

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»  
Физтех-школа Фундаментальной и Прикладной Физики  
Кафедра физики твердого тела

**Направление подготовки / специальность:** 03.03.01 Прикладные математика и физика  
(бакалавриат)

**Направленность (профиль) подготовки:** Фундаментальная и прикладная физика

**ДЕМОНСТРАЦИЯ ВОЛНОВОГО СМЕШЕНИЯ  
НЕКЛАССИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ СВЕТА НА  
ОДИНОЧНОМ СВЕРХПРОВОДНИКОВОМ  
ИСКУССТВЕННОМ АТОМЕ**

(бакалаврская работа)

**Студент:**

Васенин Андрей Владимирович

---

*(подпись студента)*

**Научный руководитель:**

Астафьев Олег Владимирович,  
канд. физ.-мат. наук

---

*(подпись научного руководителя)*

**Консультант (при наличии):**

---

*(подпись консультанта)*

Москва 2019

## Реферат

Мотивация моего исследования:

— Экспериментально исследовать квантовое волновое смешение импульсного когерентного сигнала с квантовым от однофотонного источника, а также эффекты вынужденной эмиссии под действием одиночного фотона.

Цели бакалаврской дипломной работы:

— спроектировать образец для измерений квантового волнового смешения;

— разработать экспериментальную схему;

— отработать методику импульсных измерений с использованием оцифровщика Spectrum M4x.2212.

В результате работы были получены следующие результаты:

— разработана концепция эксперимента по изучению волнового смешения классических и квантовых состояний света;

— разработана схема образца;

— рассчитаны необходимые параметры всех элементов схемы;

— разработана программа, генерирующая конечную топологию образца для дальнейшей фабрикации в чистой комнате;

— разработан программный код для автоматизации высокоскоростных импульсных измерений по триггеру с помощью оцифровщика и IQ-миксеров.

## Содержание

1 Введение .....	4
2 Экспериментальная установка .....	11
3 Методы измерений .....	23
4 Заключение .....	28
Список литературы .....	29
Приложение А Расчёт шунтирующей ёмкости .....	31
Приложение Б Зависимость $\Gamma_1$ от расстояния до линии передач для смешивающего кубита .....	34

## 1 Введение

Волновое смешение является одним из хорошо изученных явлений классической нелинейной оптики. Однако с точки зрения квантовой оптики смешение когерентных сигналов на одиночных атомах практически не изучено, хотя представляет особый интерес. Для наблюдения этого эффекта необходимо достичь режима сильной связи между атомом и распространяющимся светом. Кроме того, смешение сложно наблюдать на одиночных естественных атомах ввиду трудностей с определением направления рассеяния фотонов атомом. Однако данный эффект весьма легко обнаружить на сверхпроводниковых кубитах в области микроволновой квантовой оптики, где он проявляет множество интересных особенностей.

### 1.1 Сверхпроводниковый искусственный атом

Сверхпроводниковый искусственный атом представляет из себя квантовую систему с дискретными уровнями и выраженным ангармонизмом. В качестве такой квантовой системы в нашем эксперименте используется сверхпроводниковый кубит, носящий название трансмон (Koch и др. 2007). Такой кубит сегодня находит очень широкое применение в сверхпроводниковых процессорах. Его эквивалентная схема изображена на рисунке 1.1 и состоит из конденсатора и дс-сквида. Отличительная черта трансмона от других видов кубитов — это большое отношение его джозефсоновской энергии  $E_J = \frac{\Phi I_c}{2\pi}$  к зарядовой  $E_C = \frac{e^2}{2C}$  (в нашем случае  $E_C/E_J \approx 57$ ), достаточное чтобы система слабо зависела от наведённого на конденсатор заряда  $n_g$ , но сохраняла заметный ангармонизм.  $\downarrow$

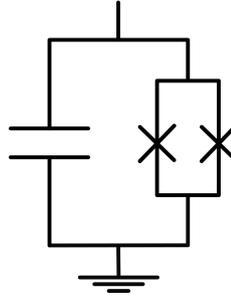


Рисунок 1.1 — Эквивалентная схема трансмона

Гамильтониан трансмона (1.1) может быть записан в потоковом  $\hat{\phi} = 2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}$  и зарядовом  $\hat{n} = \frac{\hat{q}}{2e} = -i \frac{\partial}{\partial \varphi}$  операторах.

$$\hat{H} = 4E_C(\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos \hat{\phi} \quad (1.1)$$

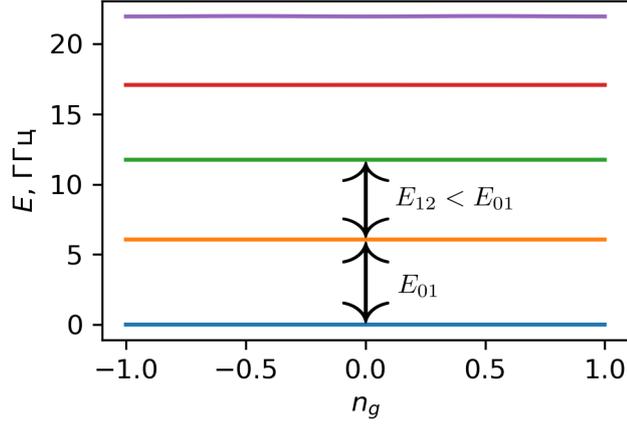


Рисунок 1.2 — Уровни энергии трансмона в зависимости от внешнего заряда на обкладках конденсатора

В следствие ангармонизма такой квантовой системы можно оставить все остальные уровни и рассмотреть только нижние два с расстоянием по энергии  $E_{01}$ . Тогда в новом физическом базисе гамильтониан трансмона можно будет записать в виде (1.2).

$$\hat{H} = -\frac{\hbar\omega_{01}}{2}\hat{\sigma}_z \quad (1.2)$$

## 1.2 Частота релаксации кубита $\Gamma_1$ под действием квантового шума в передающей линии

Пусть на искусственный атом действует источник шума с амплитудой  $f(t)$ , который может вызвать переходы воздействуя на атом слабым возмущением

$$\hat{V} = Af(t)\sigma_x, \quad (1.3)$$

где  $A$  — константа связи.

Тогда для стационарного шума, т. е. такого, у которого функция корреляции не зависит от момента времени, и имеющего малое время автокорреляции, в первом порядке теории возмущений найдём вероятности перехода атома из возбуждённого в основное в единицу времени и наоборот (Schoelkopf и др. 2003)

$$\Gamma_{\downarrow} = \left(\frac{A}{\hbar}\right)^2 S_f(+\omega_{01}), \quad (1.4)$$

$$\Gamma_{\uparrow} = \left(\frac{A}{\hbar}\right)^2 S_f(-\omega_{01}), \quad (1.5)$$

где  $S_f(\omega)$  — спектральная плотность шума, определяемая формулой

$$S_f(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau e^{i\omega\tau} \langle f(\tau)f(0) \rangle. \quad (1.6)$$

Полная вероятность переходов в единицу времени находится по формуле

$$\Gamma_1 = \Gamma_{\downarrow} + \Gamma_{\uparrow} = \left(\frac{A}{\hbar}\right)^2 [S_f(+\omega_{01}) + S_f(-\omega_{01})]. \quad (1.7)$$

Для квантового шума от сопротивления полубесконечной передающей линии получим

$$\Gamma_1 = \left(\frac{A}{\hbar}\right)^2 2R_0 \hbar \omega \operatorname{cth} \frac{\hbar \omega}{2k_B T}. \quad (1.8)$$

### 1.3 Волновое смещение

Связь между поляризацией  $P$  и полем  $E$ :

$$P = \chi^{(1)}E + \chi^{(3)}E^3 + \chi^{(5)}E^5 + \dots \quad (1.9)$$

Здесь  $\chi^{(1)}$  совпадает с линейной восприимчивостью, а величины  $\chi^{(3)}$ ,  $\chi^{(5)}$  и т. д. являются компонентами нелинейной восприимчивости. Последовательные компоненты нелинейной восприимчивости уменьшаются в соответствии с приближённым правилом

$$\frac{\chi^{(n+2)}}{\chi^{(n)}} \approx E_0^{-2}, \quad (1.10)$$

где электрическое поле  $E_0$  является характерным для нелинейной среды и обычно имеет порядок  $10^{11}$  В/м.

Относительно линейного члена всё очевидно: поле  $E$  с частотой  $\omega$  создаёт осциллирующую поляризацию на частоте  $\omega$ , величина поляризации определяется восприимчивостью  $\chi^{(1)}(\omega)$ . Если поле  $E$  содержит компоненты с различными частотами, то их вклад в поляризацию аддитивен. Поведение нелинейных членов более сложно. Рассмотрим нелинейный член третьего порядка. В случае поглощения двух фотонов из двух различных световых пучков полное поле  $E$  представляет сумму полей  $E_1 + E_2$  с

частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Из линейного члена и члена третьего порядка получим

$$P = \chi^{(1)}(E_1 + E_2) + \chi^{(3)}(E_1 + E_2)^3 \quad (1.11)$$

$$E(t) = E_1(e^{-i\omega_1 t} + e^{i\omega_1 t}) + E_2(e^{-i\omega_2 t} + e^{i\omega_2 t}) \quad (1.12)$$

$$\begin{aligned} P(t) = & [\chi^{(1)}E_1 + 3\chi^{(3)}(E_1^3 + E_1E_2^2)](e^{-i\omega_1 t} + e^{i\omega_1 t}) + \\ & + [\chi^{(1)}E_2 + 3\chi^{(3)}(E_2^3 + E_1^2E_2)](e^{-i\omega_2 t} + e^{i\omega_2 t}) + \\ & + 3\chi^{(3)}E_1^2E_2(e^{-i(2\omega_1-\omega_2)t} + e^{i(2\omega_1-\omega_2)t}) + \\ & + 3\chi^{(3)}E_1E_2^2(e^{-i(2\omega_2-\omega_1)t} + e^{i(2\omega_2-\omega_1)t}) + \\ & + 3\chi^{(3)}E_1^2E_2(e^{-i(2\omega_1+\omega_2)t} + e^{i(2\omega_1+\omega_2)t}) + \\ & + 3\chi^{(3)}E_1E_2^2(e^{-i(2\omega_2+\omega_1)t} + e^{i(2\omega_2+\omega_1)t}) + \\ & + 3\chi^{(3)}E_1^3(e^{-3i\omega_1 t} + e^{3i\omega_1 t}) + 3\chi^{(3)}E_2^3(e^{-3i\omega_2 t} + e^{3i\omega_2 t}) \quad (1.13) \end{aligned}$$

Таким образом, при смешении получается 8 частотных компонент.

