров решётки AlAs и GaAs, приводит к тому, что только X и Y долины с главными осями, лежащие в плоскости, будут заняты.

Большие величины масс также позволяют изучать эффекты электрон-электронного взаимодействия при больших параметрах r_s. Зная массы вдоль основных направлений, можно оценить этот параметр для AlAs:

Кинетическая энергия Закон дисперсии имеет вид:

$$\epsilon(p) = \frac{p_x^2}{2m_1} + \frac{p_y^2}{2m_2}$$

Уровень Ферми — поверхность постоянной энергии $\epsilon(p) = \epsilon_F$ — представляет собой эллипс с полуосями $p_1 = \sqrt{2m_1\epsilon_F}$ и $p_2 = \sqrt{2m_2\epsilon_F}$. Тогда площадь этого эллипса определяет концентрацию; кроме того, нужно домножить на 2 (в силу спинового вырождения) и ещё на 2 (в силу вырождения по долинам):

$$n_{2D} = 4\frac{p_1 p_2}{(2\pi\hbar)^2} = \frac{2\sqrt{m_1 m_2}\epsilon_F}{\pi^2\hbar^2} \Rightarrow \epsilon_F = \frac{\pi^2\hbar^2 n_{2D}}{2\sqrt{m_1 m_2}}$$

Кулоновская энергия При концентрации частиц n_{2D}, характерное расстояние между ними равно $\pi r^2 = n_{2D}^{-1} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{1}{\pi n_{2D}}}$. Поэтому типичная кулоновская энергия:

$$E_C \approx \frac{e^2}{\epsilon r} = \frac{\pi^{1/2} n_{2D}^{1/2} e^2}{\epsilon}$$

Параметр взаимодействия Тогда имеет место следующая оценка r_s, как отношение характерной Кулоновской энергии к характерной кинетической:

$$r_s = \frac{E_C}{\epsilon_F} = \frac{2}{\pi^{3/2}} \frac{e^2\sqrt{m_1 m_2}}{\hbar^2 n_{2D}^{1/2}}$$

Используя известные значения масс $m_1 = 1.1 m_0$, $m_2 = 0.2 m_0$, а также значение концентрации $n_{2D} = 2 \cdot 10^{11}$ см$^{-2}$, мы получаем оценку $r_s \approx 7.5$.

Альтернативное определение r_s представляет собой отношение типичного расстояния между электронами к Боровскому радиусу. Эта оценка соответствует:

$$r_s = \frac{r}{a_B} \approx \frac{e^2\sqrt{m_1 m_2}}{\pi^{1/2} n_{2D}^{1/2} \hbar^2} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{E_C}{\epsilon_F} \approx 6$$

2. Постановка задачи

Основными целями и задачами данной работы, которые представляют фундаментальный интерес, являются:

- исследование спектра плазменных и магнитоплазменных возбуждений в системе сильно анизотропных фермионов в квантовых ямах AlAs;
- определение значений эффективных масс вдоль основных кристаллографических направлений;
- изучение влияния внешней деформации на спектр магнитоплазменных возбуждений.

Методологическая часть работы заключалась:

- в изучение технологии изготовления образцов;
- в разработки методики исследования спектра магнитоплазменных возбуждений при приложении внешней механической деформации на образец.

3. Методика измерения и образцы

3.1 Образцы

Измерения проводились на квантовых ямах AlAs с шириной 15 nm. Высококачественные структуры, выращенные на нелегированной подложке GaAs вдоль кристаллографического направления [001], были получены при помощи молекулярно-лучевой эпитаксии (MBE). Используемые в экспериментах шайбы гетероструктур были выращены в Max Planck Institut für Festkörperforschung (Stuttgart, Germany).

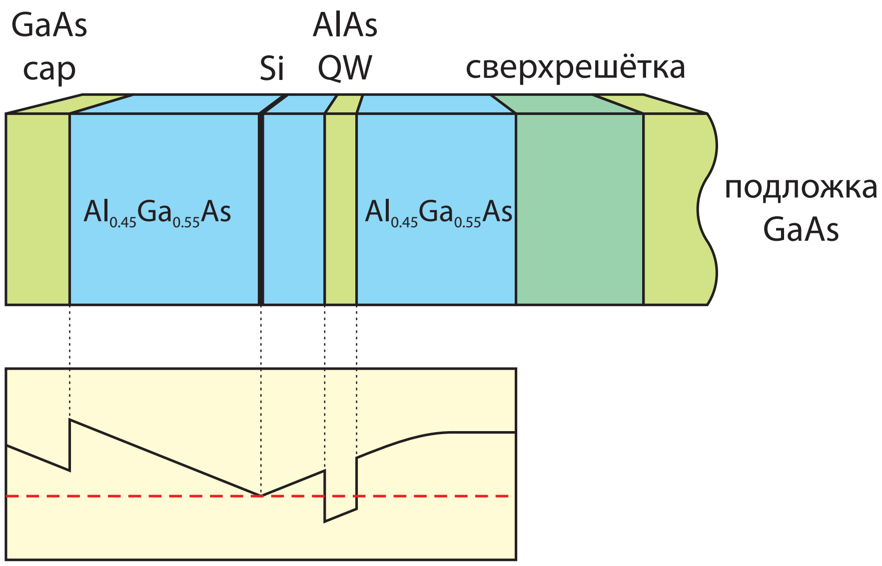

Рис. 3.1: Последовательность слоёв и энергетическая диаграмма гетероструктуры. При температуре T = 0 K все уровни ниже энергии Ферми E_f заняты.

На рисунке 3.1 показаны последовательность слоёв и энергетическая диаграмма исследуемой структуры. GaAs cap — верхний слой структуры, защищающий от окисления нижележащие слои. Квантовая яма AlAs ограничена барьерами AlGaAs с допирующим слоем Si.

Электронная концентрация n_s и подвижность μ варьировались в пределах $1.7 \times 10^{11} - 2.4 \times 10^{11}$ cm^{-2} и $1.2 \times 10^5 - 2.0 \times 10^5$ cm^2/(V*s). Изменение электронной плотности достигалось с помощью короткой подсветки зелёным светодиодом (2.2 eV) при температуре $T = 1.6$ K.

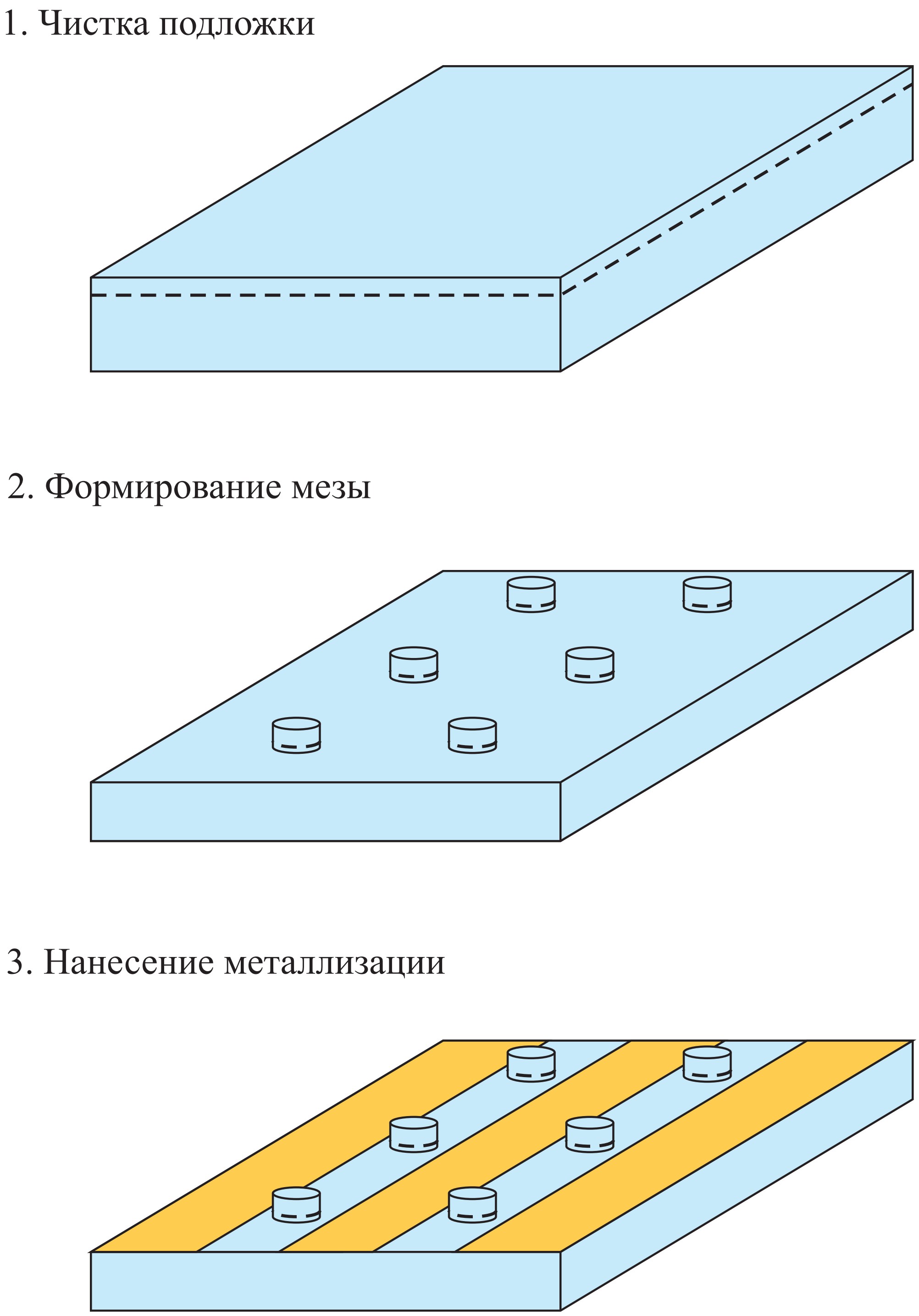

Рис. 3.2: Фотолитографические этапы изготовления структуры.

