
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау
Кафедра физики твердого тела

Направление подготовки / специальность: 03.04.01 Прикладные математика и физика

Направленность (профиль) подготовки: Общая и прикладная физика

ТОНКОПЛЕНОЧНЫЕ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ ДЛЯ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ ЭЛЕКТРОНИКИ

(магистерская диссертация)

Студент:

Ионин Александр Сергеевич

(подпись студента)

Научный руководитель:

Большинов Виталий Валериевич,
канд. физ.-мат. наук

(подпись научного руководителя)

Консультант (при наличии):

(подпись консультанта)

Москва 2022

Аннотация

В работе обсуждается возможность реализации шунтированных одно и двух - контактного интерферометров, предложенных ранее для использования в сверхпроводящих нейронных сетях. Такие интерферометры могут быть использованы в качестве нормирующих элементов, с нелинейной поток-потокковой передаточной функцией. Разработан и опробован технологический процесс, позволяющий изготовить прототипы рассматриваемых устройств в виде многослойной тонкопленочной структуры, сформированной над сверхпроводящим экраном. Экспериментально измерены передаточные функции изготовленных образцов, содержащие сигмоидальную и гауссовскую компоненты для одноконтантного и двухконтантного интерферометров соответственно. Проведена аппроксимация экспериментальных данных на основе усовершенствованных моделей сигма- и гаусс-нейронов, учитывающих свойства реально изготовленных образцов. На основании разработанных моделей предложены пути совершенствования топологии для получения целевых передаточных функций.

Благодарность

Хочу выразить отдельную искреннюю благодарность своему научному руководителю, Большинову Виталию Валериевичу.

Так же хочу поблагодарить весь коллектив лаборатории сверхпроводимости ИФТТ РАН за неоценимые технические и научные советы, которые позволили выполнить данную работу.

Содержание

1. Введение	5
2. Литературный обзор	7
2.1. Простейшие сверхпроводящие интерферометры	7
2.1.1. Двухконтактный интерферометр.	9
2.1.2. Одноконтактный интерферометр.	13
2.2. Сверхпроводящие нейроны	15
2.2.1. σ - нейрон	15
2.2.2. γ - нейрон	18
2.3. Индуктивность сверхпроводящей линии	21
2.4. Нестационарное состояние джозефсоновских структур	23
2.4.1. RSJ-модель контакта Джозефсона	23
2.4.2. RCSJ - модель	25
2.4.3. Двухконтактный интерферометр в нестационарном режиме. . .	27
2.4.4. Влияние индуктивности шунтирующего сопротивления на вольт-амперные характеристики джозефсоновских структур.	28
3. Технические аспекты эксперимента	31
3.1. Изготовление образцов	31
3.2. Измерительная установка	32
4. Эксперимент	34
4.1. Разработка топологии сверхпроводящих нейронов.	34
4.2. Измерения	35
4.3. Анализ σ - нейрона	38
4.4. Анализ γ - нейрона	41
5. Заключение	46

Глава 1

Введение

Данная работа посвящена практической реализации устройств сверхпроводящей электроники. Последнюю можно условно разделить на три широких направления: аналоговая, цифровая и квантовая. Во всех трех направлениях широко применяются сверхпроводящие интерферометрические структуры, являющиеся основным классом объектов данного исследования. Они представляют собой сверхпроводящее кольцо, замкнутое через один или несколько контактов Джозефсона [1]. В аналоговой сверхпроводящей электронике интерферометры применяются для измерения слабых постоянных или переменных магнитных сигналов. В этом случае они называются СКИМП (сверхпроводящий квантовый измеритель магнитного потока) или СКВИД (от англ. SQUID – Superconducting Quantum Interference Device). В цифровой сверхпроводящей электронике [2] интерферометрические структуры используются для создания и управления пикосекундными импульсами напряжения, являющихся носителями информации. Преимуществами цифровых сверхпроводящих устройств является высокая тактовая частота гигагерцового диапазона и малое выделение энергии на одно переключение. Развитием данного направления является отрасль квантовых сверхпроводящих устройств [3], в которых контакт Джозефсона ведет себя аналогично квантово-механической частице, находящейся в управляемом потенциальном рельефе. В настоящее время данное направление эффективно развивается с целью реализации потенциала квантовых вычисления для решения каких-то задач.