#### 1.4 Смешение когерентных импульсов на искусственном атоме

Когерентная волна в фоковском базисе представляется в виде

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \left( |0\rangle + \alpha|1\rangle + \frac{\alpha^2}{\sqrt{2!}}|2\rangle + \frac{\alpha^3}{\sqrt{3!}}|3\rangle + \dots \right) \quad (1.14)$$

и состоит из бесконечного числа фотонных состояний.

В статье (Dmitriev и др. 2017) рассматривается и экспериментально демонстрируется упругое рассеяние двух волн с частотами  $\omega_- = \omega_0 - \delta\omega$ ,  $\omega_+ = \omega_0 + \delta\omega$ , где  $\delta\omega$  — малая отстройка по частоте от энергии двухуровневого атома  $\hbar\omega_0$ . Рассеяние, происходящее на одиночном искусственном атоме, позволяет разрешить мгновенные многофотонные взаимодействия и статистику таких процессов. Опираясь на конечные фотонные состояния, гамильтониан системы удобно записать в операторах входного и выходного электромагнитных полей

$$H = i\hbar g \left( b_-^+ a_- - b_-^- a_-^\dagger + b_+^+ a_+ - b_+^- a_+^\dagger \right), \quad (1.15)$$

где  $a_\pm^\dagger$  ( $a_\pm$ ) — операторы создания (уничтожения) фотонных состояний  $|N\rangle_\pm$  ( $N$  — целое число),  $b_\pm^+$  и  $b_\pm^-$  — операторы создания и уничтожения рассеянных одиночных фотонов с частотами  $\omega_\pm$ ,  $g$  — константа связи атома с полем.

Операторы  $b_{\pm}^{\dagger}$  и  $b_{\pm}$  также описывают возбуждение и релаксацию атома с учётом замены  $b_{\pm}^{\dagger} \leftrightarrow e^{\mp i\delta\omega t}|e\rangle\langle g|$  и  $b_{\pm} \leftrightarrow e^{\pm i\delta\omega t}|g\rangle\langle e|$ . Вращение фазы влияет на сдвиг по частоте  $\omega_{\pm} = \omega_0 \pm \delta\omega$ , или в более общем случае для  $b_m^{\pm}$  изменяемая фаза  $m\delta\omega t$  приводит к сдвигу по частоте  $\omega_m = \omega_0 + m\delta\omega$ .

Эволюция системы на временном интервале  $[t, t']$  ( $t' = t + \Delta t$ ,  $\delta\omega\Delta t \ll 1$ ), описываемая оператором  $U(t', t) = \exp(-iH\Delta t/\hbar)$ , может быть разложена в ряд по операторам  $a_{\pm}^{\dagger}b_{\pm}$  и  $a_{\pm}b_{\pm}^{\dagger}$  — последовательные поглощение и испускание фотона. Оператор  $b$  описывает состояния атома, и поэтому он удовлетворяет следующим тождествам:  $b_p^-b_m^+ = |0\rangle_{m-p}\langle 0|$ ,  $b_j^{\pm}b_p^{\mp}b_m^{\pm} = b_{j-p+m}^{\pm}$ ,  $b_p^{\pm}b_m^{\pm} = 0$ . Возбуждённый атом, в итоге релаксируя, производит состояния суперпозиции фотон-вакуум  $|\beta\rangle_m = |\cos\frac{\theta}{2}\rangle(|0\rangle_m + \beta|1\rangle_m)$  частоты  $\omega_m = \omega_0 + m\delta\omega$ . Повторяя эволюцию много раз и усредняя излучение на временном интервале  $t \gg \delta\omega^{-1}$ , наблюдаются узкие линии в спектре излучения как на рисунке 1.3.

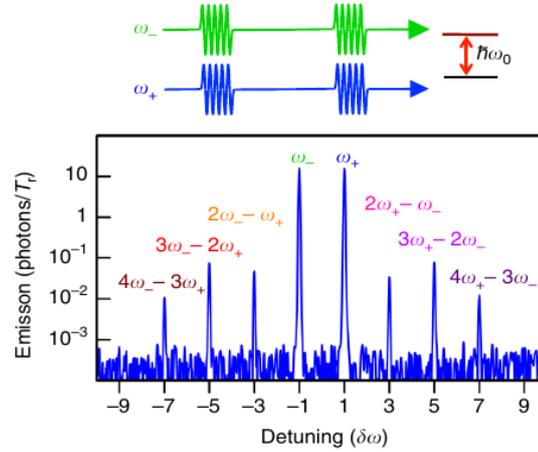


Рисунок 1.3 — Смещение когерентных импульсов на искусственном атоме

В общем случае, атом в состоянии суперпозиции генерирует когерентные электромагнитные волны амплитуды

$$V_m = -\frac{\hbar\Gamma_1}{\mu}\langle b_m^{\dagger} \rangle \quad (1.16)$$

с частотой  $\omega_1$ , где  $\Gamma_1$  — частота релаксации атома, а  $\mu$  — атомный дипольный момент (Astafiev и др. 2010; Abdumalikov и др. 2011).

Как было продемонстрировано в статье (Dmitriev и др. 2018), спектральные компоненты волнового смещения раскрывают статистику фотонов в облучающих волнах. В режиме сильной связи слабого драйва (раби-частоты  $\Omega_{\pm} \ll \Gamma_1$ ) число рассеянных фотонов в  $2p + 1$  моде в одном направлении описывается уравнением

$$\langle N \rangle_{2p+1} \approx \langle N_- \rangle^p \langle N_+ \rangle^{p+1}, \quad (1.17)$$

где  $\langle N_k \rangle = \Omega_k^2 / \Gamma_1 \Gamma_2$  — среднее число фотонов в моде  $\omega_k$  на характерном временном интервале  $\tau = \Gamma_2^{-1}$ .

### 1.5 Смещение когерентного импульса и квантового состояния

Также в статье (Dmitriev и др. 2017) демонстрируется ещё один интересный результат: создание задержки между импульсами нарушает симметрию спектра волнового смешения. На рисунке 1.4 иллюстрируется такой процесс. Импульс с частотой  $\omega_+$  следует за импульсом с частотой  $\omega_-$ . Примечательно, что спектр содержит только одну побочную компоненту  $2\omega_+ - \omega_-$ . Изменение порядка последовательности импульсов приводит, наоборот, с единственной побочной компоненте  $2\omega_- - \omega_+$ .

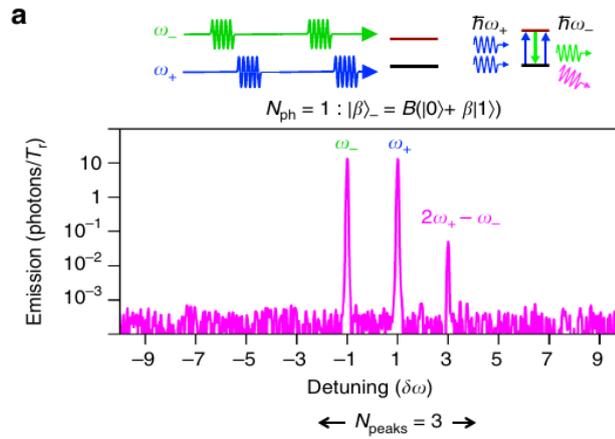


Рисунок 1.4 — Смещение когерентного импульса и квантового состояния

Качественное объяснение этого явления состоит в том, что первый импульс готовится на атоме состояние суперпозиции фотон-вакуум  $|\beta\rangle_-$ , содержащее не больше одного фотона. Поэтому разрешена только одна положительная побочная компонента  $2\omega_+ - \omega_-$  вследствие излучения фотона  $\omega_-$ , соответствующая набору операторов  $a_+ a_-^\dagger a_+$ .

Что более важно, чем асимметрия спектра волнового смешения, так это присутствие в нём всего трёх компонент без какого либо видимого присутствия остальных. Это демонстрирует другое замечательно свойство такого эксперимента — он способен различить фотонные состояния на когерентные и состояния суперпозиции с конечным числом фотонов.

### 1.6 Описание идеи эксперимента

На рисунке 1.5 изображена упрощённая схема эксперимента. Атом справа облучается когерентным импульсом  $|\alpha\rangle$  и фотоном, испущенным другим атомом слева. Рассеянные правым атомом фотоны детектируются и измеряются. Левый атом называ-

ется однофотонным источником, он излучает фотоны в результате стимулированной эмиссии под действием импульса когерентного излучения. В зависимости от длительности или амплитуды этого импульса можно получать разные состояния суперпозиции вакуума и одиночного фотона  $\cos \frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2}|1\rangle$ . Таким образом, меняя такие параметры как: состояние однофотонного сигнала, задержка по времени между фотоном и импульсом, амплитуда импульса можно исследовать квантовое волновое смешение на искусственном атоме когерентных импульсов с фотонами от однофотонного источника. Кроме того, в такой схеме можно посмотреть стимулированную эмиссию атома под действием одиночного фотона.

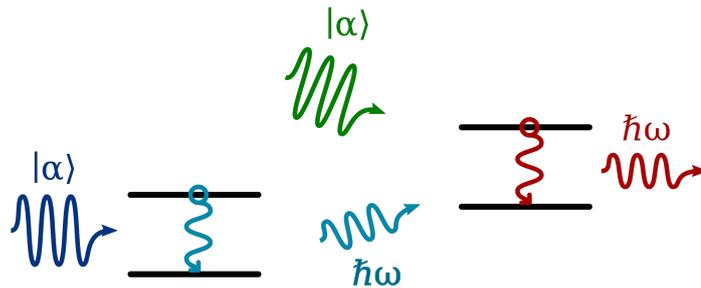


Рисунок 1.5 — Волновое смешение когерентного и квантового состояния на искусственном атоме

## 2 Экспериментальная установка

### 2.1 Общая схема

Схема эксперимента, не учитывающая подробно все аттенюаторы и усилители в криостате, приведена на рисунке 2.1. Для формирования когерентных импульсов используется схема из СВЧ-генератора и IQ-миксера, управляемого генератором произвольных форм сигналов. Импульсы подаются как на сам смешивающий атом, так и на однофотонный источник для управления им. Однофотонный источник и смешивающий атом разделены циркулятором, который ограничивает распространение рассеянных фотонов обратно к источнику. Измерительная схема позволяет измерять как рассеянные, так и прошедшие через смешивающий атом сигналы. Для измерения используются два метода. Первый метод — это измерение амплитуды и фазы прошедшего синуса оцифровщиком с демодуляцией сигнала IQ-миксером. Второй метод — использование спектрального анализатора.