Образцы были изготовлены из шайб в чистой комнате Института физики твёрдого тела (класс чистоты — ISO 5), при помощи стандартной техники фотолитографии.

Процесс фотолитографии состоит из нескольких основных этапов. Последовательность основных этапов проиллюстрирована на Рисунке 3.2:

1. В первую очередь происходила ультразвуковая чистка поверхности образца в ацетоне, затем остатки ацетона смывались в чистом пропаноле.

2. Формирование мезы — с помощью центрифуги образец покрывался фоторезистом AZ 5214 E (при скорости вращения 6000 rpm в течение 30 секунд — соответствующая толщина фоторезиста 1.14 μm); затем резист сушился на горячей плитке при температуре 90°C в течение 4 min. Экспонирование производилось через стеклянный шаблон с металлической маской на установке совмещения SUSS MicroTec MJB4. В качестве проявителя использовался AZ 726 MIF. Далее происходило формирование мезы при помощи жидкостного травления в растворе H_2SO_4–H_2O_2–H_2O (соотношение 1 : 8 : 400). Травление происходило при комнатной температуре, скорость травления составляла $\sim$ 100 nm/min.

3. Следующим этапом было формирование металлических площадок на поверхности образца. Фоторезист AZ 5214 E, используемый в качестве негативного, нагревался на плитке при температуре 120°C в течение 80 секунд. После проявления фоторезиста, производилось напыление металлической плёнки в установке KJLC NANO 38 под давлением $\sim 10^{-6}$ mBar. Для создания микрополосковой линии последовательно напылялись слои Cr и Au, с толщинами 24 nm и 130 nm соответственно. Cr использовался для улучшения адгезии между золотом и подложкой.

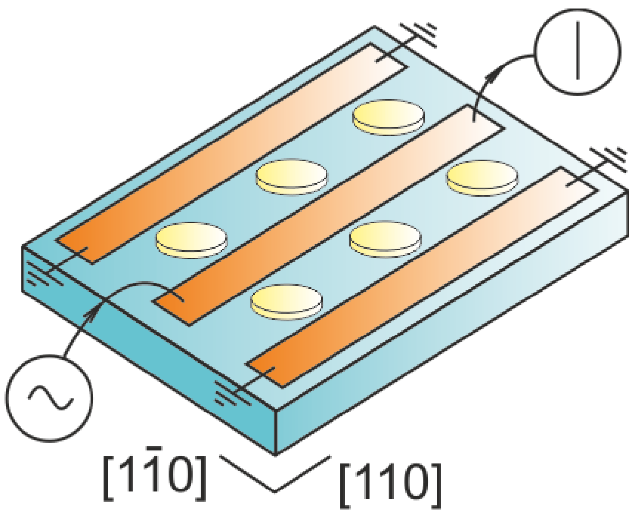

Рис. 3.3: Схематическое изображение образца.

Образец представлял собой копланарный волновод (CPW). Центральный проводник с шириной 1.1 mm располагался на расстояние 0.6 mm от двух заземлённых пластин

(Рисунок 3.3). Общая длина составляла 4 mm. Параметры волновода были выбраны таким образом для достижения волнового сопротивления $Z_0 = 50\ \Omega$. В щелях копланарного волновода располагались шесть равноудалённых дисков с ДЭС, диаметром $d = 0.5$ mm. Центры дисков находились на расстояние 1.5 mm друг от друга для устранения интерференции между ними. Стрелками обозначены основные кристаллографические направления.

3.2 Методика измерений

Экспериментальное исследование магнитоплазменных возбуждений двумерной электронной системы осуществлялось при помощи методики детектирования резонансного поглощения микроволнового излучения, проходящего через копланарный волновод, в диапазоне f = 1 —40 GHz. Электрическое поле, возникающее в щелях компланара приводит к осцилляциям двумерной плазмы в дисках. Резонансное поглощение возникает, когда плазмон возбуждается в системе.

Для измерений образец был вмонтирован в держатель при помощи резинованного клея. Контакт между металлическими пластинками образца и контактными площадками держателя был выполнен при помощи ультразвуковой микросварки алюминиевой нитью с диаметром 50 μm. Держатель представляет собой пластину, на которой размещены два разъёма SMP, служащие одновременно для передачи СВЧ-излучения и крепления держателя в низкотемпературной вставке. На Рисунке 3.4 показана фотография держателя с вмонтированным в него образцом. Держатель закреплялся на концах 50 Ω коаксиальных кабелей, которые располагаются внутри низкотемпературной вставки для погружения в гелиевый криостат.

В криостате образец располагался в центре сверхпроводящего соленоида, который подключался к источнику тока, позволяющему создавать магнитные поля с индуктивностью до 8 T. Направление магнитного поля было перпендикулярно плоскости образца. Вставка позволяла при помощи откачки He-4 достигать температуры 1.5 K. Основные результаты данной работы были получены по результатам исследования магнитополевых зависимостей пропускания образцов.

Генератор Agilent E8257D использовался в качестве источника микроволнового излучения, выходная мощность не превышала 100 nW. Детекторы Herotec DTA1-1880A и Herotec DTA264080A применялись для детектирования СВЧ-сигнала на выходе из вставки. Выходной сигнал измерялся при помощи синхротронного усилителя Stanford Research Systems SR-830D, с модулирующим синусоидальным сигналом порядка 2 kHz.

Схема измерительной установки показана на Рисунке 3.5.

Рис. 3.4: Держатель с вмонтированным на нём образцом, а также держатель, закреплённый на конце низкотемпературной вставки.

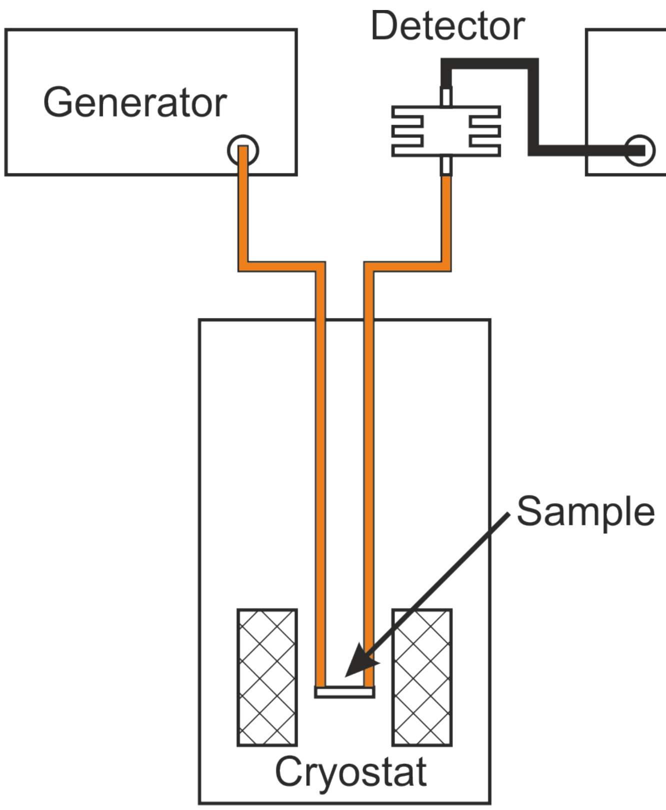

Рис. 3.5: Схема измерительной установки.

3.3 Копланарная техника детектирования плазменных возбуждений

Для изучения СВЧ отклика ДЭС в данной работе использовалась копланарная методика. В данной методике измерялось прохождение СВЧ сигнала через копланарный волновод, сформированный на поверхности подложки. Поглощение сигнала в волноводе обусловлено разогревом ДЭС при резонансном возбуждении плазменных колебаний.

Копланарный волновод, является одной из разновидностей микрополосковой линии. Он представляет собой нанесённый на поверхность GaAs подложки толщиной h центральный проводник шириной $2a$, находящийся между двумя широкими заземлёнными плоскими электродами, нанесёнными на ту же поверхность (расстояние между заземлёнными электродами $2b$). Основной модой, распространяющейся в таком волноводе, является квази-ТЕМ-мода. В ТЕМ-моде электрическое и магнитное поле направлены перпендикулярно оси копланарного волновода. Эта мода характеризуется отсутствием дисперсии и независимостью характеристического импеданса от частоты, что позволяет обеспечить широкополосное согласование волновода с подводящим трактом.

Распространение электромагнитной волны в длинной линии описывается уравнением:

$$\frac{d^2U(x)}{dx^2} - \gamma^2 U(x) = 0, \tag{3.1}$$

$$\gamma = \sqrt{(R + i\omega L)(G + i\omega C)} = \alpha + i\beta, \tag{3.2}$$

где R, L, G, C — сопротивление, индуктивность, проводимость и ёмкость на единицу длины линии, ω — круговая частота сигнала, $gamma$ — постоянная распространения. Характеристический импеданс линии определяется как отношение напряжения к току:

$$Z_0 = \frac{U}{I} = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}}. \tag{3.3}$$

В случае хорошо проводящих электродов ($R = 0$) и малой проводимости подложки ($G \ll \omega C$):

$$Z_0 \approx \sqrt{\frac{L}{C}}, \qquad \gamma = \sqrt{i\omega L(G + i\omega C)} \approx i\omega\sqrt{LC} + \frac{GZ_0}{2}. \tag{3.4}$$

Действительная часть постоянной распространения $\alpha = GZ_0/2$ определяет затухание сигнала в линии. Фазовая скорость волны в линии равна

$$v_{ph} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \tag{3.5}$$

Таким образом,

$$Z_0 = \frac{1}{v_{ph}C}. \tag{3.6}$$

Фазовая скорость определяется выражением:

$$v_{ph} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}}, \qquad \varepsilon_{eff} = \frac{C}{C_{air}}, \tag{3.7}$$

где ε_{eff} — эффективная диэлектрическая проницаемость, C_{air} — ёмкость линии на единицу длины без учёта наличия диэлектрика. В соответствии с [**?**]:

$$C_{air} = 4\varepsilon\frac{K(k_0)}{K(k_0')}, \qquad C = 2\varepsilon_0(\varepsilon - 1)\frac{K(k_1)}{K(k_1')} + 4\varepsilon_0\frac{K(k_0)}{K(k_0')}, \tag{3.8}$$

$$\varepsilon_{eff} = 1 + \frac{\varepsilon - 1}{2}\frac{K(k_1)}{K(k_1')}\frac{K(k_0')}{K(k_0)}. \tag{3.9}$$

