

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ ОБЩЕЙ И ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ
КАФЕДРА ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

На правах рукописи

Юденко Родион Юрьевич

**Когерентная спиновая динамика двумерного электронного газа
вблизи нечетных факторов заполнения**

Направление подготовки 03.03.01
“Прикладные математика и физика”

Выпускная квалификационная работа бакалавра

Научный руководитель:
к.ф.-м.н. с.н.с.
Ларионов Андрей Владимирович

Черноголовка 2018

Содержание

	стр.
Введение.....	2
Глава 1. Литературный обзор.....	4
1.1 Двумерный электронный газ в однородном магнитном поле.....	4
1.2 Спиновые экситоны.....	5
1.3 Влияние пространственной неоднородности на процесс дефазировки когерентной спиновой прецессии.....	8
Глава 2. Экспериментальная методика и образцы.....	10
2.1 Образцы.....	10
2.2 Магнитооптический эффект Керра.....	12
2.3 Экспериментальная установка.....	14
Глава 3. Две стадии спиновой релаксации в квантово-холловском ферромагнетике.....	19
Выводы.....	23
Список литературы.....	24

Введение

В последнее время особый интерес в физике полупроводников представляют различные спиновые явления. Это связано в первую очередь с открытием множества новых спиновых эффектов в системах пониженной размерности и привлекательной возможностью создания устройств спинтроники, в которых переносчиком энергии и информации является не электронный, а спин-поляризованный ток [1]. При этом практически во всех из вышеперечисленных случаев ключевую роль играют процессы спиновой релаксации [2]. Состояние двумерной электронной системы в сильном перпендикулярном магнитном поле с целочисленным нечетным фактором заполнения $\nu = 2n + 1$, которое называется квантово-холловским ферромагнетиком, является наиболее подходящим для исследования процессов спиновой релаксации. В данной системе нейтральными возбуждениями являются спиновые экситоны, которые состоят из дырки на заполненном уровне Ландау и возбужденного электрона с противоположно направленным спином [3]. Отдельно стоит отметить спиновый экситон с нулевым импульсом, называемый голдстоуновской модой, которая, сохраняя полный спин электронной системы, переворачивает проекцию ее спина на направление магнитного поля. Теоретически было предсказано, что релаксация голдстоуновской моды происходит неэкспоненциально со временем [4]. Также было проведено экспериментальное исследование [5], в то время

как релаксация голдстоуновской моды вблизи нечетных факторов заполнения еще достаточно мало изучена. В данной работе была исследована спиновая дефазировка двумерных электронов вблизи целочисленных факторов заполнения $\nu = 1, 3$ с помощью метода, основанного на время-разрешенном магнитооптическом эффекте Керра [6].

Глава 1. Литературный обзор.

1.1 Двумерный электронный газ в однородном магнитном поле.

Рассмотрим квазидвумерный электронный газ в квантовой яме гетероструктуры. Если глубина ямы значительно больше других вкладов в энергию электрона, то можно говорить о конфайнменте для двух измерений, а именно для плоскости Oxy , перпендикулярной оси Oz роста структуры. В таком случае можно считать заселенной только нижнюю подзону размерного квантования. Направим вдоль оси Oz сильное магнитное поле B с $\omega_c \tau \gg 1$, где ω_c - циклотронная частота ($\omega_c = eB/m^*c$, m^* - эффективная масса электрона), τ - время релаксации электрона по импульсу. В калибровке Ландау[7] векторный потенциал $\vec{A} = (-yB, 0, 0)$, тогда гамильтониан электрона принимает вид:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m^*} \left[\left(\hat{p}_x - \frac{eB}{c}y \right)^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2 + V(z) \right] + g^* \mu_B S_z$$

Благодаря такому выбору калибровки, решая уравнения Шредингера, получаем факторизованную волновую функцию:

$$\psi = e^{\frac{i}{\hbar} p_x x} \phi(z) \chi(y)$$

А для $\chi(y)$ получаем следующее уравнение, заменяя cp_x/eB на y_0 :

$$\chi'' + \frac{2m^*}{\hbar^2} \left[(E - g^* \mu_B B S_z - E_z) - \frac{m^*}{2} \omega_c^2 (y - y_0)^2 \right] \chi = 0,$$

которое совпадает с уравнением гармонического осциллятора и, как известно, имеет решение[7]. Выражение для энергии электрона тогда

имеет вид:

$$E = E_z + \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) + g^* \mu_B B S_z,$$

где E_z играет роль энергии размерного квантования, второе слагаемое - уровни Ландау, третье - зеемановское расщепление. Таким образом, мы имеем дискретный энергетический спектр. Но стоит отметить, что из-за взаимодействия со случайным потенциалом уровни Ландау имеют конечную ширину.

Вырождение уровней Ландау с учетом расщепления по спину:

$$N_B = \frac{eBS}{2\pi\hbar} = \frac{\Phi}{\Phi_0},$$

где S - площадь образца, а

$$\Phi_0 = \frac{\pi\hbar c}{e}$$

- квант магнитного потока. А величина

$$\nu = \frac{N}{N_B}$$

называется фактором заполнения. Так состояния двумерной электронной системы с $\nu = 2n + 1$ называются квантово-холловским ферромагнетиком.

1.2 Спиновые экситоны.

Поскольку в постоянном однородном магнитном поле гамильтониан системы положительных и отрицательных зарядов с равным нулю полным зарядом инвариантен относительно группы магнитных трансляций, такая

система обладает интегралом движения - обобщенным импульсом[8], который для системы из двух частиц выражается как

$$\mathbf{k} = -i\hbar(\nabla_1 + \nabla_2) + \frac{e}{c}(\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2) - \frac{e}{c}[(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \times \mathbf{B}]$$

(индексы 1 и 2 относятся к отрицательно и положительно заряженной частицам соответственно). Также все три компоненты приведенной выше суммы коммутируют друг с другом[9].

