

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РФ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Московский физико-технический институт (государственный
университет)»

Выпускная квалификационная работа на степень магистра

ЕМКОСТНАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ ДВУХСЛОЙНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ.

Студент–дипломник _____ Фёдоров И.Б.

Научный руководитель
д.ф.-м.н _____ Дорожкин С.И.

Зав. кафедрой
чл.-корр. РАН _____ Кведер В.В.

Черноголовка 2018

Содержание

I. Обозначения	3
II. Введение	3
III. Методика измерений.	5
1. Связь концентрации носителей в электронном слое и осцилляций сжимаемости электронного слоя при изменении магнитного поля.	5
2. Емкостная методика	9
IV. Образцы	10
V. Экспериментальные результаты	12
1. Определение паразитной ёмкости.	14
2. Результаты измерений в случае одного заполненного электронного слоя.	18
3. Заполнение второй подзоны. Оценка расстояния между электронными слоями ДсЭС.	24
4. Результаты измерений в случае двух заполненных электронных слоёв.	30
5. Одновременное определение концентраций носителей в различных слоях ДсЭС.	31
6. Контроль концентраций носителей в различных слоях ДсЭС.	33
VI. Математическая модель и объяснение экспериментальных результатов.	34
1. Модель электронной системы.	34
2. Результаты модели.	37
3. Объяснение экспериментальных результатов.	38
VII. Заключение.	39
Список литературы	41
VIII. Благодарности	42

I. Обозначения

ДсЭС - двухслойная электронная система

ЭС - электронная система

ДЭС - двумерная электронная система

ДКЯ - двойная квантовая яма

ШКЯ - широкая квантовая яма

НМ - нормированная магнетоёмкость

C_{BG} - ёмкость между задним затвором и ДсЭС.

C_{FG} - ёмкость между передним затвором и ДсЭС.

V_{BG} - постоянное напряжение на заднем затворе(BG).

V_{FG} - постоянное напряжение на переднем затворе(FG).

II. Введение

ДсЭС - это электронная система с двумя заполненными подзонами размерного квантования, чьи центры тяжести квадратов волновых функций электронов заметно смещены друг относительно друга. ДсЭС представляют научный интерес из-за проявляющихся в них многочастичных эффектов. Особый интерес представляет Бозе-Эйнштейновский конденсат экситонов [1], который формируется в ДсЭС, когда суммарное количество электронов в ДсЭС равняется вырожденности одного спинового подуровня Ландау. До открытия графена почти во всех работах исследовались ДсЭС, формирующиеся в двойных квантовых ямах(ДКЯ) и широких квантовых ямах(ШКЯ) на основе гетероструктур GaAs / AlGaAs. После открытия графена были опубликованы работы, в которых исследовались ДсЭС на основе графена([2], [3] , [4], [5]).

В квантовых ямах на основе гетероструктур GaAs/AlGaAs ДсЭС формируется либо в двойной квантовой яме(ДКЯ) [6], либо в широкой квантовой яме(ШКЯ), профиль электрического потенциала которой содержит два минимума по разные стороны от центра квантовой ямы [7]. В случае ШКЯ невозможно создать независимые электрические контакты к каждому из электронных слоёв ДсЭС, так как вожжённые в образец омические контакты закорачивают оба электронных слоя. Для ДКЯ удалось

разработать технологические методы получения образцов с независимым электрическим подключением к электронным слоям ДcЭС [8], [9]. На этих образцах были поставлены эксперименты по исследованию межслоевого туннелирования электронов [10] и "эффектов электронного увлечения"(electron drag) [11], которые привели к открытию бозе-эйнштейновского конденсата экситонов в ДcЭС. Создание образцов с независимым подключением к электронным слоям технически затруднительно, поэтому до сих пор большинство исследований ДcЭС проводятся на образцах с электрически соединёнными электронными слоями.

Для контроля электрических параметров ДcЭС каждый исследуемый образец имеет затворы. Контроль осуществляется путем подачи постоянных напряжений на затворы(см. пункт V.6 дипломной работы). В случае наличия одного затвора в образце и двух заполненных электронных слоёв в ДcЭС на ёмкость между затвором и ДcЭС в основном влияет сжимаемость слоя, ближайшего к затвору("первого"слоя). Сжимаемость "второго"слоя влияет на значение ёмкости между затвором и ДcЭС только при малой сжимаемости "первого"слоя, поскольку в противном случае электроны в "первом"слое экранируют электрическое поле электронов, находящихся во "втором"слое. [12]

По этой причине магнетоемкостной метод(смотри пункт III.2 дипломной работы) ранее использовался для исследования сжимаемости лишь одного электронного слоя из двух. В дипломной работе магнетоемкостной метод впервые используется для одновременного исследования сжимаемостей обоих электронных слоёв - для этого требуется наличие в образце двух затворов по разные стороны от квантовой ямы. Период осцилляций сжимаемости электронного слоя по магнитному полю зависит от концентрации носителей заряда в этом электронном слое(см. формулу 3). Поэтому, одновременно определив периоды осцилляций сжимаемостей обоих электронных слоёв, можно одновременно определить концентрации носителей в обоих электронных слоях ДcЭС.

Ранее эта задача решалась путём анализа фурье-спектра осцилляций Шубникова-де-Гааза(ШдГ).В случае двух заполненных электронных слоёв фурье-спектр осцилляций ШдГ содержит четыре пика, определяемых концентрациями электронов в каждом из слоёв(n_{s1} и n_{s2}), их суммой($|n_{s1} + n_{s2}|$ и разностью($|n_{s1} - n_{s2}|$)Концентрацию носителей в электронном слое можно вычислить из частоты осцилляций в обратном магнитном поле по формуле [4].).

В дипломной работе для одновременного определения концентраций носителей в обоих слоях ДсЭС впервые используется магнетоемкостной метод.

Целью дипломной работы явилось расширение магнетоемкостной методики на случай наличия двух затворов по разные стороны от квантовой ямы, одновременное определение концентраций носителей в обоих электронных слоях ДсЭС с помощью модифицированной магнетоемкостной методики, объяснение полученных результатов с помощью модели двухслойной электронной системы между двумя затворами.

Часть результатов, изложенных в дипломной работе, была опубликована в статье [13].

III. Методика измерений.

1. Связь концентрации носителей в электронном слое и осцилляций сжимаемости электронного слоя при изменении магнитного поля.

В случае наличия одного затвора в образце и одного заполненного электронного слоя ёмкость в системе СГС между затвором и электронной системой равняется

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d_g} \left[1 + \frac{1}{\Lambda d_g D^{(th)}} \right]^{-1} \quad (1)$$

где S - площадь ЭС под затвором, d_g - толщина слоя, разделяющего затвор и электронную систему, ε - диэлектрическая проницаемость этого слоя, $\Lambda = \frac{4\pi e^2}{\varepsilon}$, $D^{(th)} = \frac{\partial n_s}{\partial \mu}$ - термодинамическая плотность состояний электронного слоя, n_s - концентрация носителей в электронном слое, μ - химический потенциал электронного слоя. Ёмкость включает в себя квантовую поправку, связанную с термодинамической плотностью состояний [14].

Отметим, что $D^{(th)} \frac{1}{(n_s)^2} = k$, где k - сжимаемость ЭС.

Обратная величина ёмкости равняется:

$$C^{-1} = \left(\frac{\varepsilon S}{4\pi d_g} \right)^{-1} \left[1 + \frac{1}{\Lambda d_g D^{(th)}} \right] = \left(\frac{\varepsilon S}{4\pi d_g} \right)^{-1} + \left(\frac{\varepsilon S}{4\pi d_g} \right)^{-1} \frac{1}{\Lambda d_g D^{(th)}}, \quad (2)$$

Рассмотрим правую часть равенства, которая состоит из двух слагаемых. Первое слагаемое определяется только расстоянием между затвором и ЭС - это "геометрический" вклад в обратную ёмкость. Второе слагаемое определяется также сжимаемостью

электронного слоя и отражает тот факт, что плотность состояний ДЭС конечна. Если бы второе слагаемое отсутствовало(при $D^{(th)} = \infty$), то ёмкость равнялась бы $C = \frac{\epsilon S}{4\pi d_g}$ (значению геометрической ёмкости). Отметим, что если электронная система несжимаема($D^{(th)} = 0$), то $C = 0$.

Когда уровень Ферми ЭС находится на одном из уровней Ландау, плотность состояний на уровне Ферми ЭС D^{th} принимает конечное значение. Когда же уровень Ферми ЭС находится в щели энергетического спектра ЭС, то D^{th} обращается в нуль. При изменении магнитного поля уровень Ферми меняет своё положение относительно уровней Ландау в магнитном поле, поэтому при изменении магнитного поля осциллирует плотность состояний $D^{(th)}$ и, следовательно, сжимаемость ЭС. Вместе со сжимаемостью ЭС осциллирует и магнетоёмкость(смотри формулу 1). Осцилляции магнетоёмкости периодичны в обратном магнитном поле, а период в обратном поле связан с концентрацией носителей в ЭС. Частота осцилляций магнетоёмкости в СГС в обратном магнитном поле :

$$F = \frac{hn_s}{eL}, \quad (3)$$

где n_s - концентрация электронов в электронном слое, $L = 1(2)$ в случае наличия(отсутствия) спинового расщепления. Частота с $L = 1$ наблюдается в больших магнитных полях.

Таким образом, из периода осцилляций магнетоёмкости в обратном магнитном поле можно определить концентрацию носителей в ЭС.

$$n_s = \frac{FeL}{h}, \quad (4)$$

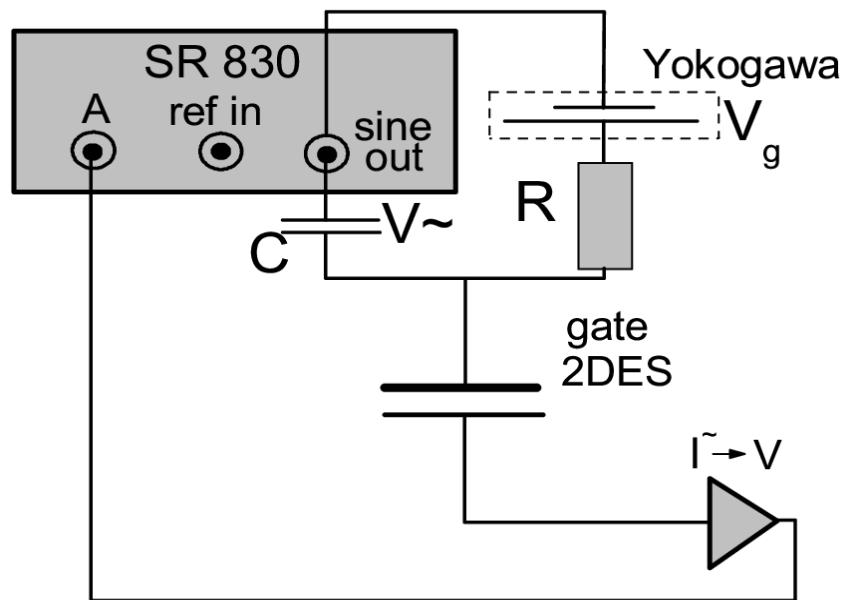


Рис. 1: Схема измерения ёмкости в случае наличия одного затвора и одного заполненного электронного слоя.

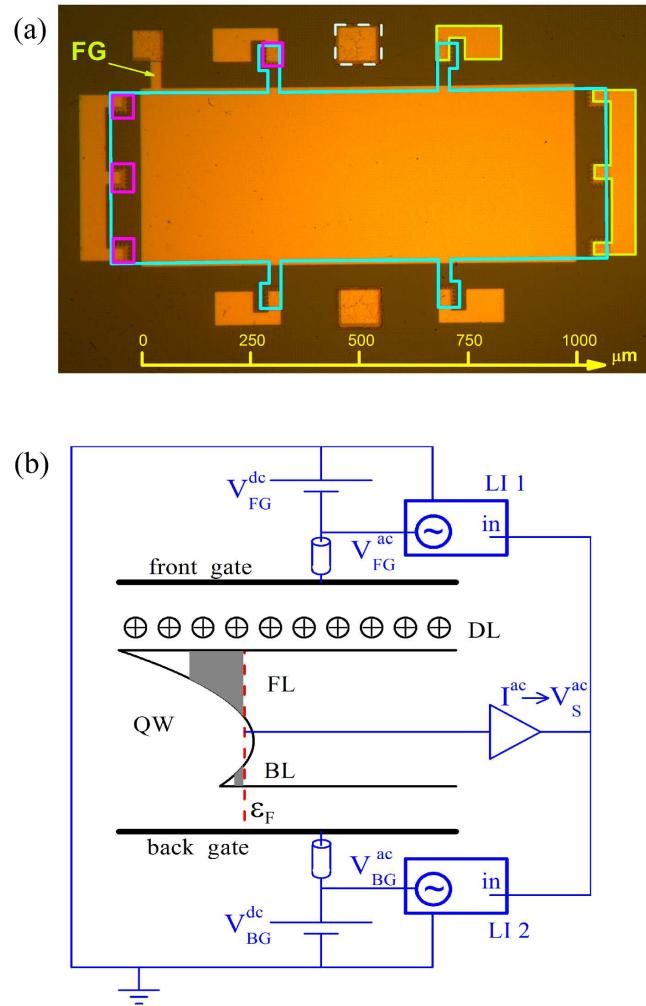


Рис. 2: Панель (а): Образец $fb(\text{№ 1})$, вид сверху. Образец имеет холловскую геометрию. Голубая линия очерчивает контур мезы образца, четыре из десяти омических контактов к ДЭС обведены пурпурной линией, две из шести контактных площадок обведены зелёной линией. Один из двух контактов к заднему затвору(BG) обведён голубой пунктирной линией. Три омических контакта на краю холловского мостика электрически соединены контактной площадкой. Омические контакты на краях образца используются для пропускания тока через образец. Большая светлая область(FG) - передний затвор. б) Схема электронной системы, образованной двумя двумерными слоями (FL и BL) в квантовой яме (QW), размещенной между двумя затворами (front gate и back gate). DL – слой положительно заряженных доноров. Пунктирная вертикальная линия – уровень электрохимического потенциала ϵ_f . Схематически показана схема емкостных измерений, включающая в себя два Lock-in Amplifier (LI1, LI2) и усилитель-преобразователь тока($I \rightarrow V$).