И, в итоге, получаем импеданс линии:

$$Z_0 = \frac{1}{cC_{air}\sqrt{\varepsilon_{eff}}} = \frac{30\pi}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}}\frac{K(k_0')}{K(k_0)}. \tag{3.10}$$

В вышеприведённых выражениях

$$k_0 = a/b, \qquad k_0' = \sqrt{1 - k_0^2},$$

$$k_1 = \frac{\sinh\left(\frac{\pi a}{2h}\right)}{\sinh\left(\frac{\pi a}{2h}\right)}, \qquad k_1' = \sqrt{1 - k_1^2},$$

а K — полный нормальный эллиптический интеграл Лежандра первого рода:

$$K(k) = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi}}. \tag{3.11}$$

Для приближённого вычисления можно пользоваться формулой

$$\frac{K(k)}{K(k')} = \begin{cases} \dfrac{\pi}{\ln\left(2\frac{1+\sqrt{k'}}{1-\sqrt{k'}}\right)}, & 0 \leqslant k^2 \leqslant 0.5 \\ \dfrac{1}{\pi}\ln\left(2\frac{1+\sqrt{k}}{1-\sqrt{k}}\right), & 0.5 \leqslant k^2 \leqslant 1 \end{cases}. \tag{3.12}$$

Геометрические параметры копланарного волновода подбирались таким образом, чтобы характеристический импеданс составлял $Z_0 = 50$ Ом для согласования с подводящими коаксиальными кабелями. В щелях копланарного волновода располагался массив дисков, содержащих ДЭС. При резонансном возбуждении плазменных колебаний в ДЭС происходит поглощение энергии электромагнитного поля волновода, что приводит к уменьшению пропускания волновода, которое измеряется в эксперименте.

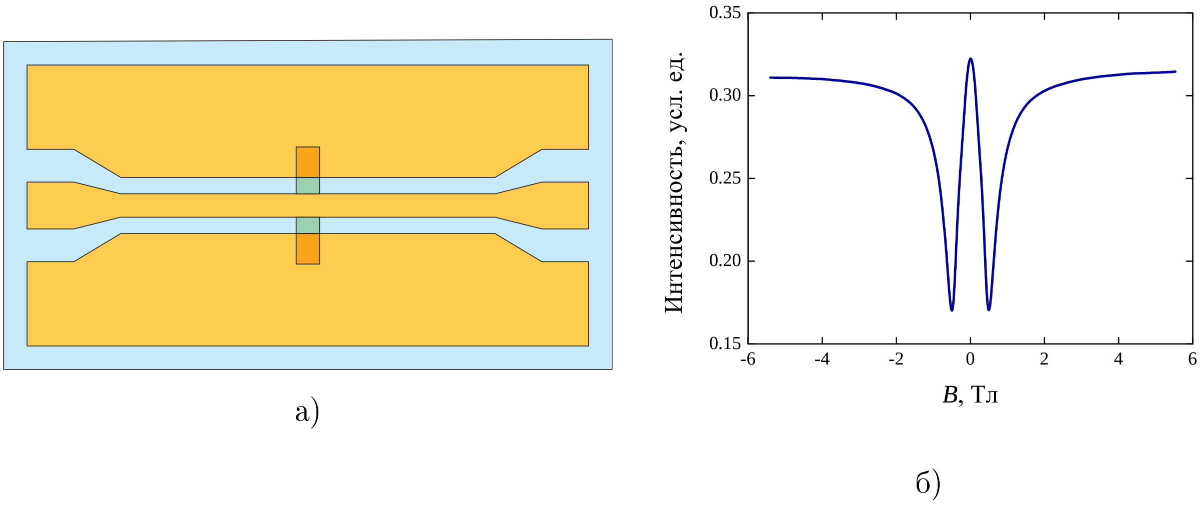

Рис. 3.6: а) Схематическое изображение образца, используемого в копланарной методике; б) Пример экспериментальной зависимости прохождения СВЧ-сигнала между затворами от магнитного поля в данной методике, на которой видны симметричные относительно нулевого магнитного поля резонансы.

При возбуждении плазменных колебаний в ДЭС пропускание копланарного волновода изменяется в результате интерференции электромагнитного поля волновода с электромагнитным полем плазменного возбуждения. В результате на графике зависимости пропускания электромагнитного излучения через копланарный волновод от величины магнитного поля появляются характерные резонансы. Пример экспериментального графика приведён на рисунке 3.6 б).

4. Магнитоплазменные возбуждения двумерных анизотропных фермионов в квантовых ямах AlAs

На Рисунке 4.1 продемонстрированы магнитополевые зависимости пропускания копланарного волновода (КВ) для нескольких частот. Стрелкой показан расположение уровня сигнала, когда СВЧ-излучение не подаётся в КВ. На каждой кривой видны характерные минимумы при определённых значениях магнитных полей, симметричные по полю, соответствующие возбуждению плазмонов в системе. Для частот ниже 9 GHz положение резонансов смещается в сторону меньших магнитных полей с увеличением частоты f ("отрицательная магнитодисперсия"), что является признаком краевого магнитоплазмона. Для частот выше 15 GHz, возникает второй плазменный резонанс (вставка на Рисунке 4.1), который демонстрирует положительную магнитодисперсию, характерную для объёмного магнитоплазмона.

Рисунок 4.2(a) и Рисунок 4.2(b) демонстрируют магнитополевые зависимости пропускания КВ для серии частот f, соответствующих краевому магнитоплазмону, распространяющегося вдоль края дисков, при двух различных концентрациях. Данные на Рисунке 4.2(a) были получены для электронной концентрации $n_s = 1.7 \times 10^{11}$ cm^{-2} (до засветки), и Рисунок 4.2(b) для $n_s = 2.4 \times 10^{11}$ cm^{-2} (После засветки). На кривых хорошо видно, что резонансы смещаются к меньшим магнитным полям по мере увеличения частоты.

Была построена зависимость положения резонансного магнитного поля от частоты как показано на Рис. 4.2. Данные были получены для электронной плотности 1.7×10^{11} см$^{-2}$. Магнитодисперсионная зависимость имеет две ветви, разделённые щелью в нулевом магнитном поле. Низкочастотная ветвь соответствует краевому магнитоплазмону, распространяющемуся вдоль края диска. Эта мода, обладающая аномально слабым затуханием, распространяется в узкой полосе около края ДЭС [25, 22]. Частота краевого магнитоплазмона в пределе большого магнитного поля уменьшается согласно выражению $\omega_- \approx \sigma_{xy} q \propto n_s q/B$. Высокочастотная ветвь имеет положительную магнитодисперсию. Электрическое поле $\vec{E}$, направленное вдоль кристаллографического направления $[1\bar{1}0]$ (Рисунок 4.1), может быть разложено на две компоненты вдоль осей

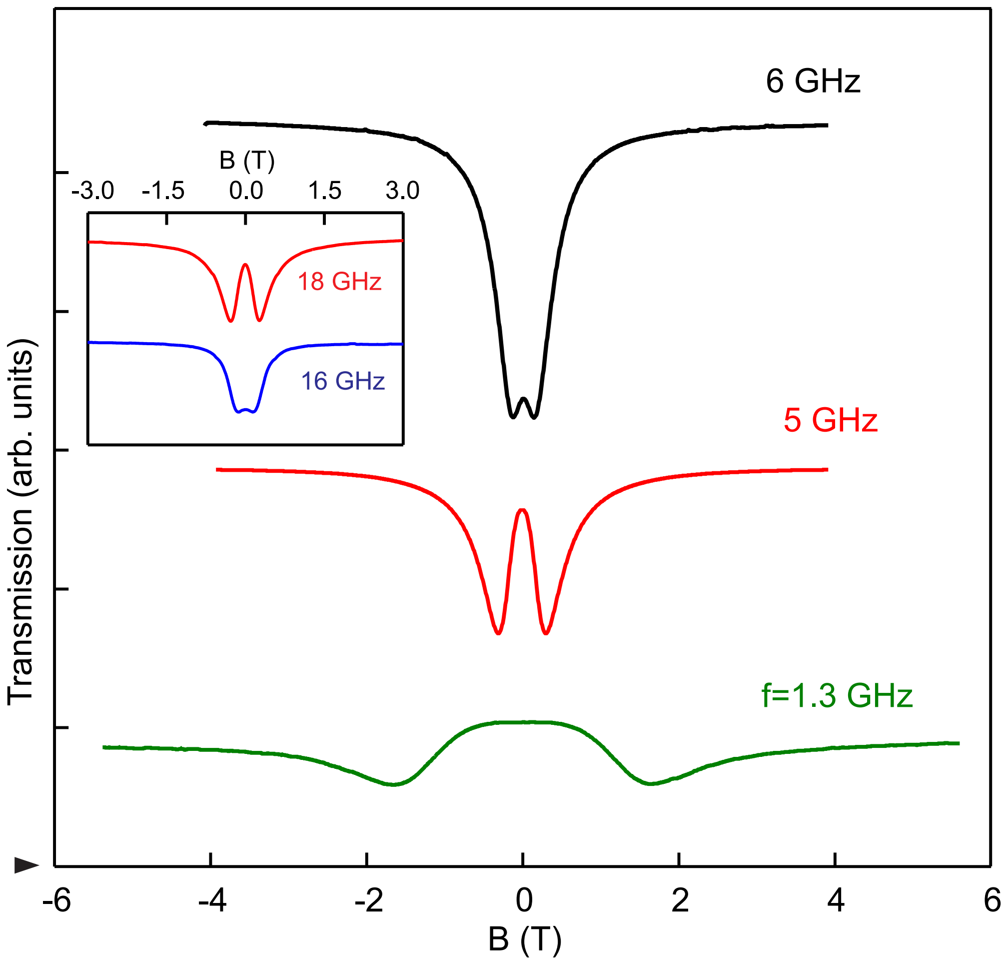

Рис. 4.1: Магнитополевые зависимости пропускания копланарный волновода на частотах 1.3 GHz, 5 GHz, and 6 GHz. На каждой кривой хорошо видны резонансы, соответствующие краевому магнитоплазмону. На вставке показано пропускание КВ для 16 GHz и 18 GHz. Резонансы демонстрируют позитивную магнитодисперсию, свойственную циклотронной моде. Электронная концентрация в экспериментах была $n_s = 1.7 \times 10^{11}$ cm^{-2} при температуре $T = 1.5$ K.