В случае двух измерений интегралом движения является двумерный обобщенный импульс. Возбуждения этой нейтральной системы в магнитном поле есть магнетоэкситоны - связанные состояния дырки на заполненном уровне Ландау (n) и электрона на пустом уровне (n'). Они классифицируются по дисперсионным зависимостям от обобщенного импульса. Так при $\omega_c \gg e^2/\epsilon l_B$:

$$E_m(k) = m\omega_c + g\mu_B B \delta S_z + \Delta E_{m,\delta S_z}(k),$$

где $m = n' - n$, $l_B = \sqrt{\frac{\hbar c}{eB}}$ - магнитная длина, δS_z - изменение проекции спиновой плотности. Функциональный вид последнего слагаемого в дисперсионном уравнении, которое имеет порядок характерной кулоновской энергии, вообще зависит от каждой конкретной ветви коллективных возбуждений и фактора заполнения.

Состояния с $\nu = 1$, имеющие возбуждения с переворотом спина внутри одного уровня Ландау, получили название спиновые экситоны[3]. Их дисперсия в длинноволновом приближении имеет квадратичную зависимость, а в коротковолновом - выходит на константу, равную величине обменной энергии на нулевом уровне Ландау (Рис. 1.1).

Поскольку рождение магнетоэкситонов с нулевым импульсом

соответствует когерентному повороту проекции спина системы на направление магнитного поля, при сохранении полного спина электронной системы, то представлением голдстоуновских спиновых экситонов удобно пользоваться при рассмотрении отклонений проекции спиновой плотности S_z в направлении B .

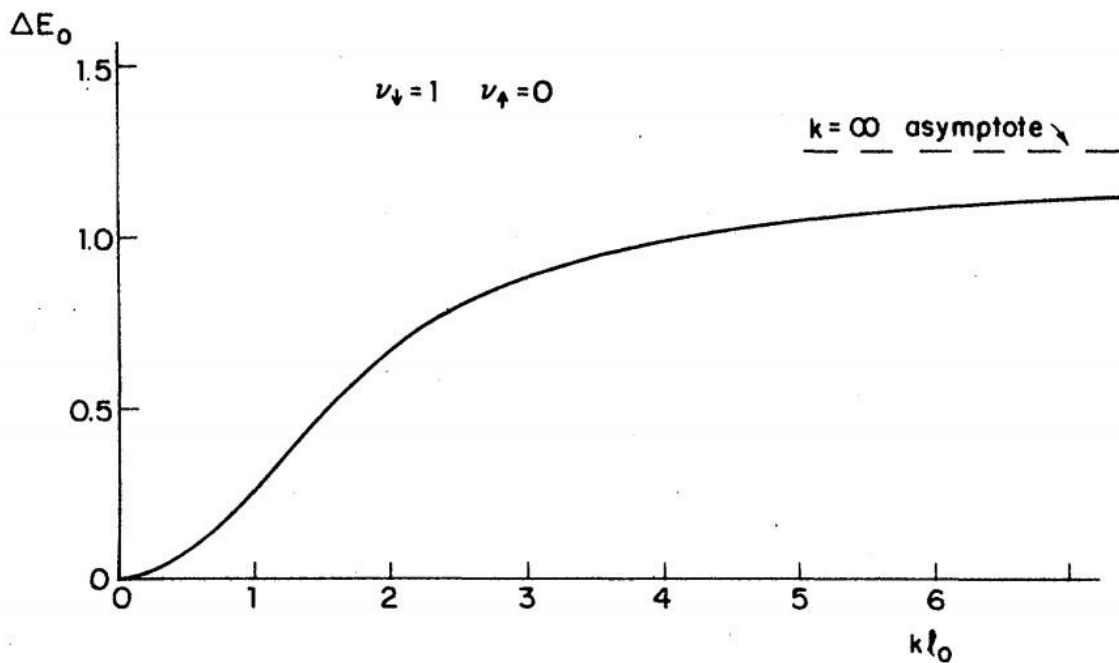


Рис. 1.1. - закон дисперсии спинного экситона. Энергия выражена в единицах $e^2/\epsilon l_B$. Зеемановский вклад опущен.

Релаксация голдстоуновской моды происходит, с одной стороны, за счет быстрой стохастизации (время порядка $\approx 1-10$ нс), исследованной в работе[3], которая сопровождается переходом в ненулевые спиновые экситоны с той же энергией при сохранении общего числа экситонов. С другой стороны, за счет аннигиляции ненулевых спиновых экситонов, обусловленной гладким случайным потенциалом и спин-орбитальным взаимодействием (характерное время порядка 100 нс)[10]. Такой подход к описанию спиновой релаксации хорошо согласуется с экспериментом[5].

Вообще процесс дефазировки спиновой прецессии можно объяснить наличием разброса g -фактора в пространственно неоднородной среде, что будет показано ниже.

1.3 Влияние пространственной неоднородности на процесс дефазировки когерентной спиновой прецессии.

Рассмотрим анизотропный случай, когда время обратной спиновой релаксации описывается тензором второго ранга $\hat{\Gamma}$. Тогда из кинетического уравнения спиновой матрицы плотности можно получить следующее выражение:

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} + \mathbf{S} \times \boldsymbol{\Omega} + \hat{\Gamma} \mathbf{S} + \frac{\mathbf{S}}{t_r} = 0$$

где $\boldsymbol{\Omega} = \mu_B g \mathbf{B}$ - Ларморовская частота в магнитном поле $\mathbf{B}$, g - электронный g -фактор при данном направлении магнитного поля, t_r - время рекомбинации электрона и фермиевской дырки.

