Московский физико-технический институт
(государственный университет)
Институт физики твердого тела РАН

Денисов Артем Олегович

Флуктуации тока в мезоскопических электронных проводниках.

Дипломная работа бакалавра

научный руководитель
к.ф-м.н Храпай В.С

Черноголовка 2017

Содержание

1 Введение

Перенос заряда в твердых телах представляет из себя случайный процесс $\mathrm{I}(t)$. Под изучением шума подразумевается изучение отклонений тока $\mathrm{I}(t)$, текущего через образец, от среднего его значения за время измерения t_m :

$$\delta\mathrm{I}(t) = \mathrm{I}(t) - \langle\mathrm{I}\rangle \tag{1}$$

$$\langle\mathrm{I}\rangle = \frac{1}{\mathrm{t}_m}\int_{-\frac{\mathrm{t}_m}{2}}^{\frac{\mathrm{t}_m}{2}} \mathrm{I}(t)\mathrm{d}t \tag{2}$$

Время измерения достаточно велико и можно считать, что результат усреднения не изменяется при $\mathrm{t}_m \to \infty$.

1.1 Спектральная плотность шума

Любой случайный процесс $x(t)$ принято характеризовать его моментами, характеристической и корреляционными функциями. В случае токового шума(либо шума напряжения) на практике, как и в теории, удобно работать в терминах спектральной плотности шума $\mathrm{S_x(\bar{f})}$.

Математически её можно определить как

$$\mathrm{S}_x(\bar{f}) = \frac{1}{\Delta f}\overline{[\delta x(t|\bar{f}, \Delta f)]^2}, \tag{3}$$

$$\delta x(t|\bar{f}, \Delta f) = \int_{\bar{f}-\frac{\Delta f}{2}}^{\bar{f}+\frac{\Delta f}{2}} \delta x(f) e^{-i2\pi f t}\mathrm{d}f, \tag{4}$$

где $\delta x(f)$- Фурье-образ $\delta x(t)$

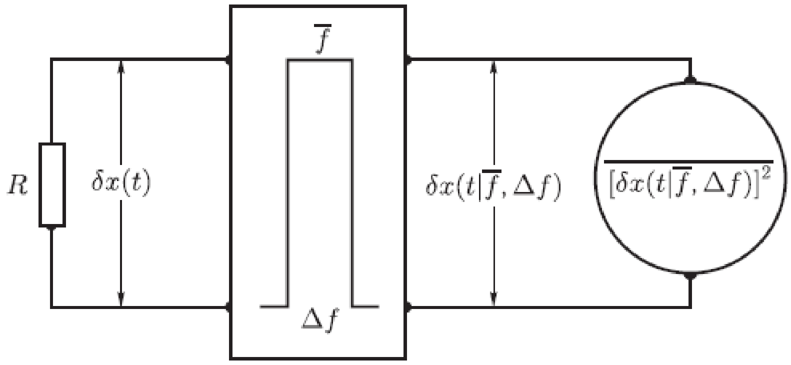


Рис. 1: Качественная схема измерения спектральной плотности шума напряжения [1]

Эта характеристика имеет очень удобный, с точки зрения эксперимента, физический смысл, если под случайной величиной мы имеем в виду флуктуации тока или напряжения в образце:

Рассмотрим резистор, соединенный с анализатором спектра, который измеряет флуктуацию напряжения на резисторе. Анализатор спектра содержит узкополосный фильтр и детектор среднеквадратичного сигнала.
Можно показать [1], что среднеквадратичный сигнал на выходе достаточно узкополосного фильтра пропорционален его полосе пропускания:

$$\overline{[\delta x(t|\bar{f}, \Delta f)]^2} = \mathrm{S}_x(\bar{f})\Delta f, \tag{5}$$

Коэффициент при ширине полосы и есть спектральная плотность шума.

1.2 Равновесный шум Джонсона-Найквиста

Флуктуационно-диссипационная теорема показывает, что в равновесии в проводнике с импедансом $Z(f)$ наблюдается шум тока(напряжения соответственно) со спектральной плотностью[1]

$$\mathrm{S}_I(f) = 2hf\coth\left(\frac{hf}{2kT}\right)\mathrm{Re}\,Z^{-1}(f), \tag{6}$$

$$\mathrm{S}_U(f) = |Z(f)|^2\mathrm{S}_I(f) = 2hf\coth\left(\frac{hf}{2kT}\right)\mathrm{Re}\,Z(f), \tag{7}$$

При частотах $f \ll \frac{kT}{h}$ выражения упрощаются до привычных формул Найквиста для теплового шума("белого"для действительного импеданса):

$$\mathrm{S}_I(f) = 4kT\mathrm{Re}\,Z^{-1}(f),\;\; \mathrm{S}_U(f) = 4kT\mathrm{Re}\,Z(f), \tag{8}$$

Стоит отметить, что измерить эти соотношения возможно только нагрузив образец на нулевое внешнее сопротивления, для шума тока(бесконечное соответственно для шума напряжения), так как, если шумящий образец является частью некоторой линейной цепи, то спонтанные флуктуации в разных её местах будут разные, но измеренный в одной части цепи шум можно связать с желаемым, если известны все номиналы в цепи.
Подробно о влиянии внешней нагрузки на измеряемый шум и о правилах сложения шумов от разных источников в разделе 1.5.
Важно отметить, что измерение равновесного шума образца при заданной температуре не может дать никакой новой информации кроме той, которая получается при измерении действительной части кондактанса образца или обратной к нему величины.

1.3 Дробовой шум

Далее везде импеданс образца(не всей измерительной цепи!) считается действительным.
При протекании через образец тока, система становится неравновесной и формулы (6-8) больше не справедливы. Токовый шум увеличивается по сравнению с равновесным и, при напряжениях на образце $eV \gg kT$, выходит на белый, спектральная плотность которого пропорциональна протекающему току:

$$S_I = 2eFI, \tag{9}$$

Такой линейный по току шум называется дробовым и связан с дискретностью носителей заряда. Параметр F называется фактором Фано, он показывает на сколько шум подавлен по сравнению с чисто Пуассоновским, выражение для которого первый получил Шоттки, считая процесс движения электронов в вакуумной лампе некоррелированным[2]:

$$S_I = 2eI, \tag{10}$$

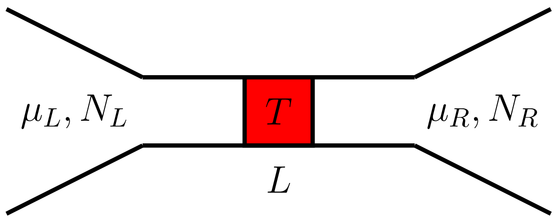
Если eV меньше или порядка температуры, то линейной зависимости не наблюдается. Переход между тепловым и дробовым шумом хорошо подгоняется формулой[3]:

$$S_I = \frac{4kT}{R_{diff}} + 2F\left(e|I|\coth\left(\frac{|eV|}{2kT}\right) - 2kT\frac{I}{V}\right) \tag{11}$$

где, $R_{diff} = \frac{dV}{dI}$ - дифференциальное сопротивление образца .В реальных твердых телах подавление (т.е фактор Фано F) дробового шума связано с фермиевской статистикой, которая запрещает двум электронам находиться в одном квантовом состоянии, создавая корреляции между ними. Теория способна предсказать значения F из микроскопических соображений. Рассмотрим далее основные подходы вычисления F и несколько частных случаев, которые исследовались в эксперименте.

1.4 Вычисление дробового шума в когерентных проводниках с помощью теории рассеяния.

Начнем с проводников, размер которых L меньше или порядка длины релаксации импульса, а поперечные размеры дают конечное число размерно-квантованных подзон(каналов) под уровнем Ферми. Электрон-электрон(e-e) и электрон-фонон(e-ph) взаимодействий нет, есть только упругое рассеяние на примесях. Число каналов справа N_R, слева N_L



Подход через рассеяния позволяет не решать точно задачу на собственные функции электронов в присутствии примесей, а заменить всю область рассеивателей на эффективную, унитарную матрицу s размером $(N_L+N_R)\times(N_L+N_R)$, которая связывает амплитуды вероятностей электронов из левых каналов рассеяться в левые и наоборот.

$$\mathrm{s} = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix}$$

$r(r')$ и $t(t')$ блоки отвечают за отражение из левых(правых) каналов в левые(правые) и прохождения из левых(правых) в левые(правые) каналы.
В таких терминах для кондактанса получено выражение($T = 0K$)[4]

$$G = \frac{e^2}{2\pi\hbar} Tr[t^\dagger(E_F)t(E_F)] = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \sum_n T_n, \tag{12}$$

где T_n собственные числа эрмитовой матрицы $t^\dagger t$.
Для спектральной плотности шума тока, если между концами проводника приложено напряжение $V >> \frac{kT}{e}$, выводится[3] следующее выражение

$$S_I = \frac{e^2}{\pi\hbar} Tr[r^\dagger r t^\dagger t] e|V| = \frac{e^3|V|}{\pi\hbar} \sum_n T_n(1 - T_n), \tag{13}$$

Отсюда видно, что в проводнике без рассеивателей $T_n = 1$ шума сверх равновесного, найквистовского не наблюдается.
Пуассоновский шум Шоттки S_P в этих терминах

$$S_P = 2eI = \frac{e^3|V|}{\pi\hbar} \sum_n T_n, \tag{14}$$

Фано фактор соответственно определяется формулой

$$F = \frac{S_I}{S_P} = \frac{\sum_n T_n(1 - T_n)}{\sum_n T_n}, \tag{15}$$

Отсюда видно, что измерение дробового шума даёт дополнительную информацию о транспортных характеристиках когерентного проводника сверх той, которую даёт измерение кондактанса.
При увеличении длины проводника, когда она становится много больше длины релаксации импульса и энергии(включении e-e и e-ph взаимодействий), подход (чисто квантовый) через матрицы рассеяния становится бессмысленным. На помощь приходит квазиклассическое приближение[1], а именно подход Больцмана-Ланжевена, в терминах которого для макроскопических проводников вычисляется спектральная плотность шума.

1.5 Вычисление дробового шума в макроскопических проводниках с помощью квазиклассического приближения.

1.5.1 Общий подход

Подход Больцмана-Ланжевена представляет из себя кинетическое уравнение Больцмана на полную функцию распределения $f = \bar{f} + \delta f$ с ланжевеновскими источниками флуктуаций чисел заполнения электронных состояний в интеграле упругих столкновений. Сразу отметим, что независимо от рассматриваемого проводника, мы полагаем, что время упругих процессов является самыми малым масштабом времени.
Обычное ур. Больцмана на $\bar{f}$:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla + e\mathbf{E}\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}}\right)\bar{f}(\mathbf{r},\mathbf{p},t) = I[\bar{f}] + I_{in}[\bar{f}] \tag{16}$$

$\bar{f}$ - средняя во времени функция распределения электронов, $I[\bar{f}]$ - интеграл упругих столкновений, $I_{in}[\bar{f}]$ - интеграл неупругих столкновений.

$$I[\bar{f}] = V\int \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi\hbar)^d}[\bar{J}(\mathbf{p}',\mathbf{p},t) - \bar{J}(\mathbf{p},\mathbf{p}',t)], \tag{17}$$

$$\bar{J}(\mathbf{p},\mathbf{p}',t) = W(\mathbf{p},\mathbf{p}',t)\bar{f}(\mathbf{r},\mathbf{p},t)(1 - f(\mathbf{r},\mathbf{p}',t)), \tag{18}$$

Где $\bar{J}(\mathbf{p},\mathbf{p}',t)$ - поток частиц из состояния с импульсом $\mathbf{p}$ в состояние $\mathbf{p}'$, $W(\mathbf{p},\mathbf{p}',t)$ - вероятность рассеяния на примеси в единицу времени(золотое правило Ферми). Введем ланжевеновские источники[5]

$$J(\mathbf{p},\mathbf{p}',t) = \bar{J}(\mathbf{p},\mathbf{p}',t) + \delta J(\mathbf{p},\mathbf{p}',t); \tag{19}$$

$$\langle \delta J(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,t)\delta J(\mathbf{p}_1',\mathbf{p}_2',t)\rangle = \frac{(2\pi\hbar)^d}{V}\delta(\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_1')\delta(\mathbf{p}_2-\mathbf{p}_2')\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')(t-t')\bar{J}(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,t)$$

$\delta J(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2,t)$ - пуассоновская случайная, дельта-коррелированная функция
Соответственно функция распределения тоже будет иметь случайную добавку

$$f(\mathbf{r},\mathbf{p},t) = \bar{f}(\mathbf{r},\mathbf{p},t) + \delta f(\mathbf{r},\mathbf{p},t) \tag{20}$$

И флуктуация тока будет соответственно

$$\delta j(\mathbf{r}, t) = e \int \frac{d\mathbf{p}}{2\pi\hbar} \mathbf{v} \delta f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \tag{21}$$

Для случая диффузионного проводника, в котором упругие процессы есть самый малый масштаб времени, для спектральной плотности шума было получено[6] выражение

$$S_I = \frac{4}{RL} \int_0^L dx \int_{-\infty}^{+\infty} f(\epsilon, x)(1 - f(\epsilon, x)), \tag{22}$$

Из него видно, что шум такого проводника определяется только функцией распределения электронов вдоль него, которое, в свою очередь, есть решение уравнения диффузии с двумя граничными условиями

$$D\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + I_{ph} + I_{ee} = 0; \tag{23}$$

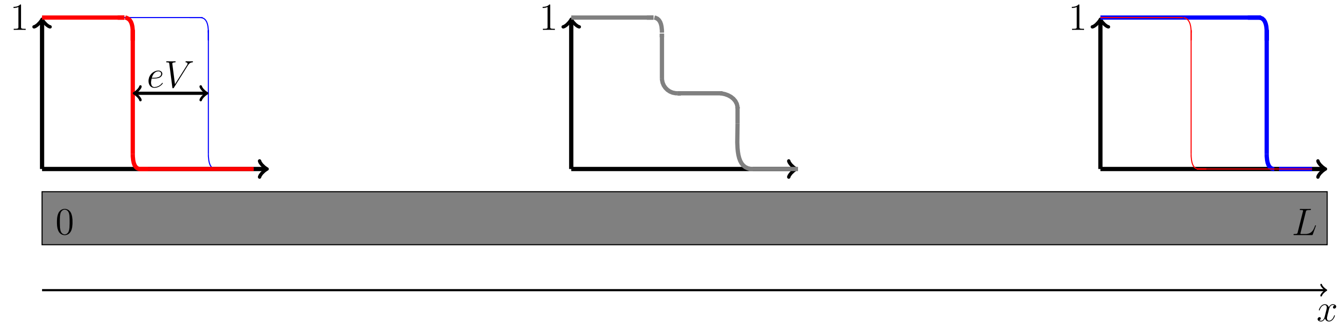
Подробнее о разных частных случаях (исследованных в эксперименте) этого уравнения пойдет речь далее.