2. Емкостная методика

Опишем использованную нами схему измерения ёмкости в случае наличия у образца одного затвора и одного заполненного электронного слоя(рис. 1). На затвор подаётся переменное напряжение от генератора, входящего в состав лок-ина(SR 830 на рис. 1) амплитуды $V \sim$ и круговой частоты ω через ёмкость $C \approx 100nF$ и постоянное напряжение V_g от источника постоянного напряжения через сопротивление $R \approx 10M\Omega$. В качестве источников постоянного напряжения использовались "source measure unit"Keithley 2401 и генератор Yokogawa. Один из омических контактов к ДЭС был подключён к конвертору ток-напряжение. После преобразования сигнал подавался на вход А лок-ина(SR 830 на рис. 1). Измеряемое значение ёмкости зависело от величины переменного тока, протекавшего через конвертор ток-напряжение. Поэтому информацию о ёмкости несла компонента входного сигнала лок-ина, повёрнутая на 90 градусов относительно сигнала переменного напряжения на затворе.

Отметим, что для генерации опорного сигнала лок-ина SR830 использовался генератор, входящий в состав лок-на. Опорный сигнал имел ту же частоту, что и сигнал переменного напряжения на затворе.

Ёмкость пересчитывается из входного сигнала лок-ина по формуле

$$C = \frac{U_Y K}{V \omega}, \quad (5)$$

где C - ёмкость между ДЭС и затвором, U_Y - компонента входного сигнала лок-ина, повёрнутая на 90 градусов относительно сигнала переменного напряжения на затворе, K - коэффициент преобразования тока в напряжение, $V \sim$ и ω - соответственно амплитуда и круговая частота переменного сигнала, подаваемого на затвор.

В случае наличия у образца двух затворов по разные стороны от квантовой ямы(см. рис. 2b) на затворы подаются переменные напряжения различных частот от генераторов, входящих в состав двух различных лок-нов(LI1 и LI2 на рис. 2). После преобразования конвертором сигнал от контакта к ДЭС подаётся на оба лок-ина. Каждый лок-ин выделяет одну из частотных составляющих.

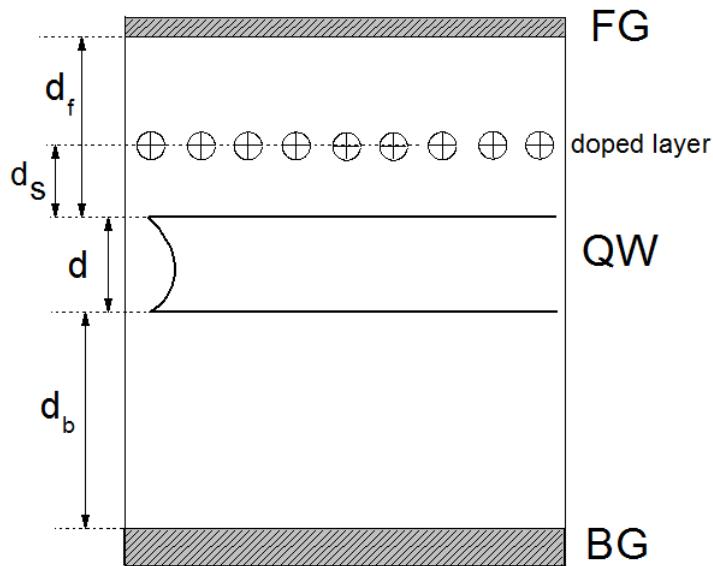


Рис. 3: Схематическое изображение структуры образцов. d - ширина квантовой ямы, d_s - ширина спейсера, d_f - расстояние от переднего края кв. ямы до переднего затвора, d_b - расстояние от заднего края кв. ямы до заднего затвора

IV. Образцы

В дипломной работе исследовались три образца : две широкие квантовые ямы(№1 , №2) на основе гетероструктур GaAs / AlGaAs и одна двойная квантовая яма №3 на основе гетероструктуры GaAs / AlGaAs. Все образцы имели два затвора по разные стороны от квантовой ямы("QW"на рис. 2b). Во всех образцах роль переднего затвора("FG"на рис.2b) выполнял напылённый на поверхность образца затвор Шоттки, роль заднего затвора("BG"на рис. 2b) выполнял сильнолегированный слой n-GaAs. BG формировался в процессе изготовления образца с помощью метода молекулярно-лучевой эпитаксии.

При нулевых затворных напряжениях электронный канал в ямах возникал засчёт стекания электронов с доноров, находившихся в селективно легированном кремнием слое AlGaAs("DL"на рис. 2b), который находился между передним затвором(FG) и квантовой ямой. Меза каждого из образцов была вытравлена в форме холловского мостика. В образцы вжигались омические контакты из сплава Ni/AuGe. Глубина вжи-

гания контактов подбиралась таким образом, чтобы отсутствовало электрическое соединение между затворами и квантовой ямой. Отсутствие электрического контакта между ДсЭС и затворами подтверждалось показаниями ($I_{dc} < 10\text{pA}$) "source measure unit"Keithley 2401, который использовался для подачи постоянного затворного напряжения на один из затворов. Отсутствие электрического контакта с ДсЭС было подтверждено для обоих затворов во всех образцах.

Характерные толщины различных слоёв образцов указаны в таблице ниже. Обозначения, используемые в таблице, смотри на рисунке 3.

Образец, №	d_f , нм	d , нм	d_b , нм	d_s , нм
1 , wide QW	140	60	850	65
2 , wide QW	123.6	50	990	90.6
3 , double QW	123.6	50	990	90.6

Отметим, что в образце №3(двойной квантовой яме) посередине квантовой ямы находится барьер шириной 10 нм.

Для всех образцов площадь переднего затвора составляла 0.418mm^2 , а площадь мезы- 0.482mm^2 . Характерные размеры мезы смотри на рисунке 2а. Задний затвор полностью покрывал мезу.

V. Экспериментальные результаты

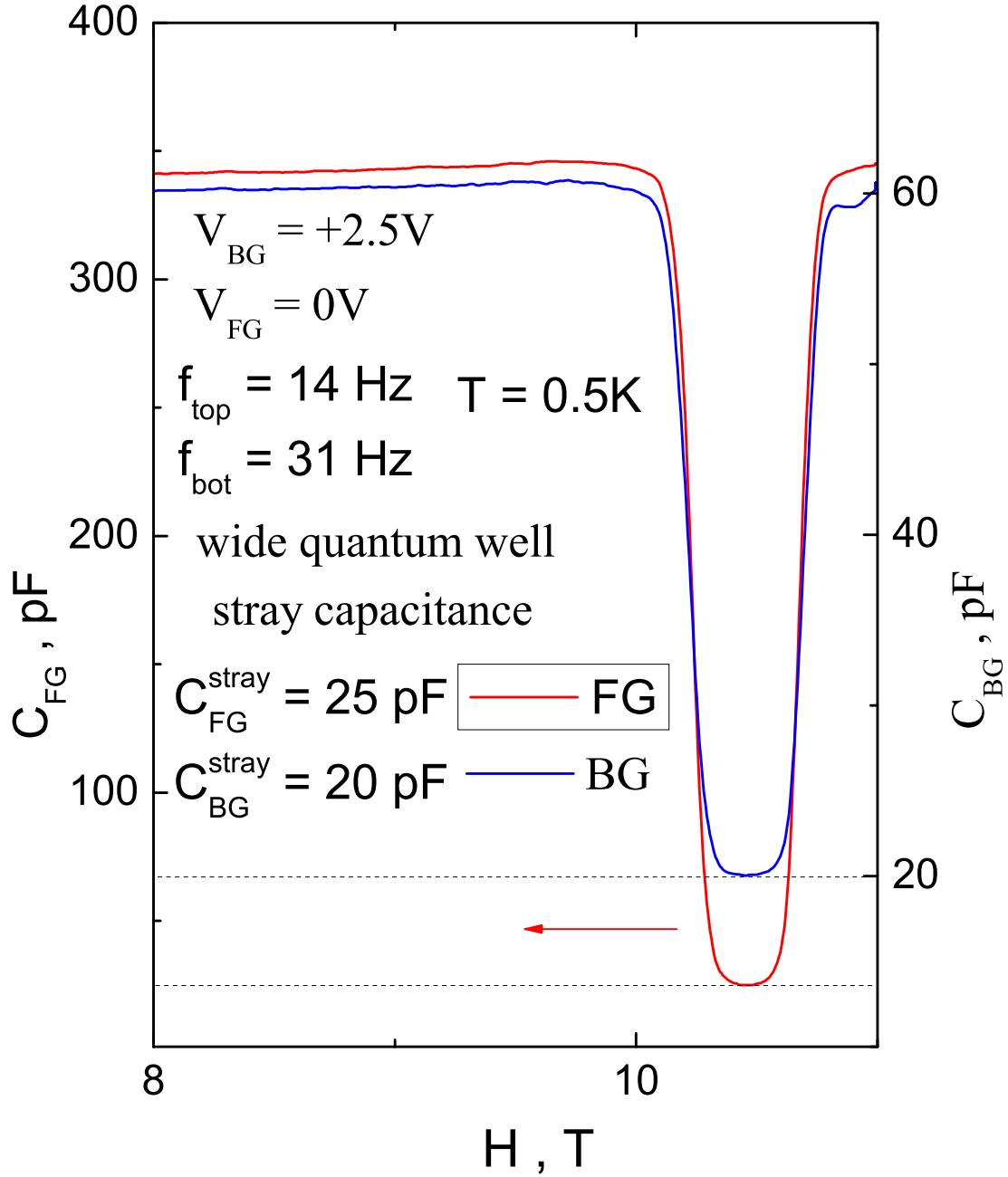


Рис. 4: Образец (№ 2): определение паразитной ёмкости $C_{BG}(C_{FG})$ между задним(передним) затвором и электронной системой(ЭС): синяя(красная) кривая. Значение паразитной ёмкости определяется в точке минимума ёмкости при полном факторе заполнения ЭС $\nu_{tot} = 1$. На рисунке указаны: частоты f_{top}, f_{bot} переменных напряжений, подаваемых на передний и задний затворы соответственно, постоянные напряжения V_{BG}, V_{FG} на затворах, температура T при которой проводились измерения, значения измеренных паразитных емкостей C_{FG}^{stray} и C_{BG}^{stray} .

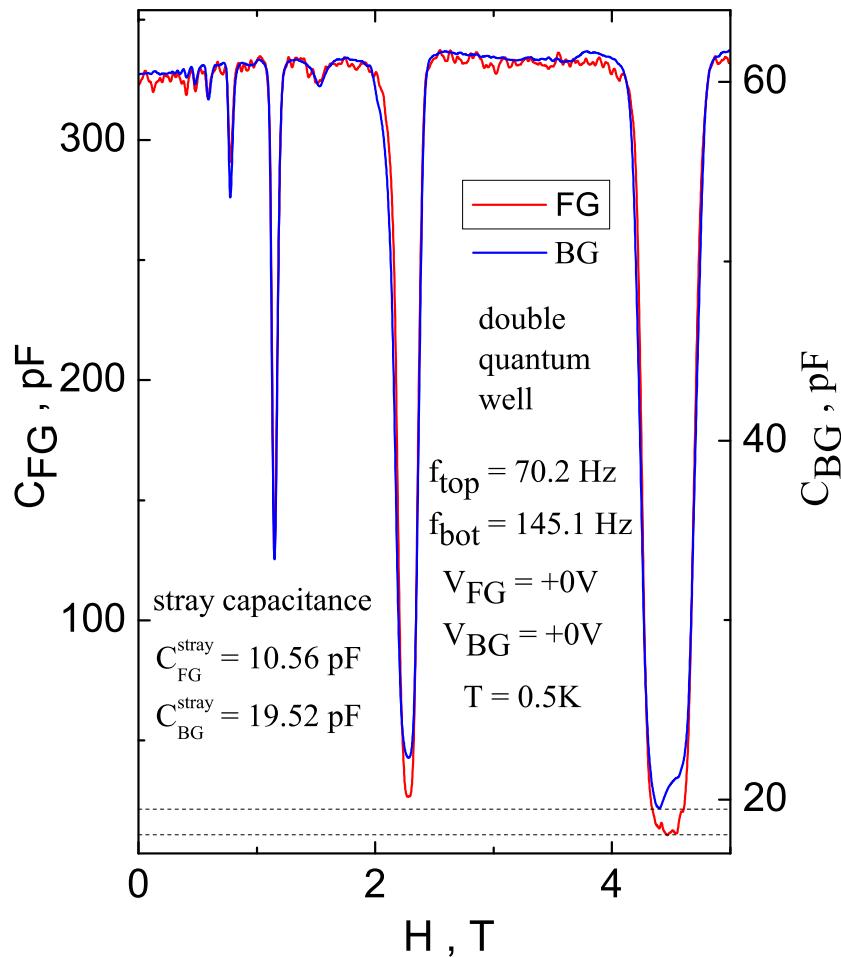


Рис. 5: Образец (№ 3): определение паразитной ёмкости $C_{BG}(C_{FG})$ между задним(передним) затвором и электронной системой(ЭС): синяя(красная) кривая. Значение паразитной ёмкости определяется в точке минимума ёмкости при полном факторе заполнения ЭС $\nu_{tot} = 1$. На рисунке указаны: постоянные напряжения V_{BG}, V_{FG} на затворах, частоты f_{top}, f_{bot} переменных напряжений, подаваемых на передний и задний затворы соответственно, температура T при которой проводились измерения, значения измеренных паразитных емкостей C_{FG}^{stray} и C_{BG}^{stray} .

1. Определение паразитной ёмкости.