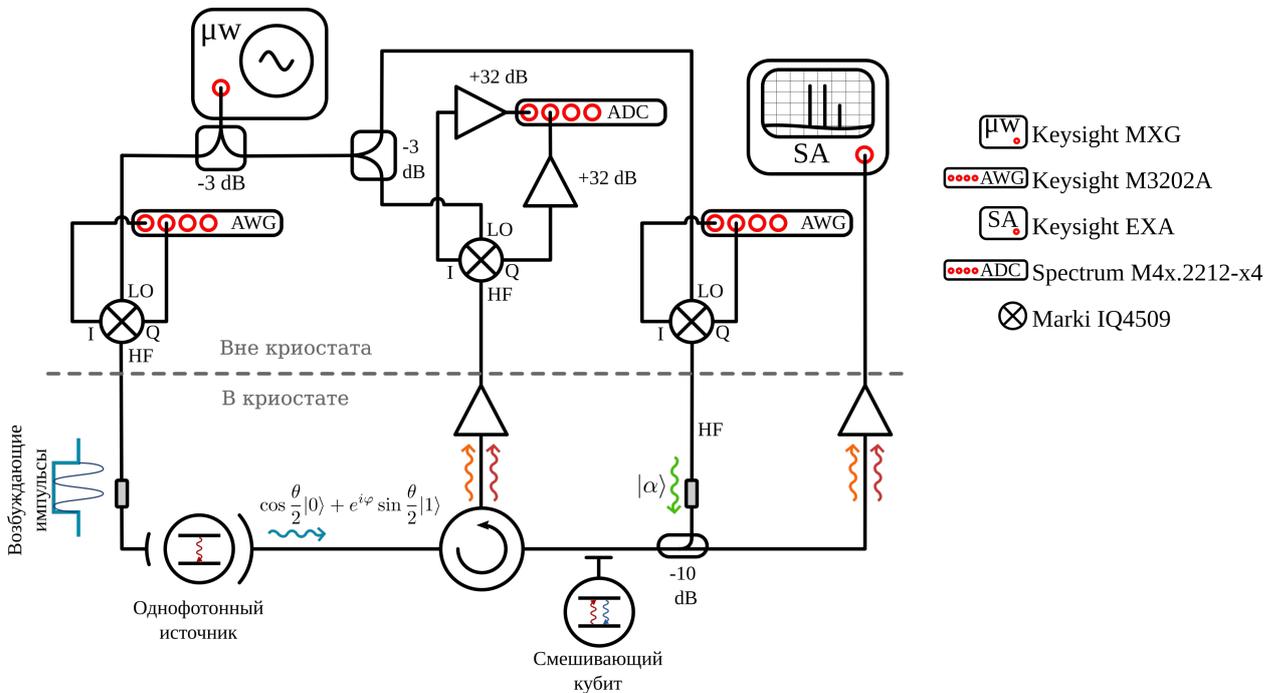


Рисунок 2.1 — Схема эксперимента

Топология измерительной схемы на чипе приведена на рисунке 2.2. Копланарные волноводы соединяют контактные площадки по краям чипа с элементами схемы. Помимо участвующих непосредственно в эксперименте однофотонного источника и смешивающего атома, на чипе также присутствуют тестовые структуры с джозефсоновскими переходами, метки для литографии, тестовые кубиты, связанные с резонаторами.

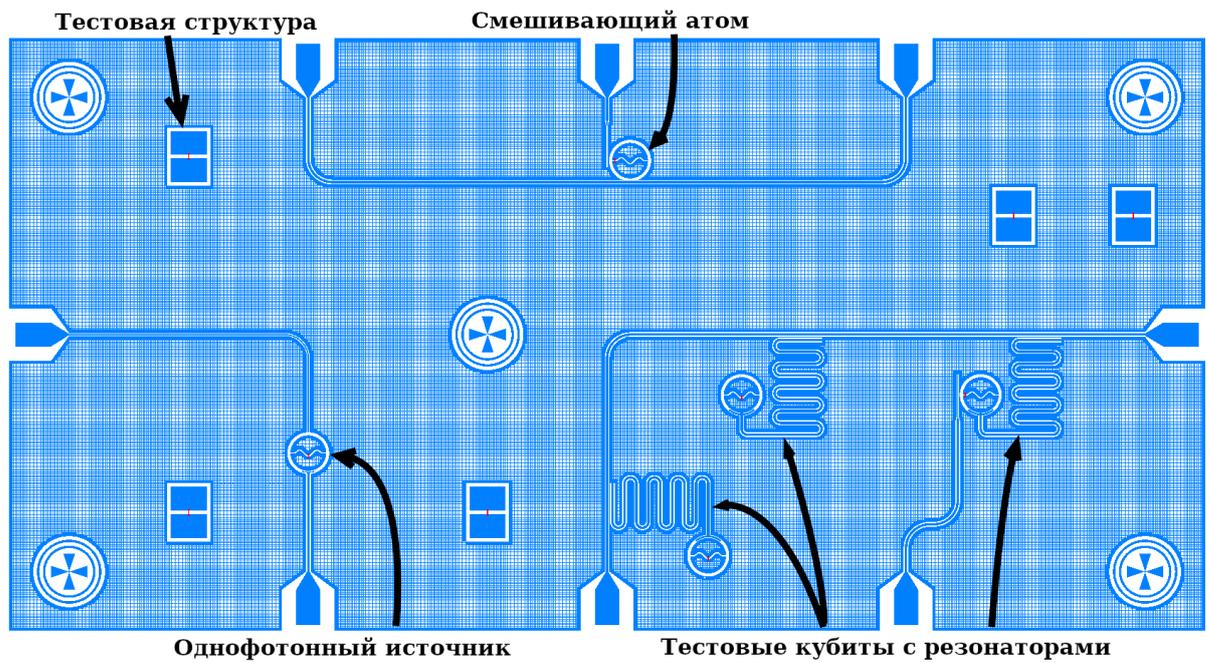


Рисунок 2.2 — Топология чипа

## 2.2 Однофотонный источник

Однофотонный источник (Peng и др. 2016) представляет из себя искусственный сверхпроводниковый атом, связанный через ёмкости с двумя передающими линиями, реализованными в виде копланарных волноводов с импедансом  $Z = 50$  Ом (см. рисунок 2.3). Атом возбуждается через слабо связанную контрольную линию и излучает фотон в сильно связанную излучательную линию. Асимметричная связь с подходящими к атому линиями передачи как раз определяет преимущественное направление излучения фотона атомом. Так для используемого на чипе однофотонного источника вероятность излучения фотона в излучательную линию  $\Gamma_1^{(e.l.)}$  в 55 раз больше вероятности излучения в контрольную линию  $\Gamma_1^{(c.l.)}$ .

$$\frac{\Gamma_1^{(e.l.)}}{\Gamma_1^{(c.l.)}} \approx 55 \quad (2.1)$$

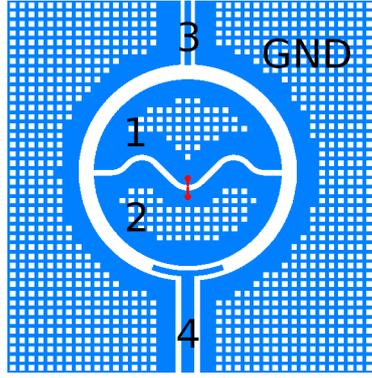


Рисунок 2.3 — Однофотонный источник. Обозначения: 1, 2 — обкладки шунтирующего конденсатора, 3 — контрольная линия (control line), 4 — излучательная линия (emission line), GND — слева и справа заземлённый массивный проводник

С помощью эквивалентных преобразований (см. приложения) можно получить эквивалентную шунтирующую ёмкость трансмона

$$C_{sh} = C_{\text{SQUID}} + C_{12} + \frac{C_{13}C_{23}}{C_{13} + C_{23} + C_{35} + C_{c.l.}} + \frac{C_{14}C_{24}}{C_{14} + C_{24} + C_{45} + C_{e.l.}} +$$

$$+ \frac{1}{\frac{C_{23}(C_{35}+C_{c.l.})}{C_{13}+C_{23}+C_{35}+C_{c.l.}} + \frac{C_{24}(C_{45}+C_{e.l.})}{C_{14}+C_{24}+C_{45}+C_{e.l.}} + C_{25}} + \frac{1}{\frac{C_{13}(C_{35}+C_{c.l.})}{C_{13}+C_{23}+C_{35}+C_{c.l.}} + \frac{C_{14}(C_{45}+C_{e.l.})}{C_{14}+C_{24}+C_{45}+C_{e.l.}} + C_{15}} \quad (2.2)$$

Здесь  $C_{\text{SQUID}}$  — ёмкость джозефсоновских переходов сквида,  $C_{ij}$  — ёмкость между проводниками  $i$  и  $j$  (нумерация проводников как на рисунке 2.3, цифрой 5 обозначен массивный заземлённый проводник GND),  $C_{c.l.} = C_{e.l.} = \frac{1}{i\omega Z}$  — эффективные ёмкости контрольной и излучательной линий, где  $Z = 50$  Ом — импеданс передающих линий.