1.5.2 Диффузионный проводник с упругим рассеянием.

Рассмотрим квазиодномерный диффузионный проводник, в котором имеют место только упругие рассеяния. К его концам приложено напряжение V.

$$\begin{aligned}
&D\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0, \\
&f(0) = f_0(\epsilon) = 1/\left(\exp\left(\epsilon/kT\right) + 1\right), \\
&f(L) = f_0(\epsilon - eV)
\end{aligned}$$

,



Решение уравнения диффузии есть линейная функция:

$$f(\epsilon, x) = (1 - \frac{x}{L}) f_0(\epsilon) + \frac{x}{L} f_0(\epsilon - eV); \tag{24}$$

Если подставить это решение в выражение для шума(22), то получим[6]

$$S_I = \frac{4}{R}\left[\frac{2}{3}kT + \frac{1}{6}eV \coth\left(\frac{eV}{2kT}\right)\right], \qquad (25)$$

При малых напряжениях $eV \ll kT$ шум закономерно совпадает с найквистовским

$$S_I = \frac{4kT}{R} \qquad (26)$$

При больших напряжениях $eV \gg kT$ шум представляет из себя дробовой с фактором Фано $F = \frac{1}{3}$

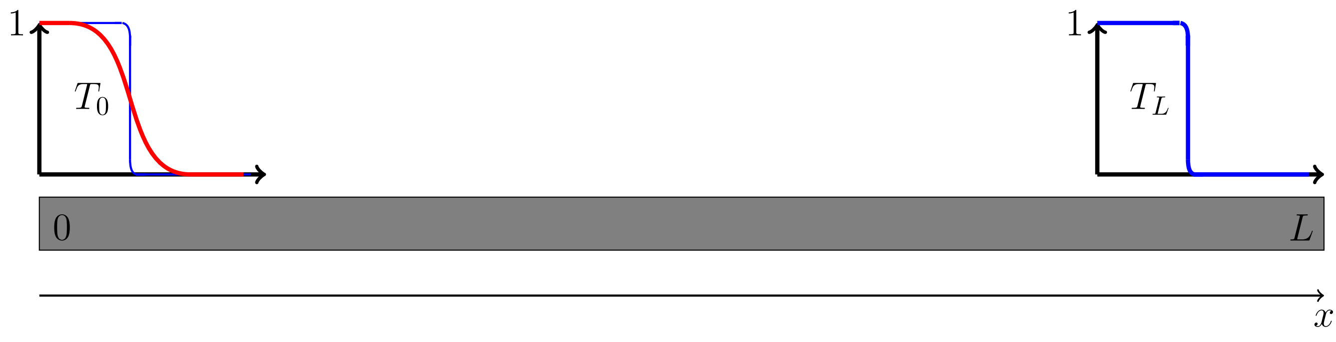
$$S_I = \frac{2eV}{3R} = \frac{2}{3}eI \qquad (27)$$

1.5.3 Диффузионный проводник без неупругих процессов с различными температурами концов.

Рассмотрим предыдущий случай, но с отличиями
i)через образец не течет ток $V = 0$
ii)концы при разных температурах T_0 и T_L соответственно
В уравнение на f поменяются только граничные условия

$$D\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0$$

$$f(0) = f_0(T_0) = 1/(\exp(\epsilon/kT_0) + 1,$$
$$f(L) = f_0(T_L) = 1/(\exp(\epsilon/kT_L) + 1),$$



$$f(\epsilon, x) = (1 - \frac{x}{L})f_0(T_0) + \frac{x}{L}f_0(T_L)$$

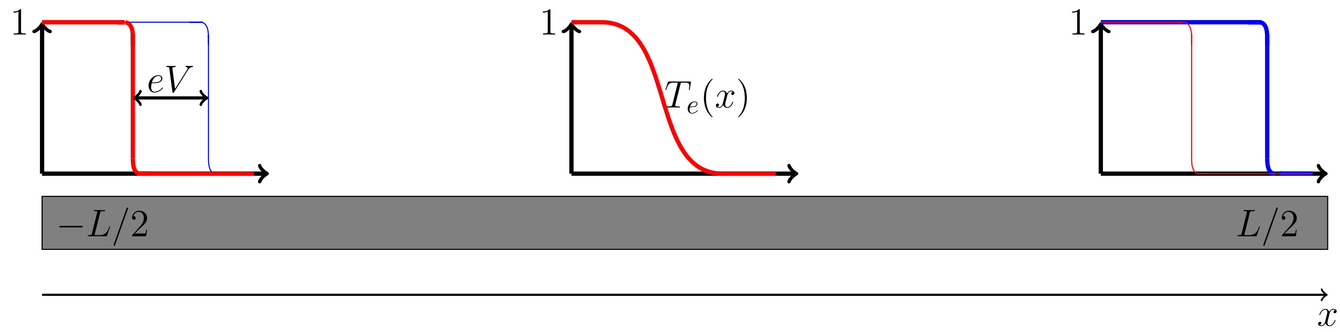
Если подставить f в (22), то аккуратного аналитического выражения для S_I нет, при обработке данных интегралы считались численно. Известно лишь, что при $T_0 \gg T_L, S_I \approx \dfrac{1+\ln 2}{3}\dfrac{4kT_0}{R} = 0.56\dfrac{4kT_0}{R}$[7]. То есть шум всего проводника определяется только температурой его очень горячего конца.

1.5.4 Диффузионный проводник с сильным е-е взаимодействием.

Рассмотрим диффузионный проводник в присутствии сильного электрон-электронного рассеяния.

$$
\begin{aligned}
&D\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + I_{ee} = 0, \\
&f(0) = f_0(\epsilon) = 1/\left(\exp\left(\epsilon/kT\right) + 1\right), \\
&f(L) = f_0(\epsilon - eV)
\end{aligned}
$$

,



Сами по себе е-е процессы не могут вызвать флуктуации тока, так как суммарный импульс электронной системы не меняется. Однако, отдельные электроны в результате таких процессов обмениваются энергией и это может привести к термализации проводника т.е установлению локально равновесной функции распределения f[8].

$$
f(\epsilon, x) = \left[1 + \exp\left(\frac{\epsilon - e\phi(x)}{T_e(x)}\right)\right].
$$

Где $T_e(x)$ - локальная температура в точке x, которая равна[8]

$$
T_e(x) = \sqrt{\frac{3}{\pi^2 k^2}(eV)^2\left(\frac{1}{4} - \frac{x^2}{L^2}\right) + T_0^2}, \tag{28}
$$

$\phi(x) = -\frac{x}{L}V$ - электрический потенциал, T_0 - температура электронной системы в контактах.

В свою очередь, формула (22) даёт выражение для шума в таком проводнике.

$$
S_I = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{eV}{R}, \;\; eV \gg kT \tag{29}
$$

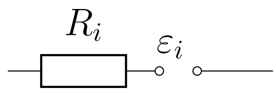
Фактор Фано $F = \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 0.43$ больше чем у диффузионного проводника без неупругих процессов $F = \frac{1}{3} \approx 0.33$.

1.6 Правила сложения шумов в линейных цепях.

На практике, как правило, интересующий нас шумящий образец является только частью измерительной схемы. Чтобы извлечь из измеренных шумовых данных необходимую информацию надо понимать как складываются шумы от разных источников. В этом разделе описан один из способ расчета шума на выходе измерительной цепи.

Способ основан на двух правилах:

1. Шумы отдельных образцов никак не коррелируют, и на выходе мы складываем мощности(спектральные плотности) от разных источников, а не амплитуды.
2. Любой шумящий элемент цепи можно эквивалентно заменить на не шумящее сопротивление R_i плюс последовательное с ним случайное эдс ε_i.



Пусть вся наша схема есть серое облако, как на рисунке 2, нас интересует вклад в шум напряжения на выходе схемы A от источника внутри её i

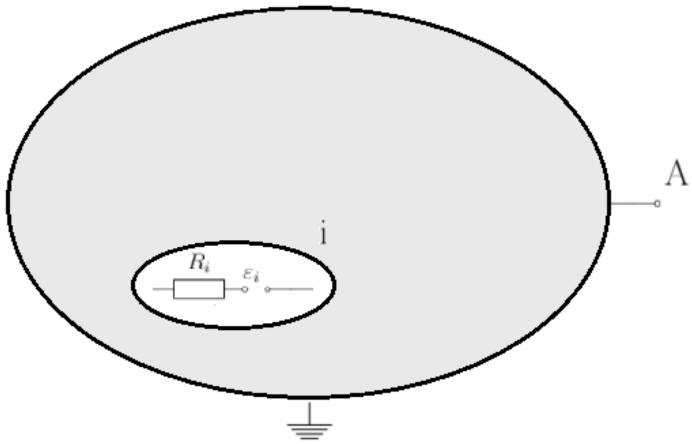


Рис. 2: Качественное изображение схемы

Легко получить, что спектральная плотность(∼мощность) шума напряжения на выходе A есть сумма произведений спектральных плотностей источников i на квадрат модуля их передаточной функции на выход схемы A.

$$S_A^U = \sum_i S_i^U |K_{i\to A}|^2 = \sum_i S_i^U \left|\frac{U_{i\to A}}{\varepsilon_i}\right|^2 \tag{30}$$

Где $U_{i\to A}$ есть напряжение в точке A, которое создает только i участок схемы с ε_i.

1.7 Получение низких температур.

Вставка, предварительно откачанная от воздуха, с образцом помещается в криостат, заполненный жидким $He4$ с температурой T =4.2 K. Через сильфон из баллона в рабочий объём вставки запускается теплообменный газ $He3$.
Для получения температур $T \approx 1.6K$ используется откачка паров $He4$ из одноградусной камеры. При этой температуре почти весь $He3$ в рабочем объёме вставки конденсируется. Для дальнейшего понижения температуры используется сорбционный насос, который охлаждается жидким $He4$, для откачки паров $He3$. После такой процедуры возможно достичь температуры $T \approx 0.5K$ в рабочем объёме с образцом.