Одним из актуальных направлений развития цифровых технологий в текущем столетии являются так нейроморфные вычисления, симулирующие, фактически, мозговую активность биологических систем. Они очень полезны при решении задач, связанных с обработкой огромных массивов информации. Примерами могут служить задача распознавания изображений [4], построение оптимальных логистических маршрутов [5], интуитивные вычисления и т.п. Необходимость обработки больших массивов данных делает актуальной задачу создания энергоэффективных, быстродействующих логических элементов. В этом смысле актуальным является переход к сверхпроводниковой элементной базе [6]. Действительно, джозефсоновские логические элементы оперируют в гигагерцовом диапазоне частот и отличаются крайне

низкой диссипацией энергии (порядка 1 аJ на переключение) [7]. Еще большая энергоэффективность может быть достигнута в концепции адиабатических вычислений [9], в которой информация передается в виде малого изменения фазы сверхпроводящей волновой функции. В этом случае энерговыделение на одну логическую операцию может быть уменьшено вплоть до фундаментального предела $kT \ln 2$.

Нейросетевые процессоры состоят из большого количества слоев логических элементов (нейронов), связанных между собой управляемыми линиями передачи данных (синапсами), преобразующих сигнал по определенному закону. С практической точки зрения, нейрон представляет собой устройство, реализующее специальный вид передаточной функции. В работе [10] было показано, что в адиабатических сверхпроводниковых схемах в качестве нейрона может быть использован одноконтный интерферометр, шунтированный дополнительной индуктивностью. Авторами работ [7] - [10] были предложены элементы, преобразующие входной сигнал согласно распределению Гаусса (γ -нейрон) и функции сигмоида (σ -нейрон). Целью данной работы является практическая реализация предложенного объекта и изучение его свойств.

Глава 2

Литературный обзор

2.1 Простейшие сверхпроводящие интерферометры

Для обсуждения свойств сверхпроводящих интерферометров достаточно представлений двух описательных моделей сверхпроводимости: теории Лондонов и теории Гинзбурга-Ландау [1]. Основным достижением теории Лондонов является описание идеального диамагнетизма сверхпроводников. В ней показано, что в качестве отклика на приложенное магнитное поле H в поверхностном слое сверхпроводника возникает экранирующий ток I , полностью выталкивающий магнитные силовые линии из объема сверхпроводника. Пространственное распределение поля и тока у поверхности сверхпроводника описывается экспоненциально затухающей зависимостью вида

$$j_S, B \sim \exp(-x/\lambda) \quad (1)$$

где B - индукция магнитного поля, j_S - плотность сверхтока, x - расстояние от поверхности, а λ - материальный параметр, обратно пропорциональный квадратному корню из концентрации сверхпроводящих электронов. Параметр λ называется лондонской длиной и определяет, фактически, глубину проникновения магнитного поля и электрического тока в сверхпроводник.

В теории Гинзбурга-Ландау весь коллектив сверхпроводящих электронов описывается при помощи комплексной волновой функции $\psi = |\psi|e^{i\theta}$, которая зависит от трех пространственных координат и времени. Модуль волновой функции характеризует пространственное распределение концентрации сверхпроводящих электронов $|\psi|^2 = \frac{n_s}{2}$, а фаза создает условия для проявления эффектов макроскопической квантовой когерентности (см. ниже). Обе величины могут зависеть от пространственного расположения и времени. Как было показано в работе Горькова [11] этот подход эквивалентен теории БКШ на макроскопических масштабах.

Сверхпроводящие интерферометры (СКВИД) состоят из одного или нескольких сверхпроводящих контуров (колец), содержащих один или несколько джозефсоновских контактов на контур. Основным свойством сверхпроводящего кольца является его неодносвязность: внутри кольца можно выбрать замкнутый сверхпроводящий

