Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау
Кафедра физики твердого тела

Направление подготовки / специальность: 03.03.01 Прикладные математика и физика
Направленность (профиль) подготовки: Общая и прикладная физика

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ТРАНСПОРТА В ПЛАНАРНЫХ МИКРОСТРУКТУРАХ С ДЖОЗЕФСОНОВСКИМИ КОНТАКТАМИ

(бакалаврская работа)

Студент:
Пауков Максим Игоревич

____
(подпись студента)

Научный руководитель:
Батов Игорь Евгеньевич,
канд. физ.-мат. наук

____
(подпись научного руководителя)

Консультант *(при наличии)*:
____
____
(подпись консультанта)

Москва 2021

Аннотация

Целью дипломной работы являлось исследование зарядового транспорта в планарных субмикронных джозефсоновских SNS структурах с ниобиевыми берегами и барьерами из нормального металла (Cu) при низких (1.5-4.2K) температурах. В ходе выполнения работы были экспериментально изучены температурные зависимости вольт-амперных характеристик планарных джозефсоновских SNS структур. Проведено сравнение полученных экспериментальных данных с теоретическими расчетами в рамках модели зарядового транспорта в диффузионном планарном SNS контакте [F.S. Bergeret et al., *J. Low Temp. Phys.* ***153***, *304*, 2008]. Были проведены исследования ток-фазовых соотношений (ТФС) в планарных субмикронных джозефсоновских SNS контактах. Изготовленные для изучения ток-фазовых соотношений в планарных SNS контактах экспериментальные структуры представляли собой СКВИД, в одно из плеч которого включен исследуемый джозефсоновский SNS контакт с неизвестным ТФС и малым критическим током, при этом второй джозефсоновский контакт СКВИДа (SIS структура) имеет существенно больший критический ток и синусоидальное ТФС. В эксперименте измерялись магнитополевые зависимости критического тока двухконтактного СКВИДа. Ток-фазовое соотношение исследуемой джозефсоновской SNS структуры определялось из результатов эксперимента с помощью теоретического подхода, разработанного ранее в работе [Л.В. Гинзбург, И.Е. Батов и др., *Письма в ЖЭТФ,* ***107***, с. 54-61, 2018].

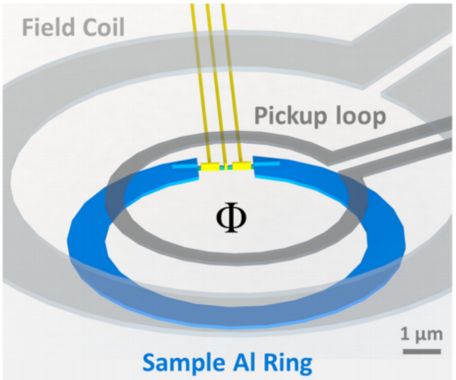
Содержание

1 Введение

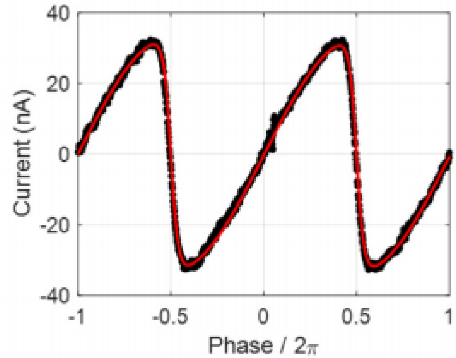
Джозефсоновским переходом называют два сверхпроводника, связанные посредством слабой связи. Слабой связью принято называть участок сверхпроводящей цепи, в котором критический ток существенно подавлен. Она может быть реализована, например, в виде изолятора, металла (или полупроводника), ферромагнетика. Эта связь позволяет установить фазовую когерентность волновых функций сверхпроводящих электронов на берегах структуры.
В таких переходах можно наблюдать стационарный эффект Джозефсона, который заключается в бездиссипативном протекании тока через слабую связь. Слабая связь обеспечивает градиент фазы на сверхпроводящих берегах. В дальнейшем удобно ввести разность фаз волновых функций в сверхпроводниках (1 и 2 - номера берегов) $\varphi = \theta_1 - \theta_2$. Связь между током через слабую связь I_s и разностью фаз φ принято называть ток-фазовым соотношением $I_s(\varphi)$ (ТФС). Можно отметить несколько свойств ТФС:
1) при отсутсвии тока отсутствует разность фаз: $I_s(0) = 0$;
2) изменение разности фаз на 2π параметра порядка (волоновой функции сверхпроводящих элеткронов) на одном из электродов не меняет физического состояния системы, поэтому ТФС периодична $I_s(\varphi + 2\pi n) = I_s(\varphi)$;
3) смена знака тока приводит к смене знака разности фаз (в подавляющем большинстве случаев это так, но если в материале нарушена симметрия по обращению времени, то этот пункт не выполнен; тем не менее такие случаи не так часты и могут наблюдаться в «экзотических системах» типа сверхпроводников с d-симметрией волновой функции или SFS-контакт): $I_s(-\varphi) = -I_s(\varphi)$.
Наиболее общее выражение, определяющее ТФС, таким образом, представляется в виде ряда Фурье по синусам:

$$I_s(\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\varphi) \tag{1}$$

Во многих случаях в ТФС остаётся только первая гармоника, т.е. $I_s(\varphi) = I_c \sin\varphi$. Однако известны ситуации, когда ТФС ведёт себя аномально [1].
При помощи двух джозефсоновских контактов можно организовать двухконтактный СКВИД (от англ. SQUID - «superconducting quantum interference device», дословно «сверхпроводящее квантовое интерференционное устройство»). Он нашёл применение в области точных измерений напряжений и магнитных потоков.
В настоящее время актуальны исследования джозефсоновских контактов с аномальными ТФС, которые проявляются в различных гибридных структурах, где слабая связь может быть, например, топологическим изолятором или полупроводниковой нанопроволокой.
Например, в статье [2] представлены измерения ток-фазового соотношения в джозефсоновских контактах, реализованных на нанопроволоках InAs, при помощи СКВИД-микроскопа. Как видно на рис. 1, ТФС отлична от синусоидальной – это результат влияния андреевских уровней (подробное обсуждение см. в разделе «Теоретическая часть»).



а)



б)

Рис. 1: а) Экспериментальная установка. Джозефсоновский контакт: напылённое алюминиевое кольцо (выделено голубым цветом) со встроенной нанопроволокой InAs (выделена зелёным цветом) с металлическими затворами (выделены жёлтым цветом). Для измерения ТФС измерительная приёмная петля СКВИД-микроскопа располагается над структурой на расстоянии $1\mu m$. Ток, поданный в катушку (выделена светло-серым цветом), порождает магнитный поток через кольцо, обеспечивая разность фаз на сверхпроводящих берегах джозефсоновского контакта. Сверхпроводящий ток, циркулирующий в кольце, наводит сигнал, регистрируемый приёмной петлёй (выделена тёмно-серым цветом). б) Ток-фазовое соотношение джозефсоновского перехода (чёрные точки – эксперимент, красная кривая – теоретическая зависимость $I_c(\varphi)$) при наличии одного андреевского уровня. [2]

В статье [3] изучалась гибридная структура S-TI-S, где S – сверхпроводник, TI – 3D топологический изолятор. 3D топологический изолятор – это материал, который в объёме является изолятором, а на поверхности имеет проводящие состояния с бесщелевым конусовидным спектром подобно дираковскому спектру релятивистских электронов. Такая структура имеет аномальное ток-фазовое соотношение, обусловленное наличием андреевских связанных состояний в структуре (см. «Теоретическое введение»). Возможно также наличие связанных состояний в структуре, энергия которых меняется с изменением фазы на джозефсоновском переходе с периодом 4π. Такие состояния называются майорановскими связанными состояниями. Это может использоваться для создания топологического квантового компьютера.

Джозефсоновская интерферометрия при помощи СКВИДа – это один из широко используемых способов исследования ТФС джозефсоновских контактов [3]. Авторы [3] проводят исследование ток-фазовой характеристики при помощи измерения осцилляций тока по полю в СКВИДе, чтобы показать, что ТФС перехода является асимметричной. Некоторые результаты этого исследования приведены на рис. 2.

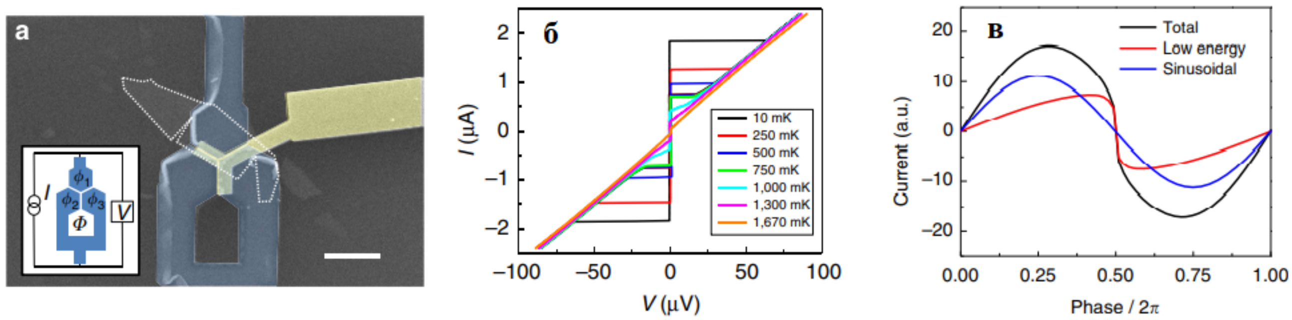


Рис. 2: а) СЭМ-изображение структуры. Пунктиром выделен тонкослойный образец топологического изолятора Bi_2Se_3, затвор выделен жёлтым цветом, ниобиевые части СКВИДа выделены голубым цветом. На вставке обозначена схема структуры. б) Вольт-амперные характеристики джозефсоновского контакта S-TI-S при разных температурах при нулевом напряжении затвора и нулевом магнитном поле. в) Ток-фазовое соотношение S-TI-S структуры. Синим цветом выделен вклад в джозефсоновский ток от непрерывного спектра, красным цветом выделен вклад двух андреевских мод, чёрным – сумма вкладов в ток непрерывной и дискретной частей спектра. [3]

Исследования зарядового транспорта в гибридных структурах сверхпроводник-топологический изолятор и сверхпроводник-полупроводниковая нанопроволока с сильным спин-орбитальным взаимодействием (InAs) в настоящее время являются актуальными и привлекают значительный интерес в связи с перспективами создания принципиально новых типов приборов для квантовых вычислений [4].