эллипсоида Ферми $\vec{E} = \vec{E}_\mathrm{l} + \vec{E}_\mathrm{tr}$. В пределе $B = 0$ Тл каждая из этих компонент возбуждает отдельную плазменную волну с соответствующей массой m_l и m_tr. Следовательно, щель в спектре магнитоплазменных колебаний наглядно демонстрирует сильно анизотропную природу поверхности Ферми в ДЭС в AlAs [26, 15]. Для сравнения, аналогичные измерения были проведены на геометрически идентичном образце, содержащем квантовую яму GaAs ($d = 0.5$ мм, $n_s = 1.4 \times 10^{11}$ см$^{-2}$). Вставка на Рисунке 4.2 показывает, что в магнитном поле $B = 0$ Тл краевая и циклотронная магнитоплазменные моды вырождаются, подчёркивая изотропность эффективной массы электронов $m^* = 0.067 m_0$ в GaAs.

Спектр плазменных возбуждений в ДЭС с анизотропной эффективной массой может

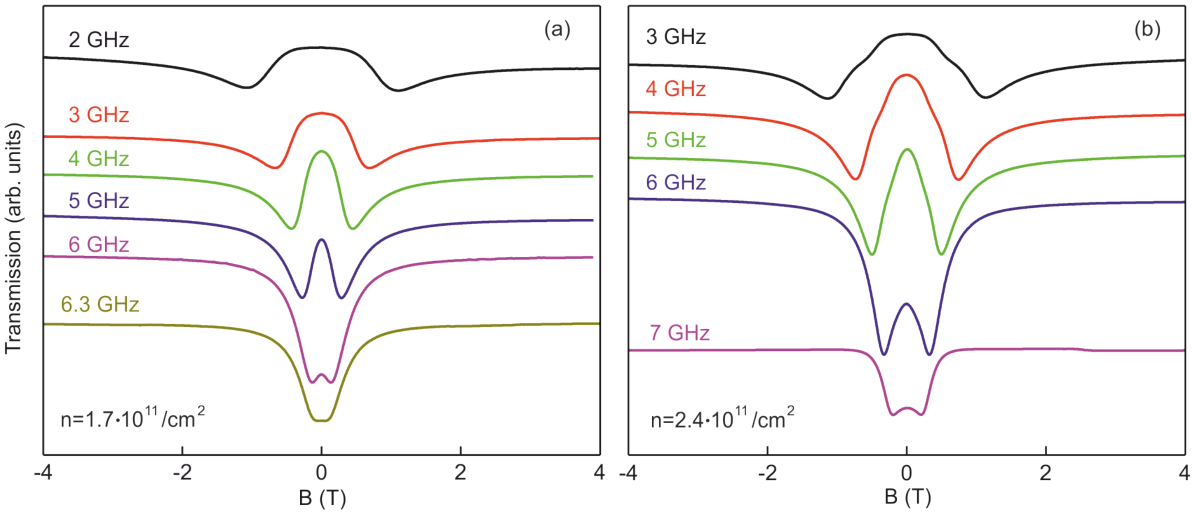

Рис. 4.2: Магнитополевая зависимость пропускания КВ для концентраций (a) $n_s = 1.7 \times 10^{11}$ cm^{-2} и (b) $n_s = 2.4 \times 10^{11}$ cm^{-2} при температуре $T = 1.5$ K.

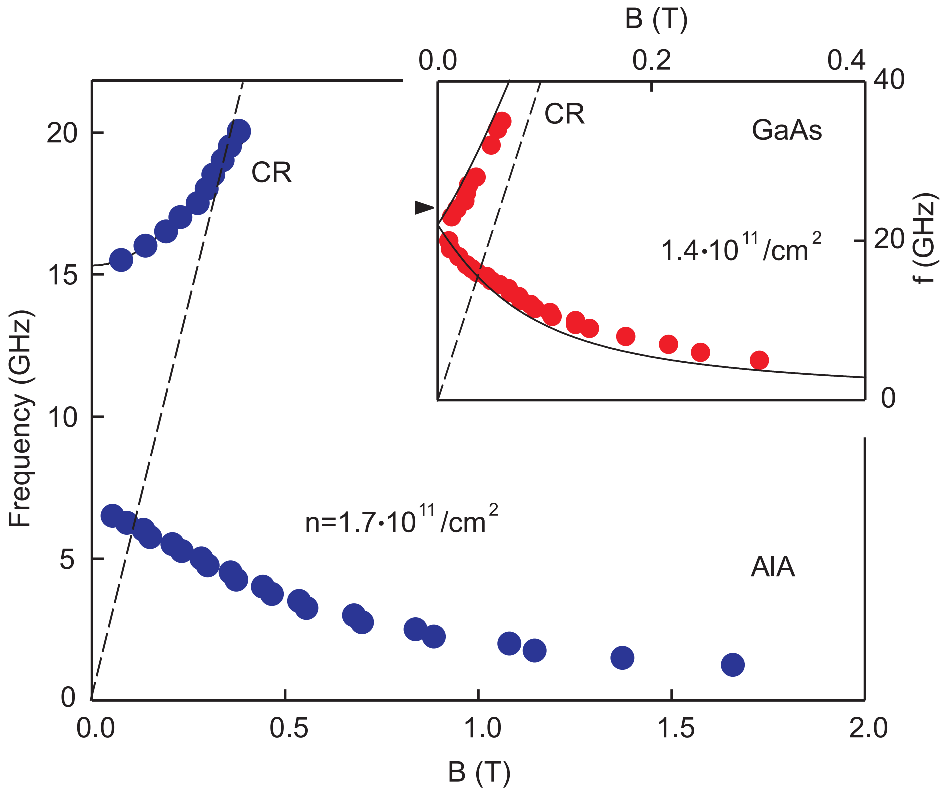

Рис. 4.3: Магнитодисперсия двумерных плазменных возбуждений в дисках AlAs с анизотропными носителями зарядов ($n_s = 1.7 \times 10^{11}$ см$^{-2}$). Плазменный спектр содержит две резонансных ветви, разделённых щелью по частоте. На вставке показана дисперсия магнитоплазменных волн в квантовой яме GaAs для электронов с изотропной эффективной массой ($n_s = 1.4 \times 10^{11}$ см$^{-2}$). В этом случае щель отсутствует. В обоих случаях использовалась одинаковая геометрия дисков и копланарного волновода.

быть описан следующим образом [26, 27, 28] (см. Раздел 1.1.4):

$$\omega_{\mathrm{l,tr}} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{(\Omega_{\mathrm{tr}} + \Omega_{\mathrm{l}})^2 + \omega_c^2} \pm \sqrt{(\Omega_{\mathrm{tr}} - \Omega_{\mathrm{l}})^2 + \omega_c^2}\right], \tag{4.1}$$

где Ω_l и Ω_tr — плазменные частоты вдоль главных кристаллографических направлений при $B = 0$ Тл, $\omega_c = eB/m_c$ — циклотронная частота. Циклотронная масса определяется как среднее геометрическое эффективных масс вдоль главных кристаллографических направлений, $m_c = \sqrt{m_\text{l} m_\text{tr}}$. Частоты $\Omega_\text{l,tr}$ подчиняются дисперсии двумерных плазмонов [10]:

$$\Omega^2_\text{l,tr} = \frac{n_s e^2}{2 m_\text{l,tr} \varepsilon_0 \varepsilon^*} q, \tag{4.2}$$

где $\varepsilon^* = (\varepsilon_\text{GaAs} + 1)/2$ — эффективная диэлектрическая проницаемость окружающей среды, $q = 2.4/d$ — волновой вектор в геометрии диска [29]. Полученные в данной работе экспериментальные значения плазменных частот в нулевом магнитном поле: $\Omega_\text{l} = (6.5 \pm 0.2)$ ГГц и $\Omega_\text{tr} = (15.3 \pm 0.5)$ ГГц. С помощью Уравнения (4.2) находятся эффективные массы электронов в квантовой яме AlAs вдоль главных кристаллографических направлений: $m_\text{l} = (1.10 \pm 0.05) m_0$ and $m_\text{tr} = (0.20 \pm 0.01) m_0$. Эти значения масс согласуются с более ранними косвенными измерениями [6].

На рисунке 4.4(a) показано микроволновое пропускание копланарного волновода как функция магнитного поля для одного и того же образца при значениях электронной плотности 1.7×10^{11} см$^{-2}$ и 2.4×10^{11} см$^{-2}$. Электронная плотность менялась при помощи кратковременного освещения светодиодом. Магнитоплазменный резонанс сдвигается в большие магнитные поля при увеличении электронной концентрации. Однако, плазменные частоты в нулевом магнитном поле, найденные из магнитодисперсионной кривой при $n_s = 2.4 \times 10^{11}$ см$^{-2}$, имеют отношение $\Omega_\text{tr}/\Omega_\text{l} = (1.80 \pm 0.05)$. Это число не соответствует Уравнению 4.2, которое предсказывает $\Omega_\text{tr}/\Omega_\text{l} = \sqrt{m_\text{l}/m_\text{tr}} = (2.3 \pm 0.1)$. Это означает, что динамика плазмы испытывает качественные изменения при изменении электронной плотности.