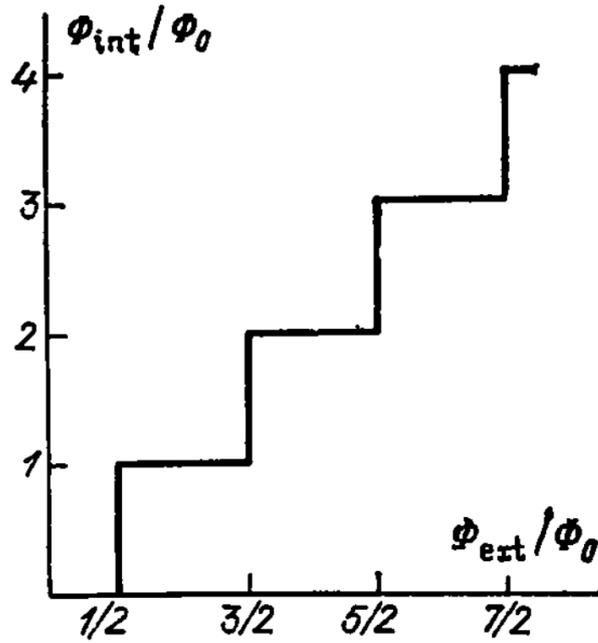


Рис. 1. Зависимость полного магнитного потока в сверхпроводящем кольце в зависимости от приложенного магнитного потока [12].

контур, который невозможно стянуть в точку, оставаясь внутри сверхпроводящего материала. Изменение фазы при протекании сверхтока и наличии магнитного поля определяется обобщенным уравнением Лондонов [1]:

$$\hbar\nabla\theta = 2mv_s + \frac{2e}{c}A, \quad (2)$$

где A – векторный потенциал магнитного поля. Изменение фазы $\Delta\theta$ может быть получено путем интегрирования ур. (2) вдоль некоторого пути, причем условие

$$\Delta\theta = 2\pi n \quad (3)$$

должно выполняться для любой замкнутой траектории, чтобы сверхпроводящая волновая функция была однозначной. В случае достаточно объемных сверхпроводников контур интегрирования можно выбрать в глубине сверхпроводящего кольца, где скорость сверхпроводящих электронов равна нулю $v_s = 0$. Далее можно применить теорему Стокса и записать циркуляцию векторного потенциала в виде:

$$\oint_l A dl = \oint_S \text{rot} A dS \quad (4)$$

Учитывая определение магнитного поля $\text{rot} A = B$, левая часть получившегося уравнения равна потоку магнитного поля Φ . Учитывая условие (3) получаем

$$\Phi = n\Phi_0, \quad (5)$$

где $\Phi_0 = \frac{hc}{2e}$ квант магнитного потока. Таким образом в сверхпроводящем кольце может находиться лишь целое количество квантов магнитного потока. Причина явления состоит в том, что экранирующие токи, протекающие в сверхпроводнике, могут как дополнять внешний поток до кванта, так и выталкивать.

Сверхпроводящий интерферометр получается из сверхпроводящего кольца путем включения в него одного или нескольких джозефсоновских контактов. Последний состоит из двух массивных сверхпроводящих берегов (см. например, [13]), соединенных областью с ослабленной сверхпроводимости. Стационарный эффект Джозефсона заключается в том, что через такой контакт может протекать бездиссипативный ток, не превышающий некоторого критического значения I_c . Сверхток через переход определяется разностью фаз волновых функций сверхпроводящих берегов $\varphi = \theta_1 - \theta_2$ посредством нечетного, 2π периодического ток-фазового соотношения. Поэтому оно может быть разложено в ряд Фурье по синусоидальным гармоникам. Для SIS-контакта (сверхпроводник - изолятор - сверхпроводник), актуального для данной работы, в стационарном уравнении остается только первая гармоника:

$$j = j_c \sin \varphi \quad (6)$$

Наличие джозефсоновского контакта ограничивает величину экранирующего тока в сверхпроводящем кольце. Поэтому в сверхпроводящих интерферометрах наблюдается не квантование магнитного потока, а периодическое изменение свойств структуры в зависимости от приложенного магнитного поля. Причиной такого поведения, однако, также является требование однозначности сверхпроводящей волновой функции, выражающееся математически в ур. (3).

2.1.1 Двухконтактный интерферометр.