Целью нашей работы в данном направлении является исследование ток-фазовых соотношений различных планарных субмикронных структур. Для её реализации в рамках бакалаврского диплома стояла задача проведения низкотемпературных исследований зарядового транспорта в планарных субмикронных джозефсоновских SNS структурах и освоения методики измерений зарядового транспорта в магнитном поле в асимметричных СКВИДах для определения ток-фазового соотношения планарных субмикронных SNS-контактов. Значение данного исследования заключается в освоении экспериментальных методик измерения СКВИДов на основе субмикронных планарных SNS и SIS джозефсоновских структур, а также ознакомлении с физическими процессами, которые влияют на ток-фазовую характеристику джозефсоновских переходов, для дальнейшей работы с более сложными объектами физики конденсированного состояния, например, джозефсоновскими переходами на основе топологических изоляторов, полупроводниковых нанопроволок.

Данная работа состоит из трёх частей. В первой отражены теоретические аспекты электронного траспорта в гибридных структурах, а также теоретические расчёты для определения ТФС исследуемых объектов (SNS-структур) по магнитополевым зависимостям асимметричного СКВИДа. Далее приводятся детали эксперимента: основы изготовления образцов и описания измерений. Затем приводятся экспериментальные результаты исследований, их анализ, выводы и обсуждение дальнейшей работы.

2 Теоретическая часть

2.1 Транспорт заряда через N-S границу

2.1.1 Уравнение Боголюбова

В 1957 Бардин, Купер и Шрифер предложили модель, описывающую возникновение сверхпроводимости. Они обнаружили, что два электрона с противоположными волновыми векторами и спинами формируют динамическое связанное состояние – куперовскую пару, образующуюся посредством электрон-фононного взаимодействия. Куперовские пары, подчиняясь статистике Бозе-Эйнштейна, выпадают в конденсат в импульсном пространстве, т.е. макроскопическое число пар занимает основное состояние. Кинетическая энергия электронов при этом больше, чем в невзаимодействующем ферми-газе. В то же время электроны связываются в пары посредством электрон-фононного взаимодействия, и это приводит к уменьшению энергии системы. По этим причинам вероятность v_0^2 найти куперовскую пару ($\boldsymbol{k}\uparrow$, -$\boldsymbol{k}\downarrow$) при $T = 0$ имеет вид, отличающийся от «ступеньки» для ферми-газа невзаимодействующих частиц.
На рис. 3 изображена ситуация, когда в сверхпроводнике имеется два одночастичных возбуждения с волновыми векторами k_1 под поверхностью Ферми и k_2 над поверхностью Ферми, т.е. данные состояния заняты с вероятностью 1. Такие электроны не должны формировать пары, т.е. вероятность возбуждению иметь противоположный волновой вектор равна 0. Очевидно, что при k_1 система приобретает небольшой заряд. Это определяется из того, что состояние с k_1 занято с вероятностью 1 вместо v_0^2, а состояние $-k_1$ занято с вероятностью 0 вместо v_0^2. Этот вклад положителен, поэтому такое квазичастичное возбуждение (под поверхностью Ферми) является дырочноподобным. Наоборот над поверхностью Ферми – электронподобным.

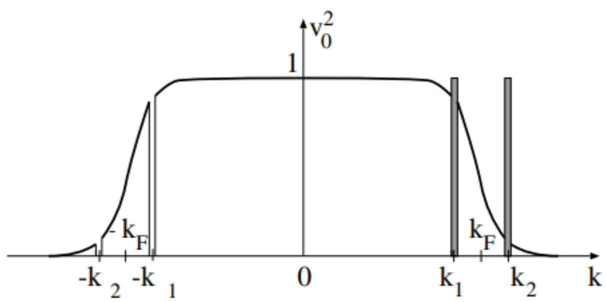


Рис. 3: Вероятность v_0^2, что пара состояний ($\boldsymbol{k}\uparrow$, -$\boldsymbol{k}\downarrow$) занята (вдоль заданного направления $\boldsymbol{k}$). Изображены также два одноэлектронных возбуждения с волновыми векторами k_1, k_2. [5]

Исчезновение сопротивления, т.е. подавление процессов рассеяния, в сверхпроводниках обусловлено преодолением энергетической щели Δ_0 между основным состоянием конденсата куперовских пар и спектром возбуждённых одноэлектронных состояний (см. рис. 4).

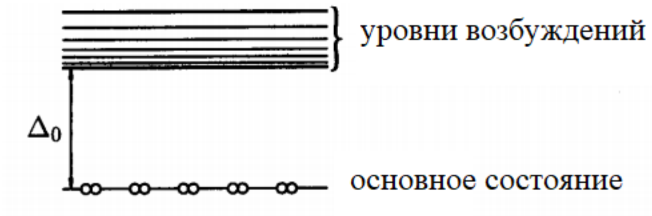


Рис. 4: Энергетическая диаграмма сверхпроводника. [6]

Квазичастичные состояния, введённые выше, могут быть описаны уравнением Боголюбова-де Жена:

$$\begin{pmatrix} H(\boldsymbol{r}) & \Delta(\boldsymbol{r}) \\ \Delta^*(\boldsymbol{r}) & -H(\boldsymbol{r}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) \\ v_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) \\ v_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) \end{pmatrix} \tag{2}$$

Здесь одноэлектронный гамильтониан $H(\boldsymbol{r})$ определяется так:

$$H(\boldsymbol{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m^*}\Delta + U(\boldsymbol{r}) - \mu, \tag{3}$$

где μ – электрохимический потенциал, m^* – эффективная масса частицы (в металлическом сверхпроводнике совпадает с массой сводобного электрона), $U(\boldsymbol{r})$ – скалярный потенциал, а в формуле (2) $\Delta(\boldsymbol{r})$ – сверхпроводящая щель. Решение уравнения Боголюбова-де Жена – волновые функции электрон- и дырочноподобных квазичастиц, определяемые вектором $\begin{pmatrix} u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) \\ v_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) \end{pmatrix}$. Тип квазичастицы в сверхпроводнике определяется по доминирующей компоненте этого вектора.

В большинстве случаев, например, в однородном сверхпроводнике, для которого $\Delta(\boldsymbol{r}) = \Delta_0$, в уравнении (2) можно провести подстановку, разделяющую переменные:

$$\begin{pmatrix} u_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) \\ v_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) \end{pmatrix} = \mathrm{e}^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

Подстановка (4) в (2) с учётом (3) даёт:

$$u_0^2 = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sqrt{E^2 - \Delta_0^2}}{E}\right), v_0^2 = 1 - u_0^2 \tag{5}$$

$$E = \pm\left[\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_e} - \mu\right)^2 + \Delta_0^*\Delta_0\right]^{1/2} \tag{6}$$

Анализ этих выражений показывает следующее:

1) когда $|\boldsymbol{k}| < k_F$ возбуждение является дырочноподобным ($|u_0|^2 < |v_0|^2$), иначе - электрон-подобным;

2) в спектре возбуждений есть энергетическая щель шириной Δ_0, в которой нет одночастичных состояний.

2.1.2 Андреевское отражение

Рассмотрение процесса протекания квазичастичного тока через N-S границу начинается с изучения механизма андреевского отражения. Схематически он изображён на рис. 5. Пусть электрон с энергией $E < \Delta_0$, расположенной чуть выше уровня Ферми μ, движется к границе

раздела нормальной и сверхпроводящей фазы одного металла. Прохождение такого электрона через N-S границу не может быть осуществлено, поскольку справа, в сверхпроводнике, нет свободных состояний с энергиями меньше величины сверхпроводящей щели Δ. Нормальное отражение также запрещено, поскольку на границе раздела нет барьера (материал по обе стороны одинаков), который бы скомпенсировал изменение квазиимпульса электрона. Однако возможен следующий процесс: электрон отражается от границы как дырочное возбуждение в зоне проводимости металла, в то время как в сверхпроводнике рождается куперовская пара. Это происходит за счёт имеющегося электрона и ещё одного, взятого из-под поверхности Ферми.
Следует отметить, что андреевская дырка следует по траектории исходного электрона в обратном направлении, поэтому этот процесс называется *ретро-отражением*. Факт того, что электроны и дырки имеют разные направления групповых скоростей и заряды, влечёт за собой увеличение проводимости по сравнению с проводимостью в т.н. нормальном состоянии, когда тянущее напряжение в N-S структуре много больше величины $\frac{\Delta_0}{e}$ (при условии высокой прозрачности границы раздела).

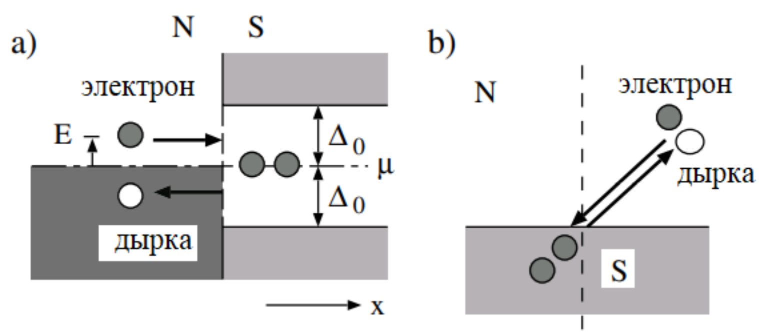


Рис. 5: (a) Энергетическая диаграмма процесса андреевского отражения: электрон, приходящий из N-области, отражается обратно как дырка, в то время как в S-области формируется купероская пара. (b) В реальном пространстве: ретро-отражённая андреевская дырка следует по траектории исходного электрона в обратном направлении. [5]

Если $|E| > \Delta_0$, в сверхпроводнике возможно как андреевское, так и обычное отражение исходного электрона.
Если $|E| < \Delta_0$, в случае наличия потенциального барьера (разные материалы, разные скорости Ферми) при падении электрона на NS-границу твкже возможно как андреевское, так и нормальное отражение.
Итак андреевское отражение – фундаментальный процесс, определяющий транспорт заряда через NS-границу, суть которого заключается в отражении электрона, падающего на NS-границу, в виде ретро-отражённой дырки в металле, в то время как в сверхпроводнике появляется куперовская пара.

2.1.3 Модель Блондера-Тинкхама-Клапвайка (BTK)

Модель BTK описывает транспорт заряда через NS-границу на основе уравнения Боголюбова-де Жена (рассматриваются процессы андреевского отражения частицы, обычного отражения и прохождения заряда через границу). Потенциал NS-контакта описывается δ-образным барьером на границе раздела и потенциалом U_0 в металле, который образуется за счёт выравнивания уровня электрохимического потенциала (существен в случае контакта полупроводниксверхпроводник из-за значительного различия концентраций носителей), а также учитывается сверхпроводящий парный потенциал $\Delta(x)$ (см. рис. 6.)

