

Министерство образования Российской Федерации Федеральное
государственное автономное образовательное учреждение высшего
профессионального образования "Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)"

Физтех-школа фундаментальной и прикладной физики
Факультет общей и прикладной физики
Кафедра физики твердого тела

Конвективная неустойчивость Рэлея-Бенара в жидком гелии
и вихревые каскады на поверхности
неоднородно нагретого слоя нормального гелия He-I

Выпускная квалификационная работа
(бакалаврская работа)

Направление подготовки: 03.03.01 Прикладные математика и физика

Работу выполнил: студент 522 группы Мехтиев Эл Эльчин

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Левченко Александр Алексеевич

Черноголовка, 2019

Содержание

Аннотация

1. Введение

1.1 Инверсия плотности жидкого гелия вблизи λ -точки

1.2 Конвекция Рэлея-Бенара в слое нормального He-I при нарушении условий Буссинеска

1.3 Двумерная турбулентность, вихри

2. Экспериментальная установка и методика наблюдений

2.1. Генерация вихрей на поверхности He-I

2.2. Эволюция слабо затухающей вихревой системы со временем в отсутствие конвекции в объеме

3. Анализ экспериментальных данных

4. Заключение

Литература

Аннотация

Впервые обнаружено, что возникновение конвективной неустойчивости RBC в неоднородно нагретом слое нормального гелия - He-I при плавном повышении температуры жидкого гелия в рабочей ячейке выше T_λ , сопровождается появлением вихревого движения на свободной поверхности He-I. Приведены результаты наблюдения эволюции вихревой системы на поверхности He-I со временем при повышении температуры жидкости выше температуры максимальной плотности $T_m = 2.178$ К, где свободная конвекция в объеме He-I быстро затухает.

1. Введение

Экспериментальные исследования нелинейных явлений в объеме и на поверхности в конденсированных системах в последние годы получили мощный толчок в связи с развитием методов регистрации движения среды, его анализа, а также алгоритмов компьютерного моделирования. Важность этих исследований диктуется как естественной потребностью познания плохо изученных явлений природы, так и техническими нуждами.

Вихревые движения проявляют себя на самых разных масштабах в природе, начиная с формирования спиралей наших галактик, и заканчивая циклонами, смерчами и океаническими течениями на Земле.

Для того чтобы лучше понимать все эти процессы в настоящее время проводится множество экспериментов по исследованию и моделированию вихревых течений. В частности, в Лаборатории Квантовых Кристаллов ИФТТ РАН были проведены опыты по изучению генерации вихрей на поверхности воды, в результате нелинейного взаимодействия неколлинеарных плоских волн [9] и эксперименты по взаимодействию вихрей, генерируемых движением в магнитном поле растворенного в воде электролита в квазидвумерных условиях [11].

Эксперименты по исследованию турбулентных течений проводят также и на жидком гелии.

Благодаря особенностям термодинамических параметров (вязкости, коэффициенту температурного расширения и проч.), жидкий гелий становится

удобным модельным объектом, позволяющим исследовать в лабораторных условиях явления, которые в других средах проявляют себя на больших масштабах.

В последние годы был опубликован цикл работ, посвященных изучению волновых и турбулентных явлений на свободной поверхности жидкого гелия. Наблюдалась неустойчивость поверхности He-II при высокой скорости противотока – квантового аналога неустойчивости Кельвина-Гельмгольца при больших скоростях противотока под свободной поверхностью [10,12]. Впервые наблюдается возбуждение вихрей на поверхности HeII в результате нелинейного взаимодействия неколлинеарных поверхностных волн в вибрирующей ячейке [17].

На установке, использовавшейся в данной работе, ранее были выполнены эксперименты по регистрации поверхностных макроскопических вихрей при помощи стеклянных трассеров, локализованных в тонком слое под поверхностью жидкого гелия, рожденных нелинейным взаимодействием поверхностных фарадеевских волн [13], а также обнаружено возникновение аналога неустойчивости Кельвина-Гельмгольца в результате развития параметрической неустойчивости Фарадея [14].

В данной работе приведены первые результаты наблюдений вихревого течения на свободной поверхности He-I, возникающего при плавном повышении температуры жидкости в замкнутом контейнере выше точки перехода He-II - He-I. Из-за малой объемной вязкости жидкости вихри на поверхности He-I медленно затухают со временем. Это позволило проследить за эволюцией системы взаимодействующих между собой вихрей на

поверхности слоя нормального гелия со временем при температуре жидкости выше 2.6 К и наблюдать формирование обратного вихревого турбулентного каскада на поверхности He-I.

Данная работа состоит из 4 параграфов, заключения и списка литературы. В разделах 1.1 и 1.2 - даны теоретические сведения, на которые существенно опирается объяснение наблюдавшихся в эксперименте процессов. В параграфе 2 описана установка, а также методика регистрации и обработки наблюдений. В параграфе 3 обсуждаются причины генерации вихрей в условиях эксперимента и описана их эволюция до начала затухания. В заключение приведены планы по дальнейшему развитию эксперимента.

1.1 Инверсия плотности в жидком гелии

Гелий-4 обладает необычной P-T диаграммой.