Паразитная ёмкость - нежелательная емкостная связь, которая возникает между различными элементами измерительной схемы, а также проводами из-за пространственной близости различных элементов измерительной схемы и проводов друг к другу. В нашем эксперименте вклад в паразитную ёмкость C_{BG}^{stray} (C_{FG}^{stray}) даёт ёмкость между затвором BG(FG) и омическими контактами.

Паразитная ёмкость измеряется в режиме, когда в ДcЭС заполнено целое число спиновых подуровней Ландау(в режиме целочисленного КЭХ). В этом случае $\sigma_{xx} > 0$.

Увеличивая частоты модуляций переменных напряжений на затворах(V_{FG}^{ac} и V_{BG}^{ac} на рис. 2b) в режиме целочисленного КЭХ, можно добиться того, чтобы электрический заряд не растекался по поверхности ДcЭС [15] при модуляции напряжений на затворах. В этом случае измеряемые значения ёмкостей(они же значения паразитных ёмкостей C_{BG}^{stray} и C_{FG}^{stray}) не зависят от частот модуляции переменных напряжений на затворах.

На графиках 4,5 уровни паразитных емкостей обозначены пунктирными линиями.

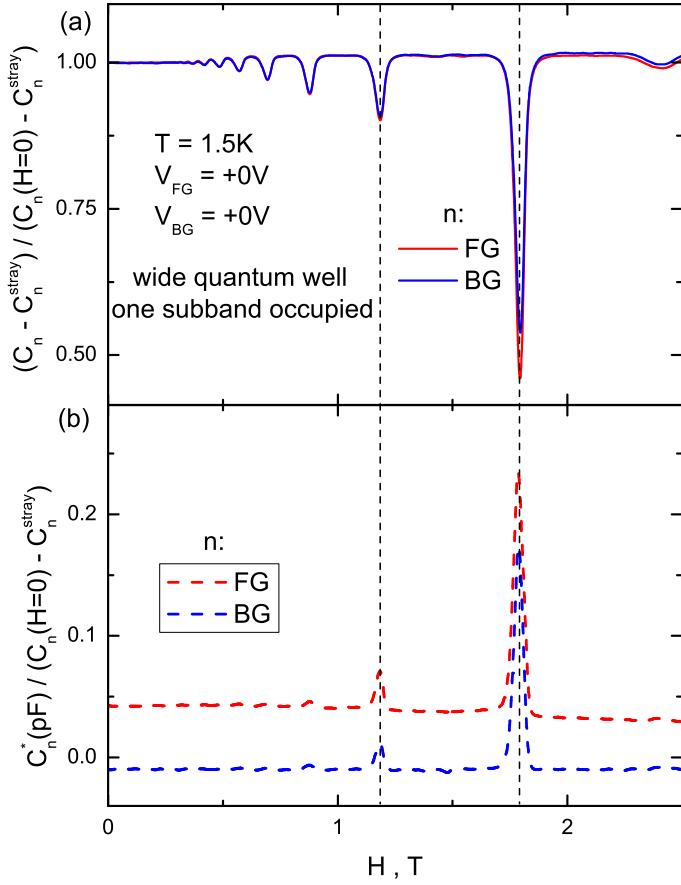


Рис. 6: Образец №1. Панель (а) : зависимость нормированной ёмкости между одним из затворов и электронной системой(ЭС) от магнитного поля в случае одного заполненного электронного слоя. Индекс n на рисунке указывает, какой затвор используется: передний, если $n = FG$; задний, если $n = BG$. Нормированная ёмкость вычисляется следующим образом : из значения ёмкости между одним из затворов и ЭС C_n вычитается паразитное значение ёмкости C_n^{stray} , а затем разность $C_n - C_n^{stray}$ нормируется на своё значение в нулевом магнитном поле. На рисунке указаны значения постоянных напряжений на затворах V_{bg}, V_{fg} и температура T , при которой проводились измерения. Панель (б): зависимость пересчитанной активной компоненты сигнала, измеряного лок-ином в схеме для измерения ёмкости между одним из затворов и ЭС. Индекс n выполняет ту же функцию, что и в панели (а). Значение C_n^* получается путём подстановки активной компоненты сигнала в формулу 5 для ёмкости между одним из затворов и ЭС. Далее C_n^* нормируется на разность ёмкости $C_n(H = 0)$ в нулевом магнитном поле и паразитной ёмкости C_n^{stray} . Активная компонента сигнала измерялась одновременно с ёмкостью на панели (а).

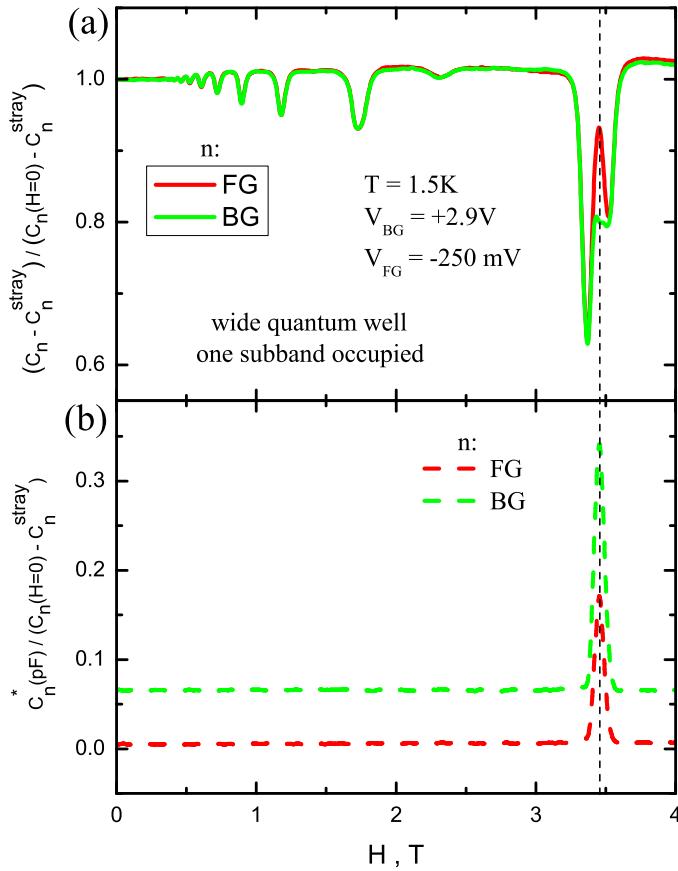


Рис. 7: Образец №2. Панель (а) : зависимость нормированной ёмкости между одним из затворов и электронной системой(ЭС) от магнитного поля в случае одного заполненного электронного слоя. Индекс n на рисунке указывает, какой затвор используется: передний, если $n = FG$; задний, если $n = BG$. Нормированная ёмкость вычисляется следующим образом : из значения ёмкости между одним из затворов и ЭС C_n вычитается паразитное значение ёмкости C_n^{stray} , а затем разность $C_n - C_n^{stray}$ нормируется на своё значение в нулевом магнитном поле. На рисунке указаны значения постоянных напряжений на затворах V_{bg}, V_{fg} и температура T , при которой проводились измерения. Панель (б): зависимость пересчитанной активной компоненты сигнала, измеряного лок-ином в схеме для измерения ёмкости между одним из затворов и ЭС. Индекс n выполняет ту же функцию, что и в панели (а). Значение C_n^* получается путём подстановки активной компоненты сигнала в формулу 5 для ёмкости между одним из затворов и ЭС. Далее C_n^* нормируется на разность ёмкости $C_n(H = 0)$ в нулевом магнитном поле и паразитной ёмкости C_n^{stray} . Активная компонента сигнала измерялась одновременно с ёмкостью на панели (а).

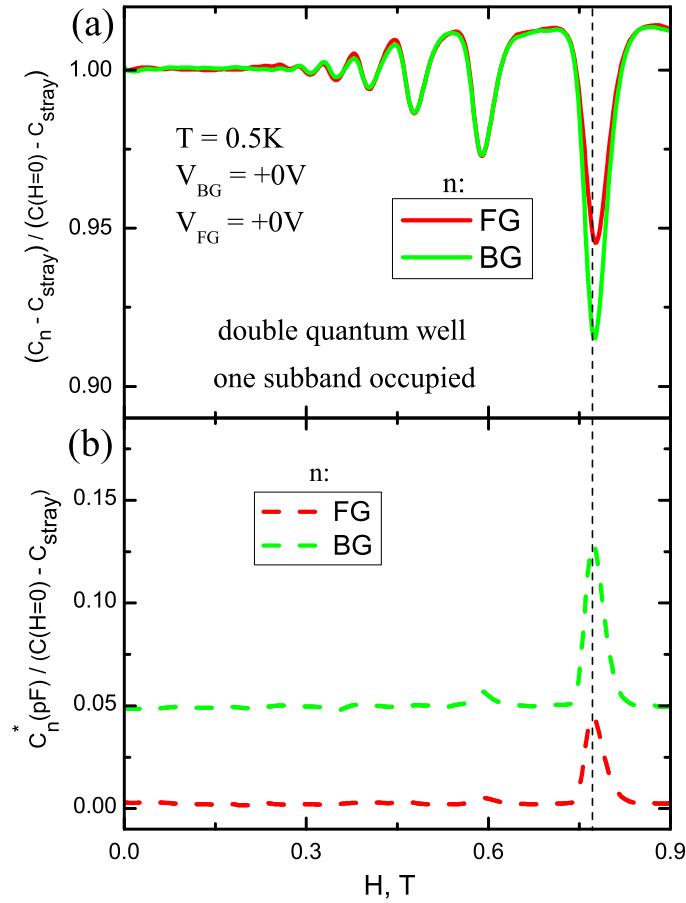


Рис. 8: Образец №3. Панель (а) : зависимость нормированной ёмкости между одним из затворов и электронной системой(ЭС) от магнитного поля в случае одного заполненного электронного слоя. Индекс n на рисунке указывает, какой затвор используется: передний, если $n = FG$; задний, если $n = BG$. Нормированная ёмкость вычисляется следующим образом : из значения ёмкости между одним из затворов и ЭС C_n вычитается паразитное значение ёмкости C_n^{stray} , а затем разность $C_n - C_n^{stray}$ нормируется на своё значение в нулевом магнитном поле. На рисунке указаны значения постоянных напряжений на затворах V_{bg}, V_{fg} и температура T , при которой проводились измерения. Панель (б): зависимость пересчитанной активной компоненты сигнала, измеряного лок-ином в схеме для измерения ёмкости между одним из затворов и ЭС. Индекс n выполняет ту же функцию, что и в панели (а). Значение C_n^* получается путём подстановки активной компоненты сигнала в формулу 5 для ёмкости между одним из затворов и ЭС. Далее C_n^* нормируется на разность ёмкости $C_n(H = 0)$ в нулевом магнитном поле и паразитной ёмкости C_n^{stray} . Активная компонента сигнала измерялась одновременно с ёмкостью на панели (а).

2. Результаты измерений в случае одного заполненного электронного слоя.

При нулевых затворных напряжениях(рис. 6,8) во всех квантовых ямах заполнена одна подзона размерного квантования, соответствующая одному заполненному электронному слою. Также одна подзона размерного квантования заполнена при достаточно большом положительном V_{BG} и достаточно большом по модулю отрицательном V_{FG} (рис. 7). Электронный канал в каждой из ям возникает засчёт стекания в неё электронов с доноров, находящихся в слое легирования(DL на рис. 2b).

Как видно из рисунков 6,7,8 , для каждого из образцов в случае одного заполненного электронного слоя положения осцилляций емкостей C_{BG} и C_{FG} совпадают. Периодам осцилляций магнетоемкостей в обратном магнитном поле соответствует концентрация носителей в заполненном электронном слое(см. формулу 4).

Более того, при отсутствии резистивных эффектов совпадают величины нормированных магнетоемкостей(НМ)(рис 6,7,8 ; про вычисление НМ - смотри подпись к рис. 6). Расстояния от FG и BG до ЭС различны, поэтому можно сделать вывод о том, что величина НМ не зависит от расстояния между затвором и ЭС. Отметим, что этот факт нетривиален, так как в модели ЭС с одним заполненным электронным слоем и одним затвором НМ зависит от расстояния между затвором и ЭС, а именно:

$$\frac{C(B)}{C(0)} = \frac{\lambda d_g + D^{-1}(0)}{\lambda d_g + D^{-1}(B)} \approx 1 + \frac{1}{\lambda d_g} [D^{-1}(0) - D^{-1}(B)] \quad (6)$$

Подчеркнём, что совпадение НМ наблюдалось на трёх различных образцах при различных температурах.

Ниже будет представлена модель ЭС с двумя затворами по разные стороны от неё, которая объясняет этот экспериментальный факт(см. пункт VI.1 дипломной работы).