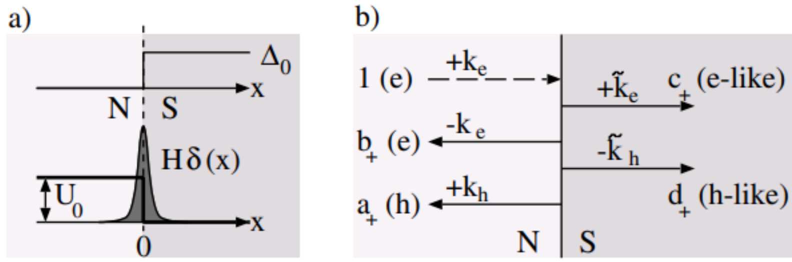


Рис. 6: (a) Модель NS-интерфейса. (b) Модель рассеяния, учитывающая андреевское и обычное отражения. Стрелки отображают направления групповых скоростей, коэффициенты – амплитуды вероятности соответствующих состояний. [5]

Процесс рассеяния падающей электронной волны с волновым вектором k_e: $\psi_{in}(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{ik_e x}$ изображён на рис. 6. Если u_0 – амлитуда вероятности, что состояние квазичастицы в сверхпроводнике электрон-подобное, а v_0 – дырочно-подобное, то волновая функция квазицастиц в сверхпроводнике имеет вид:

$$\psi_{transm}(x) = c_+ \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{ik'_e x} + d_+ \begin{pmatrix} v_0 \\ u_0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{-ik'_h x}. \tag{7}$$

Для отражённых волн (в металле):

$$\psi_{refl}(x) = a_+ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{ik_h x} + b_+ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{-ik_e x}, \tag{8}$$

где волновые векторы определены следующим образом:

$$k_{e,h} = \sqrt{\frac{2m^*_{e,h}}{\hbar^2}\left(\mu - U_0 \pm E\right)};\, k'_{e,h} = \sqrt{\frac{2m_e}{\hbar^2}\left(\mu \pm \left(E^2 - \Delta_0^2\right)^{1/2}\right)}. \tag{9}$$

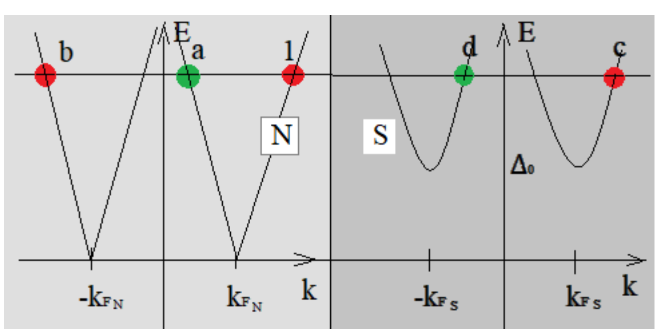


Рис. 7: Положения электронов (выделены красным цветом) и дырок (выделены зелёным цветом) с соответствующими коэффициентами по амплитуде на дисперсионных кривых металла и сверхпроводника.

С учётом непрерывности и граничных условий (см. рис. 6)

$$\psi_{in}(0) + \psi_{refl}(0) = \psi_{transm}(0) \tag{10}$$

$$\psi'_{in}(-0) + \psi'_{refl}(-0) - \psi'_{transm}(+0) = \frac{2m_e}{\hbar^2} H \psi_{transm}(0) \tag{11}$$

могут быть найдены коэффициенты a_+, b_+, c_+, d_+:

$$a_+ = \frac{u_0 v_0}{u_0^2(p+1) - v_0^2 p}; b_+ = \frac{(v_0^2 - u_0^2)(iZ+q)}{u_0^2(p+1) - v_0^2 p}; \tag{12}$$

$$c_+ = \frac{u_0((r+1)/2 - iZ)}{u_0^2(p+1) - v_0^2 p}; d_+ = -\frac{v_0((r-1)/2 - iZ)}{u_0^2(p+1) - v_0^2 p},$$

где $Z = \frac{2Hm_e}{\hbar^2 k_{FS}}$ – безразмерный параметр модели BTK, $q = Z^2/r + (1-r^2)/4r, p = Z^2/r + (r-1)^2/4r, r = \frac{v_{FN}}{v_{FS}}$. Если $|E| < \Delta_0$ волновая функция квазичастицы в сверхпроводнике является затухающей, потому что волновое число комплексное.
В случае если дырка проходит через интерфейс, коэффициенты $a_-, ..., d_-$ могут быть найдены заменой Z на $-Z$. В случае прохождения электрон-подобной квазичастицы из сверхпроводника коэффициенты прохождения имеют вид:

$$c'_+ = \frac{c_+(u_0^2 - v_0^2)}{r}; d'_+ = \frac{d_+(u_0^2 - v_0^2)}{r}. \tag{13}$$

Расчёт тока, протекающего через N-S границу при приложении внешнего напряжения, можно провести следующим образом:

$$I = \frac{ek_{FN}W}{\pi^2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} [f_{\rightarrow}(E) - f_{\leftarrow}(E)] dE, \tag{14}$$

где W-ширина контакта, f-функция распределения. Справа налево $f_{\rightarrow}(E) = f(E - eV)$, в обратную сторону: $f_{\leftarrow}(E) = B(E)f_{\rightarrow}(E) + A(E)[1 - f_{\rightarrow}(-E)] + (C(E) + D(E))f(E)$, где $A(E), ..., D(E)$ – коэффициенты ретро- и обычного отражения и прохождения по энергии, например, $A(E) = a_+^* a_+$. Получаем:

$$I = \frac{ek_{FN}W}{\pi^2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} [f(E-eV) - (B(E)f(E-eV) + A(E)f(E+eV) + (1 - A(E) - B(E))f(E)] dE =$$
$$= \frac{ek_{FN}W}{\pi^2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} [f(E-eV) - f(E)](1 + A(E) - B(E)) dE \tag{15}$$

Особенность андреевского отражения заключается в увеличении или уменьшении суммарного тока, что отражено в факторе $A(E) - B(E)$ в формуле (15). В данном расчёте не принималась во внимание угловая зависимость коэффициента андреевского отражения, конечная толщина барьера и т.д.

2.2 Протекание сверхпроводящего тока в баллистических SNS контактах

На транспорт заряда в SNS-структурах влияют многие факторы. Среди них можно выделить два, вносящих значительный вклад в поведение ТФС:
1) соотношение между длиной свободного пробега элеткрона в материале l, длиной когерентности ξ и расстоянием между сверхпроводящими берегами d;
2) прозрачность барьеров на N-S границах.
По соотношению l, ξ, d выделяют баллистические, или «чистые», контакты, в которых $l \gg \xi, d$, и диффузионные, или «грязные», в которых $l \ll \xi, d$.

2.2.1 Андреевские уровни

Рассмотрим модель протекания заряда в баллистических одномерных SNS структурах. Далее мы рассматриваем такие контакты, в которых не учитываются ни потенциальный барьер на границе, ни отличие фермиевских скоростей в нормальной и сверхпроводящих частях. Сверхпроводящую щель представим в следующем виде (см. рис. 8):

$$\Delta(x) = \begin{cases} \Delta_0 \mathrm{e}^{-i\frac{\varphi}{2}} & x < 0 \\ 0 & 0 < x < L \\ \Delta_0 \mathrm{e}^{i\frac{\varphi}{2}} & x > L \end{cases} \tag{16}$$

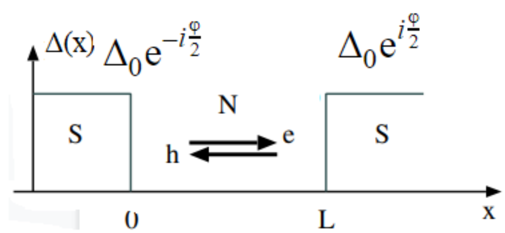


Рис. 8: Сверхпроводящая щель $\Delta(x)$ для баллистического одномерного SNS контакта. Стрелками показаны направления групповых скоростей электронов и дырок. [5]

Такой потенциал аналогичен квантовой яме для электронов в том смысле, что в данном случае возникают дискретные уровни энергии при $|E| \leq \Delta_0$. Задачу их нахождения решил Кулик, сделав подстановку [7] волновых функций возбуждений, движущихся направо (+) и налево (−) при $|E| \leq \Delta_0$:

$$\psi_+(x) = \begin{cases} A_+ \begin{pmatrix} v_0 \mathrm{e}^{-i\frac{\varphi}{2}} \\ u_0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{ik'_h x} & x < 0 \\ B_+ \begin{pmatrix} v_0 \mathrm{e}^{-i\frac{\varphi}{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{ik_e x} + B_+ \begin{pmatrix} 0 \\ u_0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{ik_h x} & 0 < x < L\,; \\ C_+ \begin{pmatrix} u_0 \mathrm{e}^{i\frac{\varphi}{2}} \\ v_0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{ik'_e (x-L)} & x > L \end{cases} \tag{17}$$

$$\psi_-(x) = \begin{cases} A_- \begin{pmatrix} u_0 \mathrm{e}^{-i\frac{\varphi}{2}} \\ v_0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{-ik'_e x} & x < 0 \\ B_- \begin{pmatrix} u_0 \mathrm{e}^{-i\frac{\varphi}{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{-ik_e x} + B_- \begin{pmatrix} 0 \\ v_0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{-ik_h x} & 0 < x < L \\ C_- \begin{pmatrix} v_0 \mathrm{e}^{i\frac{\varphi}{2}} \\ u_0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{ik'_h (x-L)} & x > L \end{cases}$$

Непрерывность волной функции в $x = 0$ и $x = L$, а также свойство $u_0^2 + v_0^2 = 1$ (следует из определения u_0 и v_0) дают

$$\frac{u_0^2}{v_0^2} = \frac{2E^2 - \Delta_0^2}{\Delta_0^2} + i2\frac{E}{\Delta_0^2}\sqrt{\Delta_0^2 - E^2} = \mathrm{e}^{\pm i\varphi}\mathrm{e}^{i(k_e - k_h)L} \tag{18}$$

Поскольку $|E| \leq \Delta_0$, то $\frac{2E^2-\Delta_0^2}{\Delta_0^2} + i2\frac{E}{\Delta_0^2}\sqrt{\Delta_0^2 - E^2}$ можно представить в виде $\mathrm{e}^{2i\gamma}$, и можно написать

$$1 = \mathrm{e}^{-2i\gamma}\mathrm{e}^{\pm i\varphi}\mathrm{e}^{i(k_e - k_h)L} \tag{19}$$

При $|E| \ll \mu$ выражение $k_e - k_h$ можно аппроксимировать выражением $k_F \frac{E}{\mu} = \frac{1}{\xi_0}\frac{E}{\Delta_0}$, где ξ_0 – длина когерентности БКШ, тогда уравнение на спектр собственных значений гамильтониана с модельным потенциалом примет вид:

$$2\pi n = -2\arccos\left(\frac{E}{\Delta_0}\right) \pm \varphi + \frac{L}{\xi_0}\frac{E}{\Delta_0} \tag{20}$$

В пределе коротких контактов $L \ll \xi_0$ получаем два связанных состояния, вырождающихся при $\varphi = \pi$ (см. рис. 9):

$$E_0^+ = \Delta_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \tag{21}$$

$$E_{-1}^- = -\Delta_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right). \tag{22}$$