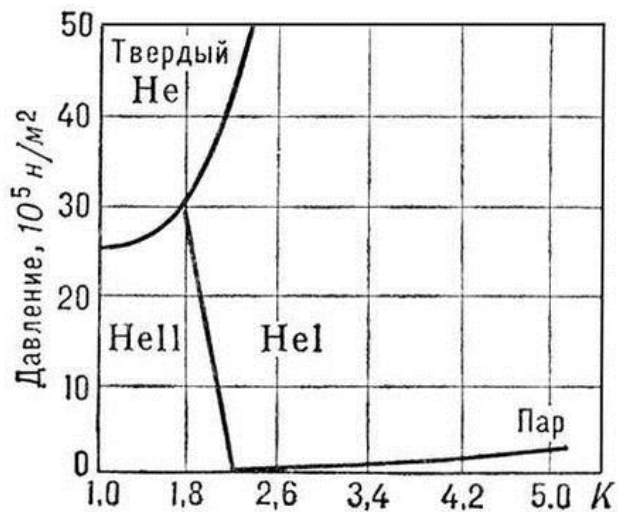


Рис.1. P-T-диаграмма для ^4He

Из диаграммы видно, что у гелия отсутствует тройная точка, вместо нее имеет место так называемая лямбда-линия при переходе через которую при понижении температуры, гелий все еще остается жидким, однако свойства этой жидкости, называемой He-II, существенно отличны от свойств жидкости He-I, существующей при более высоких температурах. При опускании температуры ниже $T_\lambda = 2,172$ К, удельная теплоемкость гелия испытывает разрыв, так что переход от He-I-He-II оказывается фазовым переходом второго рода. Температура этого перехода называется λ -точкой.

Микроскопическая теория сверхтекучести, построенная для He-II, приводит к двухкомпонентной модели жидкого гелия [2]. В этой модели, в жидкости выделяют два движения - сверхтекучее, со скоростью v_s , и нормальное, со скоростью v_n . Сумма эффективных масс двух компонент при этом равна полной массе жидкости. Плотность сверхтекучей компоненты растет с понижением температуры. При теплопередаче в He-II основную роль играет конвективный механизм переноса тепла нормальной компонентой.

Важным в контексте данного эксперимента свойством жидкого гелия оказывается специфическое поведение его плотности при повышении температуры:

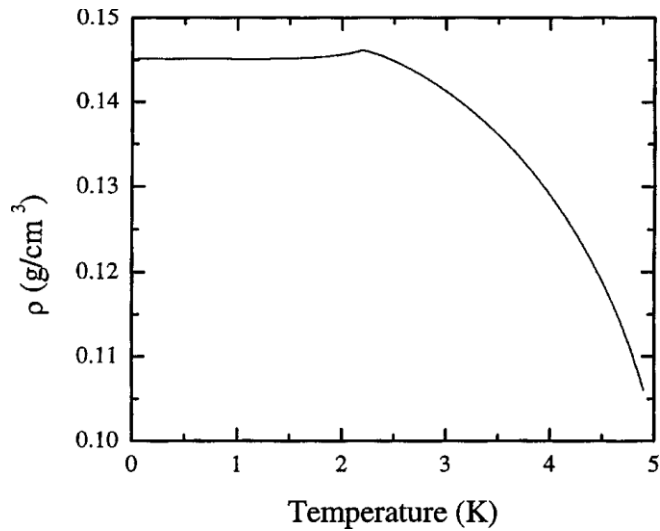


Рис.2. Плотность ^4He под давлением насыщенных паров

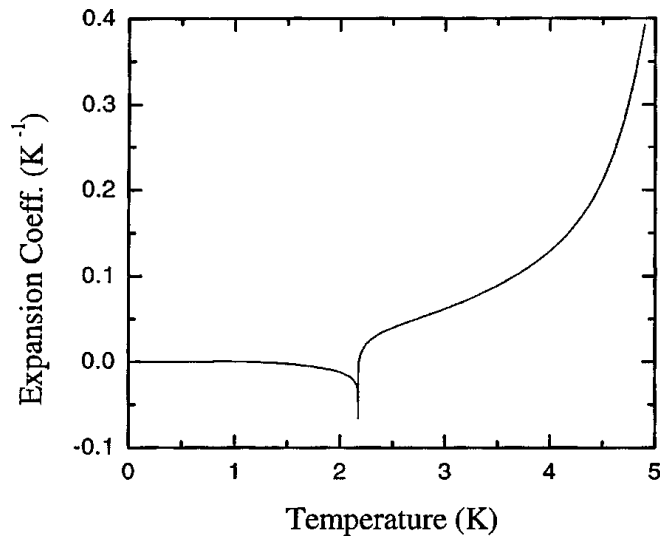


Рис.3. Коэффициент теплового расширения ^4He под давлением насыщенных паров

Ниже λ -точки гелий имеет отрицательный коэффициент теплового расширения

$\beta = -\rho^{-1} (\partial\rho/\partial T)$ таким образом плотность гелия *растет* с ростом температуры, достигая своего максимума при температуре $T=2,178$ К, т.е. на 6 мК выше температуры T_λ . [3]. Это значит, что в интервале в 6 мК плотность *нормального*

гелия все еще растет с ростом температуры. Заметим, что таким же свойством обладает, например, вода при температуре ниже 4°С.