Направим магнитное поле в плоскости Oxy . Тогда если вектор спиновой плотности направлен в момент времени $t = 0$ по оси Oz , то проекция решения приведенного выше уравнения на ось Oz имеет вид[11]:

$$S_z = S_0 z e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\Omega t + \phi),$$

где $\tau^{-1} = \tau_s^{-1} + \tau_r^{-1}$ - время жизни спина. Но это выражение получено в предположении, что все электроны в системе имеют одинаковый g -фактор. Однако в реальных гетероструктурах всегда существует некоторый разброс g -фактора, обусловленный флуктуациями размера и гладким случайным потенциалом, который создается примесями. Это, в свою очередь, приводит к разбросу Ларморовской частоты $\Delta\Omega = \mu_B \Delta g B$,

где $2\Delta g$ - ширина распределения g-фактора на половине высоты. Результатом этого станет дополнительное затухание биений - обратимая спиновая релаксация. В соответствие с этим полное время спиновой релаксации дается выражением:

$$\tau_s^{-1} = \tau_0^{-1} + \mu_B \Delta g B,$$

где τ_0 - время необратимой спиновой релаксации.

Глава 2. Экспериментальная методика и образцы.

2.1 Образцы.

В качестве образцов в эксперименте использовались высококачественные гетероструктуры на основе $GaAs/AlGaAs$ с высокой подвижностью $\mu_e \approx 5 \times 10^6 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ в квантовой яме, выращенные на подложке из арсенида галлия методом молекулярно-лучевой эпитаксии, структуры которых изображены на рис. 2.1.

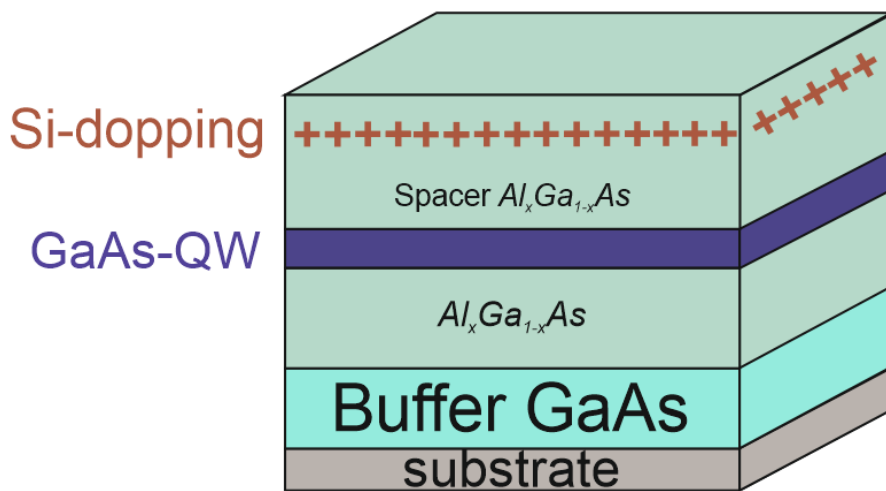


Рис. 2.1 - гетероструктура на основе $GaAs/AlGaAs$

Образцы представляют из себя слой $GaAs$ толщиной 17 нм и шириной запрещенной зоны $E_g = 1.515$ эВ (при $T \approx 4K$), по обе стороны от которого выращен слой $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ с $E_g \approx 2$ эВ. Слой $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ на некотором расстоянии от $GaAs$ - квантовой ямы δ -легируется кремнием. Варьируя уровень легирования и расстояние до ямы, можно менять темновую концентрацию (для исследуемых образцов $n_s = 2.4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ и $n_s = 0.7 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$) двумерного электронного газа. Благодаря тому, что движение электронов квантуется вдоль оси роста структуры, получаем

квазидвумерный электронный газ в плоскости, перпендикулярной этой оси. Наглядное представление зонной структуры для квантовой ямы дано на рис. 2.2.