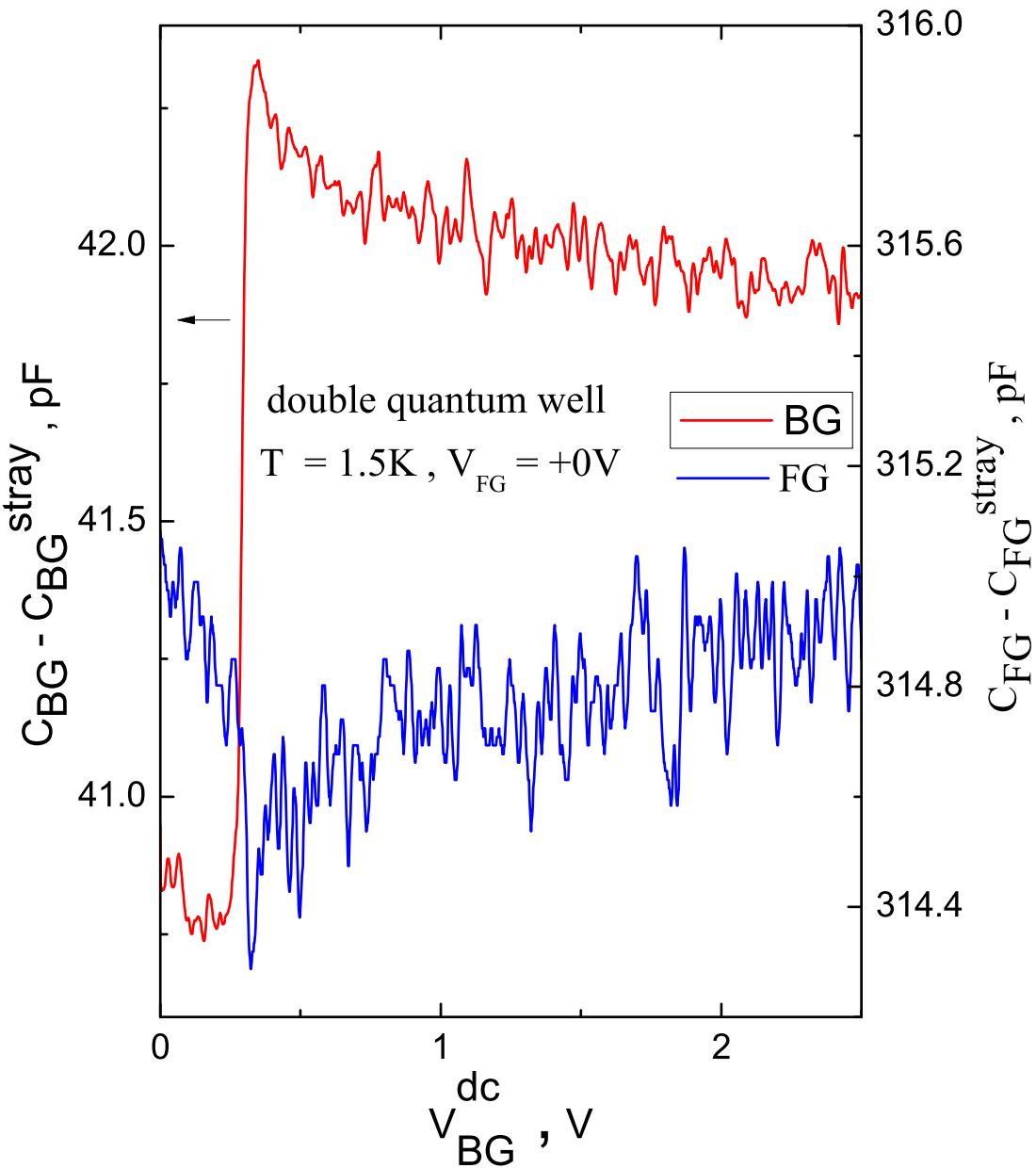


Рис. 9: Образец № 3: зависимость от постоянного напряжения на заднем затворе V_{BG}^{dc} ёмкости $C_{BG}(C_{FG})$ между задним(передним) затвором и электронной системой : красная кривая, левая ось(синяя кривая, правая ось). Из ёмкости $C_{BG}(C_{FG})$ вычтено паразитное значение ёмкости $C_{BG}^{stray} = 19.52pF(C_{FG}^{stray} = 10.56pF)$.

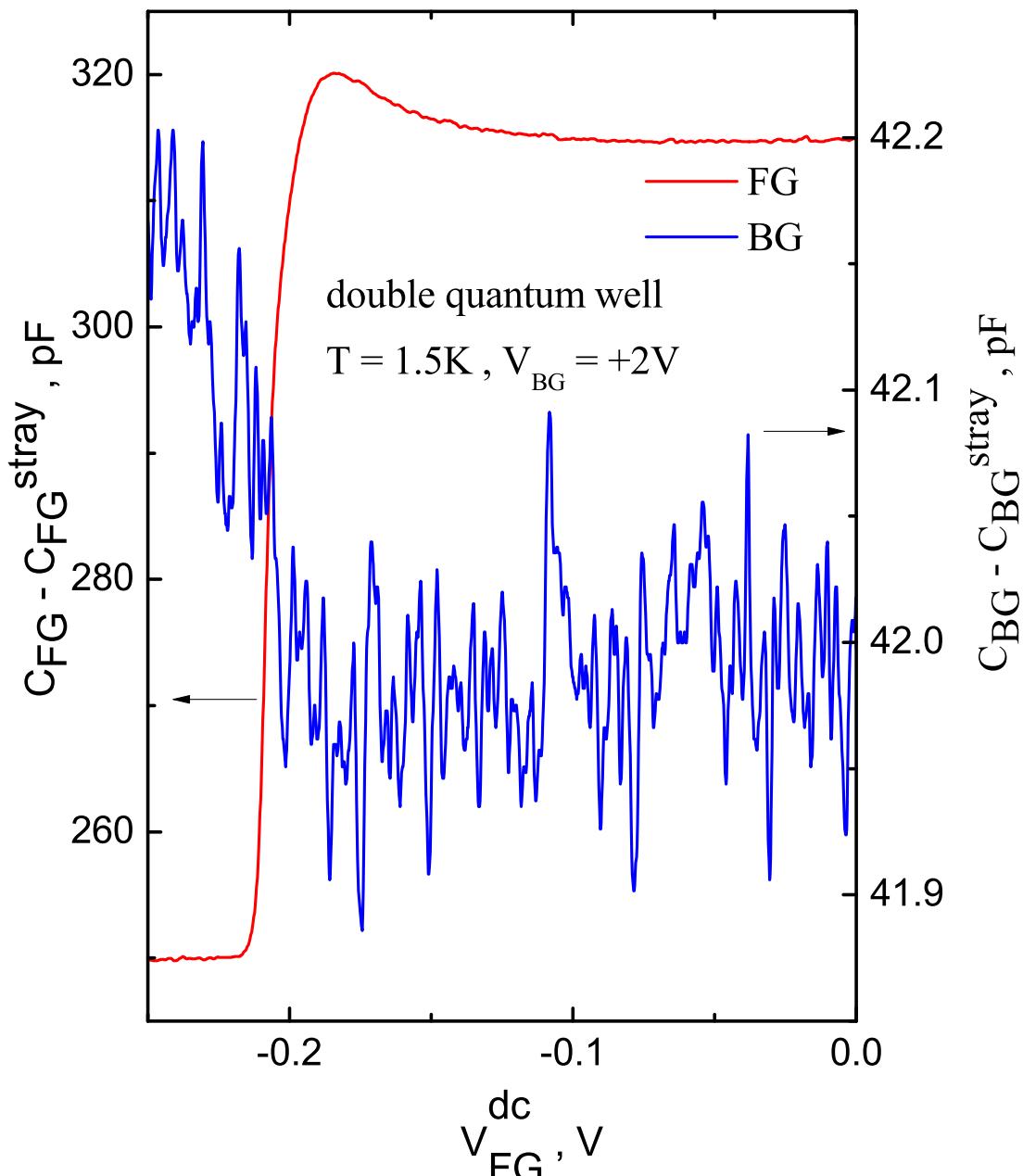


Рис. 10: Образец № 3: зависимость от постоянного напряжения на переднем затворе V_{FG}^{dc} ёмкости $C_{FG}(C_{BG})$ между передним(задним) затвором и электронной системой : красная кривая, левая ось(синяя кривая, правая ось). Из ёмкости $C_{FG}(C_{BG})$ вычтено паразитное значение ёмкости $C_{FG}^{stray} = 10.56pF(C_{BG}^{stray} = 19.52pF)$.

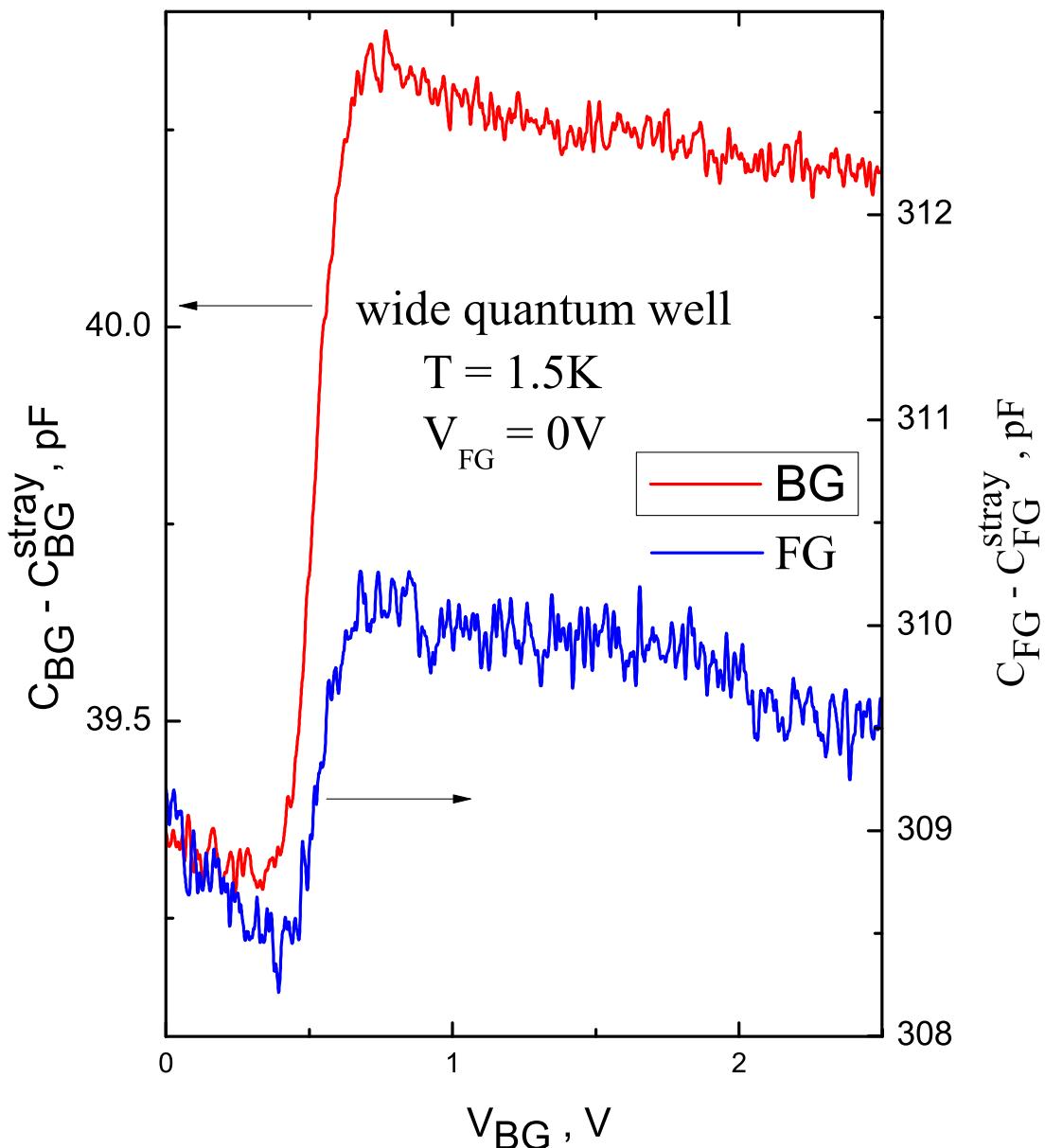


Рис. 11: Образец № 2: зависимость от постоянного напряжения на заднем затворе V_{BG} ёмкости $C_{BG}(C_{FG})$ между задним(передним) затвором и электронной системой : красная кривая, левая ось(синяя кривая, правая ось). Из ёмкости $C_{BG}(C_{FG})$ вычтено паразитное значение ёмкости $C_{BG}^{stray} = 20pF(C_{FG}^{stray} = 25pF)$.

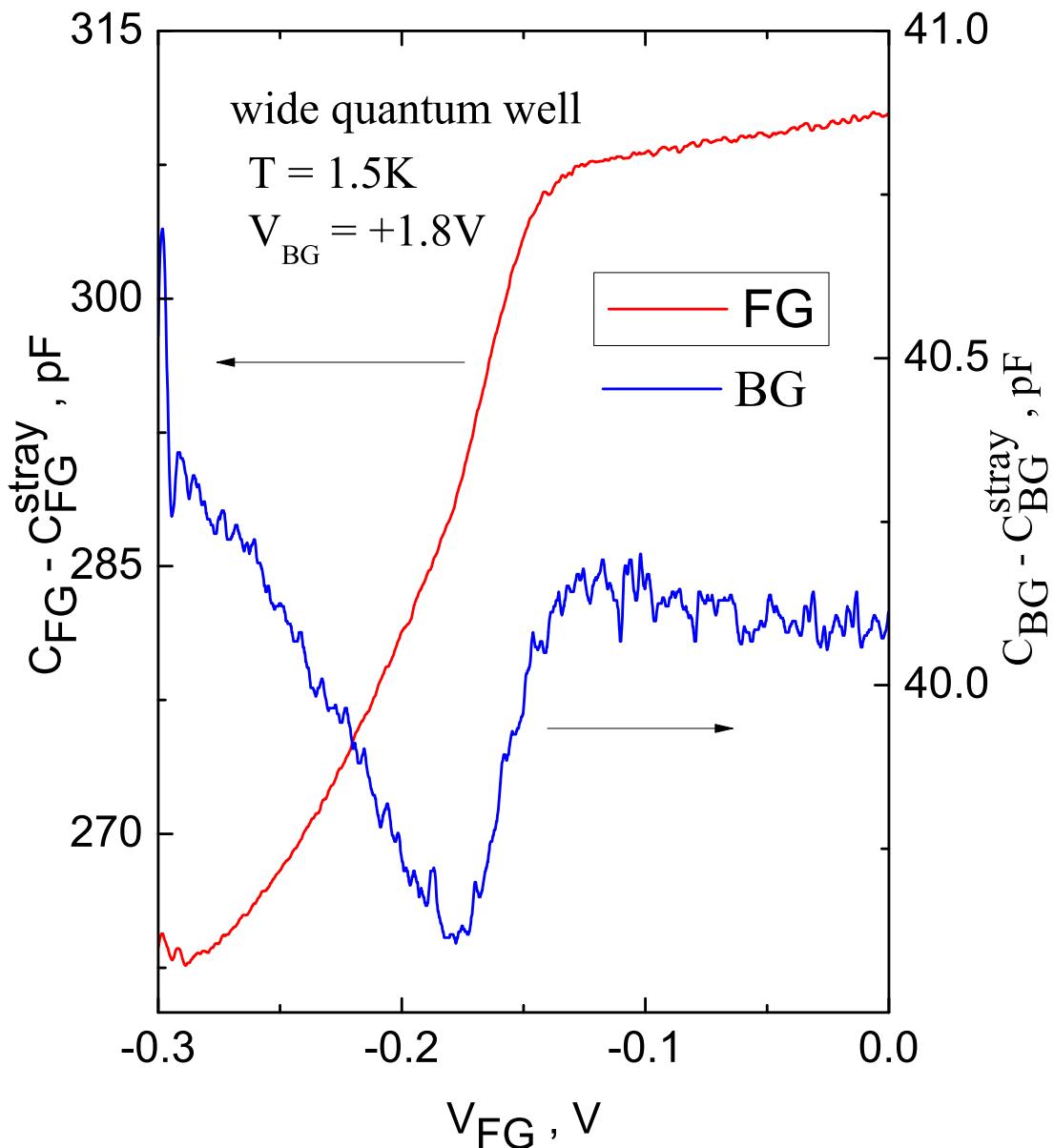


Рис. 12: Образец № 2: зависимость от постоянного напряжения на переднем затворе V_{FG} ёмкости $C_{FG}(C_{BG})$ между передним(задним) затвором и электронной системой : красная кривая, левая ось(синяя кривая, правая ось). Из ёмкости $C_{FG}(C_{BG})$ вычтено паразитное значение ёмкости $C_{FG}^{stray} = 25pF(C_{BG}^{stray} = 20pF)$.