В пределе $L \gg \xi_0$ вблизи нуля: $\Delta_0 \gg E$, получаем линейную зависимость от фазы (см. рис. 9):

$$E_n^{\pm}(\varphi) = \frac{\xi_0}{L}\Delta_0[\pi(2n+1) \mp \varphi]. \tag{23}$$

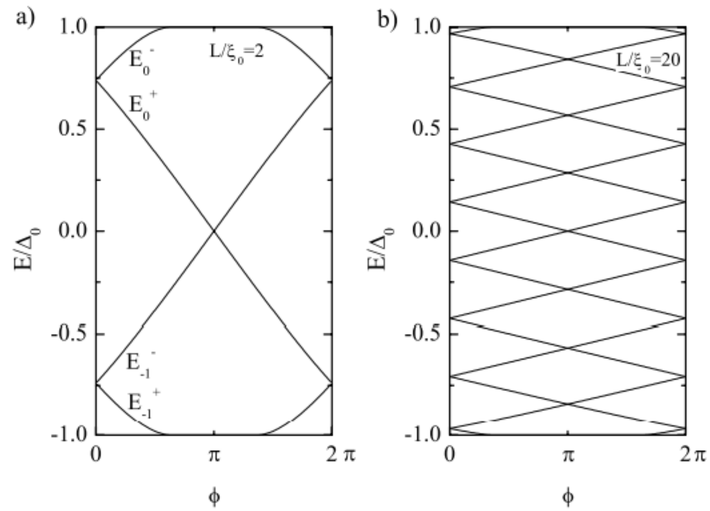


Рис. 9: Андреевские уровни при $\frac{L}{\xi_0} = 2$ **(a)** и $\frac{L}{\xi_0} = 20$ **(b)** в баллистическом SNS-контакте. [5]

Как будет показано далее, состояния $E_n^{\pm}(\varphi)$ переносят ток в SNS-контакте. В равновесии ток от каждого уровня определяется распределением Ферми-Дирака $f_0(E)$. При нулевой температуре вклад в сверхпроводящий ток несут только состояния с $E < 0$, т.к. они полностью заняты.

2.2.2 Сверхпроводящий ток в общем случае одномерного SNS-контакта

В данном разделе для расчёта сверхпроводящего тока будем использовать подход матриц прохождения.

Сверхпроводящая щель снова представляется как на рис. 10. Потенциал $U(x)$ теперь учитывает различие ферми-уровней в нормальном и сверхпроводнике:

$$U(x) = U_0(\theta(x) - \theta(x-L)) + \frac{\hbar^2 k_{FS}^2}{m_e} Z(\delta(x) + \delta(x-L)) \tag{24}$$

Это изображено на Рис. 10.

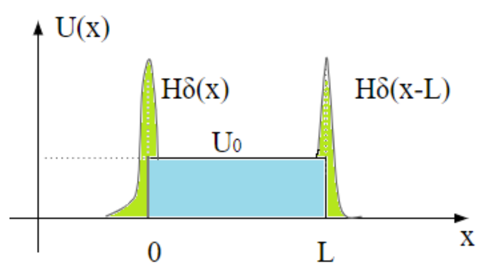


Рис. 10: Модель потенциала $U(x)$.

Для расчёта джозефсоновского сверхпроводящего тока прохождение квазичастицы через контакт можно описать с помощью матрицы прохождения $\mathbf{T}(\varphi)$:

$$\begin{pmatrix} \widetilde{\psi_e} \\ \widetilde{\psi_h} \end{pmatrix} = \mathbf{T}(\varphi) \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_h \end{pmatrix} \tag{25}$$

Матрица $\mathbf{T}(\varphi)$ представляет собой композицию матриц, отражающих шаги транспорта частицы: прохождение левой границы, нормальной области, правой границы. Коэффициенты этих матриц определяются согласно (12)-(13):

$$x = 0 : \mathbf{I} = \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-i\varphi/4} c'_+ & \mathrm{e}^{-i\varphi/4} d'_- \\ \mathrm{e}^{i\varphi/4} d'_+ & \mathrm{e}^{i\varphi/4} c'_- \end{pmatrix} \tag{26}$$

$$0 < x < L : \mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{ik_e L} & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{-ik_h L} \end{pmatrix}$$

$$x = L : \mathbf{O} = \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-i\varphi/4} c_+ & \mathrm{e}^{i\varphi/4} d_- \\ \mathrm{e}^{-i\varphi/4} d_+ & \mathrm{e}^{i\varphi/4} c_- \end{pmatrix}$$

Электрон или дырка могут пройти напрямую через нормальный слой или быть многократно переотражёнными в нём как в резонаторе (см. рис. 11).

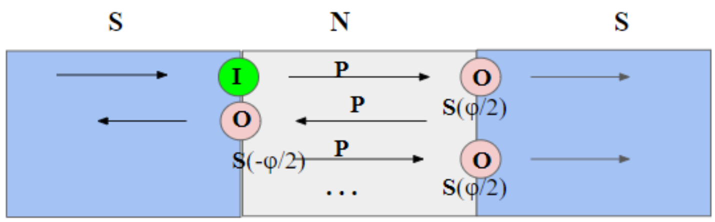


Рис. 11: Процессы переотражения в SNS-структуре.

Каждый цикл прохождения может быть описан отражением от NS-границы, прохождением до противоположной границы, отражением от неё и возвращением. Матрицу отражения от интерфейса можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{S}(\pm\varphi/2) = \begin{pmatrix} b_+ & \mathrm{e}^{\pm i\varphi/2} a_- \\ \mathrm{e}^{\mp i\varphi/2} a_+ & b_- \end{pmatrix} \tag{27}$$

Это позволяет написать матрицу одного цикла переотражения:

$$\mathbf{M}(\varphi) = \mathbf{PS}(-\varphi/2)\mathbf{PS}(\varphi/2) \tag{28}$$

Суммарно это даст:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{M}^n(\varphi) = (1 - \mathbf{M}(\varphi))^{-1} \tag{29}$$

Матрица прохождения $\mathbf{T}(\varphi)$ получается следующей:

$$\mathbf{T}(\varphi) = \mathbf{O}(\varphi/2)(1 - \mathbf{M}(\varphi))^{-1}\mathbf{PI}(-\varphi/2) = \begin{pmatrix} C_+(\varphi) & D_+(\varphi) \\ D_-(\varphi) & C_-(\varphi) \end{pmatrix} \tag{30}$$

Выделим два вклада в сверхпроводящий ток: ток дискретного спектра (Андреевские уровни) и непрерывного ($|E| > \Delta_0$). Полный вывод соотношений можно найти в [5], здесь приведём результаты. При нулевых температурах заняты и дают вклад в ток только дискретные

Андреевские уровни $E_n^{\pm}$ (полюса $\mathbf{T}$-матрицы), расположенные ниже электрохимического потенциала μ:

$$I_{discr} = \sum_{n,\pm,E<0} \frac{2e}{\hbar} \frac{dE_n^{\pm}}{d\varphi} \tag{31}$$

Вклад непрерывного спектра в ток определяется элементами матрицы прохождения:

$$I_{cont} = \frac{2e}{\hbar} \int_{-\infty}^{-\Delta_0} \frac{1}{|u_0^2 - v_0^2|} ([T^e_{L\to R}(E,\varphi) - T^e_{L\leftarrow R}(E,\varphi)] - [T^h_{L\to R}(E,\varphi) - T^h_{L\leftarrow R}(E,\varphi)])dE = \tag{32}$$

$$= \frac{2e}{\hbar} \int_{-\infty}^{-\Delta_0} \frac{1}{|u_0^2 - v_0^2|} (|C_+(\varphi)|^2 - |C_+(-\varphi)|^2 - |C_-(\varphi)|^2 + |C_-(-\varphi)|^2)dE = \frac{2e}{\hbar} \int_{-\infty}^{-\Delta_0} i(E,\varphi)dE$$

Вычисление в общем случае затруднительно, но значительное упрощение получается, если рассмотреть предел коротких контактов ($L << \frac{\mu - U_0}{k_{FN}\Delta_0}$). Тогда энергия связанных состояний определяется следующей формулой (см. (12), ср. с (21)-(23)):

$$E_B^{\pm}(\varphi) = \pm\Delta_0 \sqrt{\frac{\cos^2(\varphi/2) + 4Z^2}{4Z^2 + 1}}, \tag{33}$$

причём $E_B^+ = E_0^+, E_B^- = E_{-1}^-$. В таком пределе вклад в ток несёт только дискретная часть спектра.

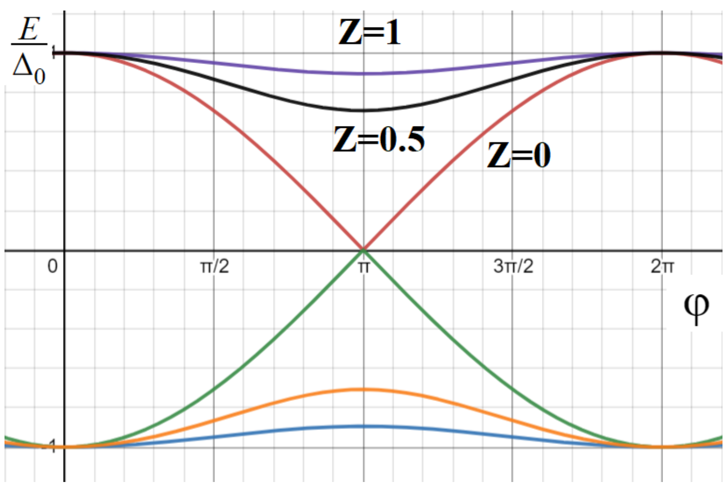


Рис. 12: Нормированные Андреевские уровни при $T = 0$ в пределе короткого контакта при разных Z. Построено согласно (33).

При $Z > 0$ из-за возможности нормального отражения вырожденность уровней в $\varphi = \pi$ исчезает, появляется энергетическая щель (это видно на рис. 12). Как видно на рис. 13 сверхпроводящий ток уменьшается из-за наличия барьера на N-S границе. Видно также, как зависимость $I(\varphi)$ постепенно меняется от предела «чистого» точечного контакта к пределу туннельной характеристики ($I(\varphi) \sim \sin\varphi$) [1]. В пределе длинного контакта возникает много Андреевских уровней, а также появляется вклад в ток непрерывной части спектра. Приведём для сравнения зависимости тока от фазы в этих пределах (рис. 13).