Нами была предложена интерпретация полученного результата, согласно которому, наблюдаемое явление объясняется энергетическим расщеплением между долинами X и Y. В самом деле, остаточное напряжение в плоскости снимает вырождение долин X и Y, приводя к междолинному энергетическому расщеплению ΔE (Рисунок 4.1). Для ДЭС с $n_s = 1.7 \times 10^{11}$ см$^{-2}$ было обнаружено, что все электроны занимают только долину X, оставляя долину Y пустой. При увеличении концентрации, электроны начинают заполнять долину Y (Рисунок 4.4(b)). В этом случае общая концентрация определяется как $n_s = n_x + n_y$, где n_x и n_y — концентрации носителей заряда в долинах X и Y соответственно. Коллективные плазменные возбуждения в такой системе могут быть рассмотрены с привлечением модели двухкомпонентной анизотропной плазмы [30]. Плазменные частоты вдоль направлений [100] и [010] описываются следующими выражениями:

$$\Omega^2_{[100]} = \frac{e^2 q}{2\varepsilon_0 \varepsilon^*} \left(\frac{n_x}{m_\text{l}} + \frac{n_y}{m_\text{tr}} \right), \tag{4.3}$$

$$\Omega^2_{[010]} = \frac{e^2 q}{2\varepsilon_0 \varepsilon^*} \left(\frac{n_x}{m_\text{tr}} + \frac{n_y}{m_\text{l}} \right). \tag{4.4}$$

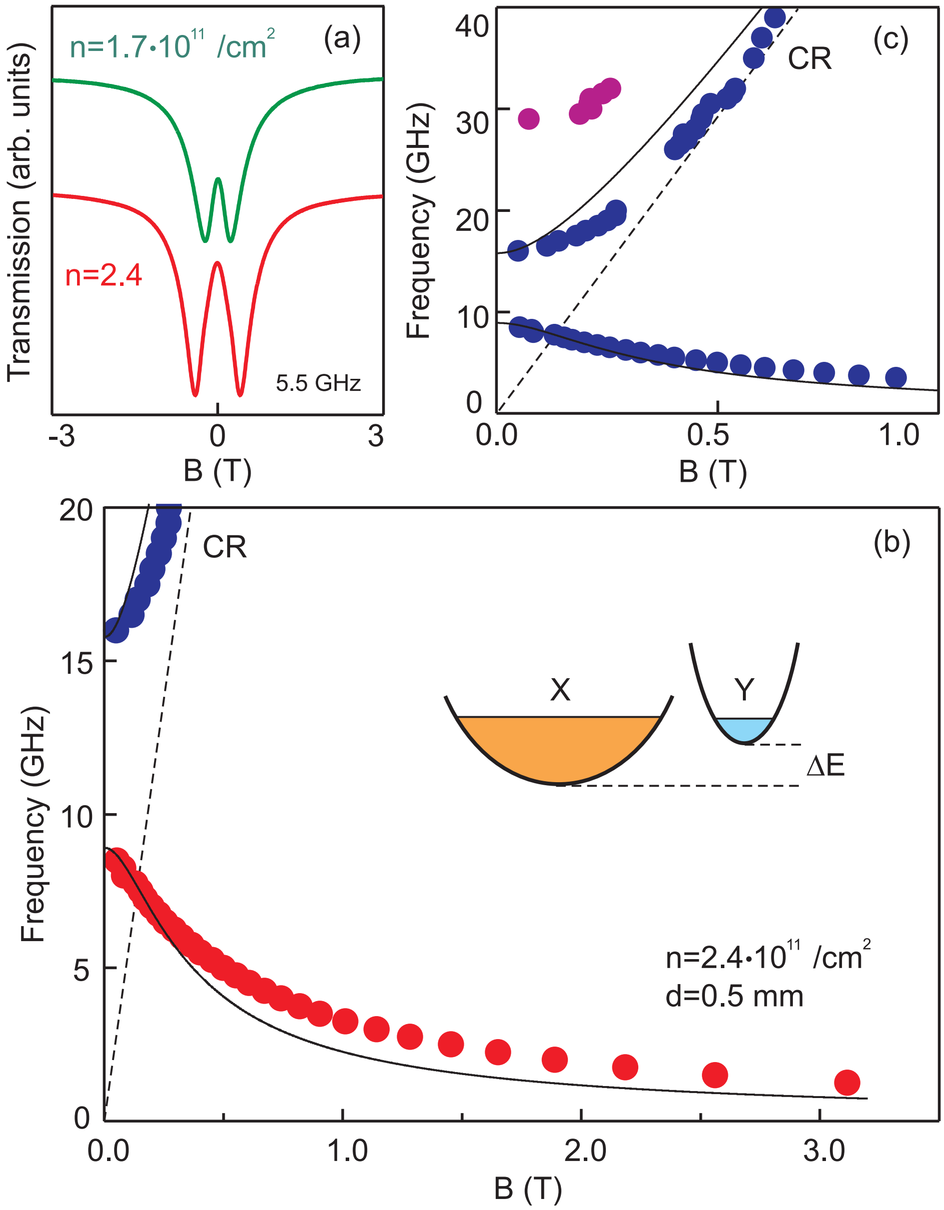

Рис. 4.4: (a) Магнитополевые зависимости пропускания копланарного волновода на частоте $f = 5.5$ ГГц для двух значений электронной плотности в ДЭС. (b) Дисперсия двумерных магнитоплазменных возбуждений в квантовой яме AlAs при $n_s = 2.4{\times}10^{11}$ см$^{-2}$. Сплошная линия является теоретическим предсказанием согласно Уравнению (4.1). Схематический рисунок электронного спектра при $n_s = 2.4 \times 10^{11}$ см$^{-2}$. При такой концентрации начинает заполняться долина Y. (c) Расширенная магнитодисперсия плазменных мод.

Используя эти выражения с полученными значениями частот $\Omega_{[100]}$, $\Omega_{[010]}$ и масс m_{l}, m_{tr}, были получены значения концентрации n_x и n_y в каждой из долин: $n_x = (2.10 \pm 0.05) \times 10^{11}$ см$^{-2}$ и $n_y = (0.30 \pm 0.05) \times 10^{11}$ см$^{-2}$. Междолинное энергетическое расщепление ΔE может быть прямо получено из разности концентраций $\Delta n = n_x - n_y$ с использованием двумерной плотности состояний.

Число электронов и двумерная концентрация в одной долине:

$$N = 2 \cdot \frac{\pi p_x p_y S}{(2\pi\hbar)^2} \Rightarrow n = \frac{N}{S} = \frac{p_x p_y}{2\pi\hbar^2},$$

где p_x и p_y — величины полуосей эллипса, образующего поверхность Ферми в пространстве квазиимпульсов. С учётом того, что массы m_x и m_y в двух направлениях различны:

$$E_F = \frac{p_x^2}{2m_x} = \frac{p_y^2}{2m_y} \Rightarrow \begin{cases} p_x &= \sqrt{2m_x E_F}, \\ p_y &= \sqrt{2m_y E_F}, \end{cases}$$

получаем выражение для концентрации электронов в одной долине:

$$n = \frac{\sqrt{2m_x E_F} \cdot \sqrt{2m_y E_F}}{2\pi\hbar^2} = \frac{\sqrt{m_x m_y} E_F}{\pi\hbar^2}.$$

Отсюда можно выразить энергию Ферми, отсчитанную от дна долины:

$$E_F = \frac{\pi\hbar^2 n}{\sqrt{m_x m_y}}.$$

Таким образом, получаем энергии Ферми для двух долин:

$$E_{F_1} = \frac{\pi\hbar^2 n_1}{\sqrt{m_x m_y}},$$

$$E_{F_2} = \frac{\pi\hbar^2 n_2}{\sqrt{m_x m_y}}.$$

Поскольку уровень Ферми в обеих долинах находится на одном уровне, то энергетический сдвиг между долинами можно определить следующим образом:

$$\Delta E = E_{F_1} - E_{F_2} = \frac{\pi\hbar^2 (n_1 - n_2)}{\sqrt{m_x m_y}} = \frac{\pi\hbar^2 \Delta n}{\sqrt{m_x m_y}}.$$

Это вычисление даёт значение $\Delta E = (0.90 \pm 0.05)$ мэВ, которое согласуется с предыдущими исследованиями междолинного расщепления в AlAs [3, 4, 5].

5. Исследование спектра магнитоплазменных возбуждений при изменение заселенности долин посредством механической деформации

Для эксперимента в настоящей главе была воспроизведена методика, разработанная ранее [4, 6]. В ней внешняя механическая деформация прикладывалась в плоскости образца при низких температурах для изменения населённостей X и Y долин и энергии междолинного расщепления ΔE. Целью данной работы являлось исседование спектра магнитоплазменных возбуждений анизотропных фермионов в зависимости от заселенности долин.

В данной методике сточенный образец (толщина 250 μm) был приклеен при помощи двухкомпонентного эпоксидного клея к пьезоактуатору Piezo Stack Actuator PSt 150hTc/5x5/7, активная длина которого составляла 7 мм (Рисунок 5.1). Направление сжатия/растяжения пьезоактуатора совпадало с кристаллографическим направлением [010]. При приложении внешнего напряжения V_p пьезоактуатор растягивался (сжимался) вдоль этого направления при $V_p > 0$ ($V_p < 0$).

Как было упомянуто в Главах 1 и 4, разница в значениях постоянной решётки между AlAs и GaAs, для структур выращенных в направление (001), приводит к возникновению внутриплоскостной деформации, вследствие которой кристалл сжат в направление [100] и растянут в направление [010]. Из-за этого X-долина лежит ниже по энергии по сравнению с Y-долиной. Прикладывая отрицательное напряжение на пьезоактуатор, образец будет сжиматься вдоль направления [010] и растягиваться вдоль [100], тем самым уменьшая сжатие вдоль этого направления и сокращая расстояние между двумя долинами.