1.2 Конвекция Рэлея-Бенара при нарушении условий Буссинеска

Конвекция Рэлея-Бенара возникает в условиях преобладания конвективного механизма передачи тепла над диффузным при нагревании жидкости с одной стороны и отводе тепла с другой. Конвекция происходит вдоль поля тяжести противоположно градиенту плотности жидкости. Управляющими параметрами в этом процессе являются безразмерные числа:

Число Рэлея, пропорциональное разности температур

$$Ra = \frac{g\beta\Delta T}{\nu\chi} h^3 \quad (1)$$

где g – ускорение свободного падения, β – коэффициент теплового расширения, ΔT – характерная разность температур, h – толщина слоя жидкости, ν – кинематическая вязкость, $\chi = \kappa / \rho C_p$ – температуропроводность жидкости, κ – теплопроводность, C_p – теплоемкость.

Число Прандтля, зависящее только от свойств самой жидкости

$$Pr = \frac{\nu}{\chi} \quad (2)$$

Два течения подобны, если равны их числа Рэлея и Прандтля. Теплопередача через слой жидкости в поле тяжести при конвекции характеризуется числом Нуссельта

$$N = \frac{q}{\Delta T} \frac{h}{\kappa} \quad (3)$$

Оно характеризует соотношение между интенсивностью теплообмена за счёт конвекции и интенсивностью теплообмена за счёт теплопроводности (в условиях неподвижной среды): $N = q_c / q_k$, где q - плотность потока тепла через поверхность жидкости, q_c и q_k - тепловой поток за счет конвекции и за счет теплопроводности, причем конвективное движение может быть как ламинарным, так и турбулентным. Для каждого данного типа конвекционного движения число N является определенной функцией от Ra и Pr : $N = f(Ra, Pr)$.

Подчеркнем, что в задаче о конвекции Рэлея-Бенара геометрия конвективных структур, а также значение критического числа Рэлея, при превышении которого начинается конвективная неустойчивость, сильно зависит от граничных условий. Например, в случае плоского слоя жидкости между двумя жесткими границами критическое значение $Ra_c = 1708$, критическое волновое число $k_c = 3.17$, а для сочетания жесткой и свободной границы $Ra_c = 1100$, $k_c = 2.68$ [1, раздел 2.3]

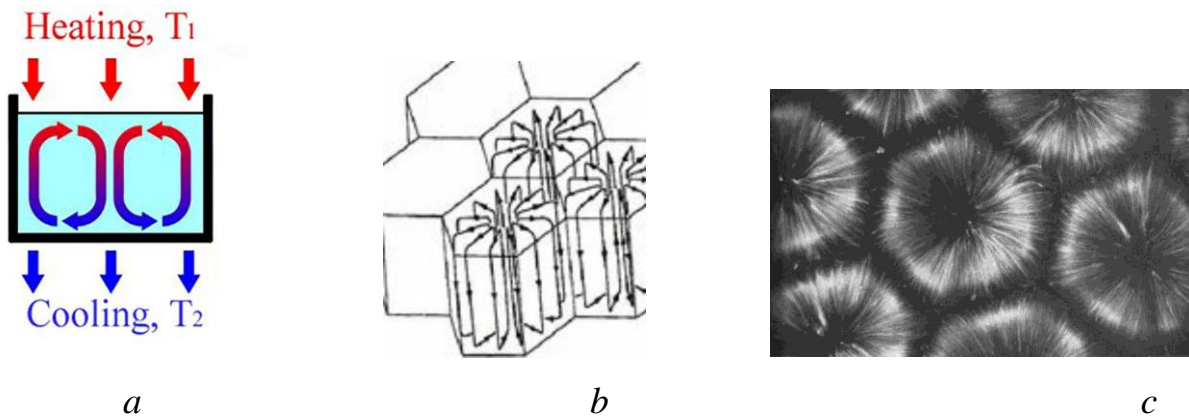


Рис. 4. Схема возникновения неустойчивости Рэлея-Бенара и формирования конвективных ячеек различной симметрии в объеме неоднородно нагретого слоя He-I в неподвижном контейнере при нагреве в интервале температур $T_\lambda < T_1 < T_2 \leq T_m$ при числах Рэлея $Ra \geq Ra_c$: *a* - одномерная, валиковая структура в слое жидкости в прямоугольном контейнере; *b* - трехмерные гексагональные структуры в цилиндрическом контейнере; *c* - контуры трехмерных структур в плоскости xu (вид сверху)

Переход от режима чистой теплопроводности к конвективному режиму совершается непрерывным образом, и зависимость числа Нуссельта от Ra не испытывает скачка. При $Ra \geq Ra_c$ в неподвижной жидкости возникает стационарное конвективное движение, периодическое в плоскости xu . В объеме жидкости возникают прилегающие друг к другу одинаковые ячейки, в каждой из которых жидкость движется по замкнутым траекториям, показанным стрелками на рис. 4*a*, не переходя из одной ячейки в другую. Контуры этих ячеек на верхней и нижней плоскостях слоя образуют некоторую решетку, значение волнового числа k_{kp} определяет периодичность решетки, но симметрия решетки сильно зависит от граничных условий, например, от симметрии контейнера [2, §56,57; 1]. В показанном на рис.4*a* плоском прямоугольном слое образуется «двухмерная» структура движения, в которой на плоскости xu имеется лишь одномерная периодичность - система параллельных полос (валов). В используемом в данных измерениях

цилиндрическом контейнере возможно возникновение «трехмерных» гексагональных структур [1], схематически показанных на рис. 4 b, c.