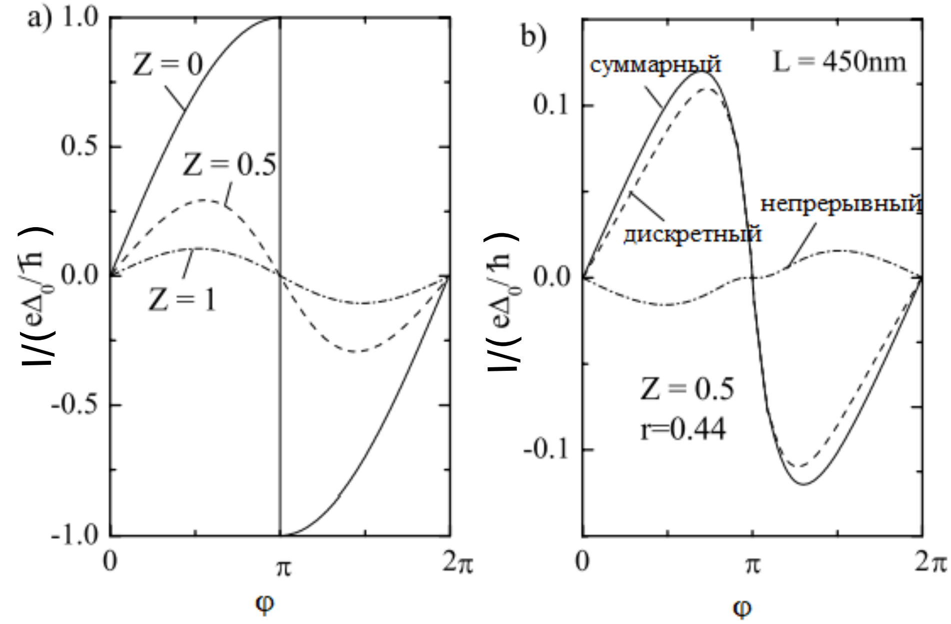


Рис. 13: Ток-фазовые соотношения (ТФС) для предела короткого **(a)** и длинного **(b)** контакта. [5]

При конечной ненулевой температуре Андреевские уровни заполняются с учётом распределения Ферми-Дирака. Учёт этого факта отражается и в выражении для тока непрерывного спектра:

$$I_{discr} = \sum_{n,\pm} \frac{2e}{\hbar} \frac{dE_n^{\pm}}{d\varphi} f_0(E_n^{\pm}(\varphi)) \tag{34}$$

$$I_{cont} = \frac{2e}{\hbar} \left(\int_{-\infty}^{-\Delta_0} + \int_{\Delta_0}^{\infty} \right) i(E,\varphi) f_0(E) dE \tag{35}$$

Основной вклад несёт дискретный спектр, и этот вклад легко вычислить в случае короткого контакта, используя (33)-(34):

$$I_{discr}(\varphi) = \frac{2e}{\hbar} \frac{\Delta_0 \sin\varphi}{4\sqrt{(4Z^2+1)(\cos^2(\varphi/2)+4Z^2)}} (f_0(E_B^-) - f_0(E_B^+)) = \tag{36}$$

$$= \frac{e\Delta_0}{\hbar} \frac{\sin\varphi}{2\sqrt{(4Z^2+1)(\cos^2(\varphi/2)+4Z^2)}} \tanh\left(\frac{E_B^+}{2k_B T}\right)$$

Отметим, что ТФС SNS-перехода в «чистом» пределе не имеет синусоидального характера $I = I_c \sin\varphi$. На это указывают и другие источники [1].

2.3 Учёт эффекта близости

До этого мы рассматривали случай, когда сверхпроводящий потенциал Δ_0 имел вид ступеньки в сверхпроводнике. В месте с тем, в месте NS-контакта свойства сверхпроводящего и нормального слоя изменяются: куперовские пары из сверхпроводника могут диффундировать в металл на конечные расстояния до распада на два некогерентных электрона. Такой механизм называется эффектом близости.

Величину конечного расстояния диффузии куперовской пары в N слое обозначим ξ_N и рассмотрим диффузионный случай, когда $\xi_S \gg l_{e_S}$, $\xi_N \gg l_{e_N}$, где $\xi_{S,N}$ – длины когерентности в сверхпроводнике и нормальной области, $l_{e_{S,N}}$ – длины свободного пробега электрона, соответственно. В диффузионном пределе длины когерентности можно найти так:

$$\xi_{S,N} = \sqrt{\frac{\hbar D_{S,N}}{2\pi k_B T_c}}, \tag{37}$$

где $D_{S,N}$ – коэффициенты диффузии в соответствующих слоях, T_c – температура сверхпроводящего перехода.

В теории электронный транспорт в диффузионном SNS-контакте описывается уравнением Узаделя (см. [5]), которое имеет вид:

$$\xi_{S,N}^2 \theta''_{S,N}(x) + i\frac{E}{\pi k_B T_c}\sin\theta_{S,N}(x) + \frac{\Delta_{S,N}}{\pi k_B T_c}\cos\theta_{S,N}(x) = 0, \tag{38}$$

где $\theta_{S,N}(x)$ – комплексный угол, $\mathrm{Re}[\cos\theta_{S,N}(x)]$ – квазичастичная плотность состояний, $\mathrm{Re}[\sin\theta_{S,N}(x)]$ – плотность состояний куперовских пар.

Схематически влияние эффекта близости представлено на рис. 14. Введены следующие обозначения: $\gamma_B = \frac{2l_{e_N}}{3\xi_N}\langle\frac{1-D}{D}\rangle$, где D – величина, характеризующая барьер (коэффициент прохождения), связанная с коэффициентом Z из модели BTK как $D = \frac{1}{1+Z^2}$; $\gamma = \frac{\rho_S \xi_S}{\rho_N \xi_N}$. Введённые величины γ_B, γ используются в теоретических расчётах как параметры для уравнения Узаделя (38).

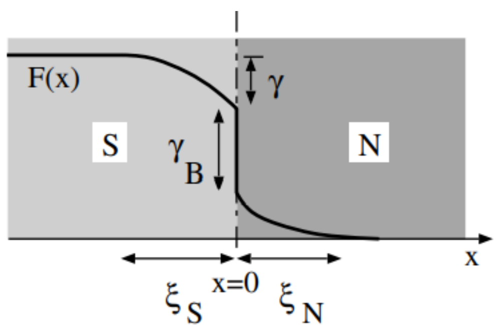


Рис. 14: Схематическая зависимость плотности куперовских пар $F(x) = \mathrm{Re}[\sin\theta_{S,N}(x)]$ от координаты. [5]

В диффузионном случае для идеально прозрачного интерфейса энергетическая величина, которая определяет величину наведённой щели в металле в диффузионном случае, величину критического тока и его температурную зависимость – это таулессовская энергия $E_{Th} = \frac{\hbar D_N}{L^2}$, где D_N – коэффициент диффузии в N-слое, L – его длина. Таулессовская энергия определяет скорость диффузии электрона через металл. В работе [8] проведены расчёты зависимости критического тока от этого параметра. Приведём их результат:

$$eRI_c = 4\pi k_B T \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Delta^2/(\Delta^2+\omega_n^2)}{\sqrt{\frac{2\omega_n}{E_{Th}}}\sinh\sqrt{\frac{2\omega_n}{E_{Th}}}}, \tag{39}$$

где Δ – величина щели в сверхпроводнике S-слоя, $\omega_n = (2n+1)k_B T$ – мацубаровские частоты, R – сопротивление контакта.

2.4 Определение ТФС джозефсоновского контакта при помощи асимметричного СКВИДа

Одним из методов определения ток-фазового соотношения в джозефсоновских структурах является измерение при помощи асимметричного СКВИДа. Идея этого эксперимента заключается в следующем: возьмём джозефсоновский контакт с неизвестной ток-фазовой характеристикой и джозефсоновский контакт с синусоидальным ТФС (SIS-контакт), критический ток которого известен и в несколько раз превышает критический ток исследуемого контакта, и замкнём их в сверхпроводящее кольцо. Путём измерения зависимости тока в СКВИДе от внешнего магнитного поля можно определить ток-фазовую характеристику исследуемого образца. Покажем, как это сделать, следуя [9].

Для начала рассмотрим СКВИД в приближении пренебрежимо малой индуктивности. Пусть опорный SIS-контакт имеет критический ток I_{c_1}, т.е. $I_1(\varphi) = I_{c_1}\sin\varphi$. Исследуемый образец имеет критический ток $I_{c_2} \ll I_{c_1}$ и неизвестную ТФС $I_{c_2}f(\varphi)$. Тогда величина сверхпроводящего тока, протекающая в СКВИДе оказывается равной:

$$I_s = I_{c_1}\sin\varphi_1 + I_{c_2}f(\varphi_2) = I_{c_1}\sin\varphi_1 + I_J(\varphi_2) \tag{40}$$

Фазы связаны соотношением

$$\varphi_1 = \varphi_2 + 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}, \tag{41}$$

где Φ– поток, пронизывающий кольцо СКВИДа, $\Phi_0 = \frac{h}{2e}$– квант потока. Если φ_c– значение фазы, при котором достигается максимум I_s, то

$$\frac{dI_s}{d\varphi}\Big|_{\varphi=\varphi_c} = I_{c_1}\cos\left(\varphi_c + 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}\right) + \frac{dI_J}{d\varphi}\Big|_{\varphi=\varphi_c} = 0 \tag{42}$$

Тогда производная $\frac{dI_{s_{max}}}{d\Phi}$, определяемая по экспериментальным данным (см. раздел «Результаты»), получается в силу (42) равной

$$\frac{dI_{s_{max}}}{d\Phi} = I_{c_1}\cos\left(\varphi_c + 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)\left(\frac{d\varphi_c}{d\Phi} + \frac{2\pi}{\Phi_0}\right) + \frac{dI_J}{d\varphi}\frac{d\varphi_c}{d\Phi} = I_{c_1}\cos\left(\varphi_c + 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}\right)\frac{2\pi}{\Phi_0} \tag{43}$$

Отсюда получаем

$$\varphi_c = \pm\arccos\left(\frac{\Phi_0}{2\pi I_{c_1}}\frac{dI_{s_{max}}}{d\Phi}\right) - 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0} + 2\pi k \tag{44}$$

Теперь если вернуться к (40) при $\varphi = \varphi_c$, мы имеем:

$$I_J(\varphi_c) = I_{s_{max}} - I_{c_1}\sin\left(\varphi_c + 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}\right) = I_{s_{max}} \pm I_{c_1}\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\Phi_0}{2\pi I_{c_1}}\frac{dI_{s_{max}}}{d\Phi}\right)^2\right)} \tag{45}$$

Выбор знаков диктуется тем, что критический ток исследуемой структуры не может превышать максимальный ток СКВИДа. Система (44)-(45) задаёт ток-фазовое соотношение для исследуемого объекта в приближении:

1) $I_{c_2} \ll I_{c_1}$;

2) пренебрежимо малая индуктивность контура.