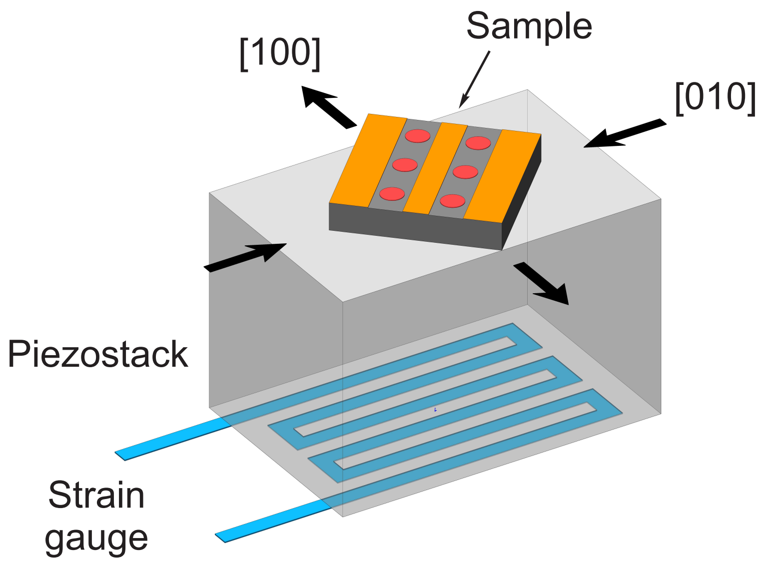

Рис. 5.1: Схематический вид пьезоактуатора с наклеенными на противоположные стороны образцом и резистивным тензодатчиком. Кристаллографические направления показаны стрелками.

5.1 Калиброка пьезоактуатора

Прежде всего, для того, чтобы продемонстрировать, что деформация полностью передаётся в образец при низких температурах, была проведена калибровка пьезоактуатора. В измерениях использовался тот же Piezo Stack Actuator PSt 150hTc/5x5/7. Для характеризации деформации был использован резистивный тензодатчик (SG), приклеенный с помощью двухкомпонентного эпоксидного клея на противоположную от образца боковую грань пьезоактуатора (Рисунок 5.1) вдоль направления его растяжения/сжатия. Зависимости между деформацией и подаваемым напряжением измерялись при комнатной, азотной и гелиевой температрурах.

Измерения деформация были проведены при помощи мостовой схемы, показанной на Рисунке 5.2. В плечах моста симметрично располагались резисторы и тензометрические датчики с одинаковым номинальным сопротивлением 120 Ω. На мостовую схему подавалось напряжение V_{in} с синхронного детектора Lock-in Amplifier, и на нем же измерялось выходное напряжение V_{out} с плеча схемы.

Для данной схемы запишем уравнения Кирхгофа:

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R_1 + R_2}, \qquad I_2 = \frac{V_{in}}{R_3 + R_4}, \tag{5.1}$$

$$I_1 R_2 = \frac{V_{in} R_2}{R_1 + R_2}, \qquad I_2 R_3 = \frac{V_{in} R_3}{R_3 + R_4} \tag{5.2}$$

Из них следует, что:

$$V_{out} = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} * V_{in} \tag{5.3}$$

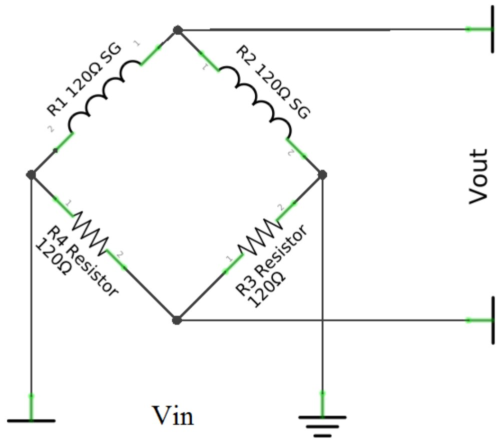

Рис. 5.2: Схематическое изображение мостовой схемы измерений.

Сопротивления каждого элемента в цепи номинально одинаковые $R = R_1 = R_2 = R_3 = R_4$. Прикладывая напряжение на пьезоактуатор, изменяются сопротивления тензометрических датчиков (SG). С понижением температуры до азотной и гелиевой, сопротивления начинают рассогласовываться. Представив сопротивление в виде $R + \Delta R$, где ΔR - изменение сопротивления элементов схемы, предыдущий результат может быть переписан в виде($\Delta R \ll R$):

$$\Delta V_{out} = \frac{\Delta R}{4R + 2\Delta R} * V_{in} \tag{5.4}$$

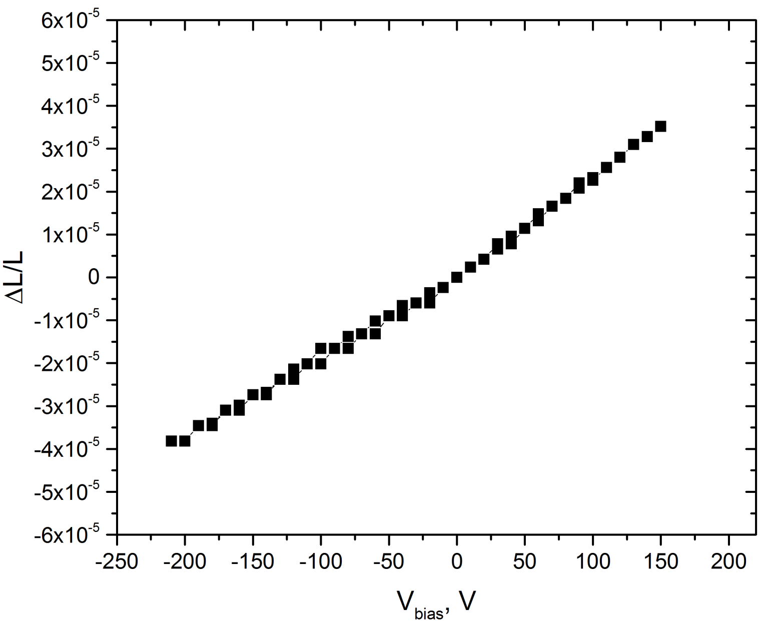

Рис. 5.3: Зависимость между деформацией пьезоактуатора и напражением, подаваемым на него.

Учитывая, что $\epsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta R}{R}\frac{1}{k}$, где k- калибровочный множитель, перепишем:

$$\Delta V_{out} = \frac{V_{in} k \epsilon}{4} \tag{5.5}$$

$$\epsilon = \frac{4\Delta V_{out}}{V_{in} k} \tag{5.6}$$

При $k = 2$, $\epsilon = \frac{2\Delta V_{out}}{V_{in}}$. Измерения показали при 4,2 К измеряемая деформация показывает линейную зависимость от напряжения, подаваемого на пьезоактуатор.

5.2 Результаты измерений

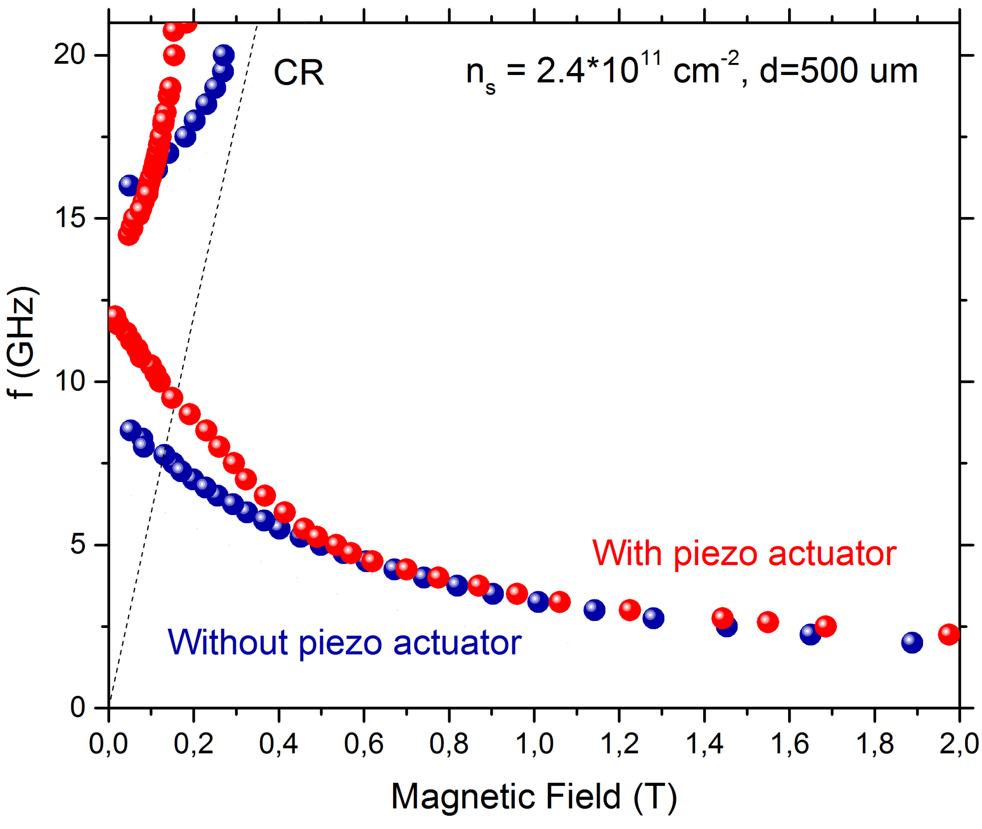

Рис. 5.4: Магнитодисперсия двумерных плазменных возбуждений в дисках AlAs ($n_s = 2.4 \times 10^{11}\,\mathrm{cm}^{-2}$,). Синие точки демонстрируют результаты для измерений со сточенным образцом, наклеенным на пьезостак и находящимся под деформацией, при нулевом приложенном напряжение на пьезоактуатор; красные - для эксперимента с образцом без деформации.

Рисунок 5.4 демонстрирует спектр магнитоплазменных возбуждений для сточенного образца, наклеенного на пьезоактуатор (красные точки). Данные были получены при электронной концентрации $2.4 \times 10^{11} \mathrm{cm}^{-2}$. Для сравнения, результаты предыдущих измерений ($n_s = 2.4 \times 10^{11} \mathrm{cm}^{-2}$) без актуатора также представлены на графике (синие точки). Сравнительные графики магнитополевой зависимости пропускания КВ для двух частот 8 GHz и 17.5 GHz, соответствующих краевому и циклотронному магнитоплазмону, для обоих случаев представлены на Рисунках 5.5 и 5.6 соответственно.