Рассмотрим гамильтониан трансмона, используемого в однофотонном источнике:

$$\hat{H} = 4E_C(\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos \hat{\varphi} = \frac{C_{sh}}{2} \left( \frac{\hbar}{2e} \dot{\hat{\varphi}} - V_g \right)^2 - E_J \cos \hat{\varphi} \quad (2.3)$$

Здесь  $E_C = e^2/(2C_{sh})$  — зарядовая энергия трансмона,  $2e\hat{n} = \hat{q} = C_{sh} \frac{\hbar}{2e} \dot{\hat{\varphi}}$  — оператора заряда. Перепишем гамильтониан с заменой на оператор  $\hat{q}$ .

$$\hat{H} = \frac{C_{sh}}{2} \left( \frac{\hat{q}}{C_{sh}} - V_g \right)^2 - E_J \cos \hat{\varphi} = \frac{\hat{q}^2}{2C_{sh}} - \hat{q}V_g + \frac{C_{sh}V_g^2}{2} - E_J \cos \hat{\varphi} \quad (2.4)$$

Таким образом, получаем гамильтониан взаимодействия кубита с внешними потенциалами

$$\hat{V} = -\hat{q}V_g = -\hat{q}(\kappa_{c.l.}V_{c.l.} + \kappa_{e.l.}V_{e.l.}) \quad (2.5)$$

где введены обозначения для констант связи

$$\kappa_{c.l.} = \frac{(C_1 - C_{12})C_{23} - (C_2 - C_{12})C_{13}}{C_1 C_2 - C_{12}^2} \quad (2.6)$$

$$\kappa_{e.l.} = \frac{(C_1 - C_{12})C_{24} - (C_2 - C_{12})C_{14}}{C_1 C_2 - C_{12}^2} \quad (2.7)$$

$$C_1 = C_{12} + C_{13} + C_{14} + C_{15} \quad (2.8)$$

$$C_2 = C_{12} + C_{23} + C_{24} + C_{25} \quad (2.9)$$

В кубитном базисе

$$\begin{aligned} \hat{V} &= (|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|) \hat{V} (|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|) = \\ &= -(\langle 0|\hat{q}|1\rangle|0\rangle\langle 1| + \langle 1|\hat{q}|0\rangle|1\rangle\langle 0|) (\kappa_{c.l.} V_{c.l.} + \kappa_{e.l.} V_{e.l.}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Было учтено, что  $\langle 0|\hat{V}|0\rangle = \langle 1|\hat{V}|1\rangle = 0$  для дипольного взаимодействия. Так как всегда можно повернуть кубитный базис так, чтобы  $\langle 1|\hat{q}|0\rangle = \langle 0|\hat{q}|1\rangle$  было действительным числом, то получаем окончательный гамильтониан взаимодействия

$$\hat{V} = -\langle 0|\hat{q}|1\rangle (\kappa_{c.l.} V_{c.l.} + \kappa_{e.l.} V_{e.l.}) \hat{\sigma}_x \quad (2.11)$$

Частота релаксации  $\Gamma_1$  вследствие квантового шума в линиях передач

$$\Gamma_1 = \Gamma_\downarrow + \Gamma_\uparrow = \left(\frac{A}{\hbar}\right)^2 [S_V(-\omega_{01}) + S_V(\omega_{01})] = \left(\frac{A}{\hbar}\right)^2 2R\hbar\omega_{01} \coth \frac{\hbar\omega_{01}}{2kT} \quad (2.12)$$

Для параметров нашей задачи  $\nu \sim 5$  ГГц,  $T \sim 20$  мК получаем  $\frac{\hbar\nu}{kT} \approx 15$  и  $\coth \frac{\hbar\nu}{kT} \approx 1$ , поэтому

$$\Gamma_1 = \left(\frac{A}{\hbar}\right)^2 2R\hbar\omega_{01} \quad (2.13)$$

Подставляя выражения для обобщённых восприимчивостей из формулы (2.11), в итоге, получаем суммарную частоту релаксации кубита в обе линии передачи

$$\Gamma_1 = 2R\hbar\omega_{01} \frac{|\langle 0|\hat{q}|1\rangle|^2}{\hbar^2} (\kappa_{c.l.}^2 + \kappa_{e.l.}^2) = 2R\hbar\omega_{01} \frac{4e^2 |\langle 0|\hat{n}|1\rangle|^2}{\hbar^2} (\kappa_{c.l.}^2 + \kappa_{e.l.}^2) \quad (2.14)$$

В таблице 2.1 приведена рассчитанная матрица ёмкостей для однофотонного источника, используемого на чипе для нашего эксперимента. Рассчитанные параметры источника указаны в таблице 2.2.

Таблица 2.1 — Матрица ёмкостей для однофотонного источника. Ёмкости в таблице указаны в фемтофарадах. Обозначения проводников соответствуют нумерации на рисунке 2.3.

	GND	PIN1	PIN2	PIN3	PIN4
GND	631.837500	-56.323800	-54.423930	-317.381625	-203.719350
PIN1	-56.323800	92.802300	-34.923495	-1.218917	-0.337812
PIN2	-54.423930	-34.923495	98.884125	-0.129673	-9.404107
PIN3	-317.381625	-1.218917	-0.129673	318.738675	-0.012448
PIN4	-203.719350	-0.337812	-9.404107	-0.012448	213.473925

Таблица 2.2 — Рассчитанные параметры однофотонного источника.

$C_{sh}$ , фФ	$E_c$ , ГГц	$E_{01}$ , ГГц	$E_{01} - E_{12}$ , МГц	$\kappa_{c.l.}^2 + \kappa_{e.l.}^2$
64.297606	0.297000	6.083309	342.608449	0.004394
$\Gamma_1/2\pi$ , МГц	$\Gamma_1^{(c.l.)}/2\pi$ , МГц	$\Gamma_1^{(e.l.)}/2\pi$ , МГц	$T_1$ , нс	
3.283195	0.05863	3.22717	48.475623	

Геометрия однофотонного источника обеспечивает более слабое прохождение сигнала из контрольной в излучательную линию по сравнению с напряжением на островах 1 и 2.

$$V_{e.l.} \approx \frac{(C_{12}C_{13} + C_1C_{23})C_{24}}{C_4(C_1C_2 - C_{12}^2)} V_{c.l.} \sim 10^{-4} V_{c.l.} \quad (2.15)$$

$$V_{12} \approx \frac{C_{13}(C_2 - C_{12}) - C_{23}(C_1 - C_{12})}{C_1C_2 - C_{12}^2} V_{c.l.} \sim 10^{-2} V_{c.l.} \quad (2.16)$$

### 2.3 Смешивающий искусственный атом

Смешивающий искусственный атом располагается возле передающей линии. Топология смешивающего атома на чипе изображена на рисунке 2.4. Частота релаксации атома в линию совпадает с частотой релаксации  $\Gamma_1$  однофотонного источника. Этим обеспечивается равенство уширения по энергии фотона, испущенного источником, и уширения поглощающей частоты атома. Для создания магнитного потока через контур сквида, независимого от магнитного поля общей антенны, слева подводится потоковая линия, которая замыкается на землю. dc-SQUID располагается как можно ближе к краю конденсатора, чтобы увеличить магнитный поток пронизывающий его контур.

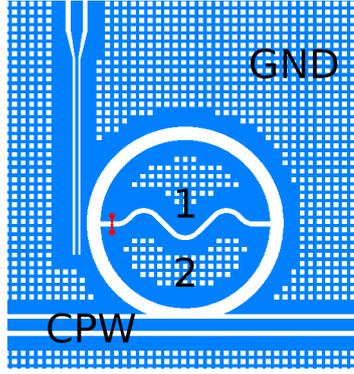


Рисунок 2.4 — Смешивающий искусственный атом. Обозначения: 1, 2 — обкладки шунтирующего конденсатора, CPW — центральная жила копланарного волновода, GND — заземлённый массивный проводник. Слева проведена антенна.

С помощью эквивалентных преобразований (см. приложения) можно получить эквивалентную шунтирующую ёмкость трансмона

$$C_{sh} = C_{12} + \frac{C_{1c}C_{2c}}{C_{1c} + C_{2c}} + \frac{C_{1g}C_{2g}}{C_{1g} + C_{2g}} \quad (2.17)$$

Введём обозначения

$$C_1 = C_{12} + C_{1c} + C_{1g} \quad (2.18)$$

$$C_2 = C_{12} + C_{2c} + C_{2g} \quad (2.19)$$

Константа связи по напряжению между трансмоном и передающей линией

$$\kappa = \frac{\phi_2 - \phi_1}{V_c} = \frac{C_1C_{2c} - C_2C_{1c} + C_{12}(C_{1c} - C_{2c})}{C_1C_2 - C_{12}^2} = \frac{C_{1g}C_{2c} - C_{2g}C_{1c}}{C_1C_2 - C_{12}^2} \quad (2.20)$$

Частота релаксации в передающую линию

$$\Gamma_1 = 2R\hbar\omega_{01} \frac{4e^2 |\langle 0|\hat{n}|1\rangle|^2}{\hbar^2} \kappa^2 \quad (2.21)$$

В таблице 2.3 приведена рассчитанная матрица ёмкостей для смешивающего кубита, используемого на чипе для нашего эксперимента. Рассчитанные параметры смешивающего кубита указаны в таблице 2.4.

Таблица 2.3 — Матрица ёмкостей для смешивающего искусственного атома. Ёмкости в таблице указаны в фемтофарадах. Обозначения проводников соответствуют нумерации на рисунке 2.4.

	CPW	GND	PIN1	PIN2
CPW	348.525300	-338.098425	-0.824315	-9.601440
GND	-338.098425	447.098175	-57.685830	-51.314542
PIN1	-0.824315	-57.685830	93.287850	-34.775340
PIN2	-9.601440	-51.314542	-34.775340	95.690700

Таблица 2.4 — Рассчитанные параметры для смешивающего атома.  $r_{\text{to line}}$  — расстояние от середины передающей линии до нижнего края проводника 2.

$C_{sh}$ , фФ	$E_c$ , ГГц	$E_{01}$ , ГГц	$E_{12} - E_{01}$ , МГц
62.691469	0.308977	6.156402	352.119506
$r_{\text{to line}}$ , МКМ	$\kappa^2$	$\Gamma_1/2\pi$ , МГц	$T_1$ , нс
5.24	0.066289	3.278741	48.541482

## 2.4 Трансмон, связанный с резонатором

Четвертьволновой резонатор представляет из себя участок копланарного волновода для компактности упакованного в виде змейки с одним открытым концом. На рисунке 2.5 изображена топология такого резонатора, связанного через ёмкость одним концом с трансмоном, а открытым концом с передающей линией.

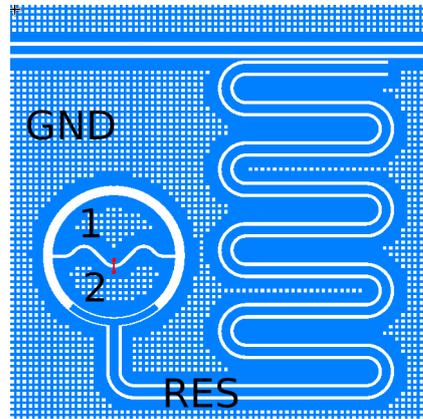


Рисунок 2.5 — Трансмон, резонатор и передающая линия

Эквивалентная шунтирующая ёмкость трансмона рассчитывается по формуле (см. приложения)

$$C_{sh} = C_{12} + \frac{C_{1r}C_{2r}}{C_{1r} + C_{2r}} + \frac{C_{1g}C_{2g}}{C_{1g} + C_{2g}}$$

Дисперсионный сдвиг частоты резонатора (Koch и др. 2007) найдём по формуле (2.22).

$$\chi = \chi_{01} - \frac{\chi_{12}}{2} \quad (2.22)$$

$$\hbar\chi_{i,i+1} = \frac{(2\kappa eV_{\text{rms}}^0)^2}{\hbar\Delta_i} |\langle i|\hat{n}|i+1\rangle|^2, \quad (2.23)$$

где  $\Delta_i = \omega_{i,i+1} - \omega_r$  — отстройка по частоте перехода  $E_i \rightarrow E_{i+1}$  трансмона от частоты резонатора  $\omega_r$ ,  $V_{\text{rms}}^0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega_r}{2C_r}}$  — среднеквадратичное напряжение локального осциллятора,  $\kappa$  — константа связи напряжения на dc-сквиде трансмона с напряжением на конце резонатора,  $\langle i|\hat{n}|i+1\rangle$  — матричный элемент зарядового оператора трансмона,  $C_r = L_{\text{total}}c_r$  — полная ёмкость резонатора,  $L_{\text{total}}$  — длина копланарного волновода, составляющего резонатор,  $c_r$  — погонная ёмкость волновода.