Если учитывать индуктивность, но считать её малой, то получится следующее:

$$\varphi_c = \arccos\left(\frac{\Phi_0}{2\pi I_{c_1}}\frac{dI_{s_{max}}}{d\Phi}\right) - 2\pi\frac{\Phi - \Phi_L}{\Phi_0}, \tag{46}$$

где Φ_L – величина потока, соответствующая току, протекающему по индуктивности. Если СКВИД сильно асимметричный, то

$$\Phi_L = \frac{L(I_{c_1} - I_{c_2})}{2}, \tag{47}$$

где L – величина индуктивности СКВИДа.
Вычисление индуктивности контура можно производить аналитически или экспериментально, путём изготовления калибровочных СКВИДов с известными параметрами. Это описано в статье [9].
Таким образом, соотношения (45) и (46) задают ток-фазовое соотношение исследуемого образца в асимметричном СКВИДе.

3 Экспериментальная часть

3.1 Изготовление образца

Образцы изготавливались в ИФТТ РАН при помощи электронно-лучевой литографии на двойном резисте и последующего теневого осаждения.

Для формирования SNS-контакта в высоковакуумной установке на подложку сначала осаждался тонкий слой меди (толщиной $d_N = 40nm$) для формирования полоски нормального металла, а затем под другим углом – слой ниобия толщиной $d_S = 70nm$ для формирования сверхпроводящих берегов джозефсоновского перехода Nb-Cu-Nb. Аналогично был изготовлен SIS-контакт Nb-Al-AlO_x-Al-Nb, но на одной из промежуточеных стадий изготовления было проведено окисление алюминиевого слоя. Схематически процедура теневого напыления представлена на рис. 15.

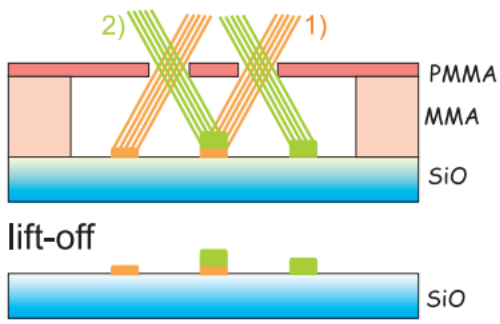
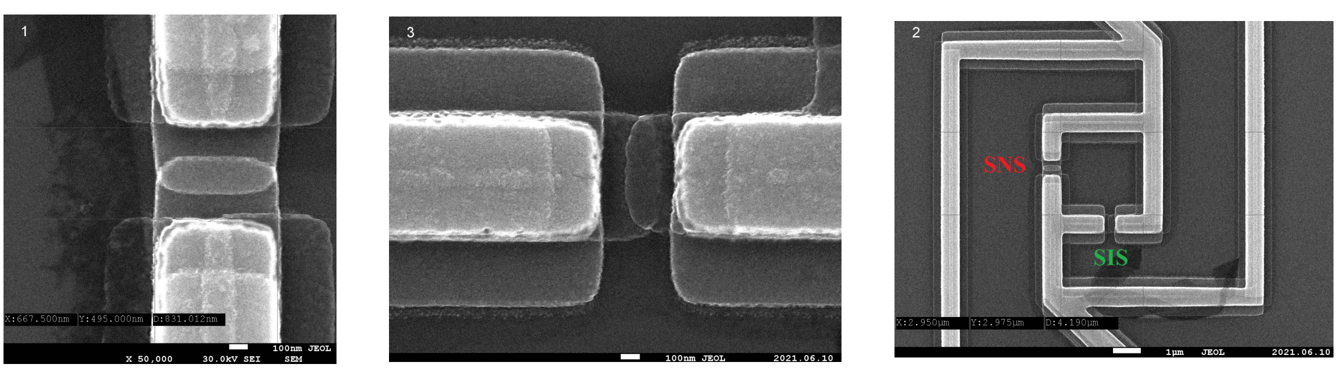


Рис. 15: Схема технологии теневого напыления под двумя углами. Предварительно на подложку наносится двухслойный резист: MMA-MAA (40 K)+ PMMA (950 K). Далее следует стадия экспонирования и проявления. Часть резиста засвечивается электронным лучом, и затем она помещается в позитивный раствор-проявитель MIBK+IPA(1:3). Затем производится чистка ионами аргона областей поверхности подложки, освобождённых от электронного резиста. После этого производится напыление металлов под разными углами наклона и поворота. [10]

Изображения структур в сканирующем электронном микроскопе приведены на рис. 16.

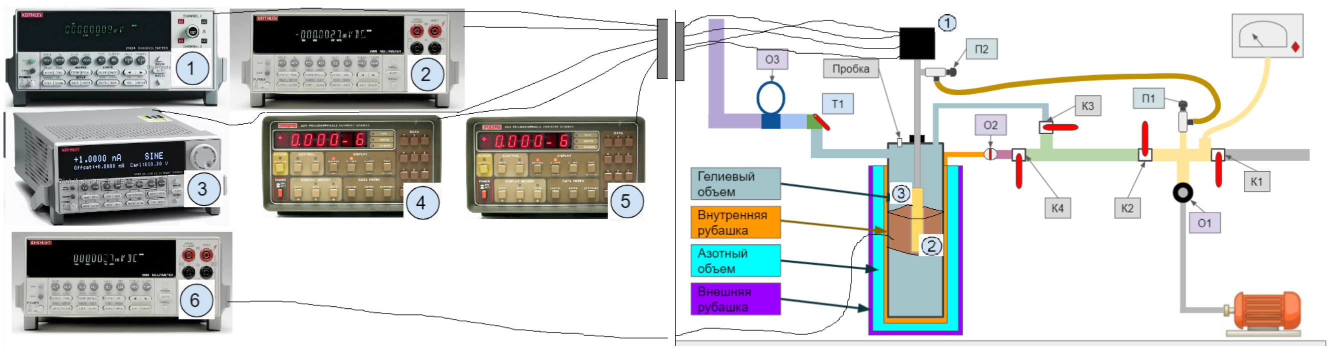


а) б) в)

Рис. 16: СЭМ-изображения изготовленных структур для эксперимента: а) отдельный SNS-контакт б) отдельный SIS-контакт в) СКВИД с SNS- и SIS-контактами (обозначены на рисунке).

3.2 Методика измерений

Установка для проведения эксперимента состояла из криостата He-4, соединенного с общей гелиевой сетью, измерительных приборов, подключенных к ПК через интерфейс GPIB для получения данных с помощью программы Labview. Схема установки приведена на рис. 17.



а) б)

Рис. 17: а) Измерительные приборы: 1 - нановольтметр Keithly 2182; 2 - мультиметр Keithly 2000 (термометр); 3 - источник тока Keithly 6220; 4 - источник тока Keithly 224 (термометр); 5 - источник тока Keithly 224 (нагреватель); 6 - источник тока Keithly 2000 (соленоид). б) Кратко обозначены краны гелиевой и вакуумной системы, составные части криостата He-4.Цифрами обозначены следующие элементы: 1 - коробочка с фильтрами; 2 - соленоид в криостате; 3 - медный стакан на вставке, защищающий держатель с образцом.

Образцы помещались в криостат при помощи вставки, в нижней части которой закреплён держатель образца. Держатель состоит из текстолитовой подложки с медными контактными площадками. Образцы приклеивались клеем БФ к подложке держателя, а затем приваривались тоненькие медные проволочки к образцу и контактным площадкам с помощью бондера 4500S Wedge-Bonder фирмы Külicke and Sofa. Затем держатель с образцом помещался во вставку и закрывался медным кожухом.Далее вставка опускалась в криостат.
На данные, получаемые при таких измерениях, при малых значениях тока и напряжения, сильно влияют шумы. Для подавления электромагнитных шумов применялись RC-фильтры низких частот, установленные в измерительных DC-линиях на выходе из криостата (при комнатной температуре). Схема приведена на рис. 18. После того, как криостат залит гелием-4 ($T = 4.2\ K$), производится откачка паров гелия-4 для получения более низких температур вплоть до 1.5 K. Магнитное поле, перпендикулярное плоскости образца, создаётся внешней катушкой, расположенной в криостате.

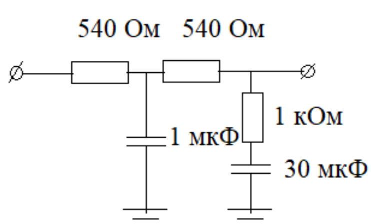


Рис. 18: Схема фильтров низких частот, установленных на выходе из криостата.

4 Результаты измерений

4.1 Измерение вольт-амперных характеристик SNS-структур

Мы провели серию измерений вольт-амперных характеристик при разных температурах для SNS-структур, в которых сверхпроводящие берега были изготовлены из ниобия Nb, а в роли нормального металла выступала медь Cu. Измерения для одного из образцов представлены на рис. 19.

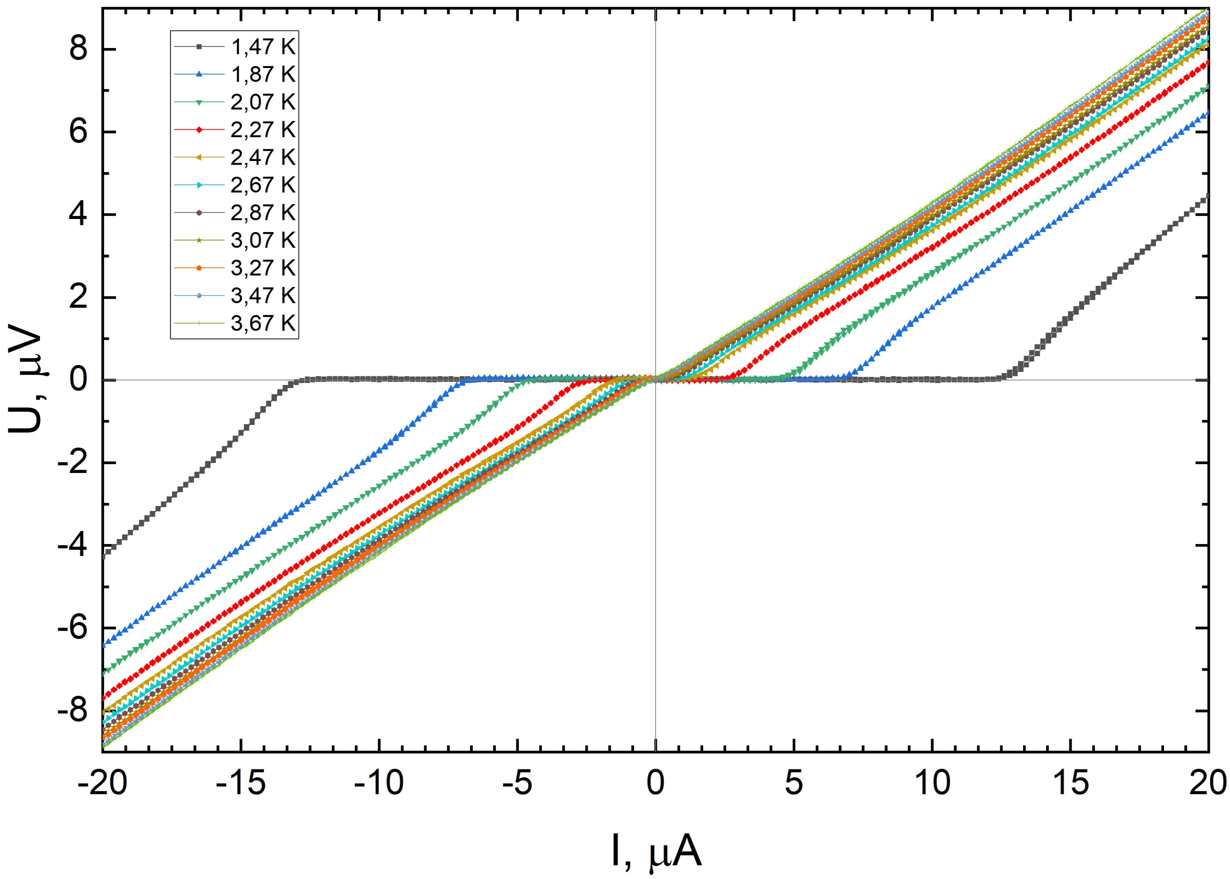


Рис. 19: Результаты измерений вольт-амперных характеристик SNS-контакта (Nb-Cu-Nb) при различных температурах.