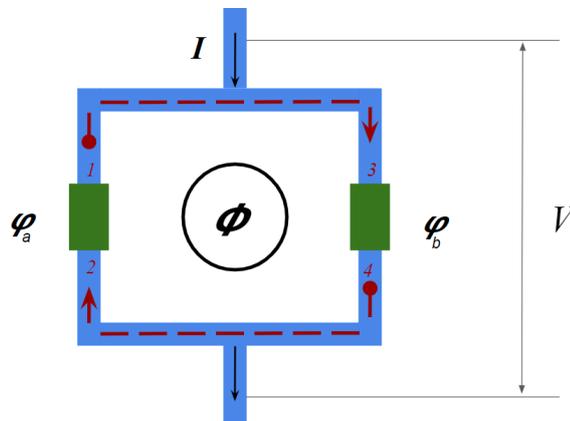


Рис. 2. Схематическое представление двухконтактного интерферометра. Контуром показана траектория обхода при интегрировании уравнения Лондонов. Φ обозначает магнитный поток, φ_a и φ_b - разности фаз на соответствующих контактах, I - транспортный ток внешнего источника, V - измеряемое напряжение.

Наиболее простым объектом для экспериментального исследования является двухконтактный интерферометр. В разделе [4] такая структура применялась как чувствительное устройство измерения магнитного потоков. Схематическое устройство двухконтактного СКВИДа представлено на рис. (2). Фактически, он состоит из двух джозефсоновских контактов, соединенных параллельно сверхпроводящими линиями. Контур имеет также подводящие контакты, по которым на него подается опорный ток. Понятно, что максимальный критический ток через такую структуру ограничен сверху суммой критических токов контактов. Далее будет рассматриваться симметричная ситуация, когда джозефсоновские контакты одинаковы. Максимальный бездиссипативный ток такой структуры не превышает удвоенного критического тока д-контакта.

Пусть двухконтактный интерферометр помещен в магнитное поле, перпендикулярное плоскости сверхпроводящей петли, и через него пропускается опорный ток, создаваемым внешним источником. Проинтегрируем ур. (2) по контуру (1 \mapsto 3, 4 \mapsto 2), при условии, что данный контур находится в глубине толщины сверхпроводника ($v_s = 0$). После интегрирования уравнения Лондонов получаем выражение, связывающее изменение фазы на джозефсоновских контактах с набегом фазы волновой функции, возникающим вследствие воздействия векторного потенциала на сверхпроводящие электроны.

$$\theta_3 - \theta_1 + \theta_2 - \theta_4 = \frac{2e}{\hbar} \left(\int_1^3 A dl + \int_4^2 A dl \right) \quad (7)$$

Из теоремы Стокса и замены переменных $\theta_4 - \theta_3 = \varphi_a$, $\theta_2 - \theta_1 = \varphi_b$ следует, что:

$$\varphi_a - \varphi_b = \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} \quad (8)$$

Таким образом, магнитный поток связывает между собой разности фаз на джозефсоновских контактах а и b. Ток внешнего источника ($j = j_a + j_b$), протекающий через контакты а и b, связан с разностями фаз ток-фазовым соотношением

$$\begin{cases} j_a = j_c \sin \varphi_a \\ j_b = j_c \sin \varphi_b \end{cases}$$

В данной работе мы используем туннельные джозефсоновский контакт для изготовления интерферометров, поэтому можно использовать простейшую форму ток-фазового соотношения.

Применим теперь для контура закон Кирхгофа:

$$I = I_c [\sin(\varphi_a) + \sin(\varphi_b)] \quad (9)$$

Учитывая его и ур.(8), с помощью тригонометрических преобразований ур.(9) приводится к виду.

$$I = 2I_c \cos\left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \sin\left(\varphi_b + \frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (10)$$

Данное выражение представляет собой ток-фазовое соотношение двухконтактного интерферометра. В данном уравнении единственным свободным членом является фаза на контакте φ_b . Варьируя ее находим, что критический (то есть максимальный бездиссипативный ток через СКВИД) равен:

$$I_{max} = 2I_c \left| \cos\left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \right| \quad (11)$$