Введём обозначения

$$C_1 = C_{12} + C_{1r} + C_{1g} \quad (2.24)$$

$$C_2 = C_{12} + C_{2r} + C_{2g} \quad (2.25)$$

И найдём константу связи (см. приложения)

$$\kappa = \frac{\phi_2 - \phi_1}{V_r} = \frac{C_{1g}C_{2r} - C_{2g}C_{1r}}{C_1C_2 - C_{12}^2} \quad (2.26)$$

Для расчёта в Ansys Maxwell матрицы ёмкостей, описывающую систему «трансмон + резонатор», использовалась модель как на рисунке 2.6.



Рисунок 2.6 — Модель трансмона и резонатора в Ansys Maxwell

В результате многочисленных итераций с различными геометрическими параметрами модели были подобраны и рассчитаны параметры трансмона, приведённые в таблице 2.5.

Таблица 2.5 — Рассчитанные параметры системы «трансмон + резонатор»

$\phi_l$ , рад	толщина полудуги, мкм	верхний зазор, мкм	$C_{sh}$ , фФ	$E_c$ , ГГц
$4\pi/9$	15	5	61.857067	0.313145
$\kappa^2$	$E_{01}$ , ГГц	$E_{01} - E_{12}$ , МГц	$g/2\pi$ , МГц	$\chi/2\pi$ , МГц
0.020791	6.195445	357.271105	128.289980	-1.708832

В таблице 2.6 приведены рассчитанные в Sonnet и с помощью алгоритма фитования S-параметров circle fit (Probst и др. 2015) частоты резонаторов, используемых на чипе, и их внешние добротности.

Таблица 2.6 — Резонаторы на чипе, рассчитанные с помощью Sonnet и circle fit

Положение	Частота, ГГц	Добротности
Верхний левый	6.8166	5190
Верхний правый	7.0251	4860
Нижний левый	7.2103	5160

## 2.5 Асимметричный dc-сквид

Асимметричный dc-сквид представляет из себя замкнутый контур с двумя неодинаковыми джозефсоновскими переходами. Его маска для теневого напыления изображена на рисунке 2.7.

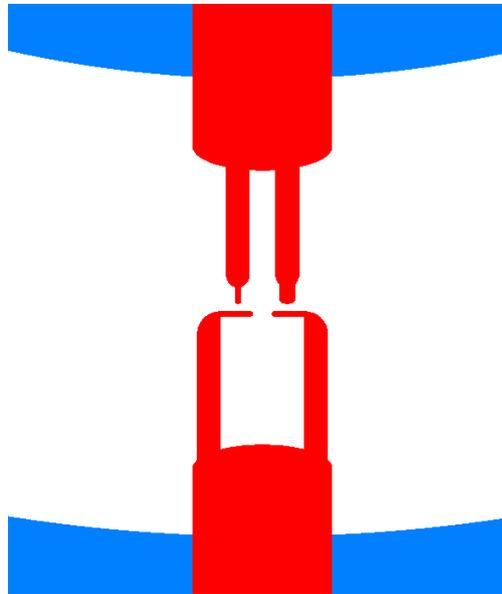


Рисунок 2.7 — Маска dc-сквида для теневого напыления

Гамильтониан асимметричного dc-сквида состоит из энергий двух джозефсоновских переходов.

$$\hat{H}_J = E_{J_1}(1 - \cos \hat{\varphi}_1) + E_{J_2}(1 - \cos \hat{\varphi}_2)$$

Вводя обозначения  $d = \frac{E_{J_2} - E_{J_1}}{E_{J_1} + E_{J_2}}$ ,  $\varphi = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$ ,  $E_J = E_{J_1} + E_{J_2}$  и пользуясь условием квантования потока через замкнутый сверхпроводящий контур  $\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi n + 2\pi\Phi/\Phi_0$ , гамильтониан может быть записан как

$$\hat{H}_J = E_{J\Sigma} \left( 1 - \cos \left( \frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \right) \sqrt{1 + d^2 \text{tg}^2 \left( \frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \right)} \cos(\hat{\varphi} - \varphi_0) \right)$$

где  $\varphi_0$  определяется из уравнения  $\text{tg} \varphi_0 = d \text{tg}(\pi\Phi/\Phi_0)$ .

Отбрасывая константу, получаем выражение для зависящей от магнитного потока энергии асимметричного dc-сквида

$$E_J(\Phi) = - E_{J\Sigma} \cos \left( \frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \right) \sqrt{1 + d^2 \text{tg}^2 \left( \frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \right)}$$

Как видно из графика на рисунке 2.8, использование асимметричного dc-сквида позволяет ограничить диапазон изменения энергии  $E_{01}$  трансмона в зависимости от приложенного внешнего магнитного потока  $\Phi$ . В отличие от симметричного dc-сквида при асимметричных джозефсоновских контактах возникает дополнительный sweet spot в области  $\Phi = \Phi_0/2$ .

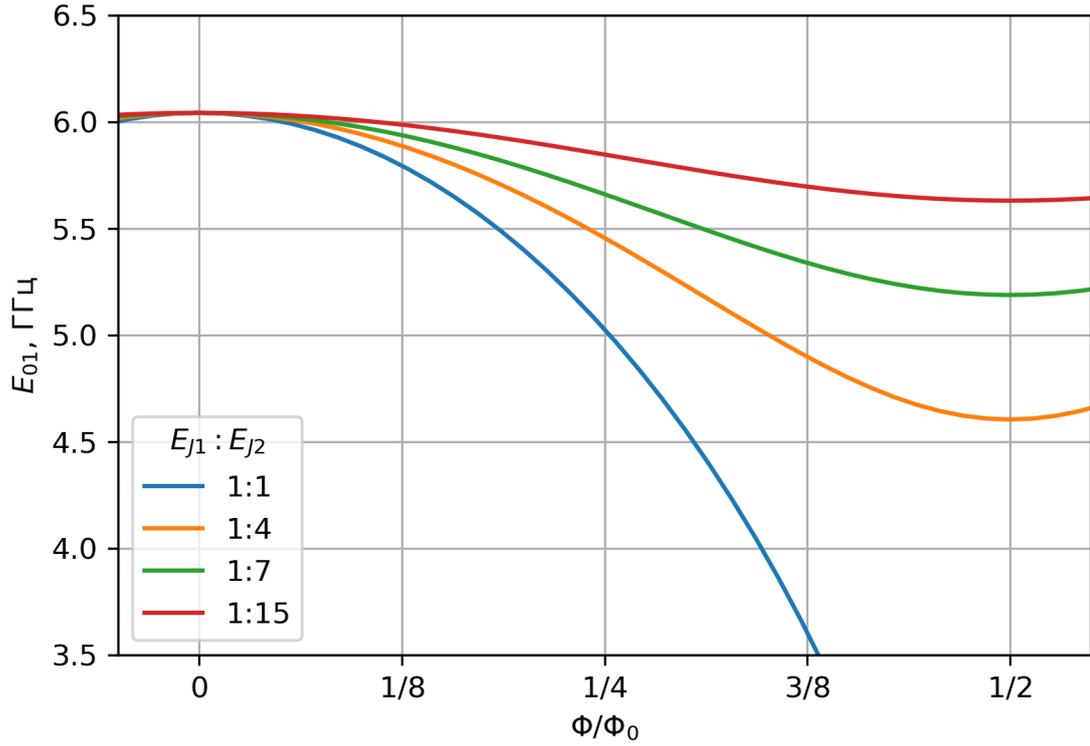


Рисунок 2.8 — Энергия перехода между уровнями 0 и 1 трансмона с зарядовой энергией  $E_C \approx 0,3$  ГГц и с суммарной джозефсоновской энергией асимметричного dc-сквида  $E_{J\Sigma} = 17$  ГГц в зависимости от приложенного внешнего магнитного потока  $\Phi$  при разных отношениях джозефсоновских энергий отдельных джозефсоновских переходов

На чипе для нашего эксперимента используются dc-сквиды со следующими параметрами:

- Критическая плотность тока  $j_c = 0,75 \frac{\text{мкА}}{\text{мкм}^2}$
- Левый контакт  $S_1 = 100 \times 114 \text{ нм}^2$
- Правый контакт  $S_2 = 100 \times 342 \text{ нм}^2$
- Джозефсоновские энергии контактов

$$E_{J1} = \frac{\Phi_0 j_c S_1}{2\pi} = 4,247 \text{ ГГц} \quad (2.27)$$

$$E_{J2} = \frac{\Phi_0 j_c S_2}{2\pi} = 12,740 \text{ ГГц} \quad (2.28)$$

- Суммарная джозефсоновская энергия

$$E_{J\Sigma} = E_{J1} + E_{J2} = 16,987 \text{ ГГц} \approx 17 \text{ ГГц} \quad (2.29)$$

## 2.6 Сетка и вихри

Несмотря на то, что алюминий является сверхпроводником I рода, тонкие плёнки из него ведут себя как сверхпроводники II рода. Так глубина проникновения магнитного поля  $\lambda_{eff} = 2\frac{\lambda_L^2}{d}$  увеличивается с уменьшением толщины  $d$  плёнки (Pearl 1964), здесь  $\lambda_L$  — лондоновская длина в объёмном сверхпроводнике. Кроме того в эффективную глубину проникновения и длину когерентности также вкладывается фактор чистоты плёнки  $\lambda = \lambda_L \sqrt{\frac{\xi_0}{l}}$ ,  $\xi = \sqrt{\xi_0 l}$  (Шмидт 2000), где  $\xi_0$  — длина когерентности в чистом сверхпроводнике,  $l$  — расстояние между дефектами. Для тонких плёнок алюминия, используемых на чипе, получаются следующие величины  $\lambda_{eff} \sim 3$  мм, а длина когерентности  $\xi$  всего лишь 180 нм. Таким образом, параметр Гинзбурга-Ландау становится  $\kappa = \frac{\lambda_{eff}}{\xi} \sim 1,7 \cdot 10^4$ , что как раз соответствует сверхпроводникам II рода.