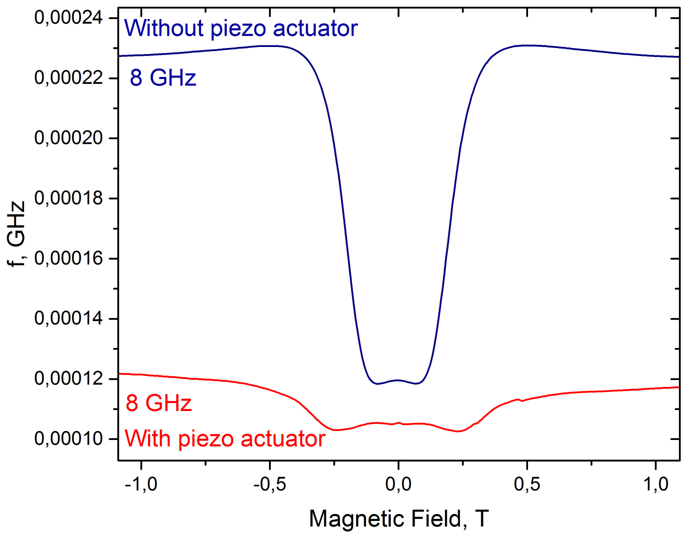

Рис. 5.5: Магнитополевые зависимости пропускания КВ для краевой моды при концентрации $n_s = 2.4 \times 10^{11}\, \mathrm{cm}^{-2}$ и частоте 8 GHz для измерений с пьезоактуатором (красная кривая) и без (синяя кривая)

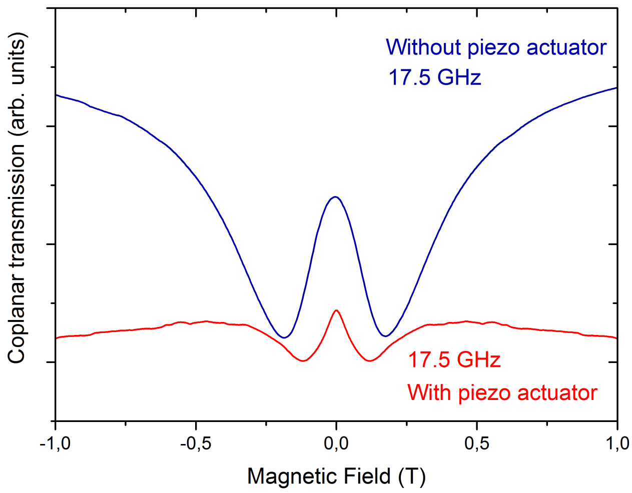

Рис. 5.6: Магнитополевые зависимости пропускания КВ для циклотронной моды при концентрации $n_s = 2.4 \times 10^{11}\, \mathrm{cm}^{-2}$ и частоте 17.5 GHz для измерений с пьезоактуатором (красная кривая) и без (синяя кривая)

В магнитодисперсии, для эксперимента с приложенной деформацией на образец, снова видны две ветви, разделённые щелью. Однако, расстояние между плазменными частотами в нулевом магнитном поле существенно изменилось. Объяснение данного явления заключается в том, что из-за разницы в коэффициенте линейного расширения образца и пьезоактуатора во время охлаждения, образец испытывает деформацию на сжатие при нулевом приложенном напряжение на пьезоактуаторе в направление [010]. Это является живым доказательством того, что, посредством механической деформации, долины выровнялись по энергии и щель, как непосредственное проявления анизотропии, сильно сужается; увеличение концентрации электронов в Y-долине приводит к сдвигу положения плазменных частот в нулевом магнитном поле. В обоих экспериментах, с деформацией и без неё, концентрация носителей заряда была одинаковая $n_s = 2.4 \times 10^{11}\,\mathrm{cm}^{-2}$, об этом свидетельствует тот факт, что в пределе больших магнитных полей краевые моды выходят на одну и ту же асимптотику, так как частота краевого магнитоплазмона в пределе сильных магнитных полей $\omega_- \approx \sigma_{xy} q \propto (n_{2D} q)/B$

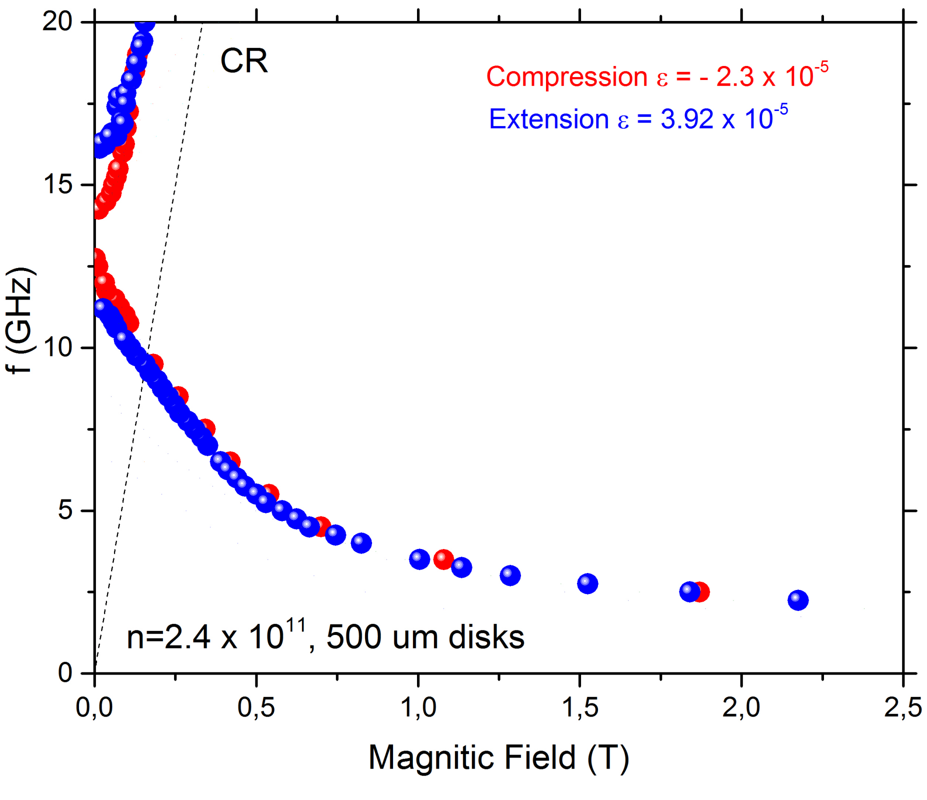

Рис. 5.7: Магнитодисперсия плазменных возбуждений двумерных анизотропных фермионов ($n_s = 2.4 \times 10^{11}\,\mathrm{cm}^{-2}$,). Синие точки демонстрируют результаты эксперимента, когда образец испытывал деформацию растяжения ($\epsilon = 3.92 \times 10^{-5}$); красные показывают результаты для случая сжатия ($\epsilon = -2.3 \times 10^{-5}$).

Последующие эксперименты показали, что мы можем изменять расстояние между долинами в большую и меньшую сторону, прикладывая напряжение на пьезоактуатор. Рисунок 5.7 демонстрирует результаты для 2-х разных случаев — сжатие ($Vp = -100$ V) и растяжение ($Vp = +200$ V) вдоль направления [010].

На рисунке 5.8 изображена зависимость энергетического междолинного расщепления в AlAs (ΔE) от прикладываемого к кристаллу одноосной деформации (ϵ). Энергия вычислялась на основе полученных плазменных частот в нулевом магнитном поле, процедура подробно описана в конце Главы 4.. Из характера зависимости видно, что при приложенной деформации $\epsilon = -2.3 \times 10^{-5}$, достигается минимальное значение междолинного расщепления. При дальнейшем увеличение сжатия происходит ситуация, когда X-долина проходит положение равновесия и становится выше Y-долины по энергии.

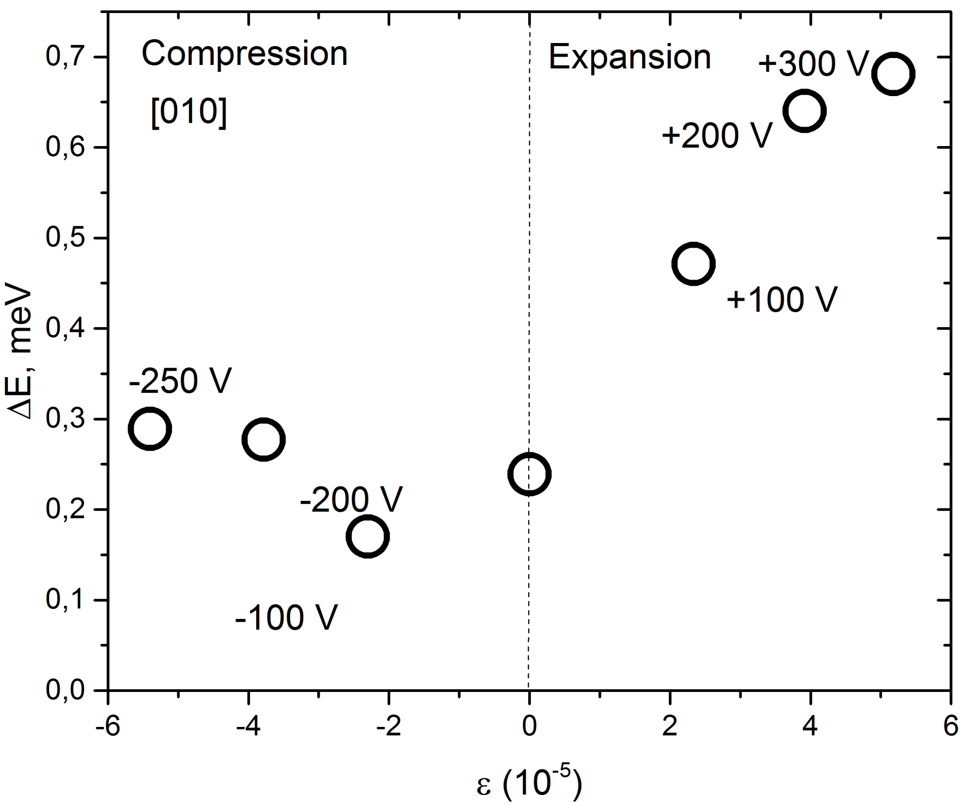

Рис. 5.8: Зависимость междолинного расщепления ΔE от приложенной деформации. Также рядом указаны значения приложенного напряжения на пьезоактуатор

Выводы

В данной работе экспериментально исследовались плазменные возбуждения в высококачественной двумерной электронной системе на основе AlAs. Результаты полученные в процессе выполнения:

- впервые были изучены спектры плазменных и магнитоплазменных возбуждений в ДЭС с анизотропными фермионами. В микроволновом отклике дисков двумерных электронов были обнаружены две магнитоплазменные моды: краевая и циклотронная. Удивительной особенностью обнаруженных плазменных мод является щель по частоте между ними в нулевом магнитном поле. Это является прямым следствием сильной анизотропии масс носителей заряда в квантовой яме на основе AlAs.