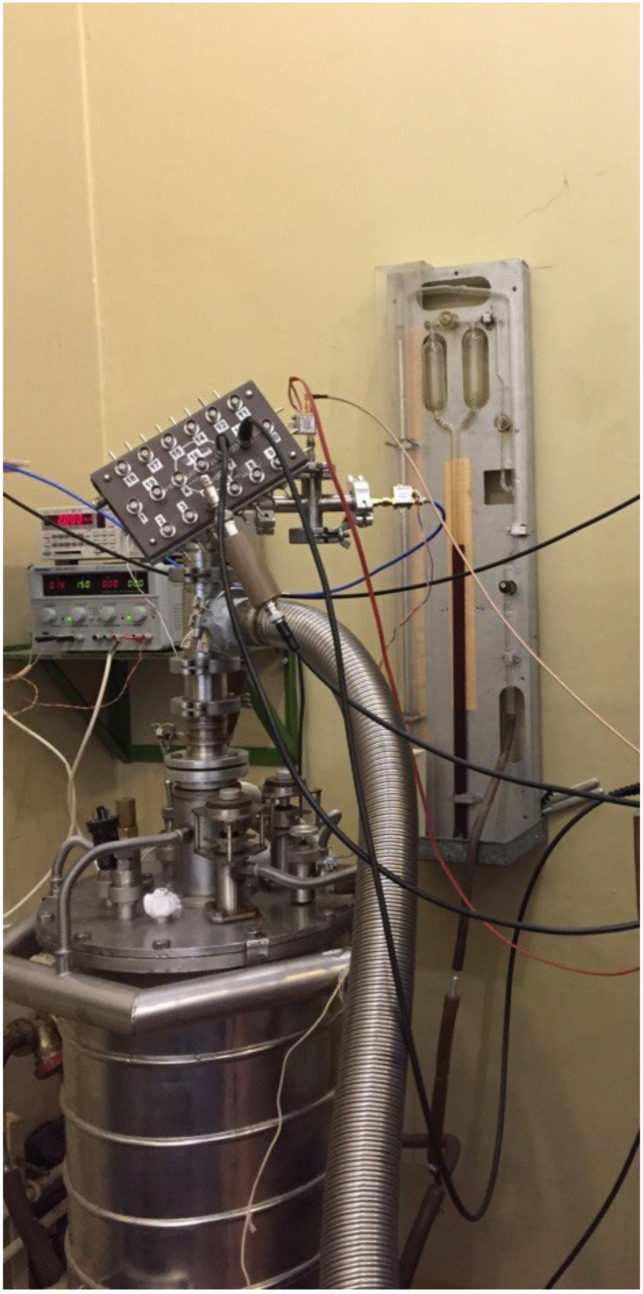


Рис. 3: Криостат в рабочем режиме.

2 Изучение дробового шума полевого транзистора в слабом обеднении.

2.1 Схема измерений.

Шумовые схемы для образов с сопротивлением несколько КОм и несколько Ом имеют принципиальные отличия. Одной из задач этой работы было создание и отработка методики измерений низкоомных образцов ~ 10 Ом.
Лучше всего для такой отработки подходит полевой транзистор на GaAs ATF-35143, так как он может быть обеднён затворным напряжением с 5Ом до нескольких МОм(рис.5), что очень удобно при калибровке. Также в некоторых случаях для калибровки используется транзистор ATF-55143, он, в отличии от 35, полностью обеднён уже при нулевом напряжении на затворе.

Рис. 4: ATF-35143

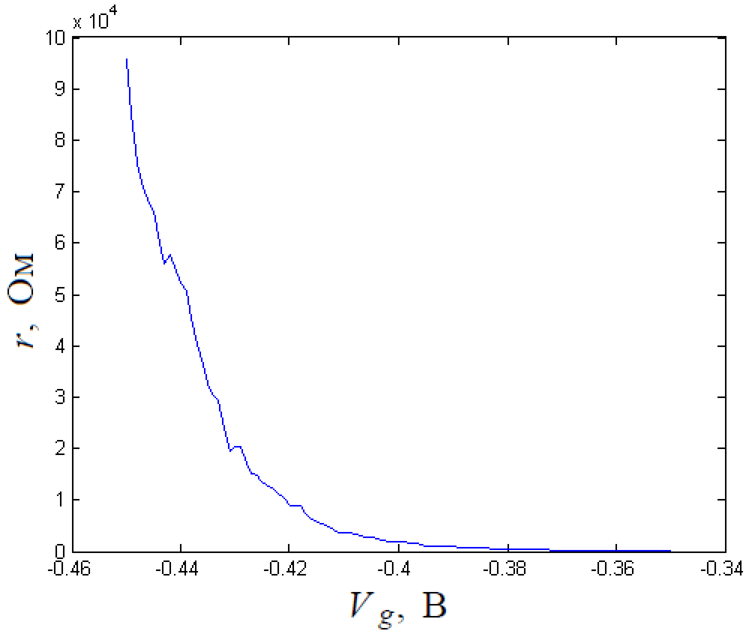


Рис. 5: Зависимость сопротивление полевого транзистора ATF-35143 от затворного напряжения V_g, $T = 0.5$K

Спектральная плотность теплового и дробового шума не зависит от частоты вплоть до $f \sim \frac{kT}{h}$, но при очень низких частотах < 1МГц существенным становится вклад $1/f$ шума. Поэтому необходимо фильтровать шумовой сигнал в достаточно узкой полосе 10-20МГц. Ниже приведена схема измерения шума транзистора в низкоомном(открытом) режиме с сопротивлением несколько десятков Ом. Её отличительной особенностью является конденсатор последовательно с образцом, он обеспечивает высокую добротность резонансного контура, который изображен на рисунке 9, при малых сопротивлениях образца.

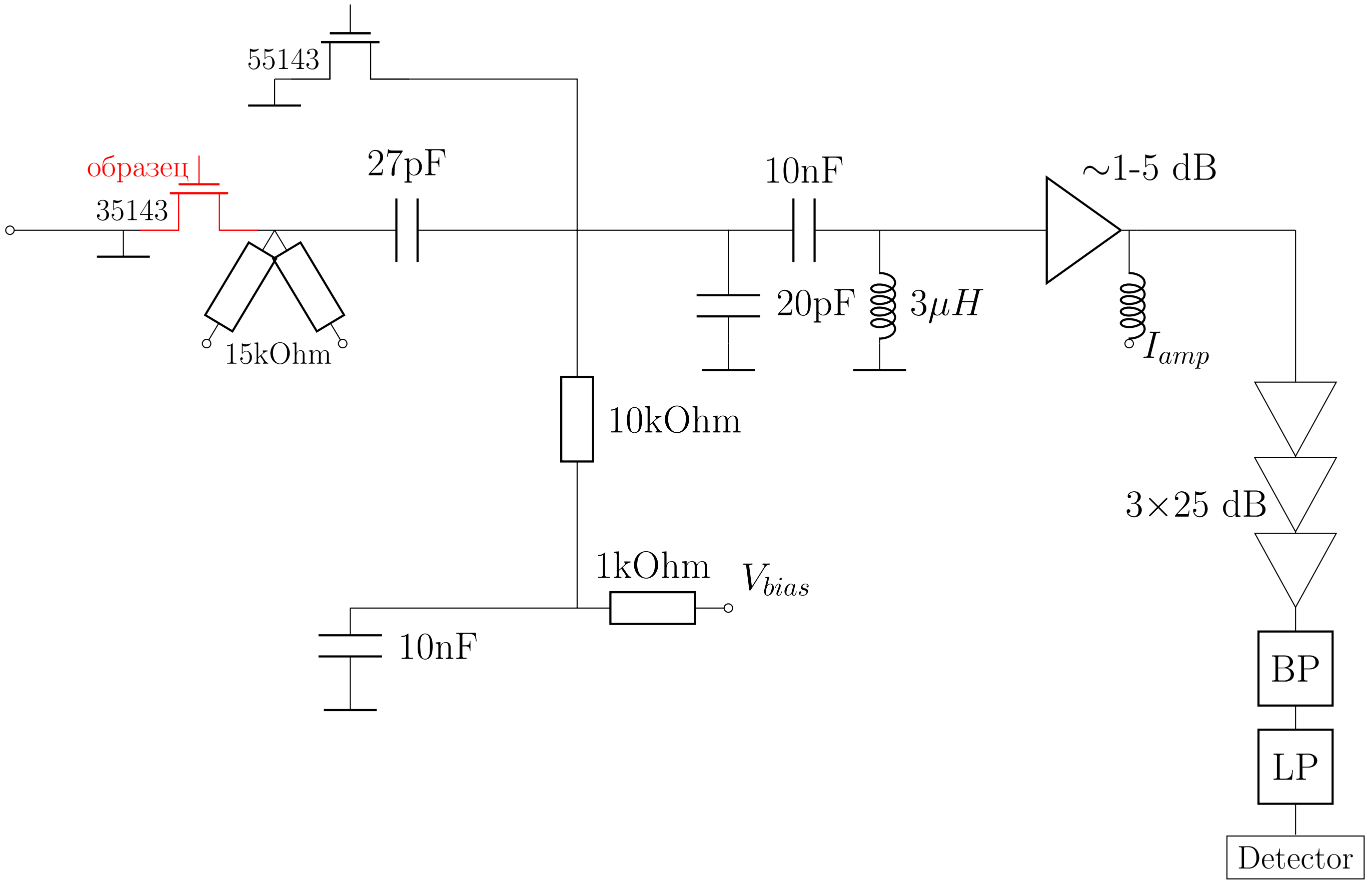
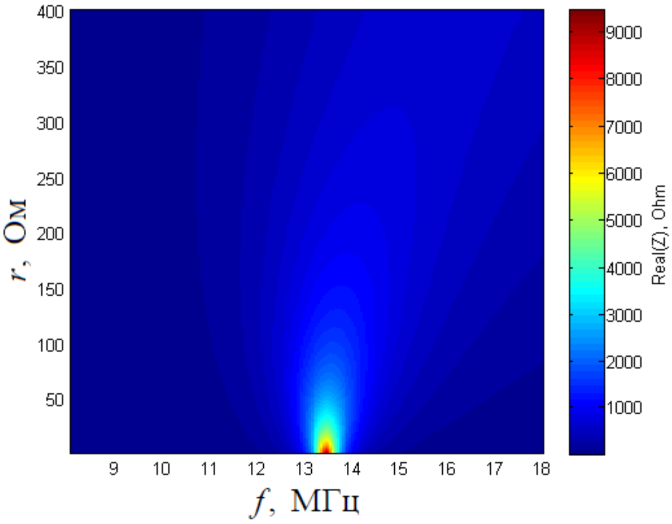


Рис. 6: Схема измерения флуктуаций тока в канале полевого транзистора ATF-35143.

Симуляция частотных кривых Real(Z(f)), где Z(f) - импеданс участка цепи до низкотемпературного усилителя изображена на рисунке 7. Видно, что при малых r мы имеем узкий пик около частоты 13МГц. Под эту частоту подстраивается узкополосный комнатный фильтр BP на рисунке, его частотная характеристика изображена на рисунке 8. Вслед за ним идёт НЧ фильтр для дополнительного удаления высокочастотных участков спектра(LP на схеме).



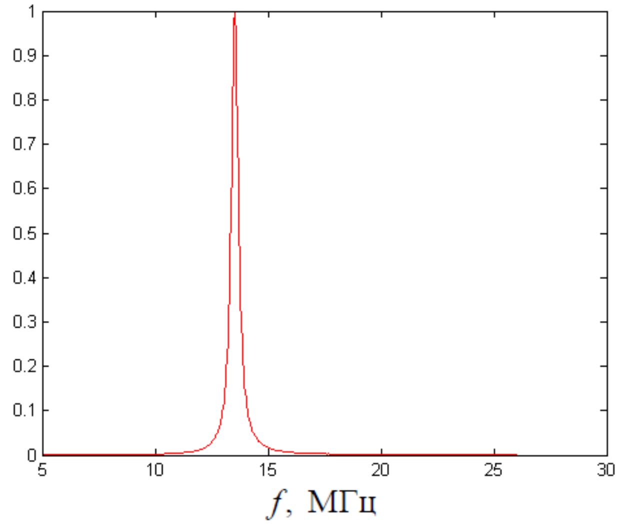


Рис. 7: Симуляция частотных кривых Real(Z(f)) в зависимости от сопротивления образца r

Рис. 8: Частотная характеристика по мощности высокотемпературного полосового фильтра+НЧ фильтра (BP и LP на схеме)

Ток через образец задается через 1кОм+10кОм (контакт V_{bias}), при этом 10кОм по высокой частоте шунтирован на землю через конденсатор 10нФ($\sim$ 1Ом на резонансной частоте). Параллельно образцу и конденсатору 27пФ установлен 55143 транзистор, который остаётся всё время запертым, он используется при шумовых измерениях высокоомных образцов, о которых пойдёт речь в следующих разделах. На самом образце возможна 3-х точечная схема измерений сопротивления. Далее по схеме идёт резонансный контур и конденсатор 10нФ, который отсекает постоянную(низкочастотную) составляющую сигнала до входа в низкотемпературный усилитель, который располагается в нижней части вставки. Питание усилителя током осуществляется через дроссель(I_{amp} на схеме), чтобы отфильтровать возможные высокочастотные наводки. Далее сигнал через длинный коаксиальный кабель попадает на комнату, где стоят 3 усилителя с коэффициентом усиления 25дБ каждый, затем на полосовой и НЧ фильтры и, в конце, на диодный детектор мощности.