Следует отметить, что при обсуждении природы тепловой неустойчивости и появления конвективных ячеек в слое жидкости обычно в теории обычно используют приближения Буссинеска: плотность ρ не зависит от давления и монотонно убывает с ростом температуры, т.е. $\beta > 0$, что и наблюдается в большинстве жидкостей и газов, в том числе в He-I при $T > T_m$, остальные параметры - кинематическая вязкость, теплопроводность и температуропроводность, поверхностное натяжение, мало меняются в рассматриваемой области. В интересующем нас случае рис. 5. иллюстрирует возникновение конвекции RBC и конвективных ячеек в слое жидкости при переносе потока тепла от свободной поверхности He-I к охлаждаемому снаружи дну и стенкам рабочего контейнера в интервале температур $T_\lambda < T_1 < T_2 \leq T_m$, где $\beta < 0$, т.е. в условиях невыполнения приближений Буссинеска (*RBC in non-Boussinesq system*). Однако, физика наблюдаемых явлений в обоих случаях одинакова. Исследованиям *свободной конвекции* в объеме He-I в условиях невыполнения приближений Буссинеска, а также *проникающей конвекции в объеме слоя*, в условиях, когда температура на дне контейнера T_1 ниже T_m , а температура вблизи свободной поверхности жидкости T_2 выше T_m , так что коэффициент β изменяет знак где-то в глубине слоя, посвящены работы [4,5,6,7,8]. Также наблюдалось возникновение *горизонтального течения в объеме* слоя жидкости (метанола) между двумя горизонтальными пластинами при возникновении вертикальной конвекции Рэлея-Бенара и конвективных ячеек в объеме [16, 7].

В то же время обсуждению явлений на свободной поверхности слоя жидкости в контейнере, например, возможности возбуждения волнового и вихревого течения на поверхности в процессе установления RBC конвекции в объеме ранее практически не уделяли внимания.

1.3 Двумерная турбулентность, вихри.

Двумерной называется система, в которой характерные размеры поверхностных волн или вихрей в жидкости много больше ее глубины. На практике, важно сравнивать масштаб накачки вихревой или волновой турбулентности с глубиной жидкости. Вопрос о границе между квазидвумерным и трехмерным случаем в настоящее время остается открытым и исследуется как теоретически, так и экспериментально, и численно. Установлено, что в трехмерном случае при накачке наблюдается распад вихрей на более мелкие вихри, так называемые прямой Колмогоровский энергетический каскад. Характерным признаком двумерности системы, является обратный каскада – перекачка плотности энергий в меньшие волновые числа вихрей из больших, по закону $E_k \sim k^{-5/3}$, и, следовательно, укрупнения линейных размеров вихрей, наблюдающихся в системе.

2. Экспериментальная установка и методика наблюдения.

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 5.

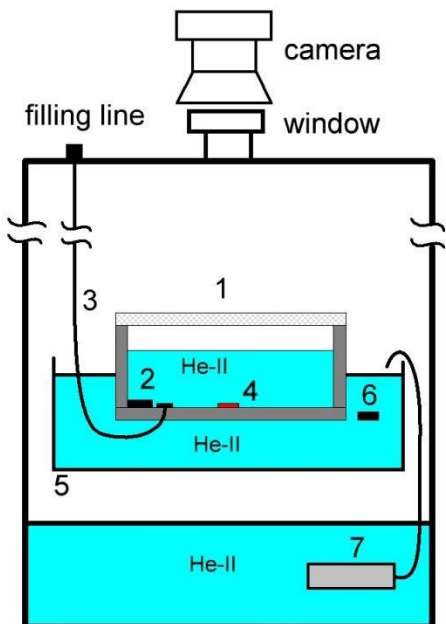


Рис. 5. Схема экспериментальной установки. 1 – экспериментальная ячейка, 2,6 – термометры, 3 – линия подачи газообразного гелия в ячейку, 4 – нагреватель, 5 – дополнительная емкость, 7 – термомеханический насос.

В цилиндрическую ячейку диаметром 124 мм по тонкому капилляру 3 запускается газообразный ${}^4\text{He}$. Высота слоя жидкости в ячейке 30 мм. Сверху рабочая ячейка герметично закрыта плексигласовой крышкой 1, толщиной 8 мм. Стенки и дно ячейки изготовлены из дюралюминия. Рабочая ячейка располагается во вспомогательной ванне 5, в которую также набран жидкий гелий, уровнем чуть ниже уровня гелия в рабочей ячейке. Давление паров гелия над вспомогательной ванной совпадает с давлением паров в гелиевой ванне криостата. Во вспомогательной ванне, а также на дне рабочей ячейки располагаются термометры 2 и 6. В эксперименте температура внутри ячейки принимает значения $2.172 \text{ K} \leq T \leq 2.178 \text{ K}$. Кинематическая вязкость гелия в

этих условиях $\nu \sim 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2/\text{с}$, температуропроводность $\chi \sim 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2/\text{с}$, коэффициент теплового расширения $\beta \sim -0,0177 \text{ К}^{-1}$.