В исследуемых структурах мы наблюдали сверхпроводящий ток I_c, зависящий от температуры. Нами была проведена обработка резистивной части вольт-амперных характеристик для определения значения критического тока при значениях температуры от 1.47 K до 2.67 K по модели RSJ, согласно формуле $U(I) = R_n\sqrt{I^2 - I_c^2}$, где R_n – значение коэффициента наклона резистивной части $U(I)$ при её выходе на линейную зависимость. Результаты обработки представлены в таблице 1.

Таблица 1: Результаты обработки вольт-амперных характеристик SNS-контакта при разных температурах

№	T, K	$I_{c_{RSJ}}, \mu A$
1	1.47	14.019
2	1.87	8.278
3	2.07	6.066
4	2.27	3.931
5	2.47	2.366
6	2.67	2.126

Значение сопротивления R_n составило 0.44Ω. Для расчёта величины таулессовской энергии в меди нам необходимо знать сверхпроводящие параметры ниобия и характеристики меди. Они представлены в таблице 2.

Таблица 2: Характеристики материалов Nb и Cu

Температура перехода Nb, T_c	8.3 K
Концентрация свободных носителей в Cu, n	$8.27 \cdot 10^{28} \frac{1}{m^3}$
Скорость Ферми в Cu, v_F	$1.56 \cdot 10^{6} \frac{cm}{s}$

Геометрические параметры образца показаны на рис. 20.

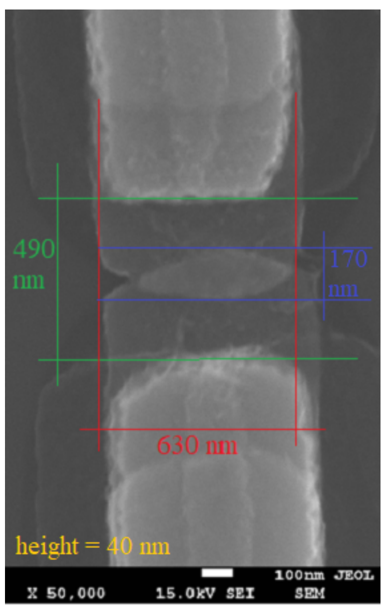


Рис. 20: СЭМ-изображение SNS-структуры с указанием геометрических размеров.

По заданным геометрическим размерам с учётом перекрытия и значения R_n мы рассчитали величину удельного сопротивления меди: $\rho = 2.7\mu\Omega \cdot cm$. При расчёте мы пренебрегли сопротивлением интерфейсов нормальный металл-сверхпроводник, что впоследствии оправдалось.

Используя модель Друде, мы определили длину свободного пробега в меди при скорости Ферми: $l_{el} = 24.8nm$. Далее нашли коэффициент диффузии $D = \frac{1}{3} v_F l_{el}$ и теоретическое значение таулессовской энергии $E_{Th}^{theor} = \hbar \frac{D}{L^2}$, L – расстояние между сверхпроводящими берегами:

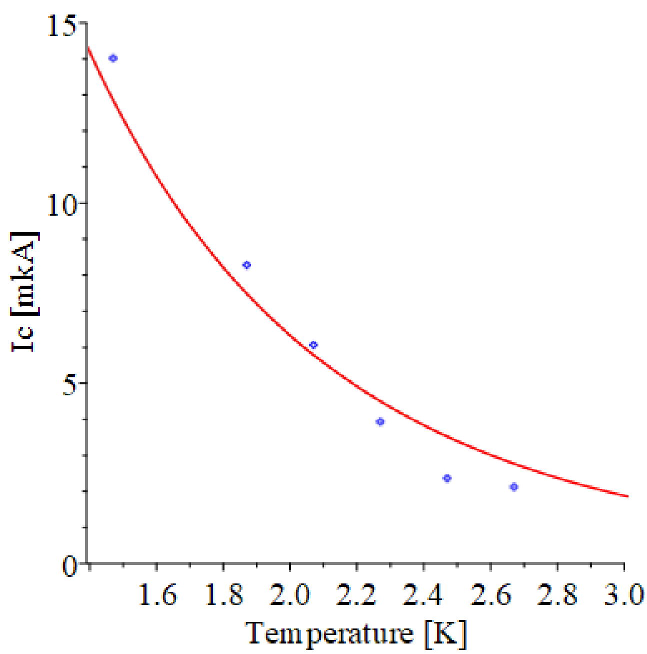
$$D = 130 \frac{cm^2}{s} \tag{48}$$

$$E_{Th}^{theor} = 36 \mu eV \tag{49}$$

Заметим, что это много меньше значения сверхпроводящей щели в ниобии, которую можно найти как $2\Delta = 3.9 k_B T_c$. Здесь коэффициент 3.9 отличается от привычного в теории БКШ 3.52, вместе с тем ниобий имеет зависимость $\Delta(T)$, описываемую моделью БКШ (см. [11]). Таким образом, $\Delta = 1.26 meV \gg E_{Th}^{theor} = 36 \mu eV$.
Оценим также величину длины когерентности в N-слое, чтобы убедиться, что вычисления проводятся в правильном пределе. Используя формулу (37), получаем

$$\xi_N = 100nm \tag{50}$$

Полученное значение подтверждает справедливость использования диффузионного приближения.
Значение таулессовской энергии можно также получить из экспериментальных данных зависимости $I_c(T)$ согласно описанной в разделе «Теоретическое введение» формуле (39). Вычисление проводилось по программе в среде Maple 2017, в которой вычислялись первые 1000 членов предложенного ряда. Результаты представлены на рис. 21. Значение $E_{Th}^{fit} = 36 \mu eV$ при обработке по модели RSJ совпало с теоретическим, что может говорить о том, что сопротивление интерфейсов мало по сравнению с сопротивлением объёмной части N-слоя $R_{NS} \ll R_N$.



а)

Рис. 21: Температурная зависимость критического тока SNS-контакта: экспериментальные данные обозначены точками, аналитическая зависимость при $E_{Th} = 36meV$ (см. (39)) обозначена сплошной кривой.

4.2 Измерения ТФС SNS-контактов при помощи асимметричного СКВИДа

Нами было проведено измерение вольт-амперных характеристик в диапазоне магнитных полей от 0 до 4.34 Э асимметричного СКВИДа, в плечах которого были встроены SIS и SNS контакты. SIS имел ниобиевые берега, в качестве изолятора выступал оксид алюминия. Это был опорный контакт с известной ток-фазовой характеристикой $I(\varphi) = I_c \sin\varphi$, где $I_c = 280\mu A$. В качестве исследуемого джозефсоновского контакта была SNS-структура с ниобиевой сверхпроводящей и медной нормальной частями. Его ток-фазовое соотношение подлежало определению.

Для начала представим данные измерений со СКВИДом в виде графика (см. рис. 22). На представленном графике видны осцилляции критического тока по магнитному полю, которые носят периодический характер.

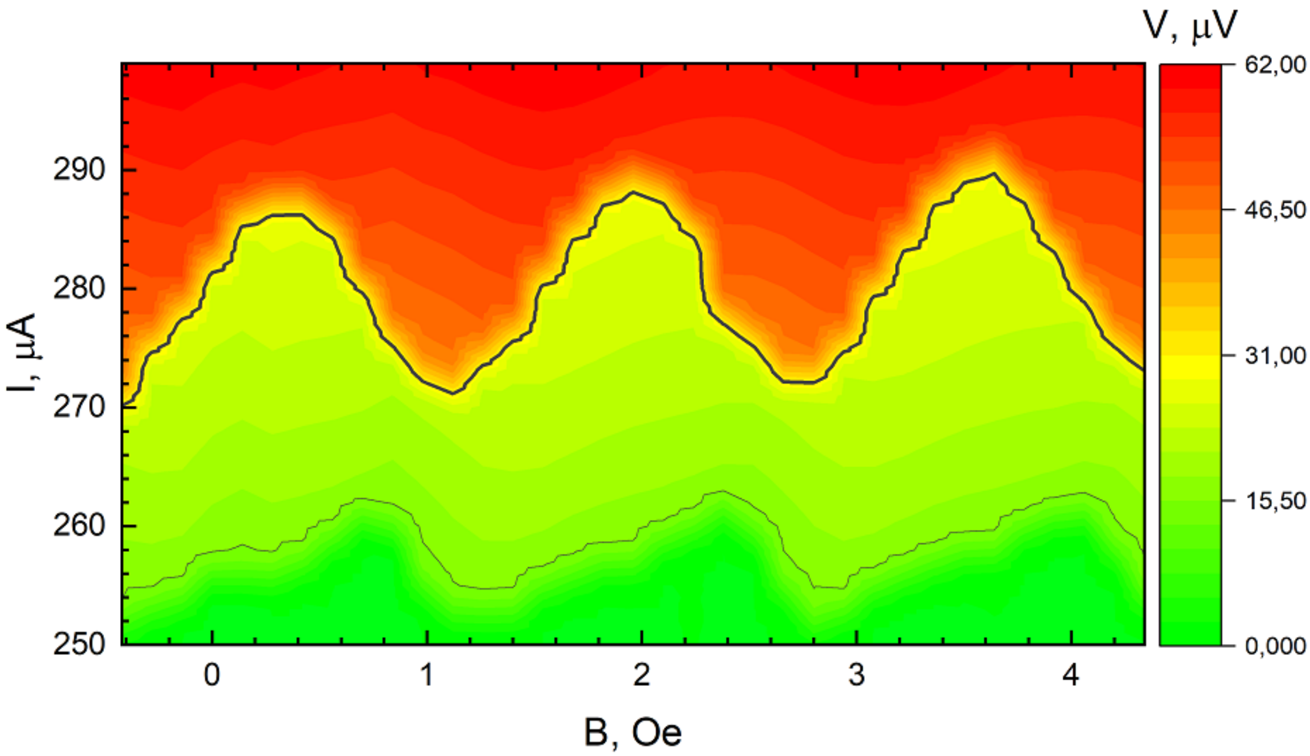


Рис. 22: Зависимость $V(I)$ для СКВИДа при разных значениях магнитного поля B. Сплошной линией выделены осцилляции критического тока в магнитном поле.