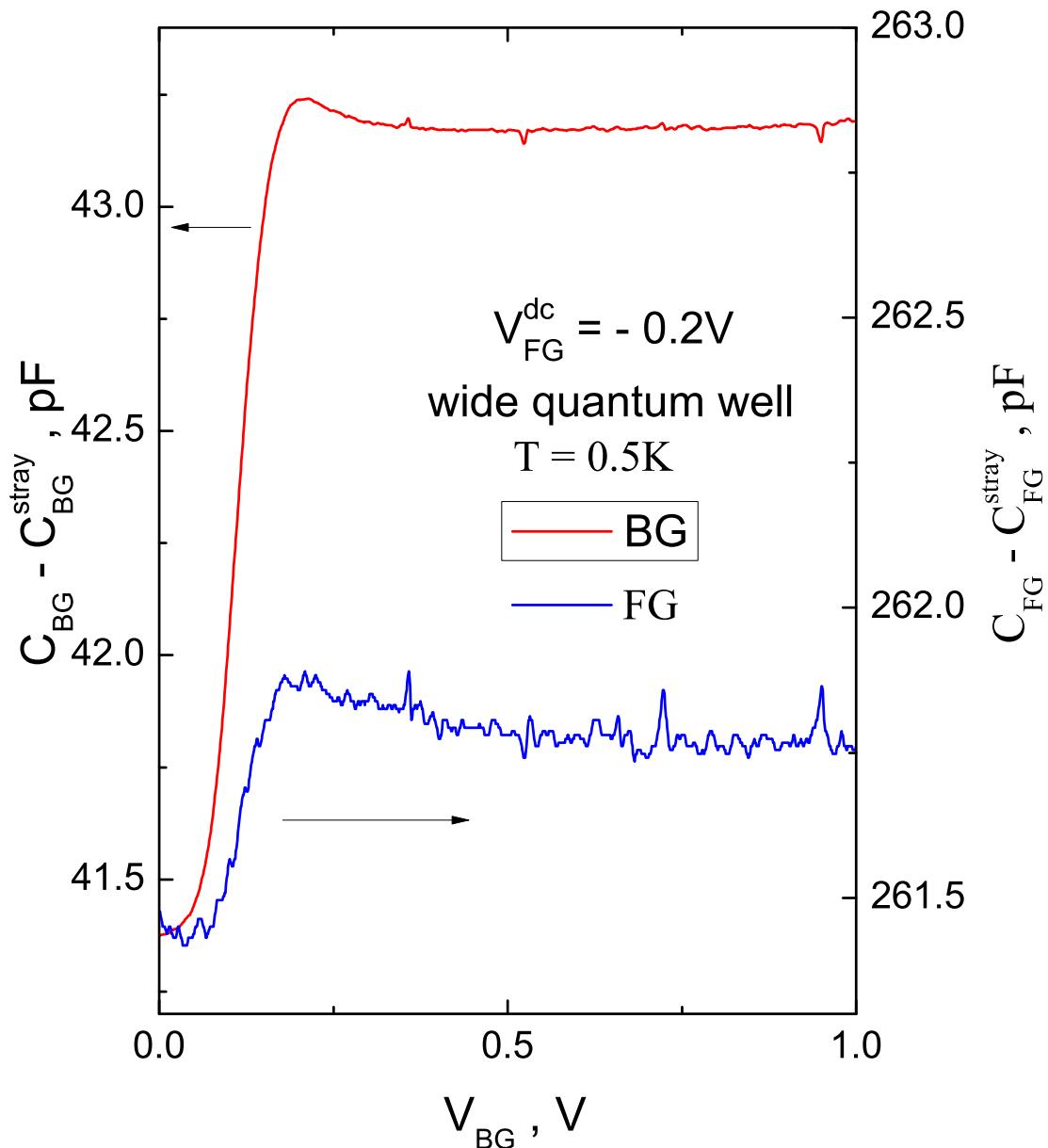


Рис. 13: Образец fb(№ 1): зависимость от постоянного напряжения на заднем затворе V_{BG} ёмкости $C_{BG}(C_{FG})$ между задним(передним) затвором и электронной системой : красная кривая, левая ось(синяя кривая, правая ось). Из ёмкости $C_{BG}(C_{FG})$ вычтено паразитное значение ёмкости $C_{BG}^{stray} = 27pF(C_{FG}^{stray} = 17pF)$.

3. Заполнение второй подзоны. Оценка расстояния между электронными слоями ДсЭС.

При нулевом постоянном напряжении на переднем затворе($V_{FG} = +0V$) и достаточно большом положительном напряжении на заднем затворе в каждой из ям заполняется вторая подзона размерного квантования, соответствующая второму электронному слою.

Для каждого из образцов на зависимости C_{BG} от постоянного напряжения на заднем затворе(V_{BG}) наблюдается скачок(см. рис. 9,11,13).

Также на зависимости C_{FG} от V_{FG} наблюдается провал при переходе от двухслойного состояния ДсЭС к однослоиному путём изменения V_{FG} в область отрицательных значений(рис. 10,12).

Из величины скачка(провала) ёмкости $C_{BG}(C_{FG})$ можно оценить расстояние между центрами тяжести квадратов волновых функций электронов в разных электронных слоях, считая, что а) ёмкость между затвором и ЭС определяется расстоянием до ближайшего к затвору электронного слоя б) геометрический вклад в обратную ёмкость между затвором и электронным слоем является определяющим(плотность состояний электронного слоя $D^{th} = \infty$) (см. формулу 2 и текст под ней).

При рассмотрении скачка ёмкости C_{BG} (рис. 9 , 11 , 13) расстояние между электронными слоями вычисляется по формуле $\Delta d_b = |d_b \frac{C_b^{old} - C_b^{new}}{C_b^{new}}|$, где d_b - расстояние от заднего затвора до ЭС в режиме одного заполненного слоя, C_b^{old} - величина ёмкости между задним затвором и ЭС до скачка, C_b^{new} - величина ёмкости C_{BG} после скачка.

Вычисление расстояния между электронными слоями Δd_b из скачка C_{BG} .

Образец	Развёртка по	d_b, nm	C_b^{old}, pF	C_b^{new}, pF	$\Delta d_b, nm$
№ 3	V_{BG}	990	40.8	42.0	28.2
№ 1	V_{BG}	850	41.38	43.18	35.4

При рассмотрении провала ёмкости C_{FG} (рис. 10,12) расстояние между электронными слоями вычисляется по формуле $\Delta d_f = |d_f \frac{C_f^{old} - C_f^{new}}{C_f^{new}}|$, где d_f - расстояние от переднего затвора до ЭС в режиме двух заполненных слоёв, C_f^{old} - величина ёмкости между передним затвором и ЭС до провала, C_f^{new} - величина ёмкости C_{FG} после провала.

Вычисление расстояния между электронными слоями Δd_f из скачка C_{FG} .

Образец	Развёртка по	d_f, nm	C_f^{old}, pF	C_f^{new}, pF	$\Delta d_f, nm$
№ 3	V_{FG}	123.6	314.9	249.8	32.2

Для образца №3(двойной квантовой ямы) d_f и d_b совпадают с точностью 10 процен-

тов. Таким образом, метод определения расстояния между слоями ЭС самосогласуется с десятипроцентной точностью.

Вычисления для образца №2(широкой квантовой ямы) не приведены, поскольку в нём при переходах между однослойным и двухслойными состояниями значительно смешаются оба электронных слоя.

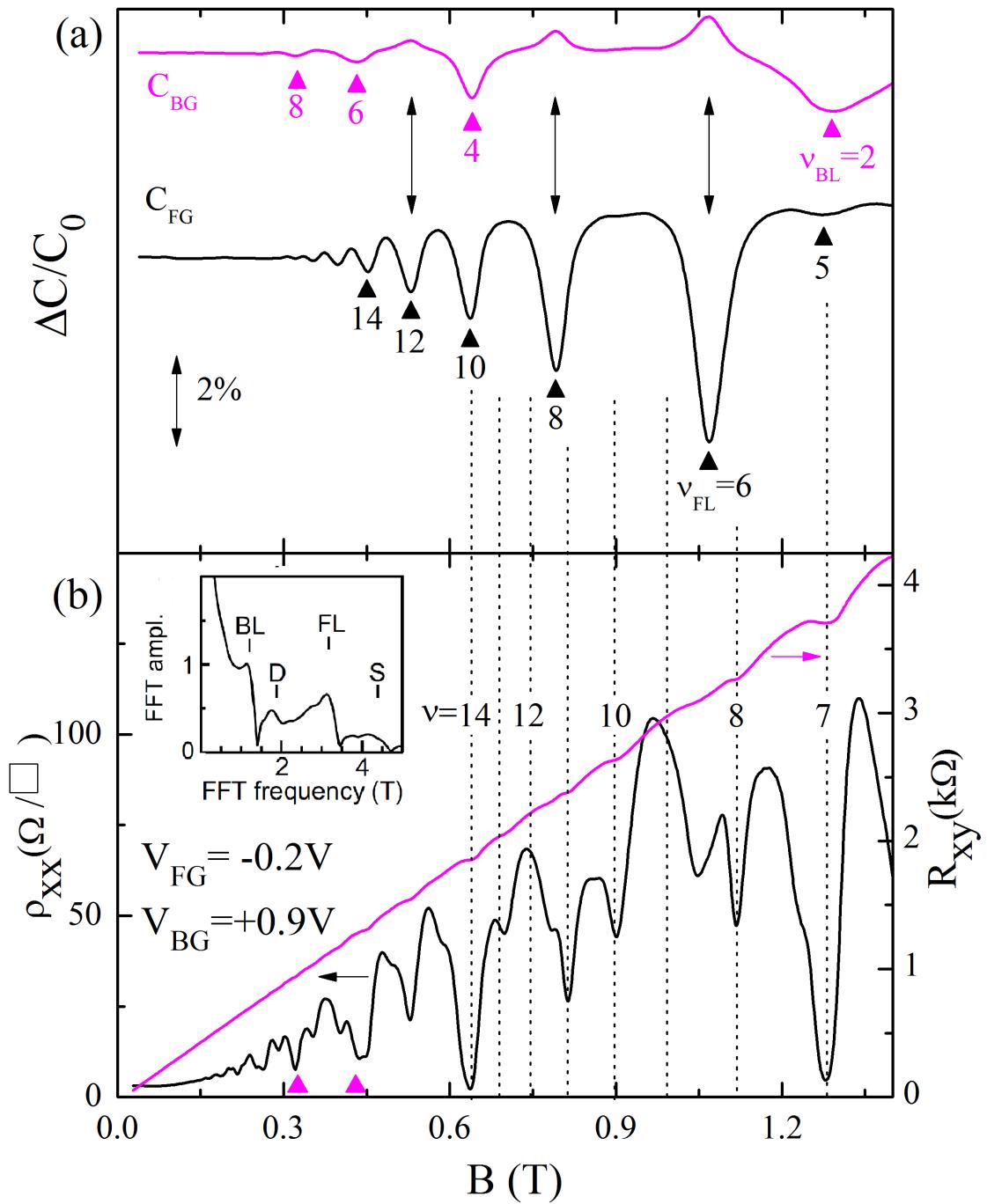


Рис. 14: Подпись к рисунку смотри под рисунком.

Подпись к рисунку 14: *Образец № 1. Панель (а): зависимости магнетоемкостей между электронной системой(ЭС) и одним из затворов: передним, C_{FG} , чёрная кривая ; задним, C_{BG} , пурпурная кривая. Обе ёмкости нормированы на свои значения в нулевом магнитном поле, которые символически обозначены как C_0 . Пурпур-*

ные(чёрные) треугольники указывают значения магнитных полей, при которых в заднем(переднем) электронном слое заполнено целое число спиновых подуровней Ландау. Числа около треугольников указывают значения факторов заполнения $\nu_{BL}(\nu_{FL})$ для двумерной ЭС с плотностью носителей $n_{BL} = 6.2 * 10^{10} \text{ cm}^{-2}$ ($n_{FL} = 15.5 * 10^{10} \text{ cm}^{-2}$). Треугольники, обозначающие $\nu_{BL} = 6$ и $\nu_{BL} = 8$ также включены в панель (b). Двусторонние стрелки обозначают появление максимумов C_{BG} при заполнении целого числа спиновых подуровней Ландау во FL. Данные были получены при $T = 1.5K$. Панель (b): Магнетосопротивление ρ_{xx} (левая ось) и холловское сопротивление R_{xy} (правая ось), измеренные при температуре $T = 0.5K$ и при тех же затворных напряжениях(указаны на рисунке), что и магнетоёмкость на панели(a). Пунктирные линии соответствуют целочисленным факторам заполнения двумерной ЭС с электронной плотностью $n_{tot} = 21.7 * 10^{10} \text{ cm}^{-2}$. Для некоторых линий указано значение факторов заполнения. Во вставке(левый верхний угол) изображено Быстрое Преобразование Фурье(FFT) магнетосопротивления ρ_{xx} . Метки на рисунке обозначают частоты, соответствующие электронным плотностям в переднем(FL) и заднем(BL) слоях, определённым из анализа магнетоемкостей на панели(a), а также сумме частот(S) и их разности(D).