В тонком слое под поверхностью жидкости плавают стеклянные микросферы - трассеры радиусом 60 мкм, марки A16/500 (soda-lime-borosilicate glass) плотностью ниже плотности жидкого гелия (по паспорту минимальная плотность микросфер 0.14 г/см³, максимальная - 0.18 г/см³, плотность гелия в эксперименте $\sim 0.146 \text{ г/см}^3$). Движение трассеров фиксируется на цифровую камеру Canon EOS 6D, с частотой кадров 24 кадра/сек, расположенную над прозрачной крышкой рабочей ячейки. Затем, по видео, с помощью алгоритмов PivLab, строится поле скоростей и завихренность на поверхности, по которому затем восстанавливалась зависимость энергии вихрей от волнового числа.

2.1 Генерация вихрей на поверхности He-I.

В эксперименте, после выключения откачки паров гелия над вспомогательной ванной, спустя некоторое время в покоящейся рабочей ячейке наблюдалось упорядоченное радиально-симметричное движение трассеров от краев ячейки к ее центру со средней скоростью $v \sim 2 \text{ см/с}$. Число Рейнольдса $R = vr/\nu \approx 10^5$, то есть движение жидкости под поверхностью турбулентно. Здесь важно отметить, что стеклянные трассеры с самого начала распределялись по поверхности неоднородно. Большая часть из них оказывалась локализована вблизи стенок, хотя в некоторых случаях формировался конгломерат трассеров в центре рабочей ячейки, в виде пятна, диаметром около 1,5 сантиметров. Стадии развития описанного движения показаны на кадрах ниже