2.2 Калибровка тепловым шумом

Важно отметить, что нет необходимости знать точные коэффициенты усиления всех каскадов, дробовой шум вычисляется по сравнению с тепловым, для которого известна зависимость спектральной плотности от сопротивления. Эта процедура называется калибровкой.
Рассмотрим, как формируется сигнал на детекторе.

$$P_{det}(r) = P_0 + \int_0^\infty G \times Tr_P^{filter}(f) S_V(f,r) df \qquad (31)$$

Где P_0 - фоновый шум усилителя(константа), G - полный коэффициент усиления, $Tr_P^{filter}(f)$ - частотная характеристика комнатных полосового+НЧ фильтров по мощности(рис 8), $S_V(f,r)$ - спектральная плотность шума напряжения на входе низкотемпературного усилителя.
Когда ток через транзистор отсутствует, $S_V(f,r)$ определяется тепловым шумом параллельно: образца+C_1 =27пФ, катушки L =3мкГ, ёмкости C_2 =20пФ и R_{10kOhm} =10кОм нагрузки. В общем случае, как мы знаем из главы 1.2:

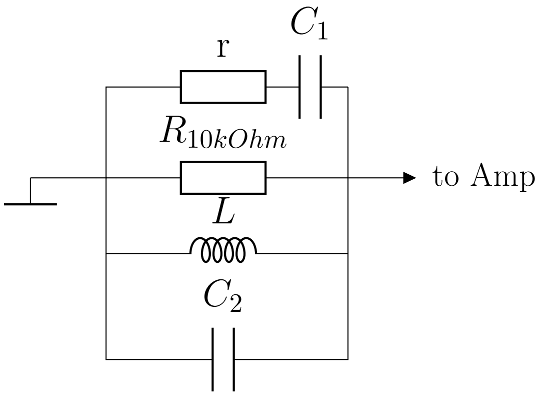


Рис. 9: Содержательная по шуму часть схемы.

$$S_V(f,r) = 4kTRe[Z(f,r)] + S_I^{amp}|Z(f,r)|^2 \tag{32}$$

$$\frac{1}{Z(f,r)} = \frac{1}{(r + 1/(i2\pi fC_1))} + \frac{1}{i2\pi L} + \frac{1}{1/(i2\pi fC_2)} + \frac{1}{R_{10kOhm}} \tag{33}$$

где S_I^{amp} - паразитный шум усилителя, предположительно связанный с туннелированием электронов через затвор транзистора. $Z(f,r)$ - импеданс участка цепи между высокочастотной землёй и входом низкотемпературного усилителя, который, очевидно, зависит от сопротивления транзистора ATF-35143. Это сопротивление мы можем легко менять затворным напряжением и, следовательно, получить зависимость $P_{det}(r)$ от r, подогнав которую формулой(31), мы легко определим неизвестные G, P_0 и S_I^{amp}. Эти зависимости плюс подгон по формуле (31) представлены на рисунке 10 для двух температур 4.2 K и 0.5 K.

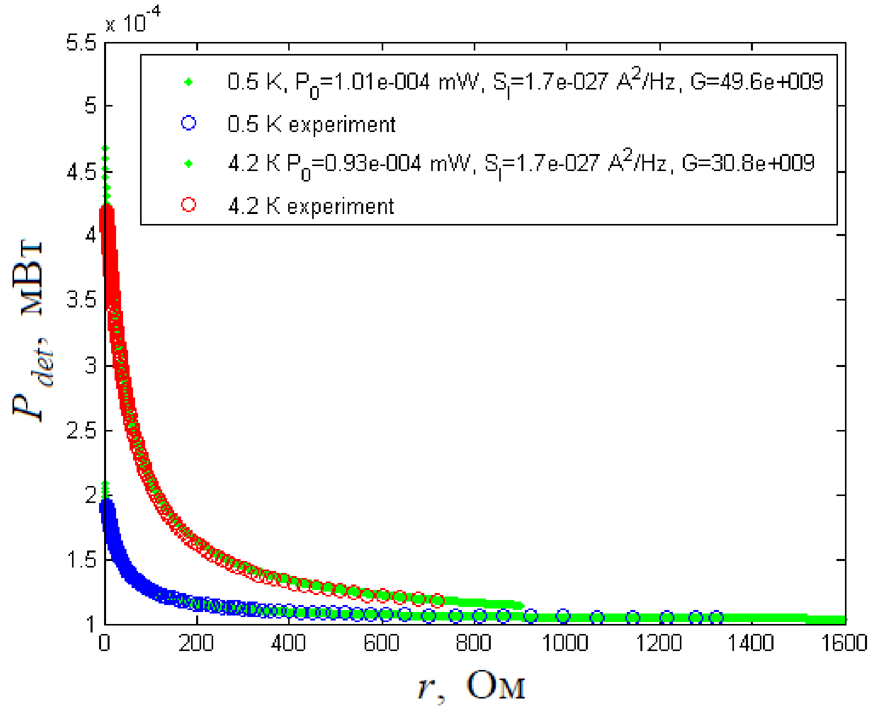
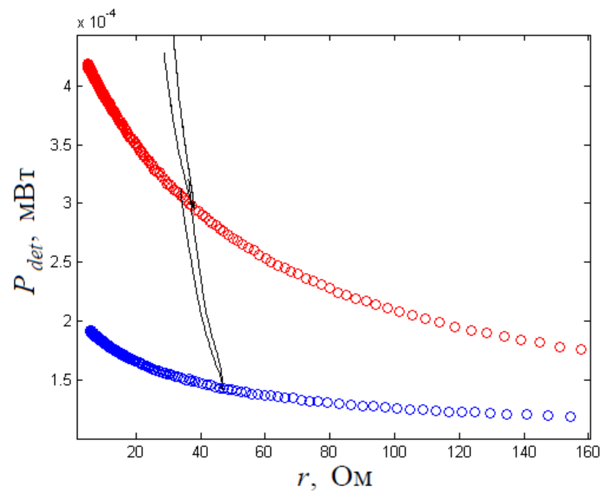


Рис. 10: Калибровка.(Круги) Зависимость мощности на детекторе P_{det} от сопротивления транзистора r при разных температурах. (Точки) Теоретический подгон с указанными параметрами.

2.3 Дробовой шум.

Затворное напряжение транзистора было установлено в значение $V_{gate} = -0.35V$, что соответствует $r \sim 40$Ом. При пропускании тока через образец появляется избыточный по сравнению с тепловым шумом токовый шум S_I рисунок 11. Дифференциальное сопротивление $r(I)$ транзистора также зависит от тока(рис 12).



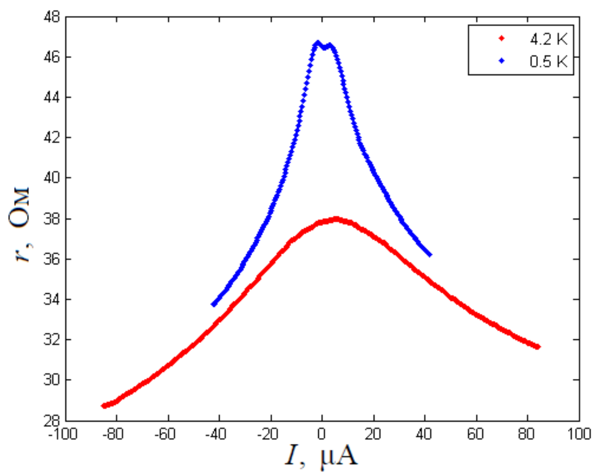


Рис. 11: Избыточный по сравнению с тепловым шум(черные линии). Красные, синие круги - калибровочные экспериментальные кривые(увеличение рис 8).

Рис. 12: Зависимость диф.сопротивления транзистора r от тока I через него.

Согласно правилу сложению шумов в линейных цепях из главы 1.6: мощность на детекторе при калибровке есть

$$P_{det}(r) = P_0 + \int_0^{\infty} G \times Tr_P^{filter}(f) S_V(f,r) df \tag{34}$$

$$\begin{aligned} S_V(f,r) = \sum_i S_i^U |K_{i\to A}|^2 = 4kTr|K_r|^2 + 4kTR_{10kOhm}|K_{10kOhm}|^2 + S_I^{amp}|Z(f,r)|^2 = \\ = 4kTRe[Z(f,r)] + S_I^{amp}|Z(f,r)|^2 \end{aligned} \tag{35}$$

так как конденсаторы и катушка не шумят тепловым образом($Re(Z_C) = Re(Z_L) = 0$). K - есть передаточная функция от источника шума к входу низкотемпературного усилителя.
Мощность на детекторе при пропускании тока через образецP^*_{det}(сразу отметим, что макроскопический резистор 10кОм размером в несколько мм не шумит сверх теплового шума при пропускании тока).

$$P^*_{det}(r,I) = P_0 + \int_0^{\infty} G \times Tr_P^{filter}(f) S^*_V(f,r) df \tag{36}$$

$$S^*_V(f,r,I) = \sum_i S_i^U |K_{i\to A}|^2 = S_I(I) r^2 |K_r|^2 + 4kTR_{10kOhm}|K_{10kOhm}|^2 + S_I^{amp}|Z(f,r)|^2 \tag{37}$$

Вычтем из выражения (36) выражение (34), а из (37) вычтем (35), получится:

$$P^*_{det} - P_{det} = \int_0^{\infty} G \times Tr_P^{filter}(f)(S^*_V(f,r) - S_V(f,r)) df \tag{38}$$

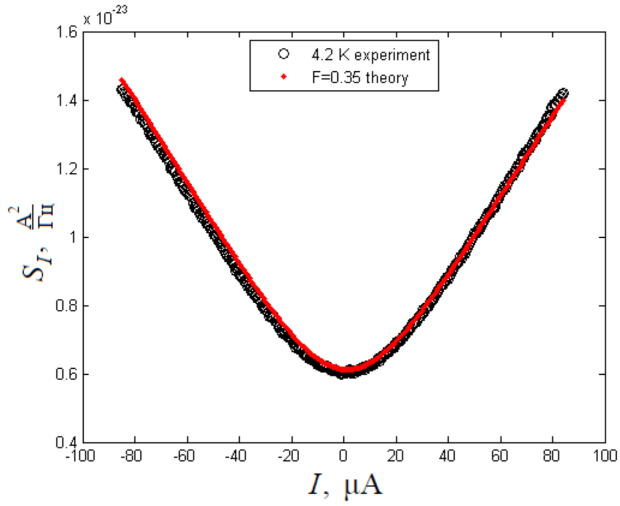
$$S^*_V(f,r,I) - S_V(f,r) = |K_r|^2 (S_I(I) r^2 - 4kTr) \tag{39}$$

$$S_I(I) = \frac{1}{r^2}\left[4kTr + \frac{P^*_{det}(r,I) - P_{det}(r)}{\int_0^{\infty} G \times Tr_P^{filter}|K_r(f,r)|^2}\right], \;\; r = r(I) \tag{40}$$

Передаточная функция транзистора ATF-35143 в схеме на рисунке 9 есть

$$K_r(f,r) = \frac{\dfrac{1}{1/R_{10kOmh} + 1/Z_{C_1} + 1/Z_L}}{r + Z_{C_2} + \dfrac{1}{1/R_{10kOmh} + 1/Z_{C_1} + 1/Z_L}} \tag{41}$$

Таким образом можно получить зависимость $S_I(I)$. Для двух температур 4.2K и 0.5K они представлены на рисунках 13 и 14 соответственно вместе с теоретическими подгонками по формуле (11)



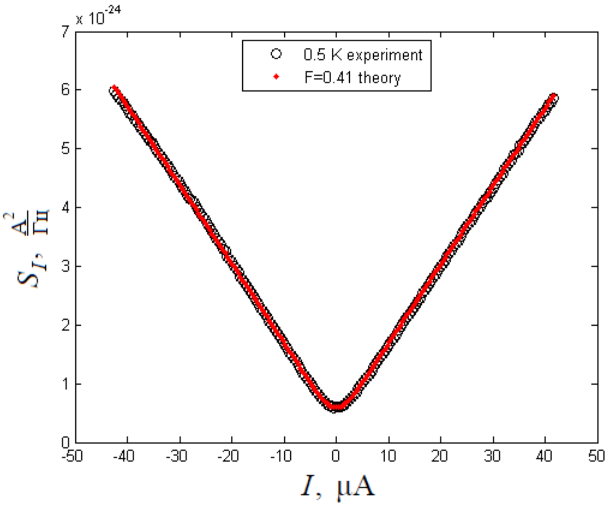


Рис. 13: Дробовой шум транзистора в открытом режиме 4.2K

Рис. 14: Дробовой шум транзистора в открытом режиме 0.5K

Фано фактор $F = 0.35$ близок соответственно к значениям для диффузионного проводника без неупругих процессов$F = \frac{1}{3}$. Увлечение Фано фактора при понижении температуры $F = 0.41$ предположительно связано с началом перехода к локализации состояний[12].

3 Применение низкоомных шумовых измерений в локальной шумовой термометрии.

3.1 Образцы и основные идеи.