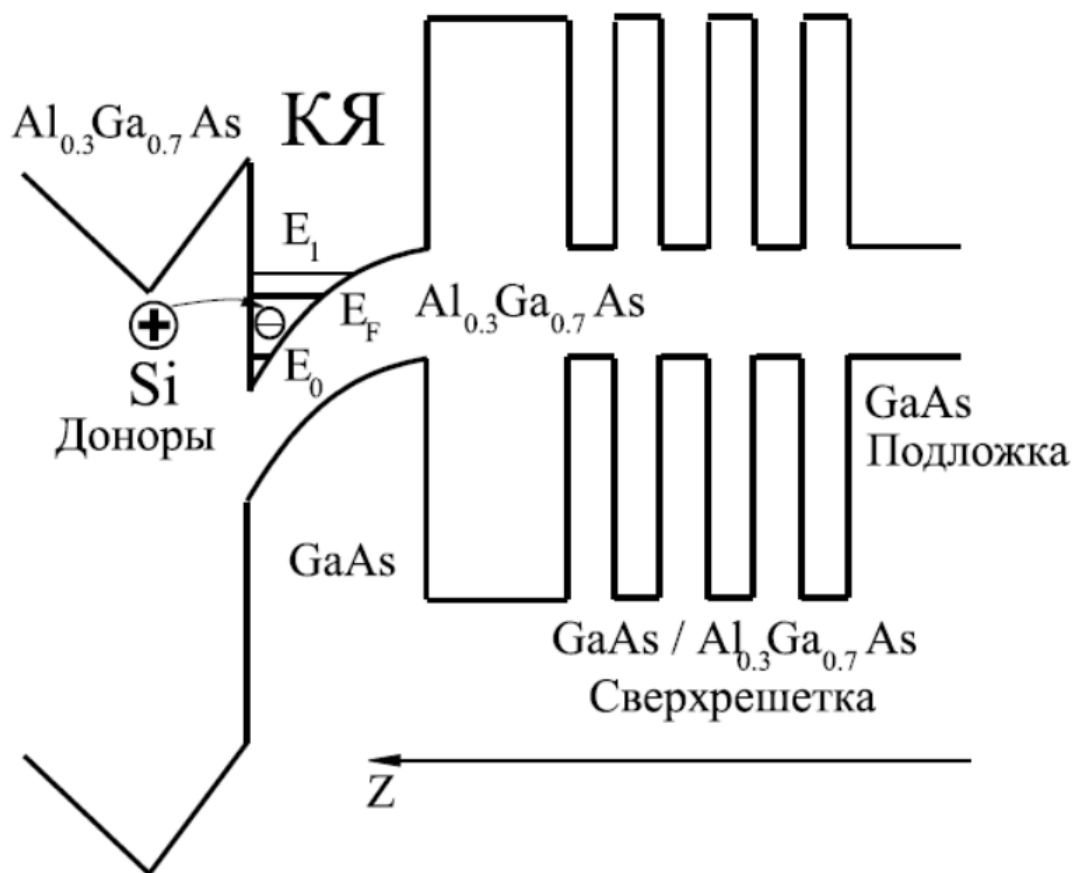


Рис. 2.2 Зонная структура $GaAs/AlGaAs$ с одиночной квантовой ямой.

Гетерограницы сверхрешетки приостанавливают диффузию дислокаций из подложки в квантовую яму. В кристаллической решетке арсенида галлия отсутствует центр инверсия, поскольку решетка типа цинковой обманки и представляет из себя две вложенных и смещенных на четверть периода друг относительно друга кубические решетки галлия и мышьяка (рис. 2.3).

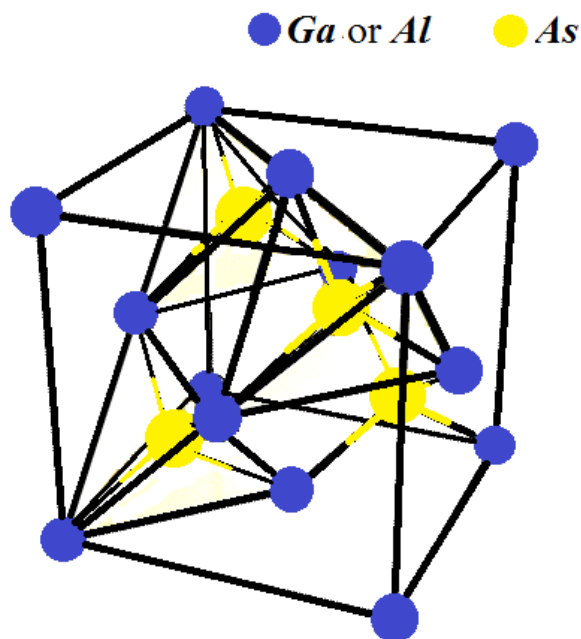


Рис. 2.3 Кристаллическая решетка GaAs.

2.2 Магнитооптический эффект Керра.

Спиновая динамика двумерного электронного газа в данной работе изучалась методом измерения сигнала керровского вращения с разрешением во времени[2].

Данная методика типа «накачка-зондирования» состоит в следующем. Сначала на образец поступает циркулярно поляризованный импульс накачки, вызывающий рождение электрон-дырочных пар, угловой момент которых определяется в соответствии с правилами отбора. Спустя заданный промежуток времени приходит линейно поляризованный импульс (зондирование). Магнитооптический эффект Керра заключается в том, что при отражении от намагниченного образца у зондирующего линейно поляризованного пучка происходит поворот плоскости поляризации на угол, пропорциональный проекции спиновой плотности на

ось наблюдения. Согласно соотношению Крамерса-Кронига разность в коэффициентах поглощения приводит к разности коэффициентов преломления $\sigma -$ и $\sigma +$ компонент. А так как линейно поляризованный свет является суперпозицией этих компонент, то происходит фазовый сдвиг между ними, что приводит к повороту плоскости поляризации. Тогда, проводя измерения при различных временах задержки между импульсами накачки и зондирования, можно получать информацию о затухании спиновой поляризации в системе.

Важным моментом является то, что описываемый метод является спектрально селективным в следующих двух отношениях. С одной стороны, длина волны импульса накачки задает возбуждаемые состояния в системе. С другой - длины волны зондирования определяет, какие носители вносят наибольший вклад в поворот плоскости поляризации, что обусловлено механизмом формирования циркулярного дихроизма.

Поскольку в проводимых нами экспериментах спиновая динамика изучалась в режиме квантового эффекта Холла, то необходимо рассмотреть случай присутствия магнитного поля с ненулевой фойгтовской компонентой. Общий случай наклонного поля будет рассмотрен в экспериментальной части, а для начала положим, что поле полностью лежит в плоскости образца. Поскольку поле не параллельно оси наблюдения, то возбуждаемое состояние с определенной проекцией углового момента на перпендикулярное полю направление уже не является собственным состоянием гамильтониана. А это, в свою очередь, приводит к квантовым биениям измеряемой проекции спиновой плотности на ось наблюдения, с частотой соответствующей расщеплению между состояниями с проекцией спина по и против поля. Тогда зависимость проекции спиновой плотности S_z от задержки во времени между импульсами накачки и зондирования Δt имеет вид:

$$S_z(\Delta t) = S_0 e^{-\frac{\Delta t}{T}} \cos(\omega \Delta t + \phi),$$

где S_0 - начальная величина проекции спиновой плотности, T - время жизни спина, $\omega = \mu_B g B$ - частота биений, g - электронный g-фактор, ϕ - начальная фаза биений.

2.3 Экспериментальная установка.

Схема установки для измерения сигнала керровского вращения приведена на рис. 2.4. В качестве источника импульсов накачки и зондирования использовался фемтосекундный титан-сапфировый лазер (Tsunami, Spectra Physics, длительность импульса 60 фс, частота повторения 82 МГц). Таким образом, методика “накачка-зондирование” в нашем эксперименте была спектрально вырожденной.