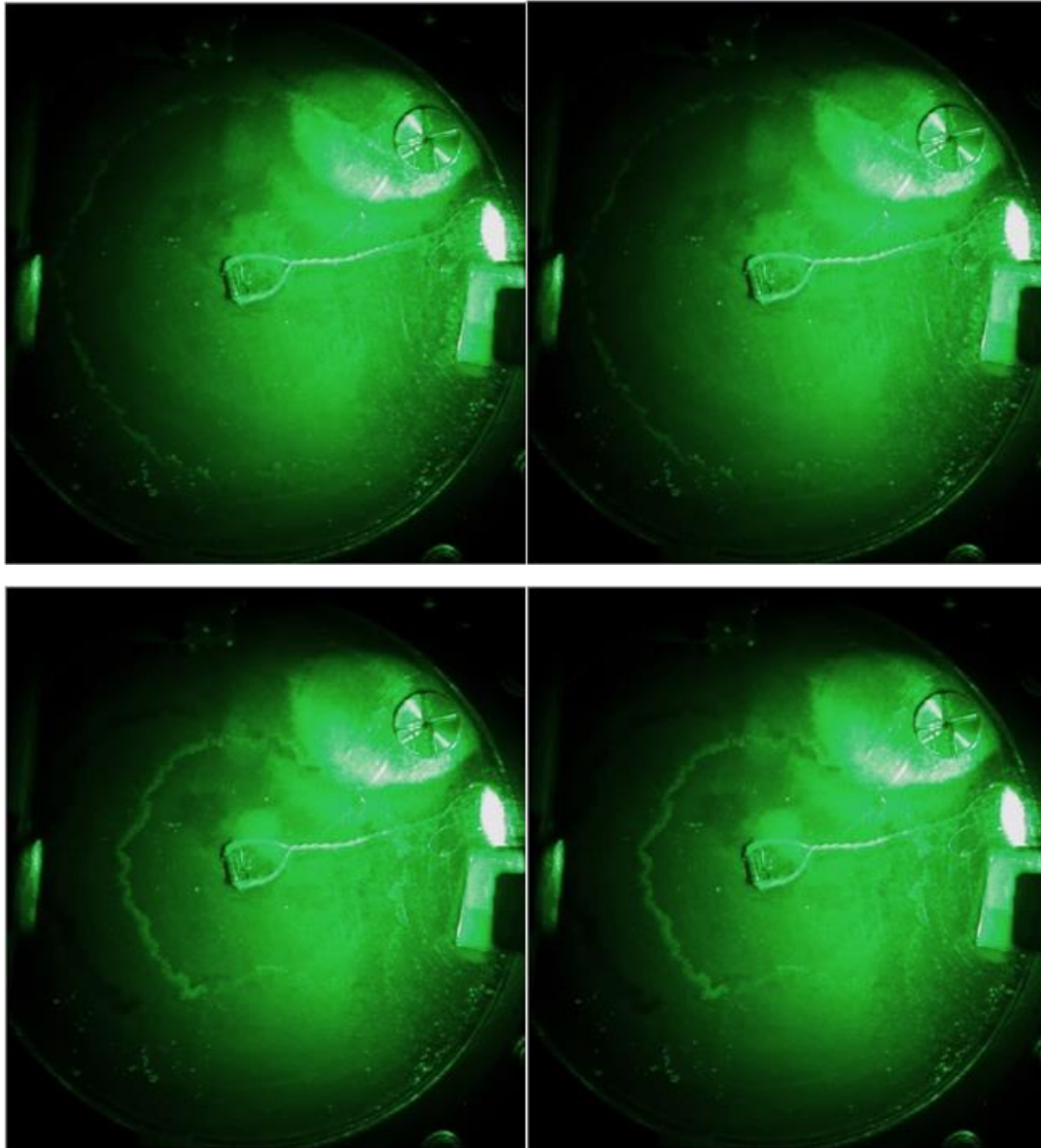


Рис.6. Движение трассеров в тонком приповерхностном слое геля, кадры 30,50,70,90

2.2 Эволюция слабо затухающей вихревой системы со временем в отсутствие конвекции в объеме

После того как трассеры достигали окрестности центра, центростремительное движение трассеров прекращалось, и на поверхности раскручивалось множество вихрей диаметром около 1,5 см. Далее, за время ~ 60 с, эти вихри объединялись между собой так, что в итоге в ячейке наблюдалось два противоположно вращающихся вихря диаметром около 6 см. Затем эти вихри затухали, однако описание процесса затухания вихрей не входит в задачи данной работы.

3. Анализ экспериментальных данных

При выключенной откачке температура в дьюаре начинает медленно расти за счет естественного теплоподвода. Принципиально, что температура в системе растет неоднородно: рабочая ячейка принимает на себя все излучение падающее от верхней капки дьюара и потому оказывается горячее вспомогательной ванны. График зависимости температуры на дне рабочей ячейки и во вспомогательной ванне приведен на рис. 7.

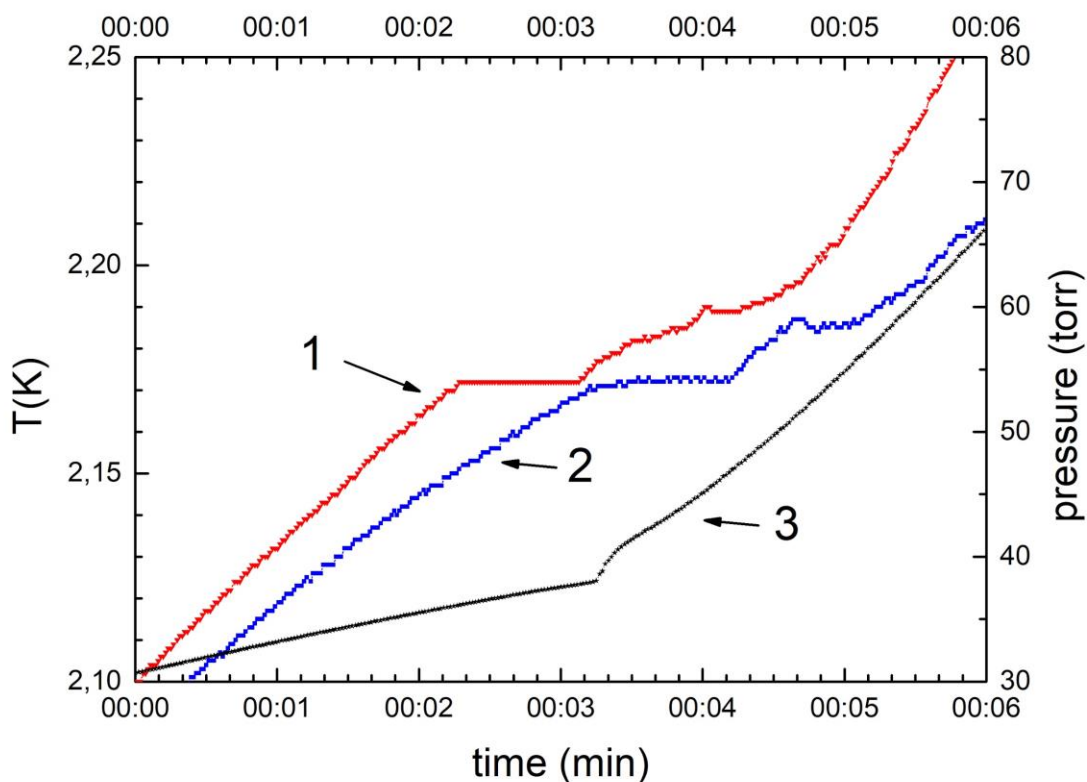


Рис.7. Показания термометров и значения давления насыщенных паров от времени. Красным - температура в рабочей ячейке. Синим - во вспомогательной ванне. Черным - давление насыщенных паров над ванной.