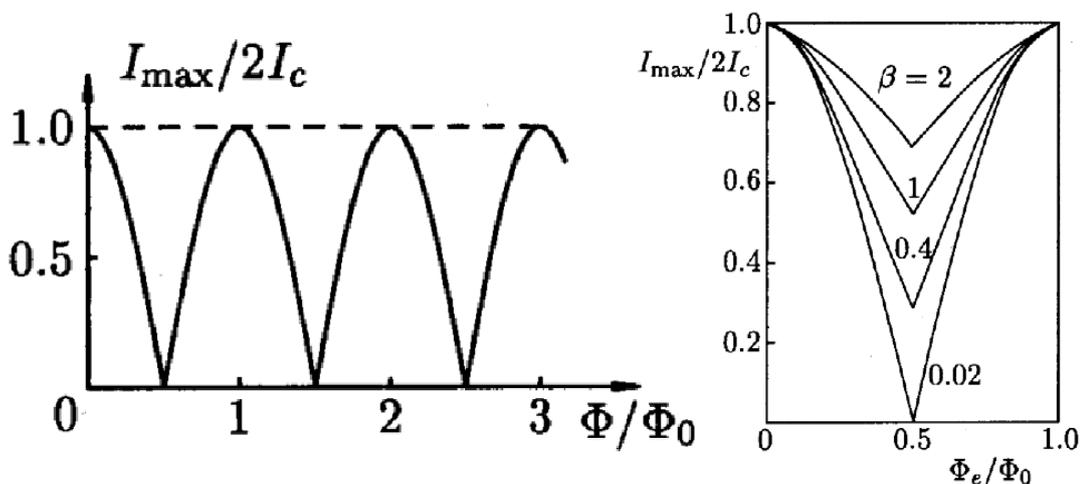


Рис. 3. а) Зависимость критического тока двухконтактного интерферометра от приложенного магнитного потока при нулевой индуктивности петли. б) Такая же зависимость для случая разных индуктивностей петли. Для каждой кривой указано значение параметра $\beta = 2LI_c/\Phi_0$.

Зависимость (8) определяет практическую значимость двухконтактных интерферометров для как чувствительных датчиков магнитного потока. Методы измерения зависимости $I_c(\Phi)$ основаны на использовании нестационарного эффекта Джозефсона и будут подробно рассмотрены в разделе (3.2). Здесь можно отметить, что переменной в ур.(8) является полный магнитный поток, который складывается из внешнего потока $\Phi_e = HS$ (где H - приложенное магнитное поле, а S - площадь контура) и потока экранирующего тока I_{scr} , который можно вычислить как полуразность токов, протекающих через контакты a , b :

$$I_{scr} = I_c \sin\left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \cos\left(\varphi_b + \frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \quad (12)$$

Амплитуда тока I_{scr} равна нулю при целочисленном полном потоке и достигает максимального значения при полуцелом. Очевидно, что величина экранирующего тока не может превосходить I_c , а его поток - LI_c , где L - индуктивность контура. В приведенном выше рассмотрении индуктивность кольца не учитывалась ($L = 0$), поэтому

полный поток можно считать равным внешнему, а критический ток СКВИДа обращается в ноль при полуцелом магнитном потоке. Экранирующие свойства кольца приводят к тому, что полный поток через СКВИД никогда не достигает полуцелых значений, а критический ток интерферометра не обращается в ноль при любых значениях H как показано на рис. (3)

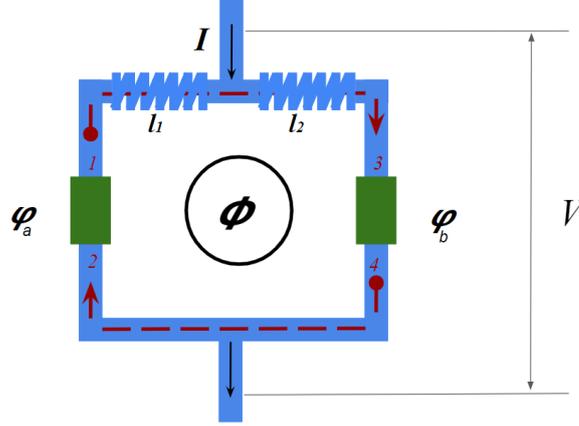


Рис. 4. Модель двухконтактного интерферометра, с ненулевой индуктивностью плеч $l_{1,2}$. Остальные обозначения соответствуют рис. ???.