При переходе через критическую температуру  $T_{c2}$  ( $T_{c2} \sim 1,3 - 1,4$  К для используемых алюминиевых плёнок) в сверхпроводящей плёнке в виде пирловских вихрей “замораживаются” остаточные магнитные поля криостата. При протекании токов в чипе эти вихри начинают дрейфовать в перпендикулярном току направлении, создавая магнитные шумы на кубите. Поэтому хорошей практикой является использование на чипе сетки из дырок, которые пинингуют возникающую решётку вихрей.

### 3 Методы измерений

#### 3.1 Схема измерений с помощью IQ-миксеров и оцифровщика

Для измерения прохождения СВЧ сигнала заданной частоты  $\Omega + \omega$  через измеряемый образец используется экспериментальная схема, приведённая на рисунке 3.1. Микроволновый сигнал с формой хорошего синуса и частоты  $\Omega$  подаётся на вход LO IQ-миксера. На входы I и Q от генератора сигналов произвольной формы подаются модулирующие импульсы с частотой  $\omega$ . Промодулированный сигнал с выхода RF (или HF) проходит через измеряемый образец и усиливается на выходе. На выходном IQ-миксере производится демодуляция прошедшего сигнала в I и Q компоненты. Для этого на вход LO необходимо подать точно такой же сигнал частоты  $\Omega$ , что и на входном миксере. На RF выход подводится измеряемый СВЧ сигнал. Оцифровщик Spectrum M4x.2212-x4 с частотой сэмпинга 1 GS/s оцифровывает I и Q компоненты, которые он автоматически усредняет по многим импульсам и передаёт усреднённые измерения на компьютер. Компьютер интегрирует нужным образом оцифрованные сигналы для извлечения информации о прошедшей фазе и амплитуде сигнала. Для синхронизации работы генератора произвольных форм и оцифровщика использовалось считывание импульсов по триггеру.

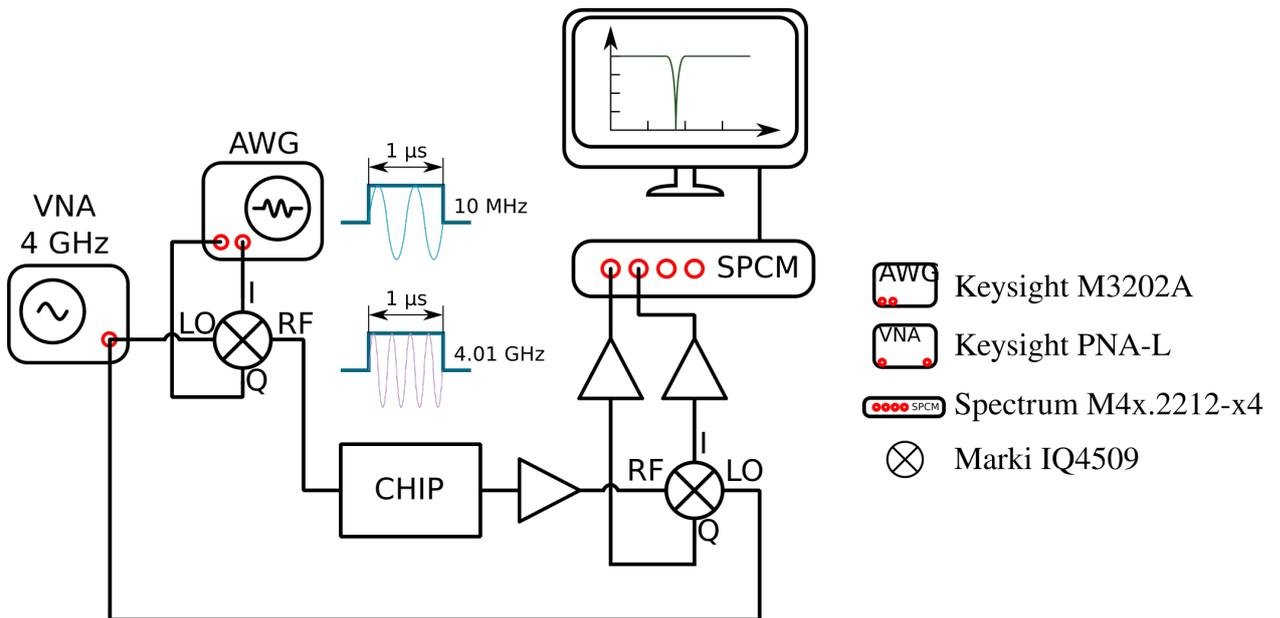


Рисунок 3.1 — Схема измерений

Для настройки правильной работы IQ-миксера используется специальный алгоритм калибровки, описанный в (Федоров 2017). Эту процедуру необходимо выполнять, чтобы компенсировать потери по напряжению и задержки в коаксиальных кабелях, соединяющих выходы генератора произвольных форм сигналов с входами I и Q миксера, а также чтобы учесть дисбаланс параметров самого миксера в плечах I и Q. На рисунке

3.2 приведён результат калибровки IQ-миксера, наблюдаемый в окне спектрального анализатора.

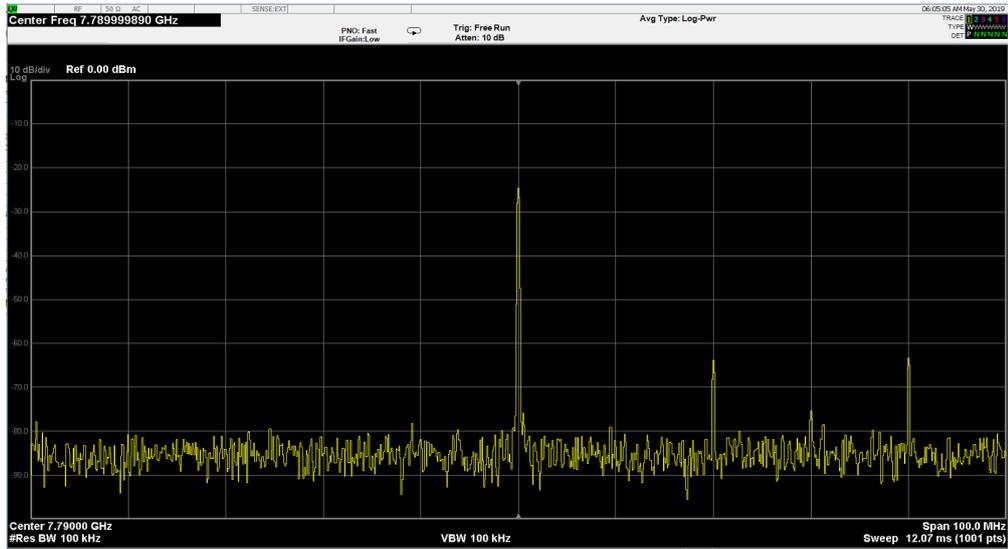


Рисунок 3.2 — Результат калибровки IQ-миксера, наблюдаемый в окне спектрального анализатора

### 3.2 IQ-модуляция

Когда IQ-миксер используется для модуляции передающий сигнал подаётся на LO порт, а модулирующие сигналы на порты I и Q. Входной сигнал  $\cos(\Omega t)$  умножается на сигнал  $I(t)$ , сдвинутая по фазе на четверть периода копия сигнала  $-\sin(\Omega t)$  — на  $Q(t)$ , затем оба сигнала складываются и выходят из RF порта.

Рассмотрим случай, где  $I = \cos(\omega t + \varphi)$ ,  $Q = \sin(\omega t + \varphi)$ . Тогда на выходе миксера будет

$$s(t) = \cos(\Omega t) \cos(\omega t + \varphi) - \sin(\Omega t) \sin(\omega t + \varphi) = \cos([\Omega + \omega]t + \varphi) \quad (3.1)$$

### 3.3 IQ-демодуляция

Пусть СВЧ сигнал  $s(t) = \cos([\Omega + \omega]t + \varphi)$  входит в RF порт IQ-миксера. На LO порт мы подадим  $\cos(\Omega t + \delta)$ . Если отфильтровать высокочастотные компоненты на выходах I и Q, то получим на выходах

$$\begin{aligned}
I(t) &= \cos[(\Omega + \omega)t + \varphi] \cos[\Omega t + \delta] = \\
&= \frac{1}{2}(\cos[(2\Omega + \omega)t + \varphi + \delta] + \cos[\omega t + \varphi - \delta]) = \\
&= \frac{1}{2} \cos[\omega t + \varphi - \delta] \quad (3.2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q(t) &= \cos[(\Omega + \omega)t + \varphi](-1) \sin[\Omega t + \delta] = \\
&= \frac{1}{2}(\sin[(2\Omega + \omega)t + \varphi + \delta] + \sin[\omega t + \varphi - \delta]) = \\
&= \frac{1}{2} \cos[\omega t + \varphi - \delta] \quad (3.3)
\end{aligned}$$

### 3.3.1 Извлечение фазы и амплитуды сигнала

Теперь, когда уже имеются измеренные I и Q сигналы, можно извлечь из них фазу и амплитуду изначального СВЧ сигнала. Интегрируя оцифрованные сигналы по формулам

$$I = \sum I(t) \cos(\omega t) + Q(t) \sin(\omega t), \quad (3.4)$$

$$Q = \sum Q(t) \cos(\omega t) - I(t) \sin(\omega t), \quad (3.5)$$

получим комплексную величину

$$I + iQ = Ae^{i(\varphi - \delta)}. \quad (3.6)$$

Таким образом, можно измерить амплитуду  $A$  и фазу  $\varphi$  с точностью до постоянной фазы  $\delta$ .

### 3.4 Измерения, выполненные на оцифровщике

Мною был написан программный код, автоматизирующий оцифровку и усреднение импульсных сигналов с помощью оцифровщика и IQ-миксеров, а также вычисляющий амплитуду и фазу прошедшего сигнала. На рисунке 3.3 приведен результат такого измерения.