Из графика видно, что непосредственно перед достижением λ – точки температура гелия в ячейке (кривая 1) немного выше (~ 20 мК), чем

температура в объеме криостата, то есть сверхтекучесть в рабочей ячейке нарушается раньше, чем во вспомогательной ванне. После перехода через T_λ температура в ячейке выходит на “плато”, в течении которого и развивается конвекция. В самой рабочей ячейке верхние слои жидкого гелия оказываются перегреты относительно нижних. Аналогичная ситуация наблюдалась в эксперименте Пешкова [15]

Итак, при медленном повышении нагревания, между поверхностью и дном ячейки образуется максимальная разность температур ΔT . Плотность гелия на поверхности при этом достигает своего максимума, оказываясь выше плотности гелия у дна. Оценка числа Рэлея дает значение $\sim 10^7$, то есть в ячейке создаются условия для турбулентной конвекции Рэлея-Бенара, которая приводит к зарождению вихрей на поверхности. Как видно из рис.7, такие условия в ячейке поддерживаются в течение ~ 60 с. В это время температура в ячейке не меняется. Затем температура гелия в дополнительной емкости достигает T_λ (в это время резко начинает расти и давление в криостате, кривая 3) и температура гелия в ячейке начинает увеличиваться. В этот момент исчезают условия для существования RBC и дальше гелий в ячейке ведет себя как жидкость с обычными свойствами.

В пользу предлагаемой модели говорит эксперимент, когда гелий во вспомогательной ванне был почти полностью испарен перед выключением откачки паров. Дно и стенки ячейки в этом случае оказывались заведомо горячее жидкости, располагавшейся внутри, и наблюдавшееся движение после перехода через $T=2,178$ К было гораздо менее интенсивным.

Поле скоростей и завихренностей, а также зависимость энергии вихрей от волнового числа, полученные после обработки видео в PIV-lab приведены на рисунках

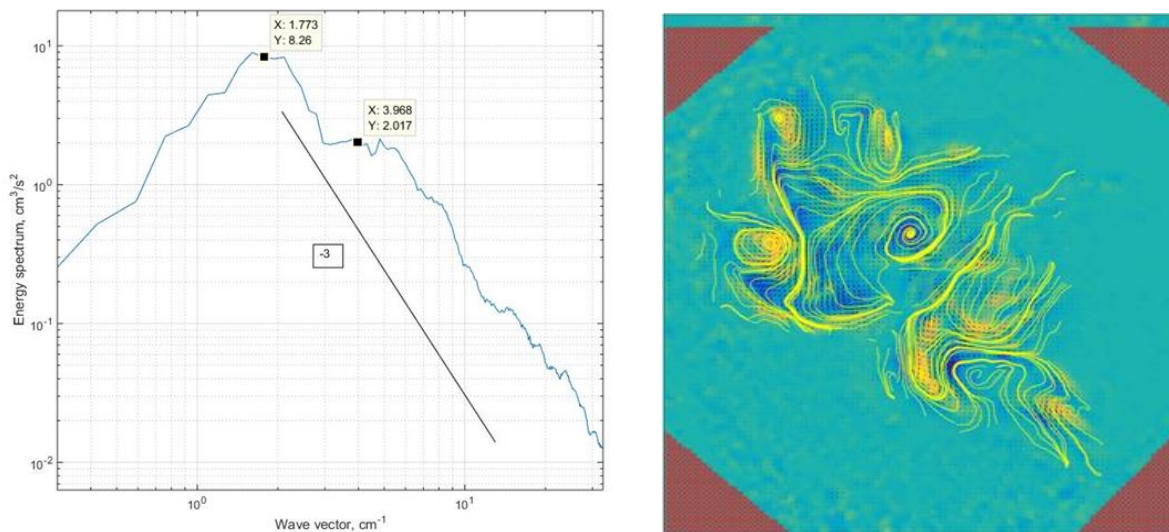


Рис.8. Энергетический спектр сразу после образования мелкомасштабных вихрей и поле завихренностей