Сначала луч лазера направлялся в акустооптический перестраиваемый фильтр (АОПФ). Спектральная ширина пучка значительно уменьшалась на дифракционной решетке (11 нм на входе и 0.5 нм на выходе из АОПФа), после чего длительность импульса становилась равной 2 пс. После АОПФа линейно поляризованный луч разделился на два в отношении 7:3 по интенсивностям: на накачку и зондирование соответственно.

Регулируемую величину задержки во времени между импульсами задавала механическая линия задержки с ретрорефлектором, через которую пропусклся пучок накачки. Последнее важно, поскольку малейшее изменение направления зондирующего пучка могло привести к искажению интенсивности на балансном детекторе.

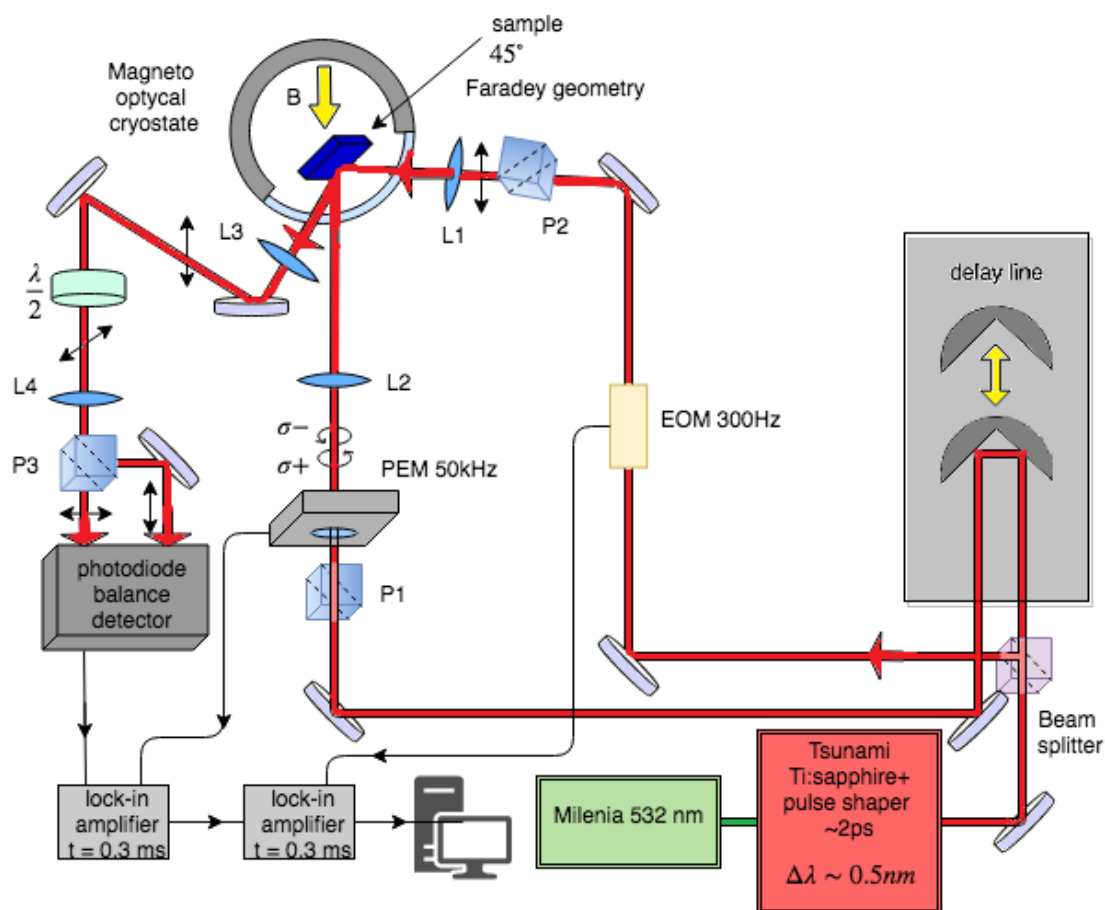


Рис. 2.4 Схема установки для изучения сигнала керровского вращения методом Pump-Probe.

Затем импульс накачки проходил через поляризационную призму Глана, чтобы вновь линейно поляризовать луч после многочисленных отражений и преломлений, и фотоупругий модулятор (PEM), задающий необходимую циркулярную поляризацию. PEM представляет собой кварцевую пластину, устанавливаемую перпендикулярно пучку, которая становится двулучепреломляющей под действием стоячей волны, возбуждаемой пьезоэлементом. Благодаря этому создавалась меняющаяся с частотой 50 кГц от $\lambda/4$ до $-\lambda/4$ разность хода линейно поляризованных вдоль и поперек оптической оси лучей. При угле в 45° между плоскостью поляризации и оптической осью степень циркулярной поляризации импульса накачки изменялась от +1 до -1 на той же частоте 50 кГц. Такая

модуляция, с одной стороны, позволяет использовать синхронное детектирование (см. ниже), а с другой - позволяет исключить влияние намагниченности ядер на релаксацию спина.

Теперь вернемся к пучку зондирования. После разделителя он попадал в электрооптический модулятор (ячейка Поккельса), становясь модулированным по амплитуде, затем проходил через призму Глана, что давало ему линейную поляризацию и модуляцию по интенсивности на уровне 50%.

После этого пучки накачки и зондирования проходили через две линзы с фокусными расстояниями 225 и 190 мм соответственно, фокусируясь на образце. Диаметры пятен 1 мм и 0.4 мм для пучков накачки и зондирования соответственно.