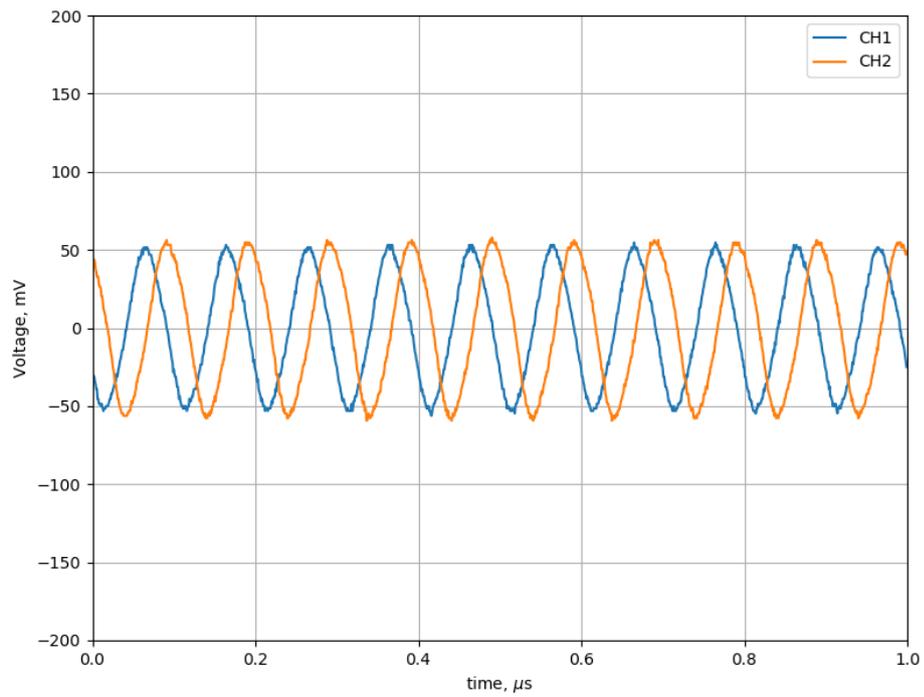


Рисунок 3.3 — Измерение прохождения синусоидального сигнала через криостат

Взятие фурье-спектра сигнала (рисунок 3.4) на канале 1 оцифровщика показало заметное подавление побочных гармоник, возникающих из-за неидеальности входного IQ-миксера.

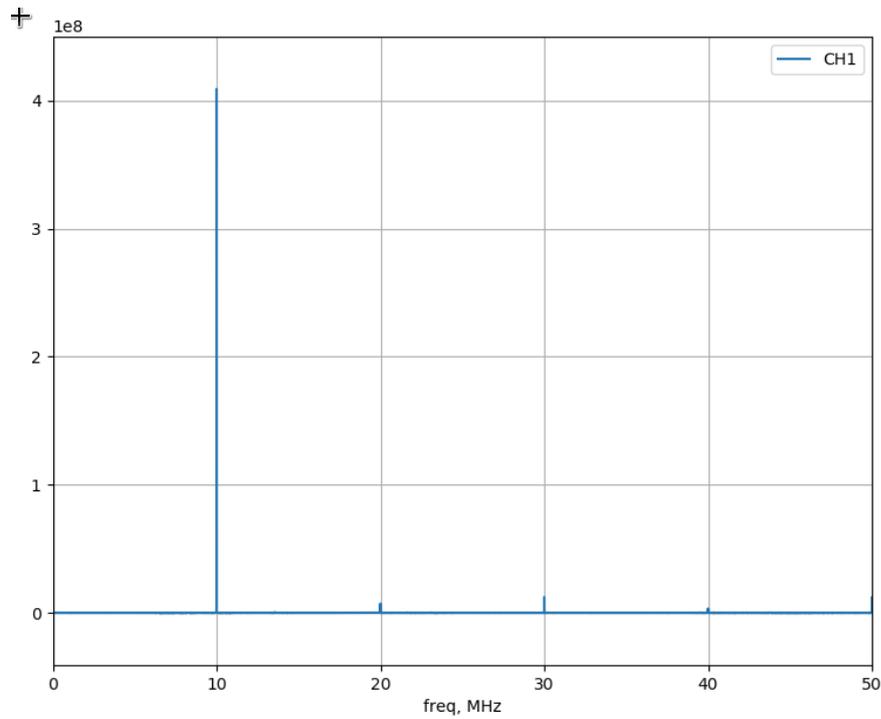


Рисунок 3.4 — Фурье-спектр прошедшего через измерительную схему синусоидального сигнала с частотой 10 МГц. На графике по оси абсцисс частота сигнала в МГц. По оси ординат абсолютные амплитуды Фурье компонент в произвольных единицах.

Интегрируя сигналы по формулам 3.4, 3.5, была протестирована способность измерительной схемы точно определять прошедшую фазу (рисунок 3.5). Для построения гистограммы было использовано 100 синусоидальных импульсов. Как видно, отклонение фазы от медианного значения составило всего порядка  $0.02^\circ$ . Измерение фазы и амплитуды сигналов на фиксированной частоте используется при дисперсионном считывании состояния кубита.

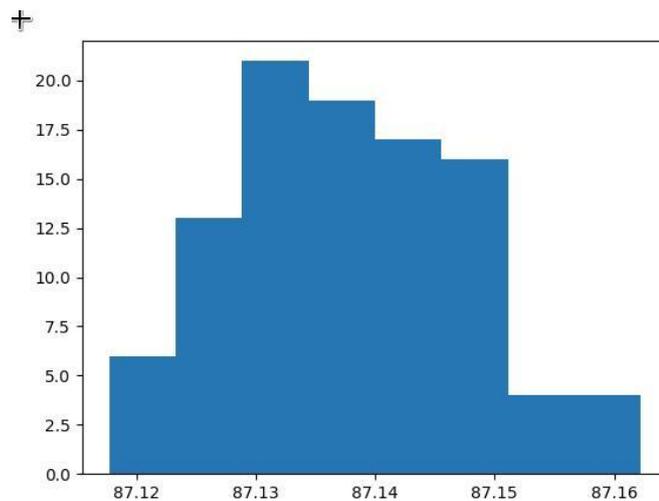


Рисунок 3.5 — Гистограмма разброса фазы при измерении одного и того же образца 100 раз. По оси абсцисс измеренная фаза в градусах.

## 4 Заключение

### 4.1 Список результатов

В результате моей работы над бакалаврской выпускной квалификационной работой мною были

- разработана концепция эксперимента по изучению волнового смещения классических и квантовых состояний света;
- разработана схема образца, содержащего однофотонный источник и смешивающий кубит, а также тестовые кубиты в резонаторах;
- рассчитаны необходимые параметры всех элементов схемы для правильного функционирования образца;
- разработана программа, генерирующая конечную топологию образца для дальнейшей фабрикации в чистой комнате;
- разработан программный код для автоматизации высокоскоростных импульсных измерений по триггеру с помощью оцифровщика и IQ-миксеров.

### 4.2 Дальнейшие планы

После защиты выпускной квалификационной работы бакалавра МФТИ я собираюсь продолжить работать над темой по квантовому волновому смещению. Следующим шагом моей работы будет изготовление образца и проведение измерений квантового волнового смещения с фотоном от однофотонного источника. А также возможно исследовать стимулированную эмиссию под действием различных суперпозиций фотон-вакуум от однофотонного источника.

### 4.3 Благодарности

Выражаю глубокую благодарность за помощь в работе и дельные обсуждения моему научному руководителю Астафьеву Олегу Владимировичу и моему научному консультанту Дмитриеву Алексею Юрьевичу. Также выражаю благодарность Рязанову Валерию Владимировичу за то, что разъяснили мне причины использования пинингующей вихри сетки из дырок в тонких алюминиевых плёнках; всем сотрудникам Лаборатории искусственных квантовых систем МФТИ за дельные советы.

## Список литературы

- Abdumalikov, A. A. и др. “Dynamics of Coherent and Incoherent Emission from an Artificial Atom in a 1D Space”.
- в: *Phys. Rev. Lett.* 107 (4 2011), с. 043604. DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.043604. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.107.043604>.
- Astafiev, O. и др. “Resonance Fluorescence of a Single Artificial Atom”.
- в: *Science* 327.5967 (2010), с. 840—843. ISSN: 0036-8075. DOI: 10.1126/science.1181918. eprint: <https://science.sciencemag.org/content/327/5967/840.full.pdf>. URL: <https://science.sciencemag.org/content/327/5967/840>.
- Dmitriev, A. Yu. и др. *Probing the statistics of coherent states by continuous wave mixing on a single artificial atom*. 2018. arXiv: 1809.04874.
- Dmitriev, A. Yu. и др. “Quantum wave mixing and visualisation of coherent and superposed photonic states in a waveguide”.
- в: *Nature Communications* 8.1 (2017). DOI: 10.1038/s41467-017-01471-x.
- Koch, Jens и др. “Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box”.
- в: *Phys. Rev. A* 76 (4 2007), с. 042319. DOI: 10.1103/PhysRevA.76.042319. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.76.042319>.
- Pearl, J. “CURRENT DISTRIBUTION IN SUPERCONDUCTING FILMS CARRYING QUANTIZED FLUXOIDS”.
- в: *Applied Physics Letters* 5.4 (1964), с. 65—66. DOI: 10.1063/1.1754056. eprint: <https://doi.org/10.1063/1.1754056>. URL: <https://doi.org/10.1063/1.1754056>.
- Peng, Z. H. и др. “Tuneable on-demand single-photon source in the microwave range”.
- в: *Nature Communications* 7.1 (авг. 2016). DOI: 10.1038/ncomms12588. URL: <https://doi.org/10.1038/ncomms12588>.
- Probst, S. и др. “Efficient and robust analysis of complex scattering data under noise in microwave resonators”.
- в: *Review of Scientific Instruments* 86.2 (2015), с. 024706. DOI: 10.1063/1.4907935. eprint: <https://doi.org/10.1063/1.4907935>. URL: <https://doi.org/10.1063/1.4907935>.
- Schoelkopf, R. J. и др. “Qubits as Spectrometers of Quantum Noise”.
- в: *Quantum Noise in Mesoscopic Physics*.  
под ред. Yuli V. Nazarov. Dordrecht: Springer Netherlands, 2003, с. 175—203. ISBN: 978-94-010-0089-5. DOI: 10.1007/978-94-010-0089-5\_9. URL: [https://doi.org/10.1007/978-94-010-0089-5\\_9](https://doi.org/10.1007/978-94-010-0089-5_9).
- Федоров, ГП.. “Проектирование и исследование высококогерентных сверхпроводниковых квантовых систем”.
- дис. ... маг. Москва: МФТИ (ГУ), 2017.