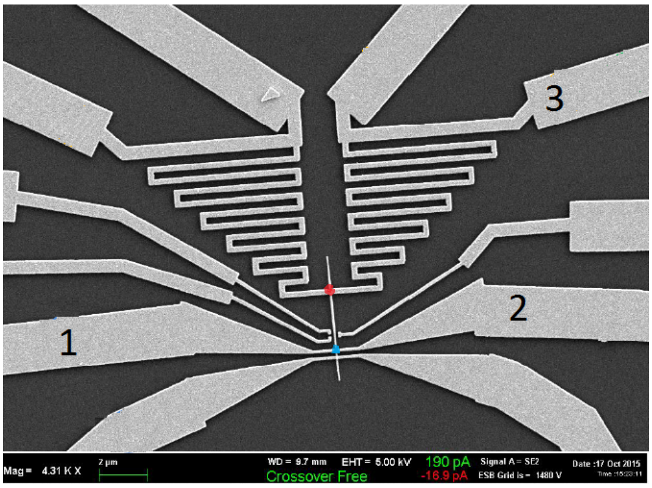
Фотография образца со сканирующего электронного микроскопа рис 15. В центре между красной и синей метками расположен n-легированный нанопровод(NW) $InAs$($\sim$ 2мкм в длину и $\sim$100нм в ширину), выращенный с помощью $Au-$ *assisted chemical beam epitaxy*[9] и расположенный на SiO_2/Si подложке. Контакты к нанопроводу и боковые затворы(не использовались в этой работе) представляют из себя Au/Ti напыленные с помощью электронно-лучевой литографии. Порядок сопротивления между контактами 1-2 несколько десятков Ом, а между 1-3 или 2-3(сопротивление NW) несколько кОм.

Дадим понятие шумовой температуры диффузионного проводника.

$$T_S = \frac{S_I R}{4k},\ S_I = \frac{4}{RL}\int_0^L dx \int_{-\infty}^{+\infty} f(\epsilon, x)(1 - f(\epsilon, x)), \tag{42}$$

Если вдоль проводника функция распределения локально-равновесная с $T(x)$, то шумовая температура есть просто средняя температура по образцу.

$$T_S = \int_0^L \rho(x) T(x) \frac{dx}{LR} \tag{43}$$



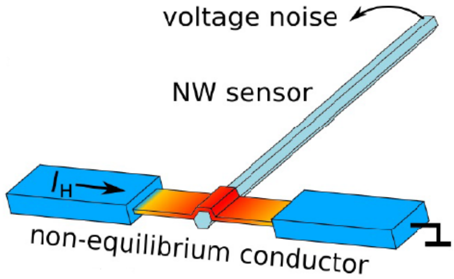


Рис. 15: СЭМ фотография образца. $InAs$ нанопровод между красной и синей меткой. Используются только контакты 1, 2, 3

Рис. 16: Принцип локальной шумовой термометрии из работы [11]

Если пропустить ток I_H между контактами 1 и 2, то, как показано в работе [10], есть уверенность, что в центре узкого места золотой полоски(где она контактирует с нанопроводом - синяя метка) имеет место равновесная функция распределения с температурой большей чем температура ванны. Измерение шума с другого конца диффузионного упругого нанопровода в таком режиме, когда ток в нём не течет(описано в разделе 1.5.3) позволяют узнать эту температуру в центре полоски. В одной из частей статьи [11] это было проделано в предположении, что локальная температура устанавливается в результате e-e взаимодействия. Ниже представлены результаты измерения локальной и средней температур золотой полоски, проведенные на одном и том же образце.

3.2 Измерение средней шумовой температуры Au/Ti полоски.

3.2.1 Схема измерений.

Образец был распаян, как показано на рисунке 17, на контакты 13/14, 7, 4 и на площадку X . Подложка была приклеена на держатель клеем БФ-2. На нижней части держателя располагались smd-резисторы 3.3кОм на 8 и параллельно 3.3кОм и 100Ом на 15, которые использовались для задачи тока через полоску(15) и для снятия одновременно её ВАХ(8-7). Первоначально использовалась конфигурация из двух резисторов 2 по 3.3кОМ на 8 и 15, оказавшаяся непригодной из-за сильного перегрева джоулевым теплом при токах масштаба мА. Также на нижней части располагался полевой транзистор ATF-35143, который предполагалось использовать для калибровки, но из-за ненадобности его sourse отрезали от земли и далее его можно было не учитывать при измерениях.

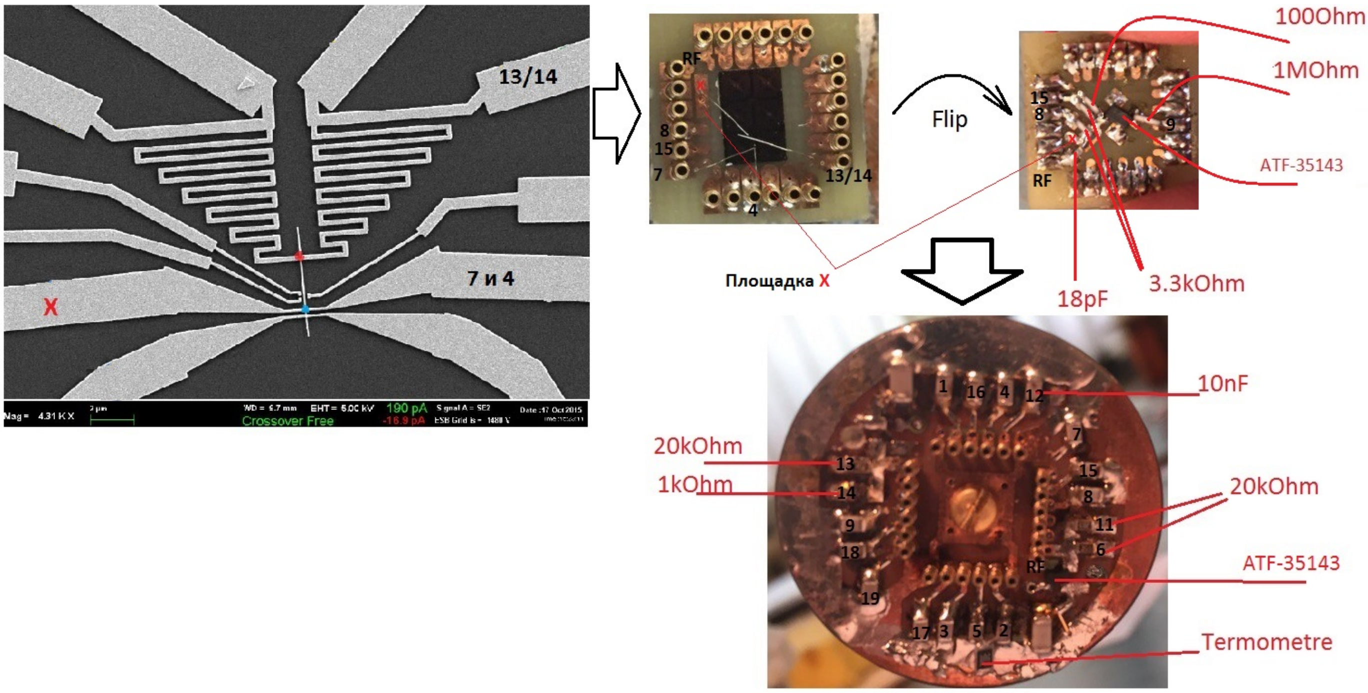


Рис. 17: Схема держателя с образцом.

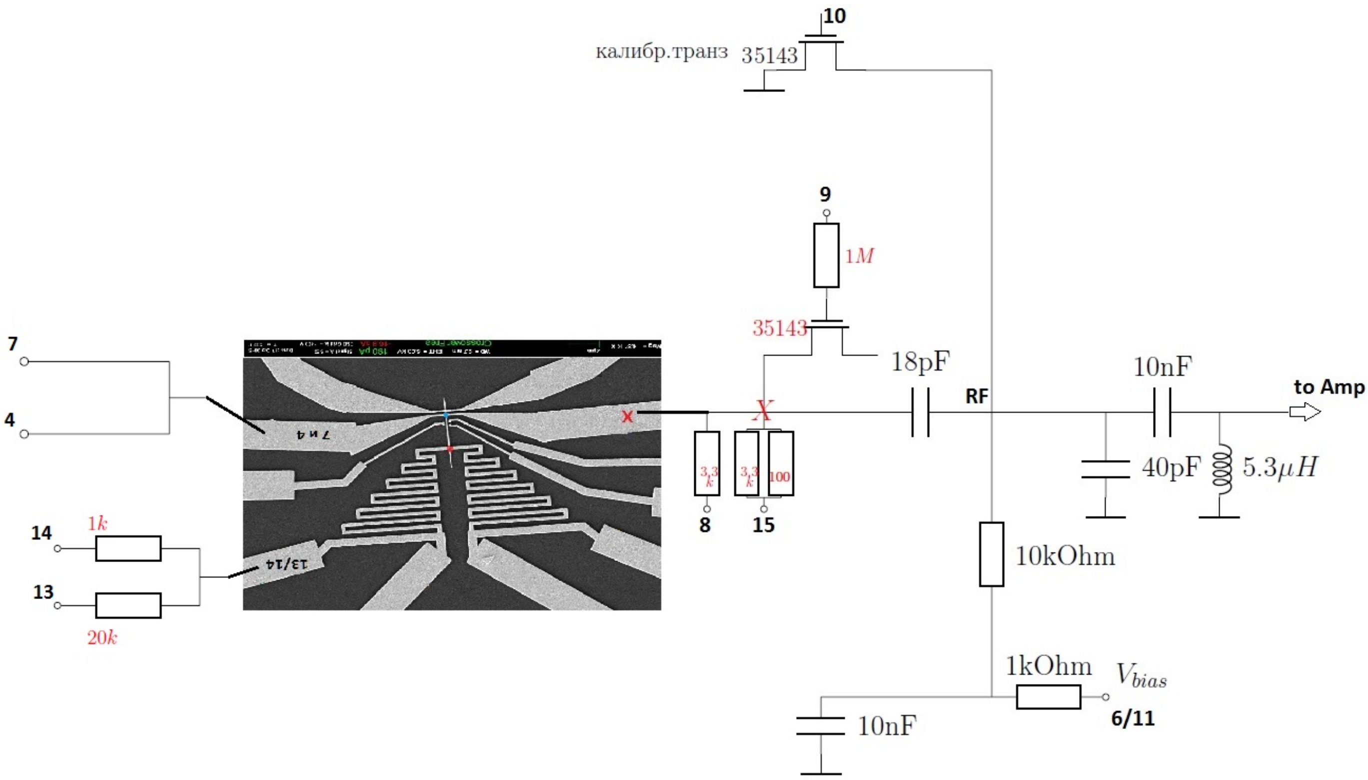


Рис. 18: Часть шумовой схемы до входа в низкотемпературный усилитель. Все помеченные цифрами контакты по высокой частоте шунтированы на земле через 10нФ.

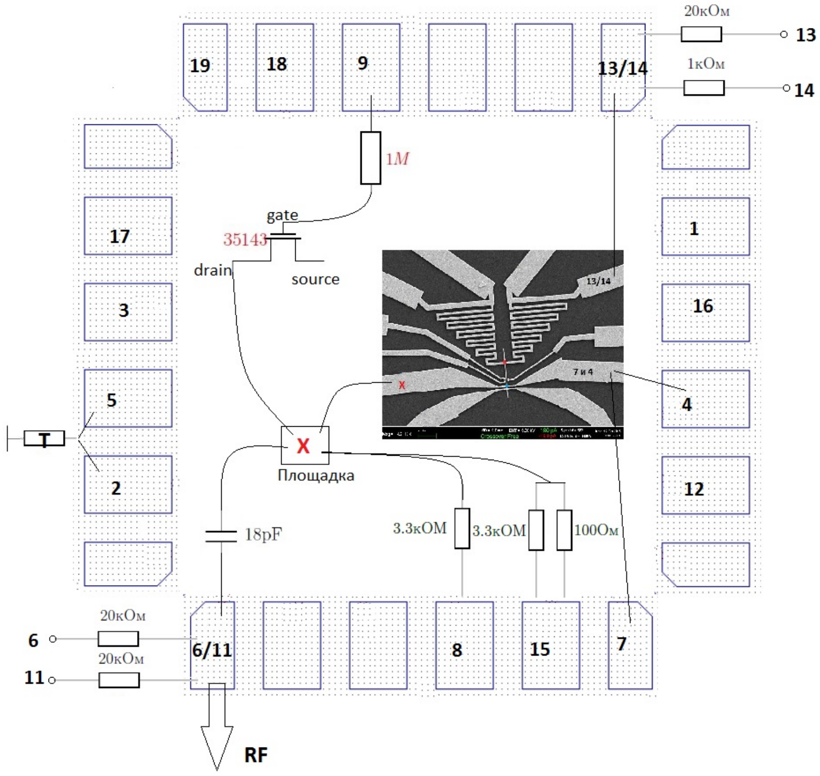


Рис. 19: Схема держателя с образцом при измерении средней шумовой температуры полоски.