Отразившись от образца, пучок зондирования проходил через призму Глана, разделяясь на компоненты с вертикальной и горизонтальной составляющей, которые попадали на выходы балансного фотодиодного детектора. Напряжение на выходе детектора пропорционально разности фототоков диодов. Настройка балансного детектора заключается в том, чтобы усредненный сигнал с его выхода был равен нулю. Это делается с помощью полуволновой пластинки, которая устанавливается так, чтобы угол между плоскостью поляризации падающего на призму Глана пучка и осью призмы был равен 45° . При малом отклонении θ плоскости поляризации появляется разбаланс фототоков:

$$\Delta I = (I + \theta I) - (I - \theta I) = 2\theta I$$

В итоге, если используется модуляция и накачки, и зондирования, полезная составляющая сигнала на выходе детектора представляет собой произведение колебаний частоты f_1 модуляции накачки, меандра с частотой f_2 модуляции зондирования и сигнала керровского вращения при

данной задержке и полностью циркулярно поляризованной накачке $\Theta_K^{\sigma+}(\Delta t)$:

$$U(t) = A\Theta_K^{\sigma+}(\Delta t) \cos(2\pi f_1 t) M(f_2 t)$$

Детектирование $\Theta_K^{\sigma+}(\Delta t)$ осуществлялось с помощью двух синхронных детекторов (СД). Вход второго подключался к выходу первого, опорным сигналом для первого был фотоупругий модулятор. При использовании электрооптического модулятора опорный сигнал брался с внутреннего генератора второго СД, а напряжение на электрооптический модулятор подавалось с того же генератора на усилитель. Двойная модуляция необходима по той причине, что углы падения пучка накачки и зондирования примерно одинаковы в нашей геометрии, а также, потому что в схеме детектирования может присутствовать рассеянное излучение пучка накачки. В обоих случаях шум превышал бы полезный сигнал в случае отсутствия двойной модуляции.

В эксперименте образцы крепились под углом $\approx 45^\circ$ к направлению магнитного поля в магнитооптическом криостате с соленоидом с полем до 6 Тл (рис. 2.5). Ориентация индуцированных спинов была близка к нормали поверхности образца, вследствие большой разницы в показателях преломления гелия и галлия. В данной геометрии была возможность как управлять фактором заполнения (магнитное поле), так и квантовыми биениями проекции спиновой плотности (линия задержки). Образцы при измерениях располагались в сверхтекучем жидком гелии при $T \approx 4K$.

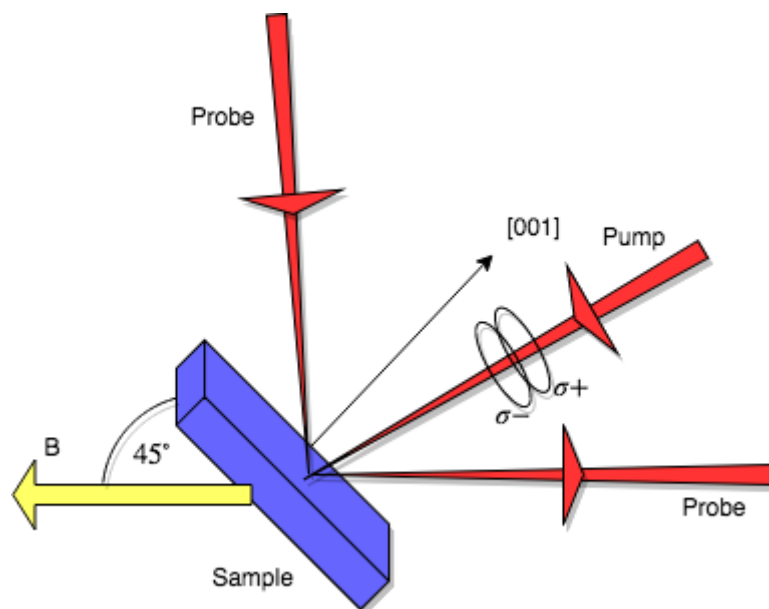


Рис. 2.5 Геометрия эксперимента.

Глава 3. Две стадии спиновой релаксации в квантово-холловском ферромагнетике.

Для изучения механизмов спиновой релаксации в квантово-холловском ферромагнетике полезно уметь выборочно возбуждать нижние и верхние подуровни Ландау. В этом может помочь спектр фотолюминесценции. На рис. 3.1. представлены интегральные спектры фотолюминесценции двумерного электронного газа, полученные при внутрибарьерном импульсном возбуждении (около 50 мэВ над дном зоны размерного квантования).