Шмидт, В. В. *Введение в физику сверхпроводников*. 2-е изд. М.: МЦНМО, 2000. ISBN: 5900916685.

# ПРИЛОЖЕНИЕ А

## РАСЧЁТ ШУНТИРУЮЩЕЙ ЁМКОСТИ

### А.1 Однофотонный источник

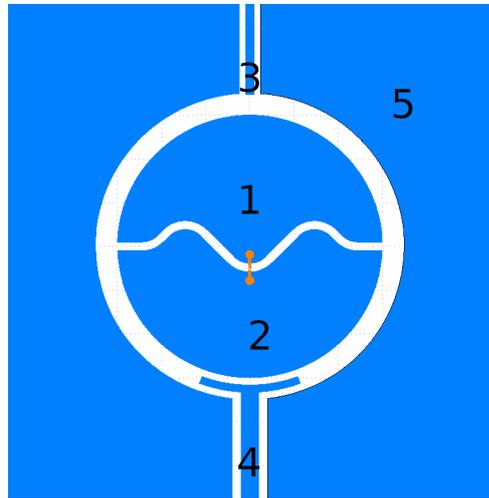


Рисунок А.1 — Полная эквивалентная схема и её сведение к упрощённой с помощью эквивалентных преобразований в порядке от а до f

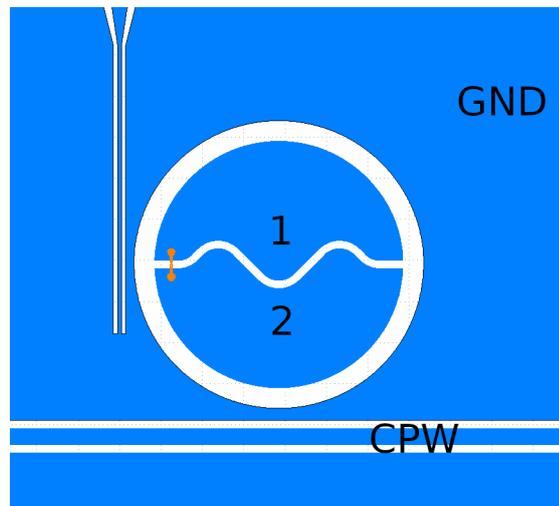


Рисунок А.2 — Полная эквивалентная схема и её сведение к упрощённой. По-честному, надо ещё учесть наличие ёмкости между копланарным волноводом и землёй в полной схеме, но численный результат для  $C_{sh}$  от этого слабо поменяется.

#### Смешивающий атом

$$C_c = \frac{C_{1c}C_{2c}}{C_{1c} + C_{2c}} \quad (\text{A.1})$$

$$C_g = \frac{C_{1g}C_{2g}}{C_{1g} + C_{2g}} \quad (\text{A.2})$$

$$C_{sh} = C_{12} + C_c + C_g = C_{12} + \frac{C_{1c}C_{2c}}{C_{1c} + C_{2c}} + \frac{C_{1g}C_{2g}}{C_{1g} + C_{2g}} \quad (\text{A.3})$$

$$C_{12}(\phi_1 - \phi_2) + C_{1c}(\phi_1 - V) + C_{1g}\phi_1 = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$C_{12}(\phi_2 - \phi_1) + C_{2c}(\phi_2 - V) + C_{2g}\phi_2 = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$\phi_1 = \frac{C_2C_{1c} + C_{12}C_{2c}}{C_1C_2 - C_{12}^2} V_c \quad (\text{A.6})$$

$$\phi_2 = \frac{C_1C_{2c} + C_{12}C_{1c}}{C_1C_2 - C_{12}^2} V_c \quad (\text{A.7})$$

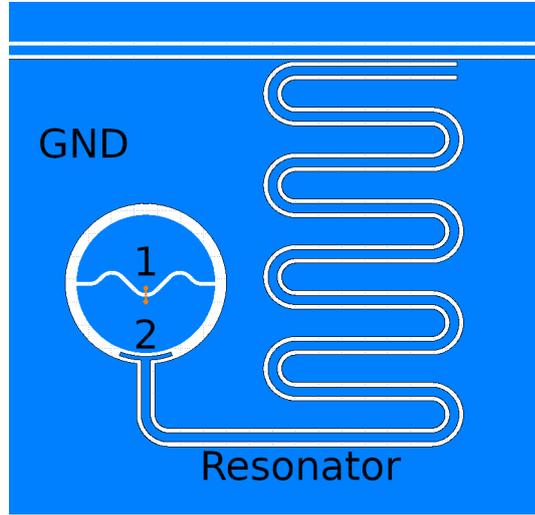


Рисунок А.3— Полная эквивалентная схема и её сведение к упрощённой

**Трансмон, связанный с резонатором**    Эквивалентная ёмкость

$$C_r = \frac{C_{1r}C_{2r}}{C_{1r} + C_{2r}} \quad (\text{A.8})$$

$$C_g = \frac{C_{1g}C_{2g}}{C_{1g} + C_{2g}} \quad (\text{A.9})$$

$$C_{sh} = C_{12} + C_r + C_g = C_{12} + \frac{C_{1r}C_{2r}}{C_{1r} + C_{2r}} + \frac{C_{1g}C_{2g}}{C_{1g} + C_{2g}} \quad (\text{A.10})$$

$$C_{12}(\phi_1 - \phi_2) + C_{1r}(\phi_1 - V) + C_{1g}\phi_1 = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$C_{12}(\phi_2 - \phi_1) + C_{2r}(\phi_2 - V) + C_{2g}\phi_2 = 0 \quad (\text{A.12})$$

Введём обозначения

$$C_1 = C_{12} + C_{1r} + C_{1g} \quad (\text{A.13})$$

$$C_2 = C_{12} + C_{2r} + C_{2g} \quad (\text{A.14})$$

Тогда получим

$$\phi_1 = \frac{C_2 C_{1r} + C_{12} C_{2r}}{C_1 C_2 - C_{12}^2} V_r \quad (\text{A.15})$$

$$\phi_2 = \frac{C_1 C_{2r} + C_{12} C_{1r}}{C_1 C_2 - C_{12}^2} V_r \quad (\text{A.16})$$

$$\kappa = \frac{\phi_2 - \phi_1}{V_r} = \frac{C_1 C_{2r} - C_2 C_{1r} + C_{12}(C_{1r} - C_{2r})}{C_1 C_2 - C_{12}^2} = \frac{C_{1g} C_{2r} - C_{2g} C_{1r}}{C_1 C_2 - C_{12}^2} \quad (\text{A.17})$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### ЗАВИСИМОСТЬ $\Gamma_1$ ОТ РАССТОЯНИЯ ДО ЛИНИИ ПЕРЕДАЧ ДЛЯ СМЕШИВАЮЩЕГО КУБИТА

Таблица Б.1 — Рассчитанные параметры, расстояние до линии 5,24 мкм

$r_{\text{to line}}$ , МКМ	$C_{sh}$ , фФ	$E_c$ , ГГц	$\kappa^2$	$E_{01}$ , ГГц	$E_{01} - E_{12}$ , МГц	$\Gamma_1/2\pi$ , МГц
5.00	62.665	0.3091	0.0668	6.158	352.28	3.329
5.24	62.691	0.3090	0.0663	6.156	352.12	3.279
10.00	62.896	0.3080	0.0568	6.147	350.88	2.409
15.00	63.109	0.3069	0.0470	6.137	349.60	1.651
19.00	63.594	0.3046	0.0379	6.115	346.71	1.075
21.00	63.738	0.3039	0.0325	6.108	345.86	0.791
25.00	63.868	0.3033	0.0277	6.103	345.10	0.573
30.00	64.020	0.3026	0.0235	6.096	344.21	0.411
34.40	64.158	0.3019	0.0206	6.090	343.42	0.318
35.00	64.172	0.3019	0.0203	6.089	343.34	0.308
35.10	64.182	0.3018	0.0203	6.089	343.28	0.307
40.00	64.252	0.3015	0.0178	6.085	342.87	0.238
45.00	64.278	0.3014	0.0158	6.084	342.72	0.187

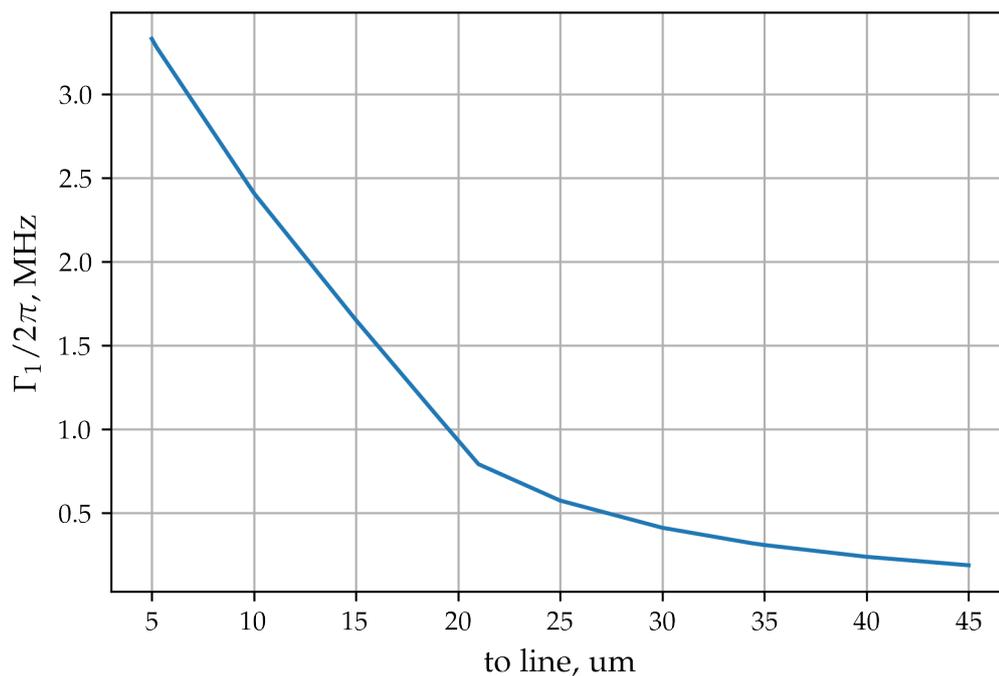


Рисунок Б.1 — График зависимости  $\Gamma_1$  от расстояния до линии передачи в конфигурации: трансмон возле линии. Излом соответствует моменту, когда исчезает граница из металла между передающей линией и кольцом вокруг обкладок 1-2