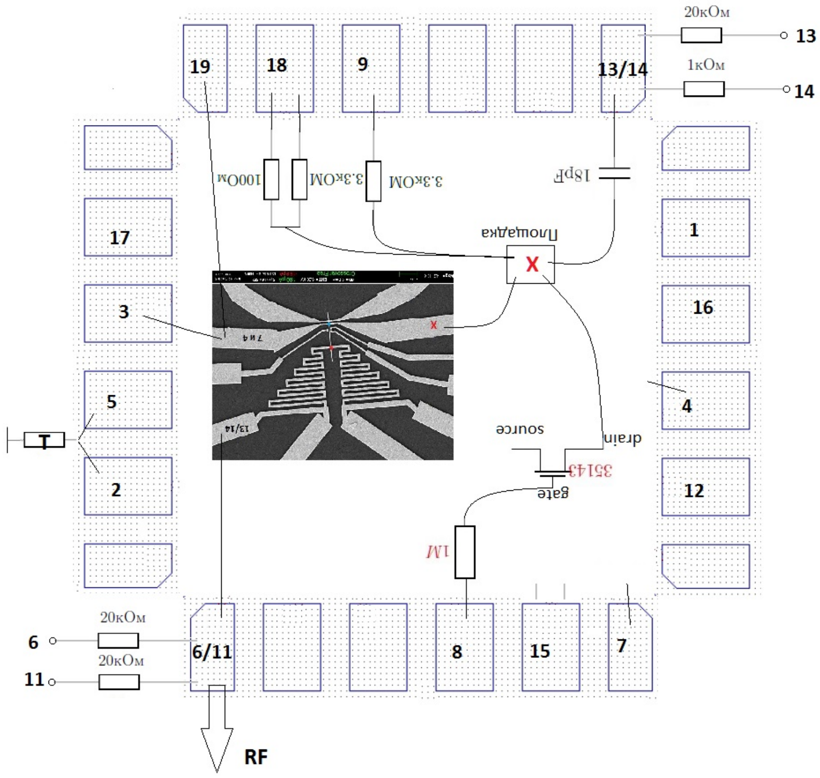


Рис. 20: Схема с рисунка 19 после поворота на 180 градусов. Используется в разделе 3.3 и 3.4 для измерения шума нанопровода.

Его затвор через 1МОм соединён с 9 контактом. Конденсатор 18пФ последовательно с золотой полоской, который необходим для низкоомных образцов, располагался также на нижней части держателя. Далее держатель вставлялся в ответную часть на нижней части вставки(последняя картинка на рис.17). На ответной части располагались: калибровочный транзистор ATF-35143, 2×20км параллельно=10кОм нагрузки на 6/11, 20кОм на 13 и 1кОм на 14 для осуществления 4х-точечной схемы измерения сопротивления, каждый пронумерованный контакт шунтирован через 10-100нФ на землю по высокой частоте. Выше на вставке располагается первый низкотемпературный каскад усиления, от него по длинному коаксиалу сигнал попадает на комнату и далее как на схеме рис.6. Особенность такого держателя в том, что, при повороте на 180 градусов, контакт, который был на 13/14 перейдет на 6/11 т.е сразу на RF - вход низкотемпературного усилителя и схема и появиться возможность измерять шум высокоомного нанопровода. Наглядно это показано на рис 19 и 20.

3.2.2 Калибровка тепловым шумом.

Для такой схемы калибровка тепловым шумом проводилась с помощью транзистора 35143. Изменяя его сопротивление R, мы могли сильно менять Real(Z) всей схемы представленной на рисунке 21. Результаты расчёта такой схемы представлены на рисунке 22. Важно ещё раз отметить роль конденсатора 18пФ, расположенного последовательно с золотой полоской ($r \sim$18Ом во время измерений), который обеспечивает высокую добротность схемы.

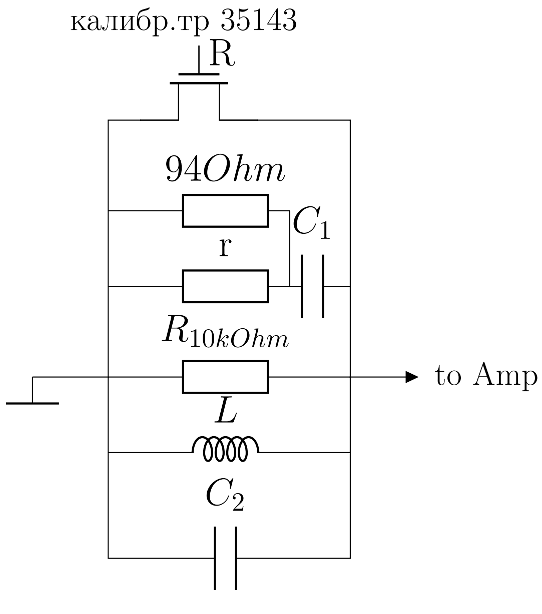
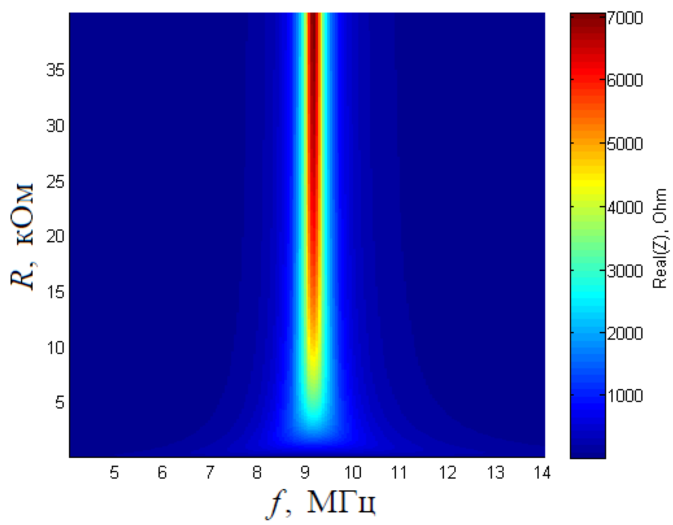


Рис. 21: Содержательная по шуму часть схемы. R - сопротивление калибровочного транзистора, C_1 =18пФ, C_2 =40пФ, L = 5.3мкГн, 94Ом - сопротивление параллельных 2×3.3кОм и 100Ом



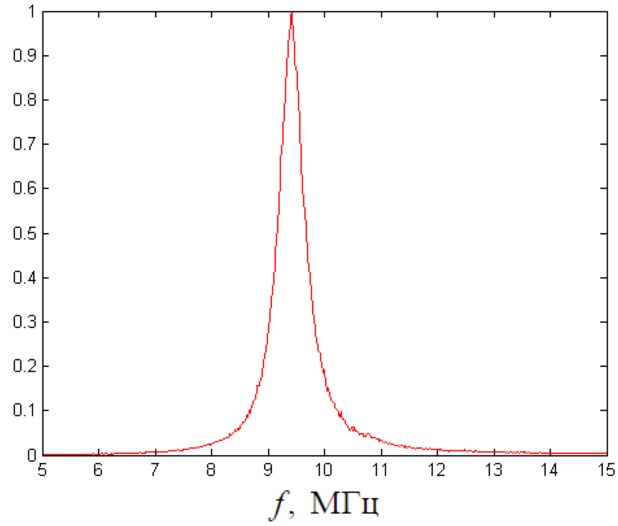
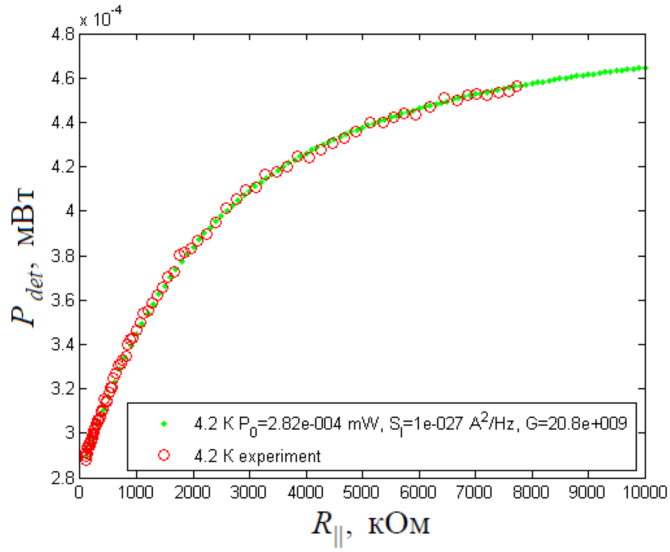


Рис. 22: Симуляция частотных кривых Real(Z(f)) в зависимости от сопротивления калибровочного транзистора R при сопротивлении полоски r =18Ом

Рис. 23: Частотная характеристика по мощности высокотемпературного полосового фильтра+НЧ фильтра (BP и LP на схеме)

Калибровочные зависимости P_{det} от $R_{||} = \dfrac{R_{10kOhm}R}{R_{10kOhm} + R}$ вместе с подгоночными для двух температур изображены на рисунках 21 и 22. Методика подгонки описана в разделе 2.2.



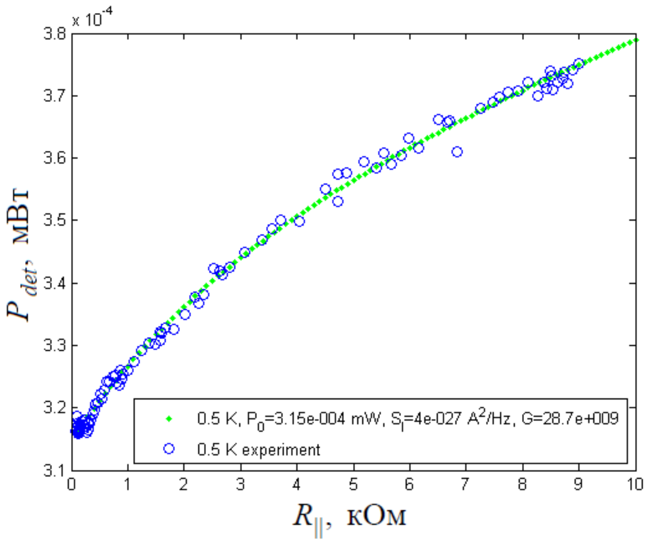


Рис. 24: Калибровка 4.2К. Зависимость P_{det} от $R_{||}$

Рис. 25: Калибровка 0.5К. Зависимость P_{det} от $R_{||}$

3.2.3 Шумовая температура полоски.

Сперва был измерен дробовой шум полоски для двух температур: рисунок 23.

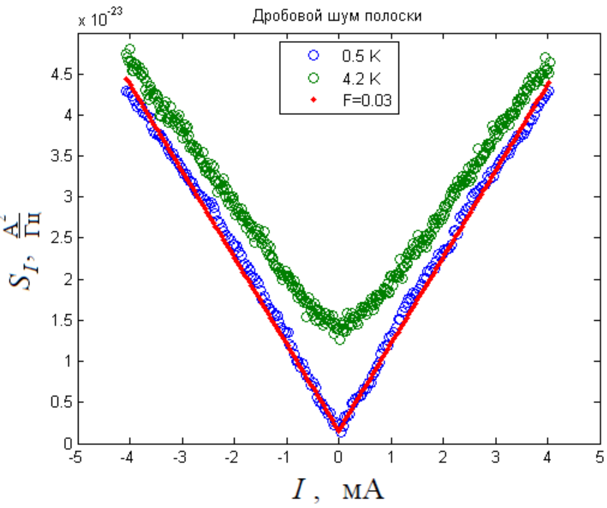


Рис. 26: Синие и зелёные круги - дробовой шум золотой полоски для 4.2 K и 0.5 K, красные точки - подгон по формуле(11).

На основании того, что шум линеен по току(слабость e-ph процессов), а при этом фактор Фано $F = 0.03$ сильно меньше $1/3$ и $\sqrt{3}/4$ можно сделать предположение, что вклад в шум даёт лишь небольшой перегретый кусок золота (r_s), а вся периферия$(r - r_s)$ шумит тепловым образом с температурой ванны T_0 как на рисунках 27 и 28.

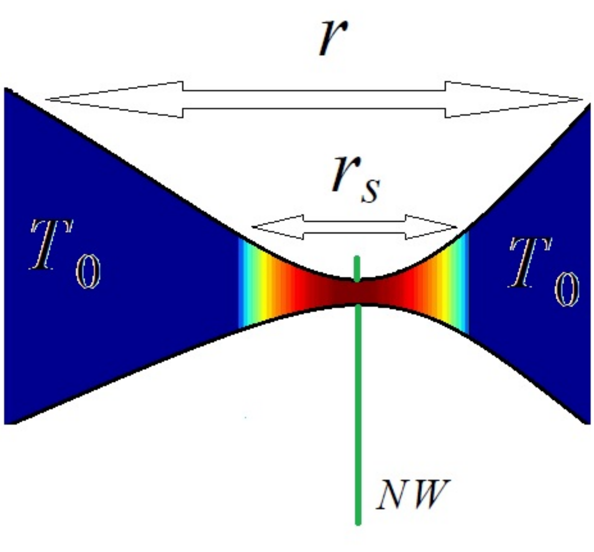


Рис. 27: Схематическое изображение Au/Ti полоски и NW

Рис. 28: r_s - перегретый участок полоски с $F = \frac{\sqrt{3}}{4}$, $r \sim 18\Omega$, $r - r_s$ шумит тепловым образом

Полный шум такой системы дается выражением

$$S = S_I r_s^2 + 4kT_0(r - r_s) \tag{44}$$

или шумовая температура

$$4kT_S r = S_I r_s^2 + 4kT_0(r - r_s) \tag{45}$$

$$T_S = T_0 \frac{r - r_s}{r} + \frac{S_I r_s^2}{4kr}; \tag{46}$$

Участок с сопротивлением r перегревается и шумит дробовым шумом с

$$S_I = \frac{\sqrt{3}eV}{2r_s}, \;\; kT \ll eV$$

либо кроссовер к тепловому шуму по формуле(11) для меньших напряжений.
Измеренная шумовая температура подгоняется формулой (46) с помощью параметра r_s - сопротивление перегретой части полоски.
При пропускании тока от $\sim -4 - 4$мА ,дифференциальное сопротивление полоски r незначительно меняется: рисунок 29.
Качественно это изменение похоже на закон Блоха-Грюнайзена и учитывалось при обработке данных следующим образом: считалось, что сопротивление перегретой части r_s меняется пропорционально полному её сопротивлению r: $r_s = \alpha r - \beta$. Такой учет изменения сопротивления даёт подгоночные кривые максимально близкие к экспериментальным, однако этот вопрос требует отдельного исследования, которое выходит за рамки этой работы.