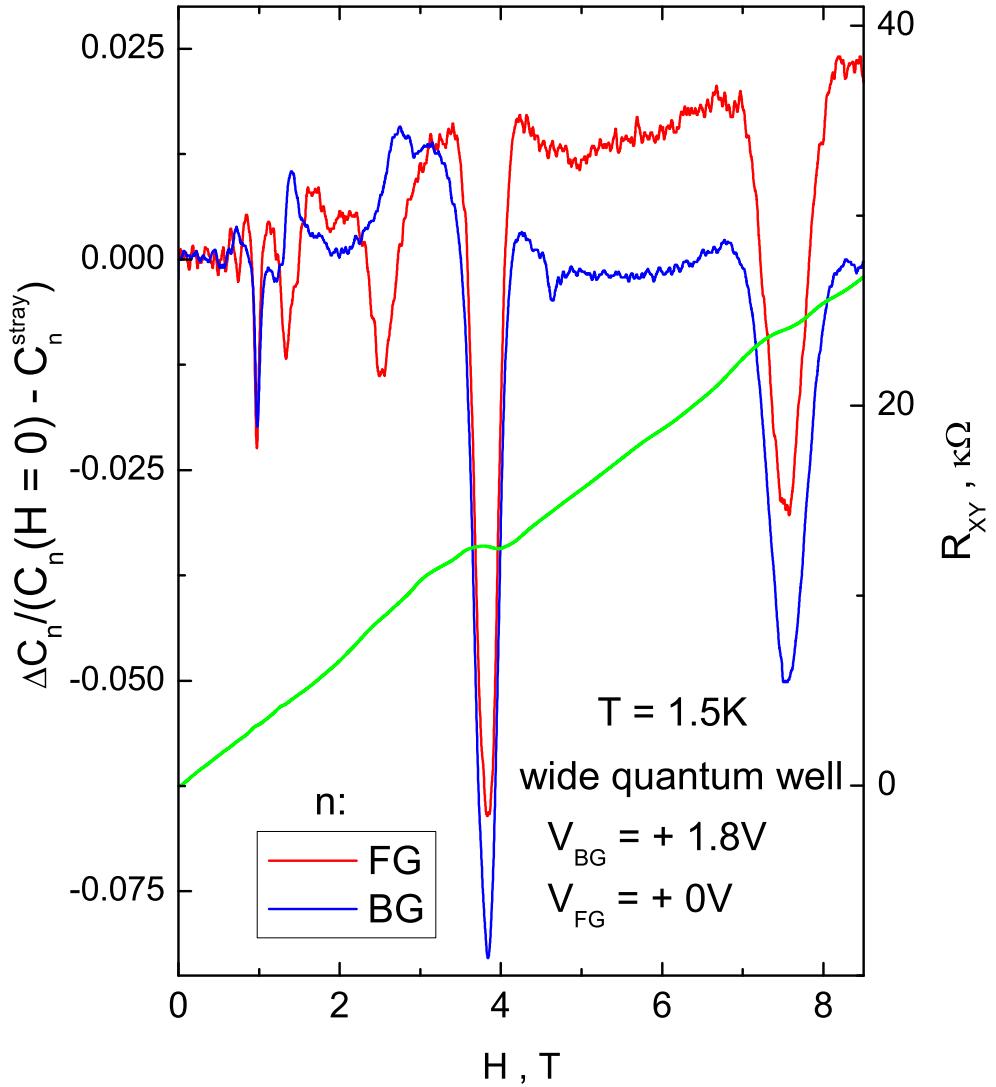


Рис. 15: Образец № 2 : зависимость от магнитного поля нормированной магнетоёмкости между одним из затвором и электронной системой(ЭС) в случае двух заполненных электронных слоёв. Индекс n на рисунке указывает, какой затвор рассматривается: передний, если $n = FG$; задний, если $n = BG$. Магнетоёмкость $\Delta C_n(H)$ вычисляется как разность значения ёмкости $C_n(H)$ в магнитном поле H и значения ёмкости в нулевом магнитном поле $C_n(H = 0)$. По левой оси ординат построена величина магнетоёмкости ΔC_n , нормированная на разность величин ёмкости $C_n(H = 0)$ в нулевом магнитном поле и паразитной ёмкости C_n^{stray} . По правой оси ординат построена величина холловского сопротивления R_{xy} .

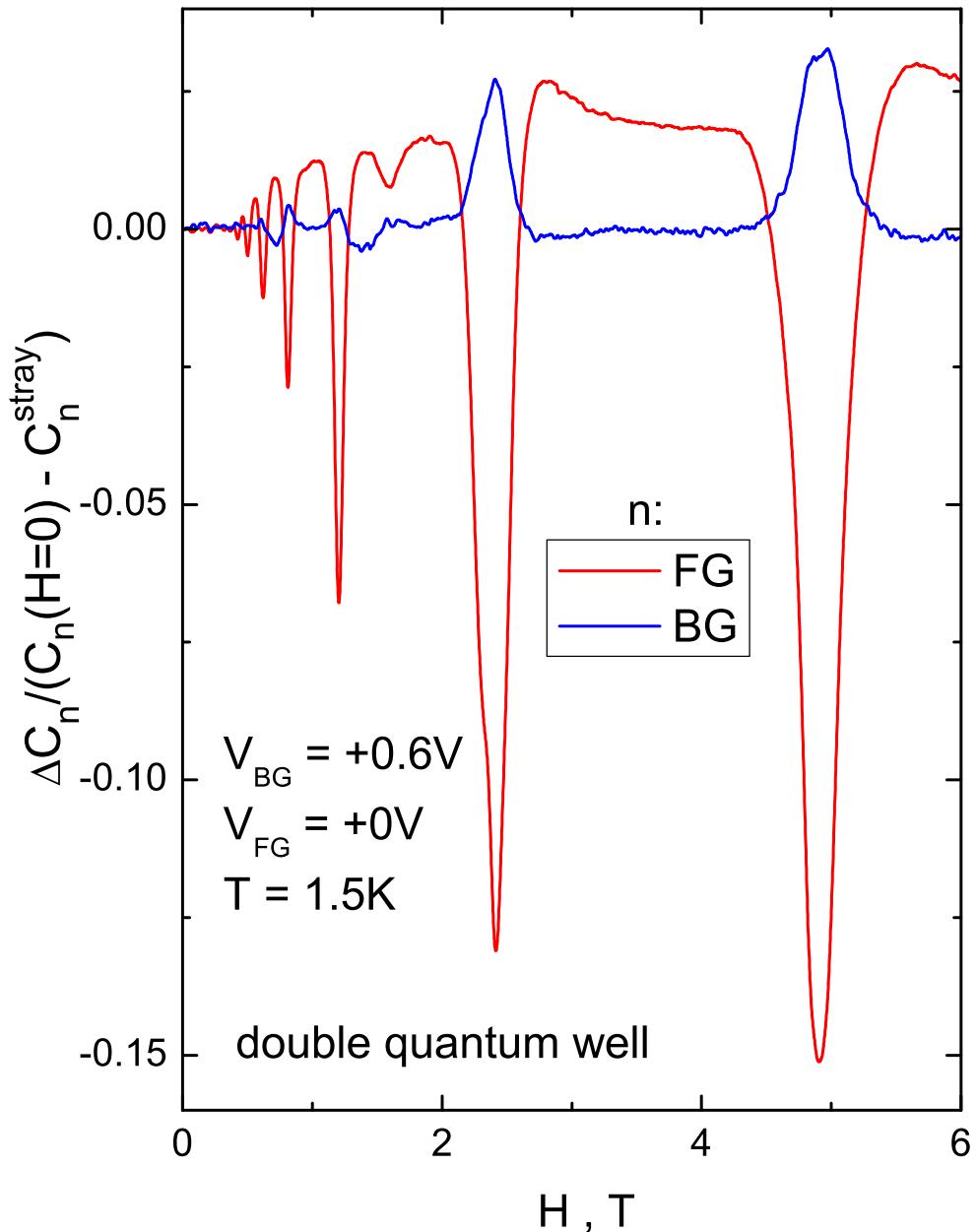


Рис. 16: Образец № 3: зависимость от магнитного поля нормированной магнетоёмкости между одним из затвором и электронной системой(ЭС) в случае двух заполненных электронных слоёв. Индекс n на рисунке указывает, какий затвор рассматривается: передний, если $n = FG$; задний, если $n = BG$. Магнетоёмкость $\Delta C_n(H)$ вычисляется как разность значения ёмкости $C_n(H)$ в магнитном поле H и значения ёмкости в нулевом магнитном поле $C_n(H = 0)$. По левой оси ординат построена величина магнетоёмкости ΔC_n , нормированная на разность величин ёмкости $C_n(H = 0)$ в нулевом магнитном поле и паразитной ёмкости C_n^{stray} .

4. Результаты измерений в случае двух заполненных электронных слоёв.

В каждом образце в случае двух заполненных электронных слоёв в ДсЭС на зависимостях магнетоемкостей C_{BG} и C_{FG} наблюдаются квантовые осцилляции (рис. 14,15,16): каждая из кривых имеет ряд минимумов, периодичных в обратном магнитном поле. Исходя из результатов предыдущих исследований ДЭС можно утверждать, что каждый из минимумов ёмкости $C_{BG}(C_{FG})$ соответствует целочисленному фактору заполнения в BL(FL). Из периода осцилляций $C_{BG}(C_{FG})$ в обратном магнитном поле по формуле 4 можно определить концентрацию носителей в BL(FL) и приписать каждому минимуму $C_{BG}(C_{FG})$ целочисленный фактор заполнения в BL(FL).(смотри рис. 14).

Отметим особенности на рисунке 14а, указанные двусторонней стрелкой : при некоторых целочисленных факторах заполнения в FL наблюдается появление максимумов C_{BG} .

Эти особенности будут объяснены с помощью модели электронной системы, представленной ниже в тексте(см. пункт VI.1 дипломной работы).

Для образца №1 помимо емкостных измерений проводились измерения магнетосопротивления ρ_{xx} и холловского сопротивления ρ_{xy} при тех же затворных напряжениях, что и для магнетоёмкостей. Зависимость магнетосопротивления ρ_{xx} имеет ряд провалов(смотри рисунок 14б).

Рассмотрим осцилляции ρ_{xx} при $H > 0.6T$. Некоторые из минимумов ρ_{xx} можно приписать целочисленным факторам заполнения ДЭС с плотностью носителей $n_{tot} = 21.7 * 10^{10} cm^{-2}$. n_{tot} равна сумме плотностей носителей в обоих слоях $n_{FL} + n_{BL}$, определённой из анализа магнетоемкостей. Такая же плотность носителей была определена из измерений холловского сопротивления ρ_{xy} ДсЭС(см. рис. 14б).

Отметим, что положениям магнитных полей, соответствующим $\nu_{tot} = 9, 12, 13$, нельзя сопоставить ни один из минимумов ρ_{xx} . Поэтому положения минимумов ρ_{xx} на рис. 14б не периодичны в обратном магнитном поле. При $H > 0.6T$ большинству минимумов ρ_{xx} нельзя сопоставить минимум какой-либо из магнетоемкостей C_{BG} , C_{FG} . Однако в случае, когда факторы заполнения в обоих слоях одновременно принимают целочисленные значения(смотри $\nu_{BL} = 2(4)$, $\nu_{FL} = 5(10)$ на рисунке 14а), наблюдается состояние составного квантового эффекта Холла, которое характеризуется широким плато холловского сопротивления ρ_{xy} и глубоким минимумом магнетосопротивления

ρ_{xx} .

При $H < 0.6T$ на зависимости магнетосопротивления ρ_{xx} невооружённым глазом видны два ряда минимумов с различными периодами в обратном магнитном поле. Периоды соответствуют концентрациям электронов в BL и FL. На рисунке 14б треугольниками отмечены минимумы магнетосопротивления, соответствующие $\nu_{BL} = 6$ и $\nu_{BL} = 8$.

Для образца № 1 исследовался фурье-спектр осцилляций магнетосопротивления ρ_{xx} (вставка на рис. 14б).Фурье-спектр осцилляций ρ_{xx} содержит четыре пика, соответствующих концентрациям носителей в различных слоях(n_{BL}^ρ, n_{FL}^ρ), их сумме($n_{BL}^\rho + n_{FL}^\rho$) и разности $n_{BL}^\rho - n_{FL}^\rho$. Также на вставке отмечены позиции частот, соответствующих концентрациям, определённым из анализа магнетоемкостей(смотри подпись к рисунку 14б). Отметим, что позиции пиков фурье-спектра практически совпадают с позициями частот, определённых из анализа магнетоемкостей C_{FG} и C_{BG} .

Также на рис.17 было проведено сравнение концентраций , определённых из анализа фурье-спектра осцилляций магнетосопротивления и анализа зависимостей магнетоемкостей для образца №1(смотри подпись к рисунку 17). Отметим, что фурье-анализ делался с помощью инструмента FFT(Fast Fourier Transform) , входящего в состав пакета Origin.

5. Одновременное определение концентраций носителей в различных слоях ДсЭС.

Таким образом, с помощью модифицированного магнетоемкостного метода можно одновременно определять концентрации носителей в обоих слоях ДсЭС. Ранее концентрации электронов в обоих слоях ДсЭС определялись путём анализа фурье-спектра осцилляций магнетосопротивления. Новый метод более прост для интерпретации, а также обладает более высокой точностью.