- Из частот плазменных возбуждений в нулевом магнитном поле были определены значения эффективных масс вдоль основных кристаллографических направлений $m_{\mathrm{l}} = (1.10 \pm 0.05)m_0$ и $m_{\mathrm{tr}} = (0.20 \pm 0.01)m_0$.

- Было установлено, что повышение электронной плотности приводит к качественным изменениям в спектре двумерных плазмонов, что указывает на заполнение второй долины. Было показано, что междолинное расщепление ΔE приводит к радикальной перестройке спектра магнитоплазменных возбуждений. Напрямую были определены электронные плотности в каждой из долин и разность энергий между ними, которая является следствием остаточной деформации в плоскости, из-за разницы между постоянными решёток AlAs и GaAs. Результаты согласуются со всеми предыдущими исследованиями междолинного расщепления в AlAs [3, 4, 5]. Тем не менее, эти исследования проводились в сильных магнитных полях ($B > 1$ T), в результате чего диапазон малых магнитных полей оставался неисследованным. Данный эксперимент непосредственно определяет население долины из плазменных частот в пределе слабого магнитного поля.

- Были исследованы спектры магнитоплазменных возбуждений при приложении различных деформаций. Исследована зависимость изменения концентраций в долинах и энергии междолинного расщепления ΔE в зависимости от приложенной деформации. Установлено, что деформация образца приводит к существенной перестройке спектра магнитоплазменных возбуждений.

Полученные результаты свидетельствуют о возможности применения в будущем плазменных возбуждений в ДЭС на основе AlAs. Возможность изменения населения долин и спектра магнитоплазменных возбуждений, путём прикладывания внешней механической деформации, делает такой материал очень гибким и интересным объектом для дальнейших исследований. Результаты проведённого исследования открывают путь к новому научному направлению — механической плазмонике.

Благодарности

В заключении хотелось бы выразить благодарность моему научному руководителю В. М. Муравьеву за предложенную интересную работу, чуткое руководство, всестороннюю поддержку и ценные советы. Также автор выражает признательность И. В. Кукушкину, за ценные идеи по ходу работы и обсуждения полученных результатов, и всем сотрудникам Лаборатории неравновесных электронных процессов за создание рабочей и дружественной атмосферы. Отдельную благодарность заслуживают преподаватели кафедры физики твёрдого тела за интересные и полезные курсы в течение всего времени обучения.

Список публикаций

1. V. M. Muravev, A. R. Khisameeva, V. N. Belyanin, I. V. Kukushkin, L. Tiemann, C. Reichl, W. Dietsche, and W. Wegscheider. Magnetoplasma excitations of two-dimensional anisotropic heavy fermions in AlAs quantum wells // Phys. Rev. B - 2015. - Vol 92 - 041303(R).

Список литературы

[1] D. C. Tsui, H. L. Stormer and A. C. Gossard. Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit // Phys. Rev. Lett. - 1982 - Vol 48 - 1559.

[2] S. V. Kravchenko, G. V. Kravchenko, J. E. Furneaux, V. M. Pudalov and M. D'lorio. Possible metal-insulator transition at B=0 in two dimensions // Phys. Rev. B - 1994 - Vol 50 - 8039.

[3] T. Ando, A. B. Fowler, and F. Stern. Electronic properties of two-dimensional systems // Rev. Mod. Phys. - 1982 - Vol. 54 - 437.

[4] Y. P. Shkolnikov, E. P. De Poortere, E. Tutuc, and M. Shayegan. Valley Splitting of AlAs Two-Dimensional Electrons in a Perpendicular Magnetic Field // Phys. Rev. Lett. - 2002 - Vol. 89 - 226805.

[5] Y. P. Shkolnikov, S. Misra, N. C. Bishop, E. P. De Poortere, and M. Shayegan. Observation of Quantum Hall "Valley Skyrmions" // Phys. Rev. Lett. - 2005 - Vol. 95 - 066809.

[6] M. Shayegan, E. P. De Poortere, O. Gunawan, Y. P. Shkolnikov, E. Tutuc and K. Vakili. Two-dimensional electrons occupying multiple valleys in AlAs // Phys. Status Solidi B - 2006 - Vol. 243 - Pp. 3629Ц3642.

[7] A. V. Chaplik. Absorption and emission of electromagnetic waves by two-dimensional plasmonsOriginal // Surface Science Reports - 1985 - Vol. 5 - Pp. 289-335.

[8] O. Gunawan, Y. P. Shkolnikov, E. P. De Poortere, E. Tutuc, and M. Shayegan. Ballistic Electron Transport in AlAs Quantum Wells // Phys. Rev. Lett. - 2005 - Vol. 93 - 246603.

[9] G. Dresselhaus, A. F. Kip, and C. Kittel. Cyclotron Resonance of Electrons and Holes in Silicon and Germanium Crystals // Phys. Rev. B - 1955 - Vol. 98 - 368.

[10] Stern Frank. Polarizability of a Two-Dimensional Electron Gas // Phys. Rev. Lett. Ч 1967. Ч Vol. 18. Ч Pp. 546Ц548.

[11] S. J. Allen, Jr., D. C. Tsui, and R. A. Logan. Observation of the Two-Dimensional Plasmon in Silicon Inversion Layers // Phys. Rev. Lett. - 1977 - 980.

[12] V. A. Volkov, S. A. Mikhailov, "Electrodynamics of two-dimensional electron systems in high magnetic fields Elevier - 1991.

[13] E. Batkc and C. W. Tu. Effective mass of a space-charge layer on GaAs in a parallel magnetic field // Phys. Rev. B - 1986 - Vol. 34 - 3027.

[14] V. E. Kozlov, S. I. Gubarev, I. .V. Kukushkin. Magnetoplasma Resonance in a GaAs/AlGaAs Quantum Well in a Strong Parallel Magnetic Field // JETP Lett. - 2011 - Vol. 94 - 397.

[15] V. E. Kozlov, S. I. Gubarev, A. A. Dremin, I. .V. Kukushkin. Occurrence of a Gap in the Spectrum of Magnetoplasma Excitations of a Two-Dimensional Electron Disk Subjected to a Strong In-Plane Magnetic Field // JETP Lett - 2012 - Vol. 96 - 525.

[16] A.V. Chaplik. Possible Crystallization of Charge Carriers in Low-density Inversion Layers // JETP - 1972 - Vol. 35, No. 2 - 395.

[17] D. Olego, A. Pinczuk, A. C. Gossard, W. Wiegmann, Phys. Rev. B - 1982 - Vol. 25 - 7867.

[18] E. Batke, D. Heitmann, J. P. Kotthaus and K. Ploog, Phys. Rev.Lett. - 1985 - Vol. 54 - 2367.

[19] E. Batke, D. Heitmann, A. D. Wieck and J. P. Kotthaus, Solid State Commun. - 1983 - Vol. 46 - 269.

[20] A. D. Wieck, E. Batke, D. Heitmann and J. P. Kotthaus, Surf. Sci.142 - 1984 - 442.

[21] Theis TN, Kotthaus JP, Stiles PJ. Two-dimensional magnetoplasmon in the silicon inversion layer // Solid State Communications

[22] Allen S. J., Stormer H. L., Hwang J. C. M. Dimensional resonance of the two-dimensional electron gas in selectively doped GaAs/AlGaAs heterostructures // Phys. Rev. B. Ч 1983 Ч Vol. 28 Ч Pp. 4875Ц4877

[23] S. Adachi. GaAs, AlAs, and $Al_xGa_{1?x}As$: Material parameters for use in research and device applications // J. Appl. Phys. - 1985 - Vol. 58 - R1.

[24] Ugo Fano. Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts // Phys. Rev. B - 1961 - Vol. 124 - Pp. 1866.

[25] V. A. Volkov and S. A. Mikhailov. Edge magnetoplasmons: low-frequency weakly damped excitations in inhomogeneous two-dimensional electron systems // Zh. Eksp. Teor. Fiz. - 1988 - Vol. 94 - Pp. 217-241.

[26] C. Dahl, F. Brinkop, A. Wixforth, J. P. Kotthaus, J. H. English, and M. Sundaram. Dimensional resonances in elliptic electron disks // Solid State Commun. - 1991 - Vol. 80 - 673.

[27] V. Shikin, S. Nazin, D. Heitmann, and T. Demel. Dynamic response of quantum dots // Phys. Rev. B -1991 - Vol. 43 - 11903.

[28] V. A. Geyler, V. A. Margulis, and A. V. Shorokhov. Hybrid resonances in the optical absorption of a three-dimensional anisotropic quantum well // Phys. Rev. B - 2001 - Vol. 63 - 245316.

[29] I. V. Kukushkin, J. H. Smet, S. A. Mikhailov, D. V. Kulakovskii, K. von Klitzing, and W. Wegscheider. Observation of Retardation Effects in the Spectrum of Two-Dimensional Plasmons // Phys. Rev. Lett. - 2003 - Vol. 90 - 156801.

[30] R. Z. Vitlina and A. V. Chaplik. Plasma oscillations of multicomponent two dimensional systems // Soviet Phys. JETP - 1981 - Vol. 54 - 536.