Перед обработкой экспериментальных данных зависимости $I_{max}(B)$ нужно оценить индуктивность контура СКВИДа. Это можно сделать по следующей формуле (приведена в СГС):

$$L = 0.4\left[a\ln\left(\frac{4ab}{c(a+d)}\right) + b\ln\left(\frac{4ab}{c(b+d)}\right)\right] + 2(a+b-d) - 1.25\mu(a+b), \qquad (51)$$

где a, b, c – длина, ширина и высота прямоугольной рамки, $d = \sqrt{a^2+b^2}$. В СИ нужно полученную величину умножить на μ_0. В нашем случае рамка была квадратной (см. рис. 23). Значение индуктивности контура получилось равным $L = 10.4$ пГн.

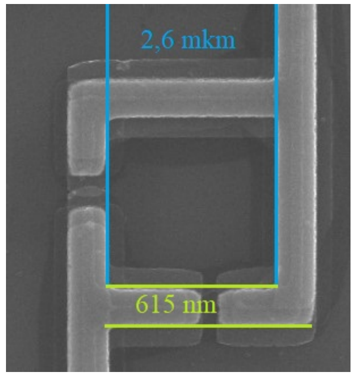


Рис. 23: СЭМ-изображение СКВИДа с указанием геометрических размеров. Высота слоя $c = 40\ nm$.

Определив индуктивность СКВИДа и площадь его внутреннего кольца, а также численную производную $\frac{dI_{max}}{dB}$ по экспериментальным точкам зависимости $I_{max}(B)$ для СКВИДа, мы можем применить соотношения (45) и (47) для нахождения ток-фазового соотношения SNS-контакта. Результаты представлены на рис. 24.

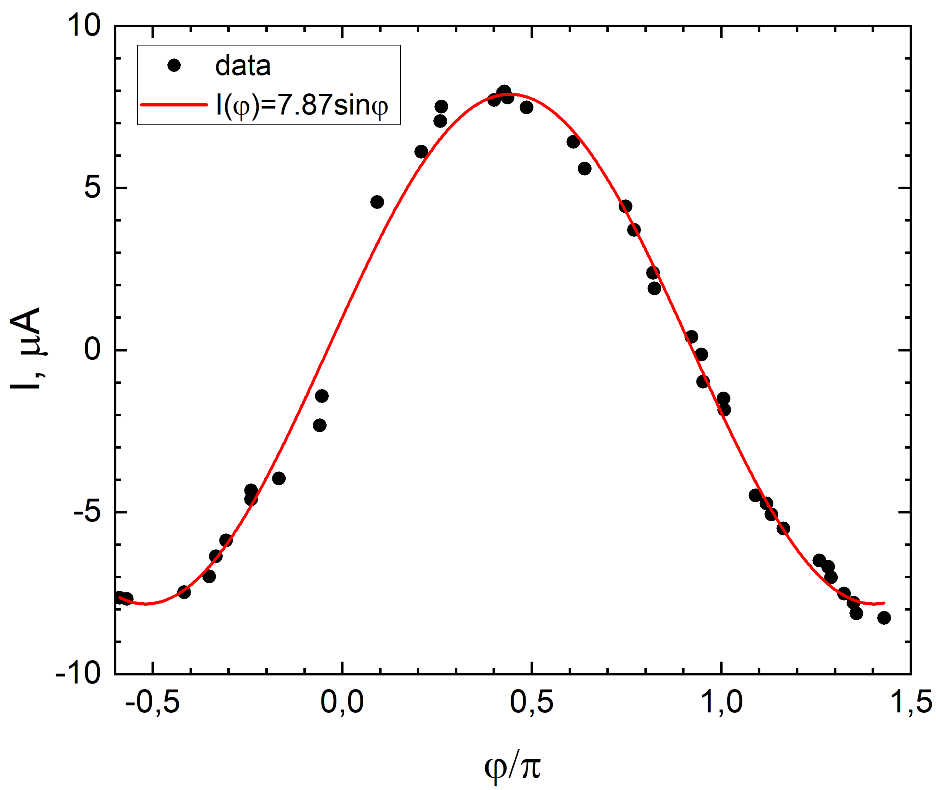


Рис. 24: Ток-фазовое соотношение SNS-контакта, полученное из экспериментальных данных (точки, отмеченные чёрным цветом), и его аппроксимация аналитической зависимостью (сплошная красная линия).

Полученная зависимость имеет синусоидальный характер, что отражено на графике (рис. 24) путём аппроксимирования экспериментальных точек. Критический ток, полученный при аппроксимации, составил 7.87 μA.
Представленное ток-фазовое соотношение могло быть ожидаемо, поскольку мы работали с длинными диффузионными SNS-контактами (это отражено в вычислениях, приведённых выше: расстояние между сверхпроводящими берегами $d = 490nm$ длина свободного пробега в меди $l_{el} = 24.8nm$, длина когерентности $\xi_N = 100nm$, $\xi_N \gg l_{el}$). Это подкрепляется уже имеющимися теоретическими результатами. В обзоре А. А. Голубова [1] приводятся результаты численных расчётов ТФС для SNS-контактов в различных пределах. Приведём результат, касающийся диффузионного случая (см. рис. 25).

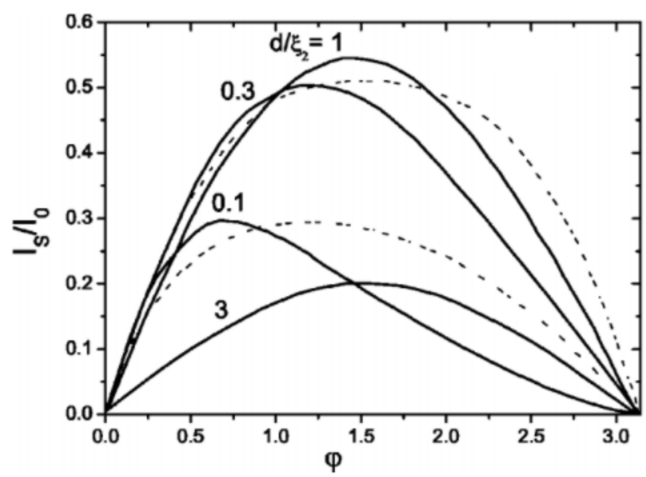


Рис. 25: Зависимость ТФС от отношения длины N-слоя к длине когерентности в металле в диффузионном случае. Численный расчёт показан сплошными линиями, аналитический – пунктиром. [1]

Приведённый выше график показывает, что чем длиннее диффузионный контакт (при неизменной прозрачности интерфейсов), тем ближе его ток-фазовая характеристика к синусоидальной. Особенно это проявляется, когда отношение $\frac{d}{\xi_N}$ больше или порядка 1 (в нашем случае $\frac{d}{\xi_N} = 4.9$).
Таким образом, полученный нами результат согласуется с имеющимися расчётами, и это позволяет сказать, что метод определения ток-фазового соотношения, предложенный в разделе 2.4 «Теоретической части», применим для субмикронных планарных гибридных джозефсоновских SNS-контактов.

5 Заключение

Проведены низкотемпературные исследования зарядового транспорта в планарных субмикронных джозефсоновских SNS структурах с ниобиевыми берегами и барьерами из нормального металла (Nb-Cu-Nb). Изучены вольт-амперных характеристики исследуемых структур в температурном интервале 1.5-4.2K. Обнаружен джозефсоновский сверхток в исследуемых структурах. Исследованы зависимости джозефсоновского критического тока от температуры. Проведено сравнение полученных экспериментальных данных с теоретическими расчетами в рамках модели зарядового транспорта в диффузионном планарном SNS контакте [12].

Проведены исследования ток-фазового соотношения в планарных субмикронных джозефсоновских SNS-структурах Nb-Cu-Nb с использованием несимметричного двухконтактного СКВИДа. Изучены зависимости критического тока двухконтактного СКВИДа от внешнего магнитного поля. Из результатов эксперимента с помощью теоретического подхода, разработанного в работе [9] определено ток-фазовое соотношение в Nb-Cu-Nb структурах.

В ходе дальнейшей работы в рамках темы исследования будут изготовлены планарные гибридные джозефсоновские структуры сверхпроводник-топологический изолятор-сверхпроводник на основе тонкослойных образцов топологических изоляторов и сверхпроводящих ниобиевых электродов, а также структуры сверхпроводник-полупроводниковая нанопроволока-сверхпроводник, и проведено изучение особенностей зарядового транспорта и ток-фазовых соотношений в структурах.

Список используемой литературы

[1] A.A Golubov, M. Yu. Kupriyanov, E. Il'iechev The current-phase relation in Josephson junctions, *Rev. Mod. Phys.* ***76***, 2004.

[2] S. Hart *et. al.* Current-phase relations of InAs nanowire Josephson junctions: From interacting to multimode regimes, *Phys. Rev. B* ***100***, 2019.

[3] C. Kurter, A.D.K. Finck, Y.S. Hor D.J. Van Harlingen Evidence for an anomalous current–phase relation in topological insulator Josephson junctions, *Nat. Comm.* ***6***, 2015.

[4] S. Das Sarma *et. al.*, npj *Quantum Information* ***1****, 15001*, 2015.

[5] Th. Shaepers «Superconductor/Semiconductor Junctions». *Springer Tracts in Modern Physics*, *Springer Verlag*, 2001.

[6] Шмидт В.В. «Введение в физику сверхпроводников». *Лекционные курсы*, *МЦНМО*, 2000.

[7] I.O.Kulik Macroscopic Quantisation and the Proximity Effect In S-N-S junctions, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* ***57***, 1969.

[8] J.C. Hammer, J.C. Cuevas, F.S. Bergeret, and W. Belzig Density of states and supercurrent in diffusive SNS junctions: role of nonideal interfaces and spin-flip scattering, *Phys. Rev. B* ***76***, 2007.

[9] Л. В. Гинзбург *et. al.* Определение ток-фазового соотношения джозефсоновских контактов с помощью несимметричного двухконтактного СКВИДа, *Письма в ЖЭТФ* ***107***, 2018.

[10] Т. Е. Голикова Эффект близости и когерентные явления в гибридных структурах сверхпроводник-нормальный металл-ферромагнетик, диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Черноголовка, 2014.

[11] J.P. Carbotte Properties of boson-exchange superconductors *Rev. Mod. Phys.* ***62***, 1990.

[12] F.S. Bergeret et al., The Vortex State and Josephson Critical Current of a Diffusive SNS Junction *J. Low Temp. Phys.* ***153****, 304*, 2008.