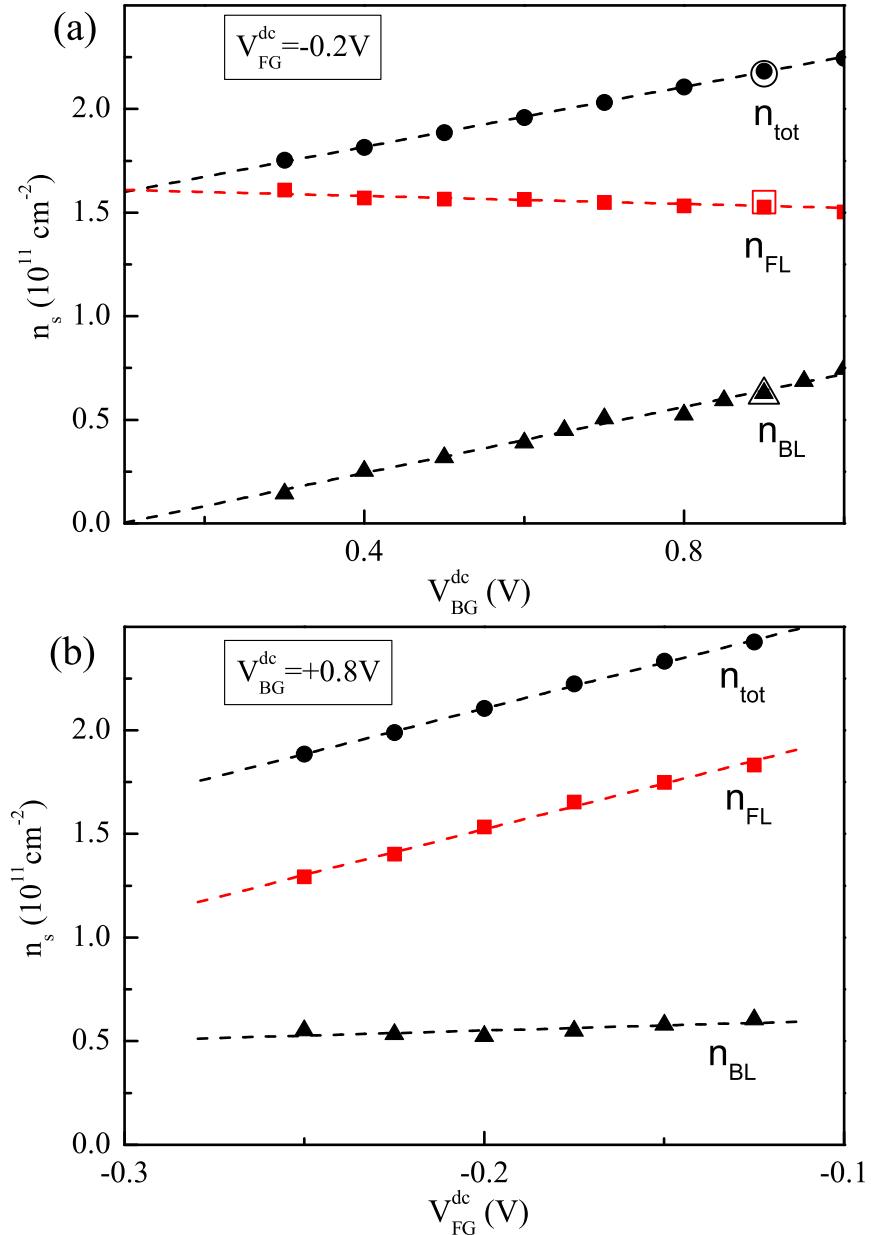


Рис. 17: Образец № 1. Поверхностные электронные плотности в заднем(n_{BL} , чёрные треугольники) и переднем(n_{FL} , красные квадраты) электронных слоях, а также полная электронная плотность ($n_{BL} + n_{FL}$, чёрные кружки) в зависимости от постоянных напряжений на заднем(V_{BG}^{dc} , панель(а)) и переднем(V_{FG}^{dc} , панель(б)) затворах. Плотности определены из анализа магнетоемкостей. Незакрашенными значками показаны электронные плотности в слоях, определённые из анализа фурье-спектра магнетосопротивления(см. вставку на рис. 14(b)). n_{FL} соответствует незакрашенный квадрат, n_{BL} - незакрашенный треугольник. Также на рисунке указана полная концентрация носителей, определённая из холловского сопротивления на рис. 14(b)(открытый кружок)

6. Контроль концентраций носителей в различных слоях ДЭС.

В образце №1 с помощью изменения постоянных затворных напряжений V_{BG} и V_{FG} удалось независимо контролировать концентрацию носителей в каждом из электронных слоёв по отдельности. Как видно из рис. 17 , при изменении постоянного напряжения на одном из затворов, концентрация носителей меняется в электронном слое, ближайшем к данному затвору, причём меняется линейно с изменением затворного напряжения, в то время как концентрация электронов в другом слое практически не изменяется, и даже может уменьшаться.

Такого рода зависимость ранее наблюдалась в экспериментах по изучению ДЭС и была объяснена наличием большого по модулю отрицательного вклада в сжимаемость из-за кулоновского взаимодействия электронов при малой плотности носителей в ДЭС [16] , [17], [18]. Абсолютная величина этого вклада пропорциональна $r_s^{-1} = a_B(\pi N)^{\frac{1}{2}}$, где a_B - боровский радиус, N - концентрация носителей в ДЭС.

VI. Математическая модель и объяснение экспериментальных результатов.

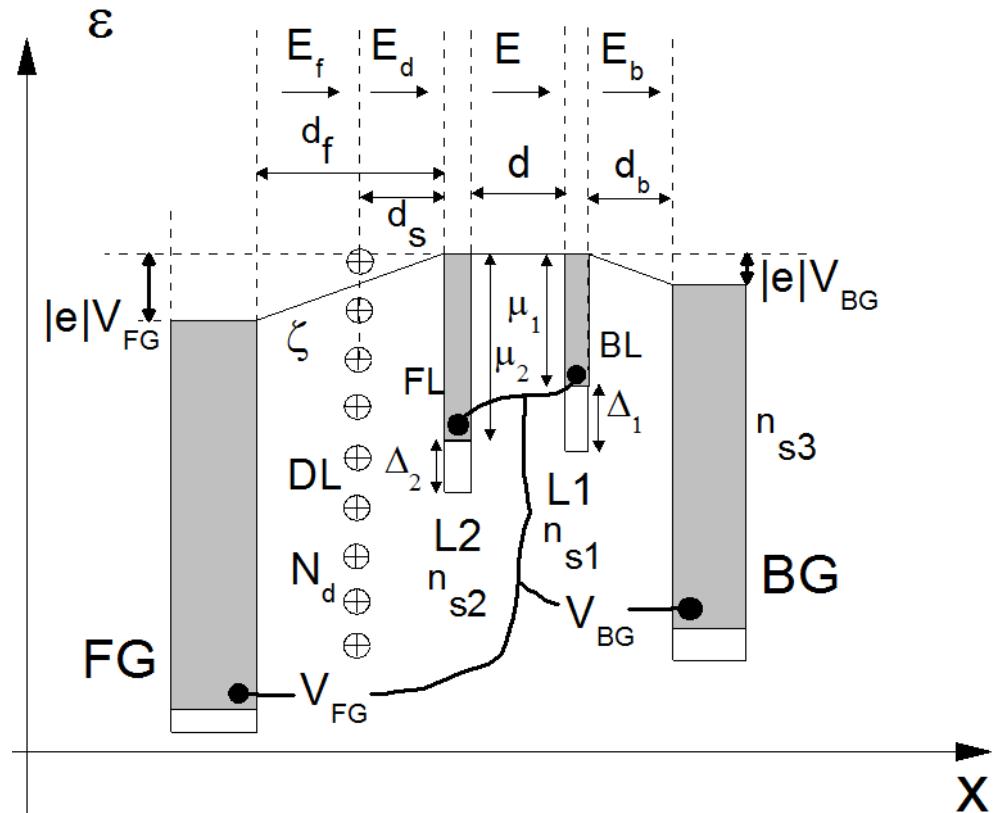


Рис. 18: Схема электронной системы, образованной двумя узкими квантовыми ямами L1 и L2, и помещенной между двумя металлическими затворами (FG и BG). ДЭС, находящиеся в квантовых ямах, электрически соединены между собой и, как следствие, имеют одинаковый электрохимический потенциал ζ . Химический потенциал $\mu_1(\mu_2)$ электронов в яме L1(L2) отсчитывается от дна подзоны Δ_1 (Δ_2). Электроны попадают в квантовые ямы засчёт стекания из слоя доноров (DL на рисунке) и источников постоянных напряжений V_{BG} и V_{FG} . Электрические поля равны: E_f - между FG и DL; E_d - между DL и FL ; E - между FL и BL ; E_b - между BL и BG. На рисунке заштрихованы энергетические состояния, занятые электронами в квантовых ямах при $T = 0$ и $B = 0$. Также на рисунке даны обозначения характерных размеров системы d_f, d_s, d, d_b .

1. Модель электронной системы.

В этом разделе $e > 0$ заряд электрона $= -e$,

Рассмотрим модель ДcЭС, состоящей из двух ДЭС(FL и BL на рис.18), находящихся в узких квантовых ямах L_2 и L_1 (рис.18).

ДcЭС помещена между двумя металлическими затворами(FG и BG на рис.18). Металлические затворы моделируются слоями с бесконечными плотностями состояний, поэтому электрические поля есть только в пространстве между затворами.

Электронные слои FL и BL электрически соединены между собой и поэтому имеют одинаковый фиксированный электрохимпотенциал. Между электрическими слоями(FL и BL), находящимися на расстоянии d друг от друга, отсутствует туннелирование электронов. Электроны могут перемещаться между электронными слоями. Ширина ям много меньше характерных размеров системы d , d_s , d_f , d_b (обозначения см. на рис.18).

Между FG и FL есть слой легирования, заряженный положительно(DL на рис.18). Поверхностная плотность носителей в слое легирования N_d считается постоянной.

Разница электрохимических потенциалов между ДcЭС и $FG(BG)$ считается заданной $|e|V_{FG}(|e|V_{BG})$.

Электрические поля E , E_f , E_b , E_d (смотри подпись к рисунку 18) определяются плотностями электронов в FL и BL (n_{s2} и n_{s1} соответственно), концентрацией электронов на BG (n_{s3}) и концентрацией заряженных доноров в DL N_d . А, именно:

$$(E_f)_x = \frac{4\pi e}{\varepsilon} [n_{s1} + n_{s2} + n_{s3} - N_d] \quad (7)$$

$$(E_d)_x = \frac{4\pi e}{\varepsilon} [n_{s1} + n_{s2} + n_{s3}] \quad (8)$$

$$(E)_x = \frac{4\pi e}{\varepsilon} [n_{s1} + n_{s3}] \quad (9)$$

$$(E_b)_x = \frac{4\pi e}{\varepsilon} n_{s3} \quad (10)$$

, где $(E_f)_x$, $(E_d)_x$, $(E)_x$, $(E_b)_x$ - проекции соответственно E_f , E_d , E , E_b на ось X(смотри рис.18). Отметим, что плотность заряда на FG равна $+e(n_{s1} + n_{s2} + n_{s3} - N_d)$.

Основные уравнения этой модели представляют из себя соотношения между электрохимпотенциалами затворов FG, BG и электрохимпотенциалами электронных слоёв FL и BL. Электрохимпотенциалы ζ_{FG} , ζ_{BG} , ζ_{FL} , ζ_{BL} зависят от химических потенциалов μ_{FG} , μ_{BG} , μ_{FL} , μ_{BL} и электрических потенциалов ϕ_{FG} , ϕ_{BG} , ϕ_{FL} , ϕ_{BL} :

$\zeta_{FG} = \mu_{FG} - e\phi_{FG}$, $\zeta_{BG} = \mu_{BG} - e\phi_{BG}$, $\zeta_{FL} = \mu_{FL} - e\phi_{FL}$, $\zeta_{BL} = \mu_{BL} - e\phi_{BL}$. Соотношения между электрическими потенциалами зависят от электрических полей E_f , E_d , E , E_b , а именно:

$$\varphi_2 - \varphi_{FG} = -(E_f)_x(d_f - d_s) - (E_d)_x d_s \quad (11)$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (E)_x d \quad (12)$$

$$\varphi_1 - \varphi_{BG} = (E_b)_x d_b \quad (13)$$

В основных уравнениях модели проекции полей на ось X(см. рис. 18) выражены через концентрации электронов по формулам(7 , 8 , 9 , 10).

Основные уравнения модели :

$$eV_{FG} = ((\mu_2 + \Delta_2) - \mu_{FG}) + e^2 \left[\frac{4\pi}{\varepsilon} d_s N_d + \frac{4\pi}{\varepsilon} d_f [n_{s1} + n_{s2} + n_{s3} - N_d] \right] \quad (14)$$

$$(\mu_2 + \Delta_2) - (\mu_1 + \Delta_1) = \frac{4\pi e^2}{\varepsilon} d [n_{s1} + n_{s3}] \quad (15)$$

$$eV_{BG} = (\mu_1 + \Delta_1) - \mu_{BG} - e^2 d_b \frac{4\pi}{\varepsilon} n_{s3} \quad (16)$$

Первое уравнение отражает тот факт, что разность электрохимпотенциалов FG и FL $\zeta_{FG} - \zeta_{FL}$ равняется $-eV_{FG}$. Условием второго уравнения является равенство электрохимпотенциалов обоих электронных слоёв FL и BL. Третье уравнение отражает тот факт, что разность электрохимпотенциалов BG и BL $\zeta_{BG} - \zeta_{BL}$ равняется $-eV_{BG}$

Рассмотрим вопрос о том, как правильно определить ёмкости C_{FG} и C_{BG} в модели электронной системы так, чтобы они отражали ёмкости, измеряемые в эксперименте. Рассмотрим емкостную методику(рис. 2b). Ёмкость, измеряемая в эксперименте , зависит от величины переменного тока, протекающего через конвертор ток-напряжение. Конвертор же в рассматриваемой измерительной схеме подключён к ДcЭC, состоящей из электронных слоёв FL и BL. Поэтому переменный ток, протекающий через конвертор, и, следовательно, измеряемая в эксперименте ёмкость, зависят только от осцилляций концентраций носителей на FL(n_{s2} на рис. 2b)и BL(n_{s1} на рис. 2b).