Рассмотрим задачу об индуктивном двухконтактном СКВИДе более подробно, поскольку аналогичные рассуждения будут использованы при анализе свойств гаусс-нейрона (см. раздел (2.2.2)) Реальный двухконтактный интерферометр можно рассматривать также как совокупность двух плеч, содержащих джозефсоновские контакты а и b (см. рис.(13)). Обозначим индуктивность плеч, как l_1, l_2 соответственно. Тогда уравнение баланса фаз и равенство Кирхгофа будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \psi_1 - \psi_2 + \frac{2\pi\Phi_{in}}{\Phi_0} + \frac{2\pi I_c \sin(\psi_1)}{\Phi_0} l_1 - \frac{2\pi I_c \sin(\psi_1)}{\Phi_0} l_2 = 0 \\ 2I_c = 2I_c \sin\left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi_2 - \psi_1}{2}\right). \end{cases} \quad (13)$$

Здесь члены вида $\frac{2\pi I_c \sin(\psi)}{\Phi_0} l$ - отвечают за собственное магнитное поле, индуцируемое токами, протекающими по контуру. После замены переменных: $\frac{\psi_1 - \psi_2}{2} = \chi$, $\frac{\psi_1 + \psi_2}{2} = \Psi$, $\kappa = l_2 - l_1$, $l = l_1 + l_2$ мы получим упрощенный вид предыдущего уравнения (60).

$$\begin{cases} 2\chi + \frac{2\pi\Phi_{in}}{\Phi_0} + \frac{2\pi I_c}{\Phi_0} [l \sin \chi \cos \Psi - \kappa \sin \Psi \cos \chi] = 0 \\ 2I_c = 2I_c \sin \Psi \cos \chi \end{cases} \quad (14)$$

Тут необходимо заметить, что слагаемые при κ группируются в член равный I_c . Учет данных равенств, и дополнительного условия того, что бездиссипативный ток должен достигать максимума при допустимых значениях Ψ и χ , позволяет нам выразить максимальный сверхпроводящий тока I_{max} , как зависимость от входного магнитного

потока Φ_{in} .

$$\begin{cases} 2\chi + \frac{2\pi\Phi_{in}}{\Phi_0} + \frac{2\pi I_c}{\Phi_0} [l \sin \chi \cos \Psi - \kappa] = 0 \\ I_{max} = I_c \max(\sin \Psi \cos \chi) \end{cases} \quad (15)$$

На рис.(14) изображена данная зависимость при параметрах соответствующих эксперименту (см. раздел 4.2), в котором отношение плеч интерферометра составляло примерно 10:1. Видно, что период по прежнему сохраняется равным Φ_0 , а несимметрия плеч приводит к наклону зависимости, вследствие чего максимальное значение критического тока достигается при $\Phi \neq \Phi_0$.

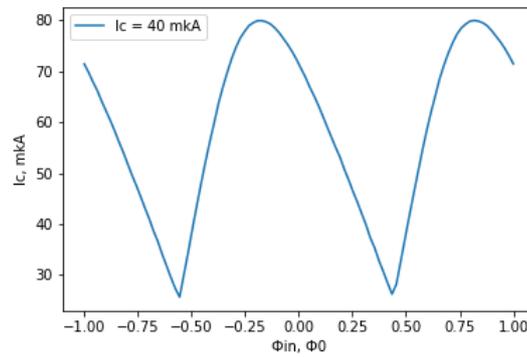


Рис. 5. График зависимости $I_{max}(\Phi_{in})$ рассчитанный для следующих параметров: $I_c = 40 \text{ мкА}$, $l_1 = 10 \text{ пН}$, $l_2 = 1 \text{ пН}$.

2.1.2 Одноконтактный интерферометр.