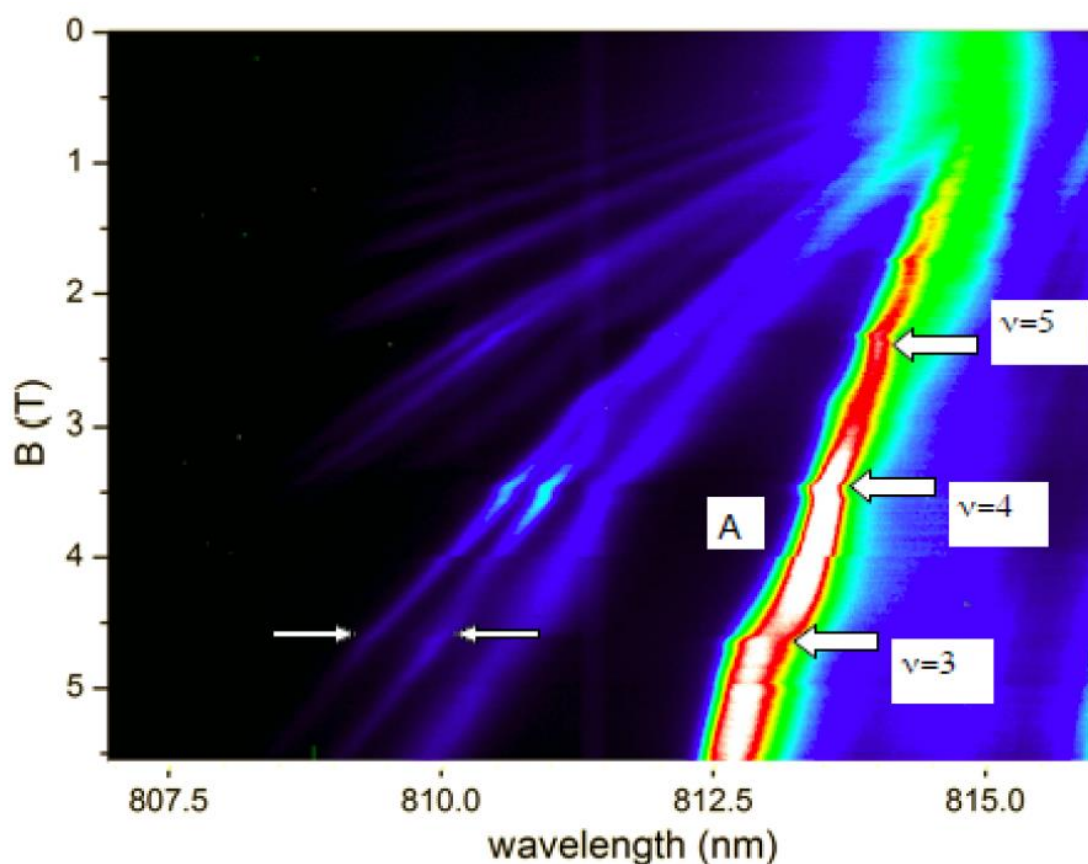
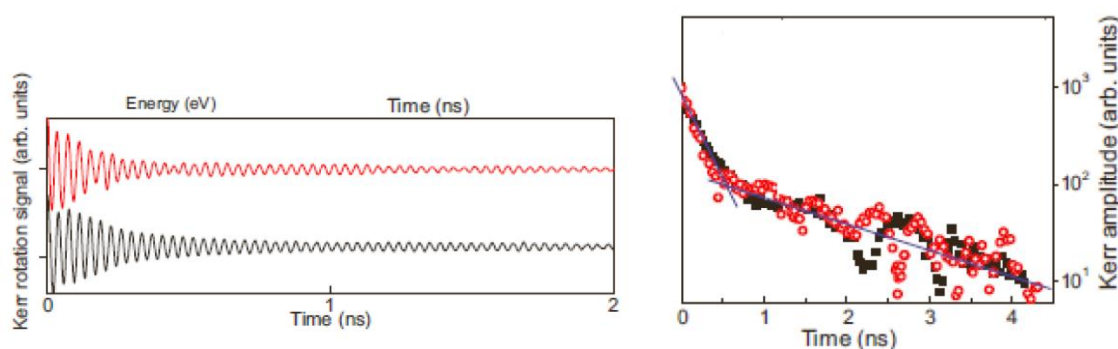


Рис. 3.1 Спектры фотолюминесценции при внутрибарьерном фотовозбуждении в GaAs-квантовой яме в магнитном поле (геометрия Фарадея 45 градусов).

Линия А представляет собой спектральный сдвиг нулевого уровня Ландау, особенности в котором (отмеченные стрелками) соответствуют различным (в данном случае целочисленным) факторам заполнения. Стрелками слева показано расщепление уровня Ландау на верхний (незаполненный) и нижний (заполненный), соответствующее фактору заполнения $\nu = 3$.

На рис. 3.2а изображен график зависимости сигнала керровского вращения, полученная для фактора заполнения $\nu = 0,96$. Амплитуда спиновых биений спадает на двух характерных временах (стадиях), коротком T_{S1}^e (порядка нескольких десятых наносекунды) и длинном T_{S2}^e (несколько наносекунд) (рис. 3.2б).



а) Керровский сигнал, соответствующий переходу на нижний (красная кривая) и верхний (черная кривая) спиновые подуровни нулевого уровня Ландау из валентной зоны. б) Зависимость амплитуды керровского сигнала от времени. (Двойная экспоненциальная аппроксимация).

Рис. 3.2 Зависимости керровского сигнала и амплитуды от времени.

T_{S1}^e не зависит от фактора заполнения, в то время как T_{S2}^e заметно проявляется вблизи факторов $\nu = 1, 3$. Поскольку при увеличении мощности накачки быстрая часть релаксации усиливается, то T_{S1}^e можно считать связанным с охлаждением.

Заметим, что высокоэнергетические возбуждения живут меньше

низкоэнергетических. Это демонстрирует зависимость керровского сигнала на рис. 3.3. Сверху случай низкоэнергетического перехода (из валентной зоны к краю уровня Ферми. Ниже – высокоэнергетический (из валентной зоны к максимуму плотности пустых состояний). На обоих графиках представлены зависимости керровского сигнала вблизи $\nu = 1$.

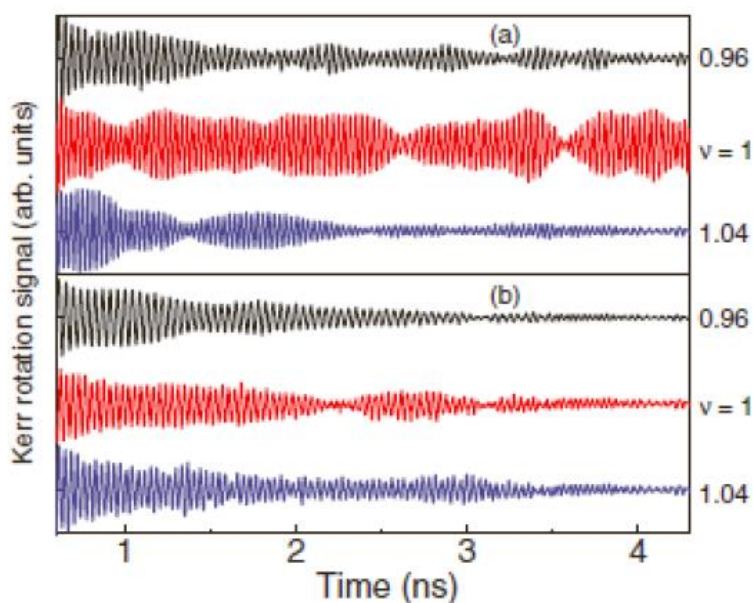


Рис. 3.3 Длинно-временная часть сигнала керровского вращения, соответствующая низкоэнергетическому(a) и высокоэнергетическому(b) оптическим переходом вблизи $\nu = 1$.