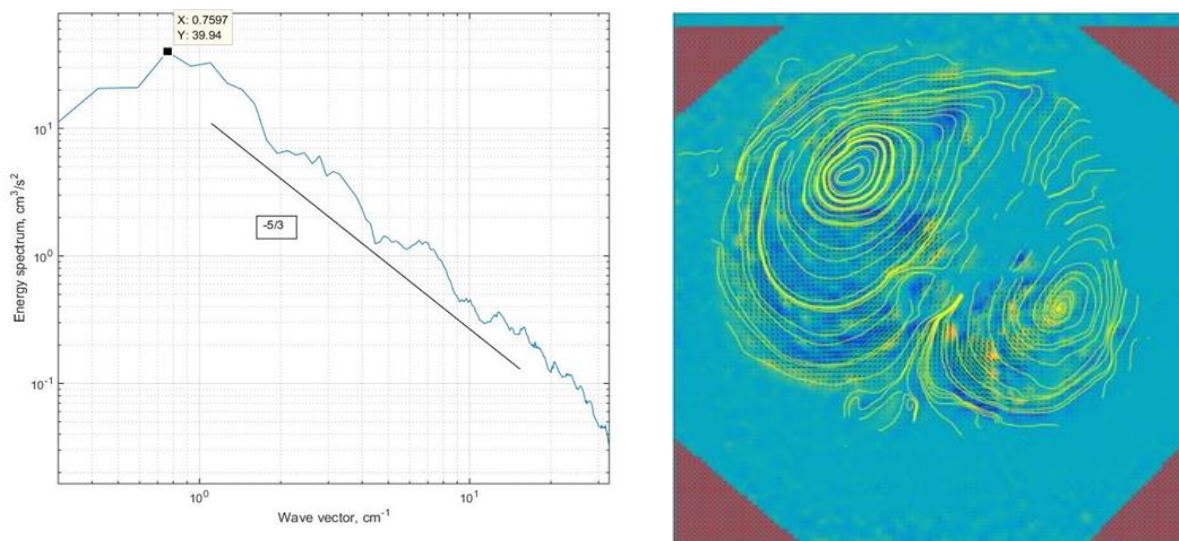


Рис. 9. Энергетический спектр спустя 63 с, образовались крупномасштабные вихри, поле завихренности

Из этих рисунков видно, что изначально сформированные мелкомасштабные вихри с течением времени слились в два крупномасштабных вихря с размерами близкими к размерам ячейки. Зависимость стационарного спектра от волнового вектора имеет вид $k^{-5/3}$ и наблюдается смещение максимума с $k_{\max} \approx 1.8$ до $k_{\max} \approx 0.759$, что по-видимому соответствует перекачке энергии движения в меньшие k в обратном каскаде. До появления больших течений, спектр имел зависимость $\sim k^{-3}$ что, предположительно отвечает переносу завихренности в меньшие масштабы.

4. Заключение

Впервые наблюдается рождение вихрей на свободной поверхности жидкого гелия при плавном повышении температуры в результате турбулентной конвекции Рэлея-Бенара. Проанализировано взаимодействие вихрей, приводящее к укрупнению характерных масштабов вихревых течений. В дальнейшем планируется подробно изучить процесс затухания вихрей.

Литература

1. А.В. Гетлинг, "Конвекция Рэлея-Бенара", УРСС (1999)
2. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теоретическая физика. Том VI. Гидродинамика (1988)
3. Russell J. Donnelly, and Carlo F. Barenghi, "The Observed Properties of Liquid Helium at the Saturated Vapor Pressure", *Journal of Physical and Chemical Reference Data* **27**, 1217 (1998)
4. R. W. Walden and Guenter Ahlers, "Non-Boussinesq and penetrative convection in a cylindrical cell", *Journal of Fluid Mechanics* (1981) 109, pp. 89-114
5. Behringer, R. P. (1985). "Rayleigh-Bénard convection and turbulence in liquid helium", *Reviews of Modern Physics*, 57(3), 657–687 December 1982, pp. 219-258
6. R. P. Behringer and Guenter Ahlers, "Heat transport and temporal evolution of fluid flow near the Rayleigh-Bénard instability in cylindrical containers", *Journal of Fluid Mechanics*, Volume 125
7. Denis Funfschilling and Guenter Ahlers, "Plume Motion and Large-Scale Circulation in a Cylindrical Rayleigh-Bénard Cell", *Phys. Rev. Lett.* 92, 194502 (2004)
8. Guenter Ahlers, Siegfried Grossmann, Detlef Lohse, "Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh-Bénard convection", *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 81, No. 2, 503-537 (2009)
9. S. V. Filatov, S. A. Aliev, A. A. Levchenko, D. A. Khramov, "Generation of vortices by gravity waves on a water surface", [JETP Letters 104, 702](#) (2017)
10. I. A. Remizov, A. A. Levchenko, L. P. Mezhov-Deglin, "Instability on the Free Surface of Superfluid He-II Induced by a Steady Heat Flow in Bulk", [J. Low Temp. Phys. 185, 324](#) (2016)

11. A. V. Orlov, M. Yu. Brazhnikov, A. A. Levchenko, "Large-Scale Coherent Vortex Formation in Two-Dimensional Turbulence", [JETP Letters 107 \(3\), 157](#) (2018)
12. S.E. Korshunov, JETP Lett. **75**, 423 (2002)
13. A. A. Levchenko, L. P. Mezhov-Deglin, A. A. Pel'menev, "Faraday waves and vortices on the surface of superfluid He II", [JETP Letters 106, 252](#) (2017)
14. A. A. Levchenko, A. A. Pel'menev, L. P. Mezhov-Deglin, "Kelvin-Helmholtz instability forced by the intensive Faraday waves on the free surface of superfluid He-II", Elsevier, Materials letters. Vol.238, p. 226-228 (2019)
15. V.P. Peshkov, A.P. Borovikov "Measurement of the the λ – Transition and density maximum of liquid ^4He ", JETP, 50, 844-852 (1965)
16. Stephan Weiss , Xiaozhou He, Guenter Ahlers, Eberhard Bodenschatz and Olga Shishkina , "Bulk temperature and heat transport in turbulent Rayleigh–Bénard convection of fluids with temperature-dependent properties". J. Fluid Mech. (2018), vol. 851, pp. 374–390
17. A. A. Pel'menev, A. A. Levchenko, L. P. Mezhov-Deglin, "Macroscopic vortices on the surface of superfluid He II", [Low Temp. Phys. 44 \(10\), 126](#) (2018)