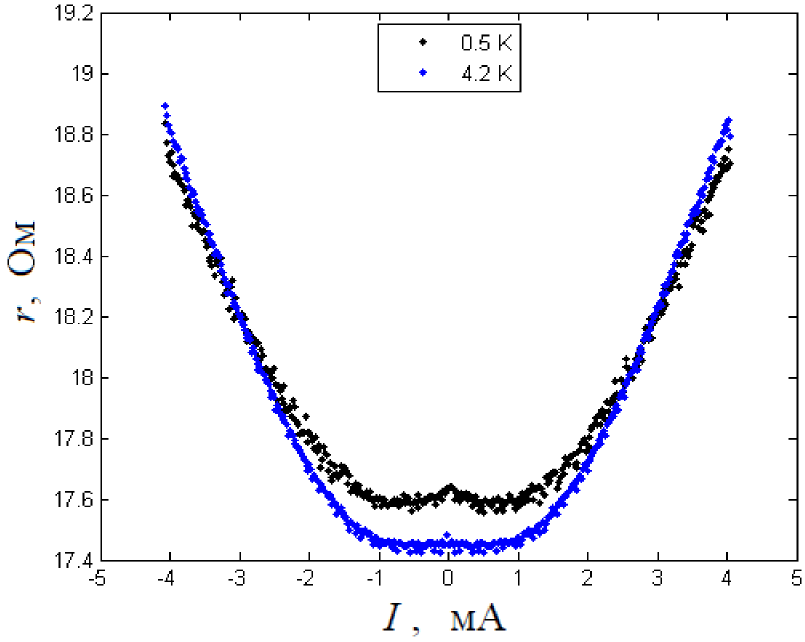


Рис. 29: Зависимость дифференциального сопротивления полоски r от тока I, текущего через неё.

Финальные зависимости шумовой(средней) температуры полоски от тока и теоретические подгонки по формуле (46) представлены на рисунке 30 для двух температур.

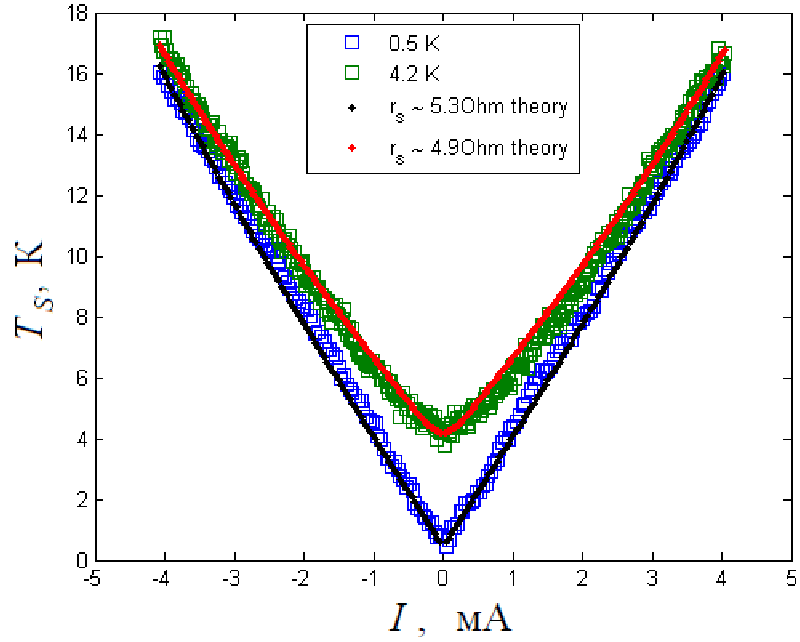


Рис. 30: Зависимость средней температуры T_S Au/Ti полоски от тока I, текущего через неё.

При 4.2 K экспериментальные данные подгоняются $r_s = \alpha r - \beta$, где $\alpha = 0.33$ $\beta = 1.3$, что соответствует r_s ∼4.9Ом при токах∼4мА. При 0.5 K, $\alpha = 0.3$ $\beta = 0.30$, что соответствует r_s ∼5.3Ом при токах∼4мА.

3.3 Измерение дробового шума $InAs$ нанопровода.

Чтобы применять теорию из разделов 1.5.2 и 1.5.3 необходимо показать, что $InAs$ нанопровод представляет собой диффузионный проводник без неупругих процессов. Для этого необходимо и достаточно исследовать его дробовой шум и показать что фактор Фано $F = 1/3$. Для этого и последующих локальных шумовых измерений необходимо было переделать схему, но, благодаря хитрому устройству держателя(рис.17, 19, 20), достаточно было просто его повернуть на 180 градусов. Проследить как поменялась схема можно на рисунках 19, 20.

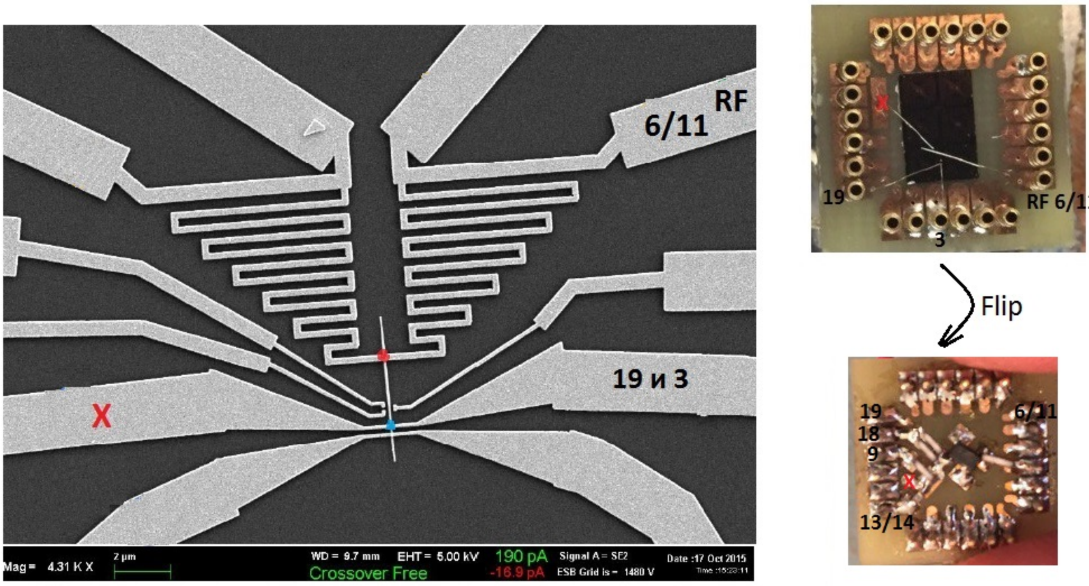


Рис. 31: Изменение нумерации контактов после поворота держателя.

Теперь шумовой вход в низкотемпературный усилитель RF(6/11) соединён с одним из концов нанопровода, а другой его конец соединён с контактами 19, 3 и площадкой X, которая выходит на его нижнюю часть. От неё на контакты 18 и 9 идут параллельно [3.3кОм и 100Ом] и 3.3кОм соответственно. Через контакт 18 в контакт 3/19 пропускается ток через полоску, а с контакта RF(6/11) снимается шум напряжения нанопровода т.е реализуется ситуация из раздела 1.5.3, в котором показано, как этот шум связан с температурой в центре полоски. Конденсатор 18пФ более не нужен так как изучается шум высокоомного нанопровода. Он при повороте перешел на контакты 13/14 и не оказывал влияния на схему.
Калибровка выполнялась по подобию раздела 3.2.2 калибровочным транзистором 35143. Резонансная частота немного изменилась после поворота держателя, так как 18пФ перестали влиять на схему, поэтому комнатный полосовой фильтр был перестроен на новую центральную частоту.

Сперва ток I_{NW} в несколько мкА пропускался из 18 в 6/11 контакт и измерялся дробовой шум S_I^{NW} самого нанопровода+ВАХ. ВАХ и шум писались последовательно, а не параллельно, так как шумовая схема очень чувствительна к внешним источникам наводок какими являются источники напряжения, мультиметры либо синхронные усилители. Зависимость спектральной плотности шума от тока на рисунке 32.

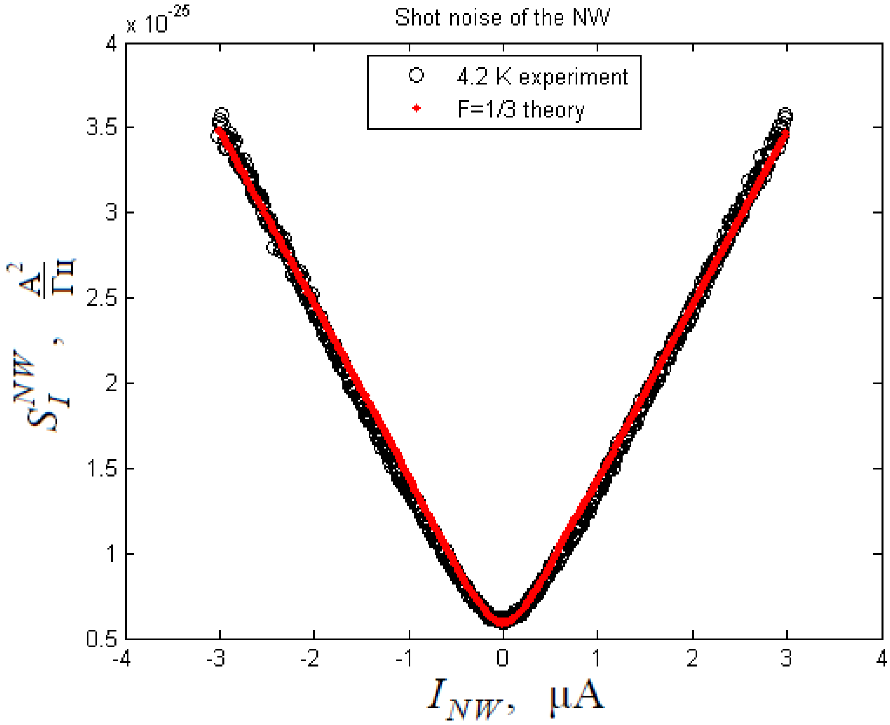


Рис. 32: Дробовой шум нанопровода 4.2 К

Экспериментальные данные подгонялись формулой (11). Значение фактора Фано $F = 1/3$ указывает на то, что нанопровод представляет собой диффузионный проводник с упругим рассеянием и для него применимы все выкладки из 1.5.2-1.5.3 разделов.

3.4 Измерение локальной температуры в центре Au/Ti полоски с помощью InAs нанопровода.

Идея локальной шумовой температуры описана в разделе 3.1, 1.5.3 и на рисунке 33.

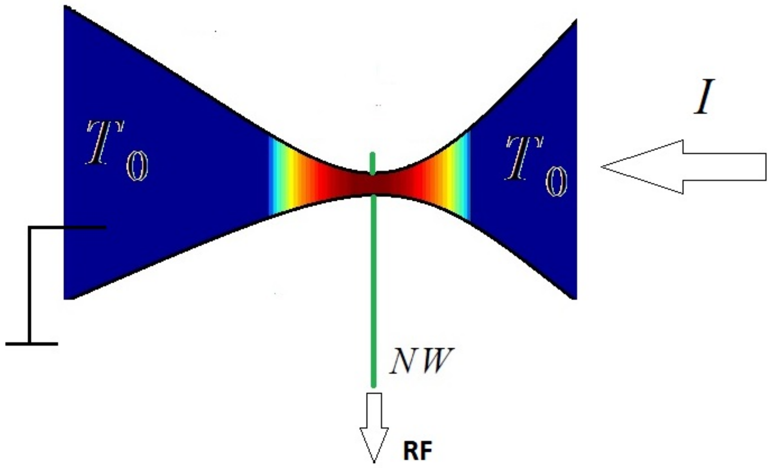


Рис. 33: Локальная шумовая термометрия

Процедура калибровка тепловым шумом не отличалась от калибровки из раздела 3.2.2 с точностью до Real(Z) конкретной схемы измерений. Процедура вычисления спектральной плотности дробового шума не отличалась от раздела 2.3 с точностью до конкретной схемы, т.е до передаточных функций шумящих элементов цепи.