На рис. 3.4 мы видим сопоставление экспериментальных данных с теоретическим расчетом, выполненным С. М. Дикманом. Как и было показано в конце первой главы процесс дефазировки спиновой прецессии можно объяснить тем, что в пространственно неоднородной среде спины отдельных электронов прецессируют с немного отличными ларморовскими частотами за счет длинноволновых флуктуаций электронного g-фактора.

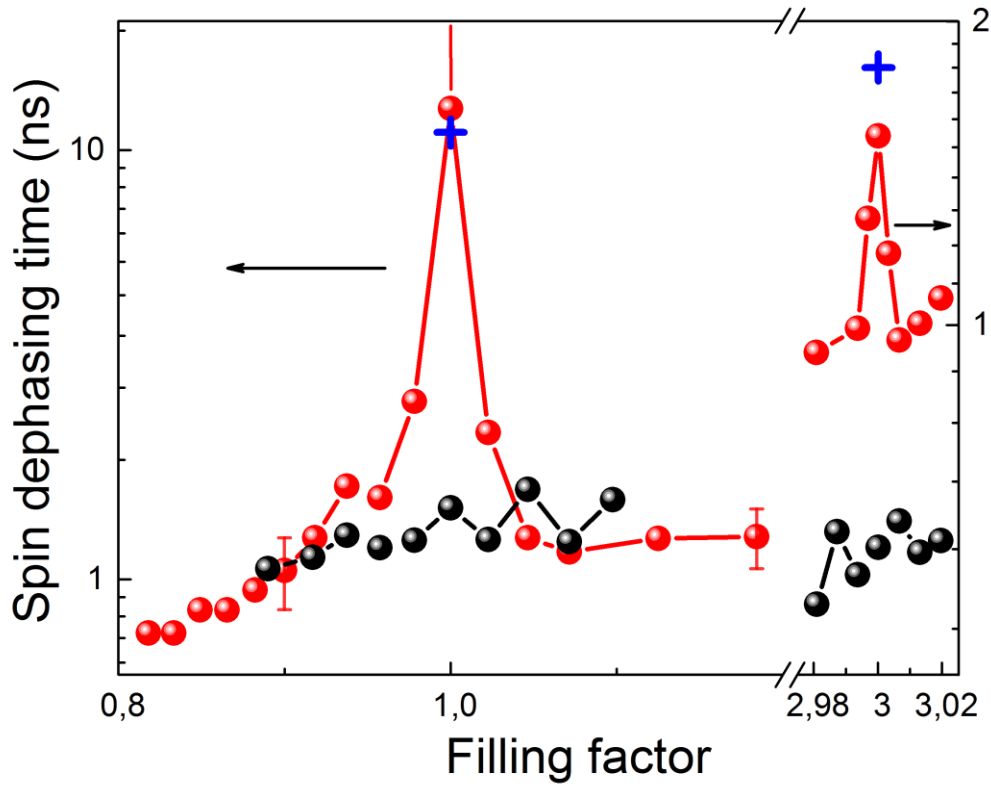


Рис. 3.4 Времена жизни длинно-временной части керровского сигнала, соответствующие низкоэнергетическим (красные точки) и высокоэнергетическим (черные точки) оптическим переходам вблизи $\nu = 1$ (полное магнитное поле $B = 4,5$ Тл, $n_s = 2.4 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$) и вблизи $\nu = 3$ (полное магнитное поле $B = 4,65$ Тл, $n_s = 0.7 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$). Синие кресты соответствуют теоретическим расчетам.

Выводы

Основные результаты работы:

1. Проведены измерения время- и спектрально-разрешенного магнитооптического эффекта Керра в двумерном электронном газе в режиме квантового эффекта Холла.
2. Получены зависимости спиновой дефазировки от фактора заполнения в окрестности $\nu = 1$ и $\nu = 3$.
3. Показано, что релаксация спина происходит в две стадии:
А) Быстрая стохастизация (короткая, 0.1-1 нс).
Б) Длинная (1-10 нс).

Список литературы

1. Awschalom D. D., Loss D., Samarth N. (ed.). Semiconductor spintronics and quantum computation. — Springer Science Business Media, 2013.
2. Dyakonov M. I. Basics of Semiconductor and spin physics //Spin Physics in Semiconductors. — Springer Berlin Heidelberg, 2008. — С. 1-28.
3. Kallin C., Halperin B. I. Excitations from a filled Landau level in the two-dimensional electron gas //Physical Review B. — 1984. — Т. 30. — №. 10. — С. 5655.
4. Dickmann S. Goldstone-mode relaxation in a quantized hall ferromagnet //Physical review letters. — 2004. — Т. 93. — №. 20. — С. 206804.
5. Larionov A. V. et al. Goldstone mode stochastization in a quantum Hall ferromagnet //Physical Review B. — 2015. — Т. 92. — №. 16. — С. 165417
6. Секретенко А.В., Выпускная квалификационная работа на степень магистра, Черноголовка, 2011.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Том 3. Квантовая механика. Нерелятивистская теория //книга. — 1989.
8. Кулик Л.В., Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, Черноголовка, 2006.
9. L. P. Gor'kov, I. E. Dzyaloshinskii. Contribution to the Theory of the Mott Exciton in a Strong Magnetic Field ЖЭТФ 53, 717 (1967).
10. Zhuravlev A. S. et al. Slow spin relaxation in a quantum Hall ferromagnet state //Physical Review B. — 2014. — Т. 89. — №. 16. — С. 161301.
11. A. V. Larionov, L. E. Golub, Phys. Rev. B 78, 033302 (2008)