Значит, чтобы иметь возможность сравнивать экспериментальные результаты и результаты, полученные в модели, ёмкости в модели нужно определять через изменение n_{s1} и n_{s2} , а именно:

$$C_{BG} = |e| \frac{\partial(n_{s2} + n_{s1})}{\partial V_{BG}}, C_{FG} = |e| \frac{\partial(n_{s2} + n_{s1})}{\partial V_{FG}} \quad (17)$$

2. Результаты модели.

Далее формулы записаны в системе СГС

Продифференцировав каждое из уравнений(14, 15 , 16) по V_{BG} , можно получить систему уравнений, из которых находится C_{BG}^{-1} .

Продифференцировав каждое из уравнений(14 , 15 , 16) по V_{FG} , можно получить систему уравнений, из которых находится C_{FG}^{-1} .

Отметим, что при дифференциировании химпотенциал $\mu_2(\mu_1)$ нужно считать функцией $n_{s2}(n_{s1})$. Тогда при дифференциировании, например, μ_2 по V_{BG} вместо μ_2 появится сложная производная $\frac{\partial\mu_2}{\partial n_{s2}} \frac{\partial n_{s2}}{\partial V_{BG}}$

Результаты в случае двух заполненных слоёв:

$$C_{FG}^{-1} = \frac{1}{e^2} [\lambda d_f + \frac{\lambda d + (1 + \frac{d}{d_b} + \frac{d_f}{d_b}) D_{BL}^{-1}}{1 + \lambda d D_{FL} + (1 + \frac{d}{d_b}) \frac{D_{FL}}{D_{BL}}}] \quad (18)$$

$$C_{BG}^{-1} = \frac{1}{e^2} [\lambda d_b + \frac{\lambda d + (1 + \frac{d}{d_f} + \frac{d_b}{d_f}) D_{FL}^{-1}}{1 + \lambda d D_{BL} + (1 + \frac{d}{d_f}) \frac{D_{BL}}{D_{FL}}}] \quad (19)$$

$$\lambda = \frac{4\pi e^2}{\varepsilon} \quad (20)$$

Теперь переходим к случаю одного заполненного слоя:

1 заполненный слой: $D_{FL} = 0, d = 0$

$$C_{FG}^{-1} = \frac{4\pi d_f}{\varepsilon} + \frac{1}{e^2} (1 + \frac{d_f}{d_b}) D^{-1} \quad (21)$$

$$C_{BG}^{-1} = \frac{4\pi d_b}{\varepsilon} + \frac{1}{e^2} (1 + \frac{d_b}{d_f}) D^{-1} \quad (22)$$

Вычислим нормированную ёмкость(отношение ёмкости к ёмкости в нулевом магнитном поле) для случая одного заполненного электронного слоя.

$$\frac{C_{FG}(H)}{C_{FG}(H=0)} = \frac{C_{BG}(H)}{C_{BG}(H=0)} = \frac{1 + \frac{1}{\lambda}(\frac{1}{d_f} + \frac{1}{d_b})D^{-1}(H=0)}{1 + \frac{1}{\lambda}(\frac{1}{d_f} + \frac{1}{d_b})D^{-1}(H)} \quad (23)$$

Как видим, в нашей модели результат не зависит от того, какой затвор рассматривается - BG или FG . Следовательно, наша модель объясняет совпадение нормированных магнетоемкостей в случае одного заполненного электронного слоя и отсутствия резистивных эффектов. Отметим, что результат нетривиален, поскольку в случае одного затвора и одного заполненного электронного слоя нормированные на величину в нулевом магнитном поле магнетоёмкости зависят от расстояния между затвором и ЭС, а именно:

$$\frac{C(B)}{C(0)} = \frac{\lambda d_g + D^{-1}(0)}{\lambda d_g + D^{-1}(B)} \approx 1 + \frac{1}{\lambda d_g} [D^{-1}(0) - D^{-1}(B)] \quad (24)$$

, где $C(B)$ - ёмкость между одним затвором и одним электронным слоем в магнитном поле B , D - плотность состояний электронного слоя, d_g - расстояние между затвором и электронным слоем.

3. Объяснение экспериментальных результатов.

Напомним, что в случае двух заполненных электронных слоёв в ДсЭС наблюдалось появление максимумов C_{BG} при некоторых целочисленных факторах заполнения в FL(смотри двустороннюю стрелку на рисунке 14а). Рассмотрим одно из таких появлений.

При целочисленном факторе заполнения в FL уровень Ферми ДсЭС находится в щели энергетического спектра FL. Плотность состояний в FL D_{FL} принимает значение, близкое к нулю. Иначе говоря, плотность состояний в FL уменьшается, в то время как ёмкость C_{BG} увеличивается. Значит, должно выполняться условие:

$$\frac{\partial C_{BG}}{\partial D_{FL}} < 0 \quad (25)$$

Отметим, что в наблюдаемой точке(двусторонняя стрелка на рис. 14а) особенностей в плотности состояний BL не ожидается.

В рамках модели электронной системы можно получить информацию о плотности состояний в BL D_{BL} в точке появления максимума C_{BG} .

$$\frac{\partial C_{BG}}{\partial D_{FL}} = \frac{\partial C_{BG}}{\partial C_{BG}^{-1}} \frac{\partial C_{BG}^{-1}}{\partial D_{FL}} = \frac{-1}{(C_{BG}^{-1})^2} \frac{\partial C_{BG}^{-1}}{\partial D_{FL}} \quad (26)$$

Подставим выражение для C_{BG}^{-1} в уравнение 26, а получившееся выражение для $\frac{\partial C_{BG}}{\partial D_{FL}}$ - в условие 25:

$$\frac{\partial C_{BG}^{-1}}{\partial D_{FL}} = \frac{1}{e^2} \left[\frac{(1 + \frac{d}{d_f} + \frac{d_b}{d_f}) \frac{(-1)}{(D_{FL})^2} + \lambda d D_{BL} \frac{(-1)}{(D_{FL})^2} \frac{d_b}{d_f}}{(1 + \lambda d D_{BL} + (1 + \frac{d}{d_f}) \frac{D_{BL}}{D_{FL}})^2} \right] \quad (27)$$

$$\frac{\partial C_{BG}}{\partial D_{FL}} = \frac{(-1)}{(C_{BG}^{-1})^2 e^2} \left[\frac{(1 + \frac{d}{d_f} + \frac{d_b}{d_f}) \frac{(-1)}{(D_{FL})^2} + \lambda d D_{BL} \frac{(-1)}{(D_{FL})^2} \frac{d_b}{d_f}}{(1 + \lambda d D_{BL} + (1 + \frac{d}{d_f}) \frac{D_{BL}}{D_{FL}})^2} \right] < 0 \quad (28)$$

Как видим, для выполнения условия 25 необходимо, чтобы:

$$(1 + \frac{d}{d_f} + \frac{d_b}{d_f}) \frac{(-1)}{(D_{FL})^2} + \lambda d D_{BL} \frac{(-1)}{(D_{FL})^2} \frac{d_b}{d_f} > 0 \quad (29)$$

$$D_{BL} < (-1) \frac{(1 + \frac{d}{d_f} + \frac{d_b}{d_f})}{\lambda d \frac{d_b}{d_f}} \quad (30)$$

Таким образом, в рамках модели электронной системы необходимым условием для объяснения знака производной $\frac{\partial C_{BG}}{\partial D_{FL}}$ является наличие отрицательной плотности состояний в BL ($D_{BL} < 0$).

VII. Заключение.

Результаты дипломной работы заключаются в следующем:

- 1) Магнетоемкостным и магнетотранспортным методами выполнены исследования двухслойных электронных систем (ДсЭС) переменной плотности, реализуемых в широких квантовых ямах GaAs и двойной квантовой яме GaAs, входящих в состав гетероструктур GaAs/AlGaAs.
- 2) Реализована модифицированная емкостная методика, состоящая в одновременном измерении двух емкостей между электронной системой и двумя затворами по разные стороны от ЭС.
- 3) При переходе ЭС между однослойным и двухслойным состояниями на зависимостях магнетоемкостей наблюдались скачки, из величин которых делались оценки расстояний между электронными слоями в ДсЭС.

4) Обнаружено, что при заполнении одного слоя ДсЭС положения магнетоосцилляций с двух емкостей совпадают и, более того, при отсутствии резистивных эффектов, совпадают величины относительных амплитуд осцилляций.

5) На основе модифицированной емкостной методики предложен новый способ одновременного определения концентраций носителей в обоих слоях ДсЭС. По сравнению с ранее использовавшимся методом анализа фурье-спектра осцилляций магнетосопротивления новый способ более прост для интерпретации , а также обладает более высокой точностью.

6) Рассмотрена модель ДсЭС с двумя затворами по разные стороны от ДсЭС, на основании рассмотрения которой получены формулы для квантовых поправок к емкостям, объясняющих наблюдаемое совпадение амплитуд нормированных магнетоемкостей в случае одного заполненного электронного слоя.

7) Обнаружено появление максимумов C_{BG} при целочисленном заполнении уровней Ландау в переднем слое(FL). В рамках модели ДсЭС наблюдаемое в эксперименте появление максимумов C_{BG} при заполнении целого числа спиновых подуровней Ландау в переднем слое(FL) объясняется наличием в BL отрицательной плотности состояний.

-
- [1] J. P. Eisenstein, Annu. Rev. Condens. Matter Phys. 5, 159 (2014). Exciton Condensation in Bilayer Quantum Hall Systems.
 - [2] H. Min, R. Bistritzer, J-J. Su, and A. H. MacDonald, Phys. Rev. B 78, 121401 (2008). Room-temperature superfluidity in graphene bilayers.
 - [3] A. Perali, D. Neilson, and A. R. Hamilton, Phys. Rev. Lett. 110, 146803 (2013). High-Temperature Superfluidity in Double- Bilayer Graphene.
 - [4] K. Lee, B. Fallahazad, J. Xue, D.C. Dillen, K. Kim, T. Taniguchi, K. Watanabe, E. Tutuc, Science 345, 58 (2014). Chemical potential and quantum Hall ferromagnetism in bilayer graphene.
 - [5] X. Liu, K. Watanabe, T. Taniguchi, B. I. Halperin, and P. Kim, Nat. Phys. 13, 746 (2017). Quantum Hall drag of exciton condensate in graphene.
 - [6] G. S. Boebinger, H. W. Jiang, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. 64, 1793 (1990). Magnetic-Field-Driven Destruction of Quantum Hall States in a Double Quantum Well.
 - [7] Y. W. Suen, J. Jo, M. B. Santos, L. W. Engel, S. W. Hwang, and M. Shayegan, Phys. Rev. B 44, 5947 (1991). Missing integral quantum Hall effect in a wide single quantum well.
 - [8] J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Appl. Phys. Lett. 57, 2324 (1990). Independently contacted two-dimensional electron systems in double quantum wells.
 - [9] U. S. de Cumis, J. Waldie, A. F. Croxall, D. Taneja, J. Llandro, I. Farrer, H. E. Beere, and D. A. Ritchie, Appl. Phys. Lett. 110, 072105 (2017). A complete laboratory for transport studies of electron-hole interactions in GaAs/ AlGaAs ambipolar bilayers.
 - [10] I. B. Spielman, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K.W. West, Phys. Rev. Lett. 84, 5808 (2000). Resonantly Enhanced Tunneling in a Double Layer Quantum Hall Ferromagnet.
 - [11] M. Kellogg, I. B. Spielman, J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K.W. West, Phys. Rev. Lett. 88, 126804 (2002). Observation of Quantized Hall Drag in a Strongly Correlated Bilayer Electron System.
 - [12] С. И. Дорожкин, “Квантовый эффект Холла в системе с электронным резервуаром”, Письма в ЖЭТФ, 103:8 (2016), 578–583; JETP Letters, 103:8 (2016), 513–517
 - [13] S. I. Dorozhkin, A. A. Kapustin, I. B. Fedorov, V. Umansky, K. von Klitzing and J. H. Smet Characterization of individual layers in a bilayer electron system produced in a wide quantum

- well. Journal of Applied Physics 123, 084301 (2018); <https://doi.org/10.1063/1.5019655>;
- [14] T. P. Smith, B. B. Goldberg, P. J. Stiles, and M. Heiblum, Phys. Rev. B 32, 2696(R) (1985). Direct measurement of the density of states of a two-dimensional electron gas.
- [15] S. I. Dorozhkin, A. A. Shashkin, N. B. Zhitenev, and V. T. Dolgopolov, JETP Lett. 44, 241 (1986) [Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 44, 189 (1986)]. "Skin effect" and observation of nonuniform states of a 2D electron gas in a metal-insulator-semiconductor structure.
- [16] J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. 68, 674 (1992). Negative Compressibility of Interacting Two-Dimensional Electron and Quasiparticle Gases.
- [17] I. S. Millard, N. K. Patel, M. Y. Simmons, E. H. Linfield, D. A. Ritchie, G. A. C. Jones, and M. Pepper, Appl. Phys. Lett. 68, 3323 (1996). Compressibility studies of double electron and double hole gas systems.
- [18] D. Zhang, S. Schmult, V. Venkatachalam, W. Dietsche, A. Yacoby, K. von Klitzing, and J. Smet, Phys. Rev. B 87, 205304 (2013). Local compressibility measurement of the $\nu_{tot} = 1$ quantum Hall state in a bilayer electron system.

VIII. Благодарности

В заключении автор хотел бы выразить благодарность своему научному руководителю С.И.Дорожкину и научному консультанту А.А.Капустину, которые обучали автора физике и методике эксперимента, а также помогали исправлять фактические ошибки. Также автор благодарит коллективы ЛЭК и ЛС за интересные чайные беседы. Отдельное спасибо коллективу кафедры ФТТ ФОПФ за прочитанные курсы по физике твёрдого тела.