Зависимость шумовой температуры T нанопровода в режиме, когда ток через него не течет, но на его концах разные температуры представлена на рисунке 34.

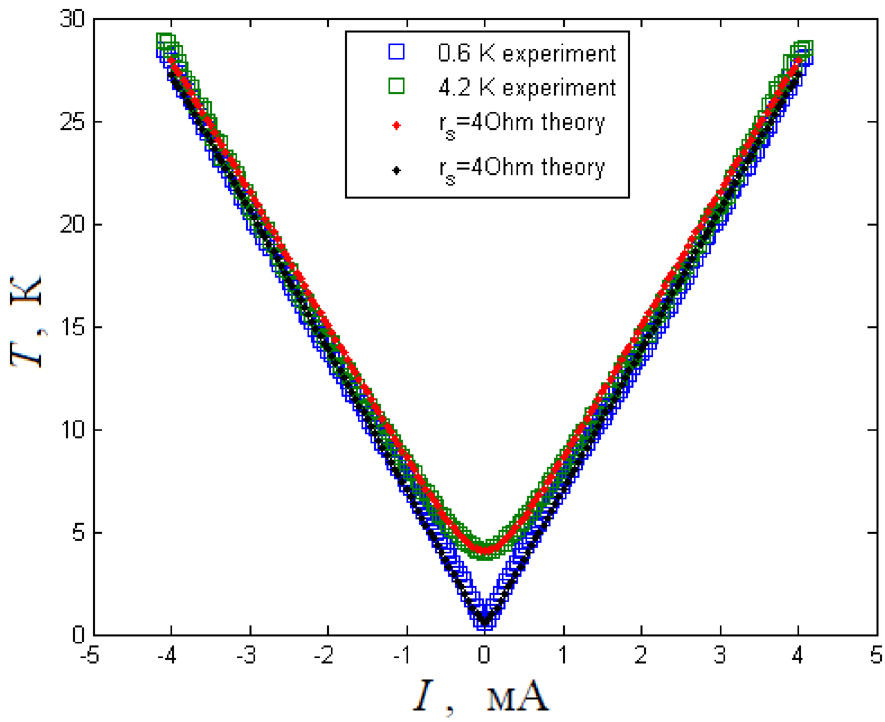


Рис. 34: Локальная шумовая термометрия - эксперимент.

Как известно из раздела 1.5.3: чтобы получить спектральную плотность шума в такой ситуации необходимо решить задачу:

$$D\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0$$

$$f(0) = f_0(T_0) = 1/(\exp(\epsilon/kT_0) + 1,$$
$$f(L) = f_0(T_L) = 1/(\exp(\epsilon/kT_L) + 1),$$

где T_0 - температура ванны, а T_L - температура в центре золотой полоски, которая определяется формулой

$$T_L = \sqrt{\frac{3}{4\pi^2 k^2}(eIr_s)^2 + T_0^2},$$

Затем подставить решение в

$$S_I = \frac{4}{RL}\int_{-L/2}^{L/2} dx \int_{-\infty}^{+\infty} f(\epsilon, x)(1 - f(\epsilon, x)),$$

и в конце пересчитать S_I в шумовую температуру:

$$T(I) = \frac{S_I R}{4k},$$

, где R - сопротивление нанопровода, которое тоже зависит от тока I рисунок 32. Все эти расчёты были проделаны численно, они изображены красными и

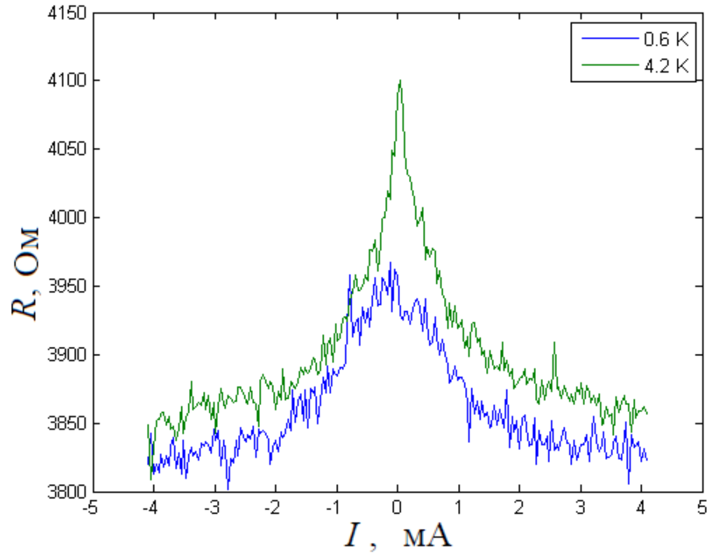


Рис. 35: Дифференциальное сопротивление нанопровода.

черными точками для разных температур на рисунке 31. Подгоночный параметр r_s - сопротивление е-е перегретого участка золотой полоски около конца нанопровода оказался равен $\sim$4Ом. Для измерений средней температуры этой

же полоски при таких же значениях тока через неё было получено значение r_s ~5Ом.
При токе $I \approx 4mA$ через полоску средняя её температура $T_S \approx 17K$(рис.30), а температура в центре[7](раздел 1.5.3) $T_{center} = \frac{T}{0.56} \approx 49K$(рис.34, 36)

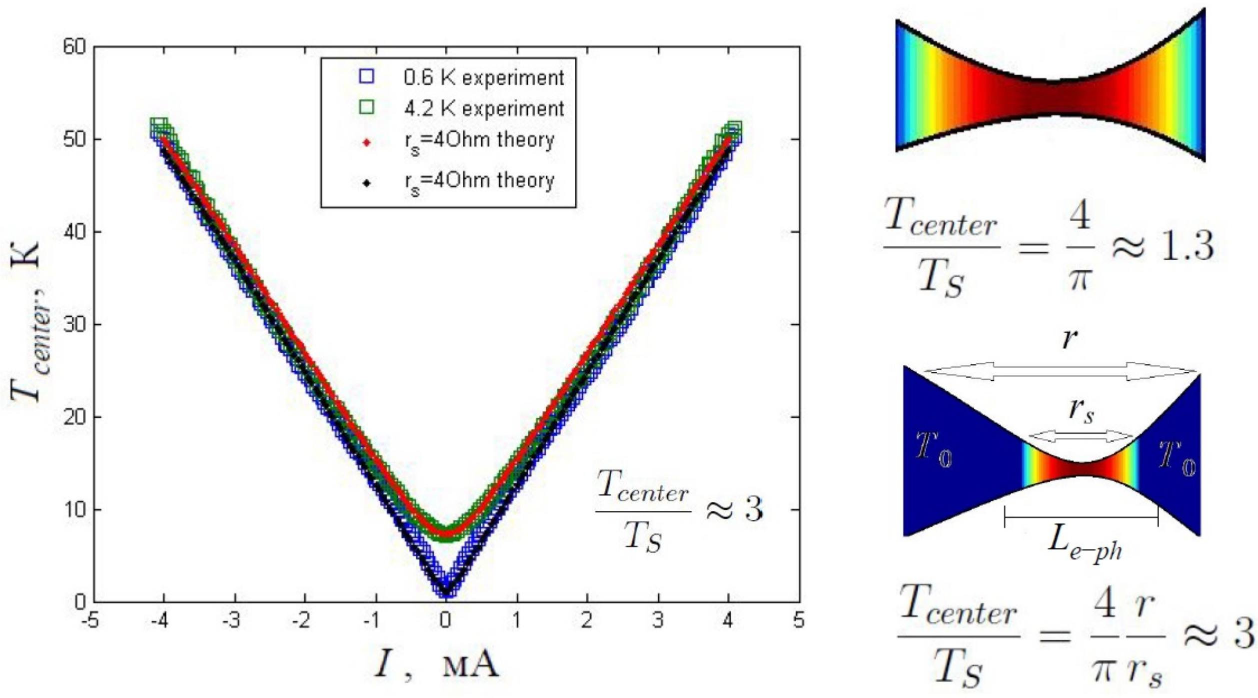


Рис. 36: Температура в центре полоски.

Отношение температуры в центре полоски T_{center} к средней температуре T_S в эксперименте ≈ 3. Если бы широкие берега полоски не были термализованны за счёт e-ph процессов, то это отношение равнялось бы $\frac{4}{\pi} \approx 1.3$. Если принять, что e-e перегрета только небольшая область с сопротивлением r_s, а периферия за счёт e-ph хорошо термализованна с T_0 то это отношение должно оказаться равным $\frac{T_{center}}{T_S} = \frac{4}{\pi}\frac{r r_s^{center}}{(r_s^{average})^2} = \frac{4}{\pi}\frac{r}{r_s} \approx 3$, если подгоночный параметр $r_s = r_s^{center} = r_s^{average}$ для средней температуры и температуры центра одинаковый. Напоминаю, что в этой работе они оказались равны $r_s^{average} \approx 5.3$Ом, а $r_s^{center} \approx 4$Ом, $r \approx 18$Ом.
Всё это указывает на то, что размер узкой части полоски около NW$\approx 2\mu m$ меньше длины e-ph рассеяния L_{e-ph}, которая по оценкам из работы [11] равна $L_{e-ph} \approx 3.5\mu m$

4 Заключение

Основные результаты работы:

1. Была реализована методика измерения шума низкоомных образцов. Измерен дробовой шум полевого транзистора ATF-35143 в слабом обеднении $\sim$ 30Ом. Для 4.2K, $F = 0.35$ - близко к $F = 1/3$ для диффузионного упругого проводника. Для 0.5K, $F = 0.41$, увеличение фактора Фано предположительно связано с началом перехода к локализации состояний[12].

2. Был измерен дробовой шум $InAs$ нанопровода ($\sim$ $2\mu m \times 100nm$). Полученный фактор Фано $F = 0.33$ совпадает с универсальным значением для диффузионных упругих проводников[6].

3. Был измерен дробовой шум и средняя шумовая температура Au/Ti полоски, через которую пропускался ток $-4mA \to +4mA$. Из линейного характера этих зависимостей от тока был сделан вывод, что e-ph не дают вклада в шум[6], а локальная равновесная функция распределения с устанавливается в результате e-e процессов[8] в "горячей"области около её центра с сопротивлением r_s. Зависимость средней шумовой температура подгоняется с $r_s \approx 5.3$Ом для 0.5K и $r_s \approx 4.9$Ом для 4.2K.

4. На том же образце была измерена температура в центре Au/Ti полоски(при пропускании через неё таких же токов $-4mA \to +4mA$) с помощью $InAs$ диффузионного упругого(из пункта 2 заключения) нанопровода, на один конец которого она была напылена. Зависимость этой температуры от тока подгоняется с $r_s \approx 4$Ом для 0.5K и 4.2K в рамках теории[8] для пункта 3 заключения. Было получено, что отношение температуры в центре к средней температуре полоски ≈ 3, что согласуется с предположением о наличии e-e перегретого участка размером $< L_{e-ph}$ в центре и e-ph термализанной длинной и широкой периферии с длиной $\gg L_{e-ph}$.

5 Литература

1. *Коган Ш.* Электронный шум и флуктуации в твердых телах.- Москва, Физматлит, 2009.

2. *W.Schottky.* Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern

3. *Blanter Y. M., Buttiker M.* Shot noise in mesoscopic conductors // Physics ReportsReview Section of Physics Letters. — 2000. — Т. 336, № 1—2. — С. 1—166

4. *Landauer, R.* . "Spatial Variation of Currents and Fields Due to Localized Scatterers in Metallic Conduction".1957. IBM Journal of Research and Development. 1: 223–231

5. *Sh. M. Kogan and A. Ya. Shul'man*, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 56 (1969) 862 [Sov. Phys. JETP 29 (1969) 467].

6. *Nagaev, K. E.*, On the shot noise in dirty metal contacts. Physics Letters A 169, 103–107

7. *Sukhorukov, E. V. Loss, D.*, Noise in multiterminal diffusive conductors: Universality, nonlocality, and exchange effects. Phys. Rev. B 59, 13054–13066 (1999) (1992).

8. *Nagaev, K. E.*, Influence of electron-electron scattering on shot noise in diffusive contacts, Phys. Rev. B 52 (1995) 4740

9. *Gomes, U. P., Ercolani, D., Zannier, V., Beltram, F. Sorba, L.,* Controlling the diameter distribution and density of InAs nanowires grown by au-assisted methods. Semiconductor Science and Technology, 30, 115012 (2015). Phys. Rev. B 52, 4740–4743 (1995)

10. *S.U. Piatrusha, V.S. Khrapai.*, Measuring electron energy distribution by current fluctuations ., arXiv:1704.04899

11. *E. S. Tikhonov, D. V. Shovkun, D. Ercolani, F. Rossella, M. Rocci, L. Sorba, S. Roddaro, and V. S. Khrapai.*, Local noise in a diffusive conductor., Sci Rep, vol. 6, p. 30621, 2016.

12. *E.S. Tikhonov, V.S. Khrapai, D.V. Shovkun, D. Schuh.*,Finite-size effect in shot noise in hopping conduction., Pisma v ZhETF 98 (2), 131 (2013)