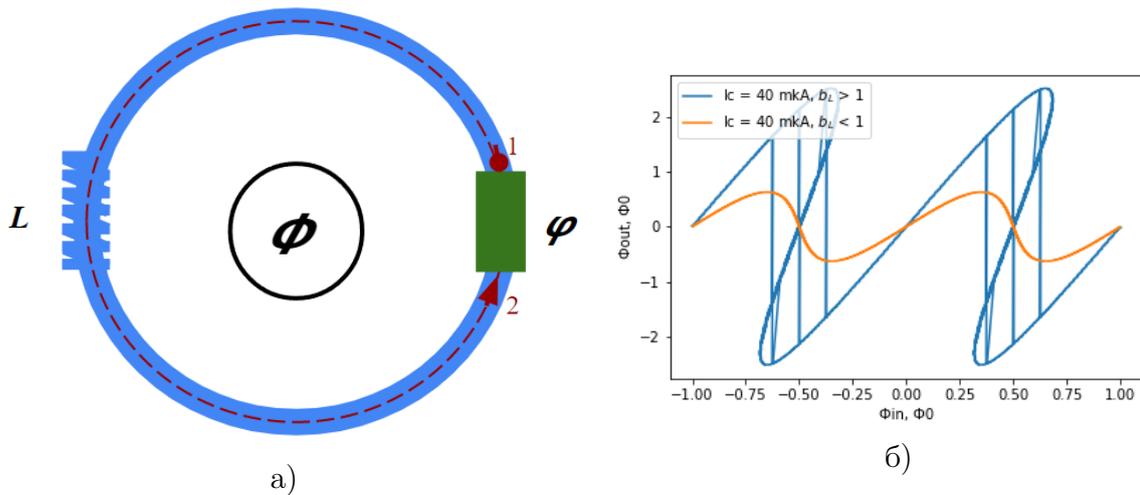


Рис. 6. а) Схематическое представление одноконтактного интерферометра с изображенным контуром обхода. б) График выходного потока Φ_{out} в зависимости от подаваемого Φ_{in} . Синим и оранжевым цветами изображены зависимости при $\beta_L > 1$ и $\beta_L < 1$ соответственно.

Вторым видом интерферометров, актуальных для данной работы, является одноконтактный СКВИД. Его устройство схематично изображено на рис.(ба). Он представляет из себя джозефсоновский контакт, шунтированный сверхпроводящей индуктивностью. При таком подключении джозефсоновский контакт не может перейти в нестационарный режим. Обычно полевой характеристикой одноконтактного СКВИДа считается зависимость полного магнитного потока в кольце (определяемого индукцией магнитного поля B) от потока приложенного магнитного поля H , которая является квазипериодической с периодом в один квант магнитного потока. Однако, при изучении сигма нейрона (см. разделы (2.2.1 - 4.3)) рассматривается зависимость магнитного потока, создаваемого сверхтоком, протекающим в специальной “выходной” индуктивности. Имея в виду дальнейшие применения, будем характеризовать поведение одноконтактного интерферометра через зависимость магнитного потока Φ_{out} , генерируемого индуктивностью L , от внешнего Φ_{in} . Фактически, в этом случае выходным сигналом будет величина экранирующего тока в кольце.

Рассмотрение, как и в предыдущий раз, начнем с уравнения Лондонов. Взяв уравнение (2), интегрируем его по контуру (1 \mapsto 2). Проводя те же операции, что и в случае двухконтактного СКВИДа, приходим к выражению

$$\varphi = \frac{2\pi}{\Phi_0}(\Phi_{in} - LI_c \sin \varphi), \quad (16)$$

где фаза д-контакта связана с внешним магнитным потоком неявным образом. Связано это с тем, что возникновение разности фаз на джозефсоновском контакте приводит к протеканию кругового тока $I_{круг} = I_c \sin(\varphi)$ согласно ток-фазовому соотношению для SIS. Разрешая данное выражение относительно φ и подставляя в выражение для Φ_{out}

$$\Phi_{out} = LI_c \sin \varphi, \quad (17)$$

находим интересующую нас зависимость $\Phi_{out}(\Phi_{in})$.

$$\Phi_{out} = LI_c \sin [2\pi/\Phi_0(\Phi_{in} - \Phi_{out})] \quad (18)$$

Одноконтактный интерферометр также может быть использован в качестве чувствительного датчика магнитного потока [1]. Однако его использование в этом качестве менее удобно, поскольку он не имеет критического тока в отличие от двухконтактного СКВИДа. Более точно, для перехода в резистивное состояние требуется разрушить сверхпроводимость в самом кольце, что требует пропускание гораздо большего тока, нежели критический ток джозефсоновского контакта. Поэтому состояния такого датчика тестируется при помощи переменного сигнала, что сложнее случая двух-контактного СКВИДа. Одноконтактный интерферометр имеет два режима работы, определяемых его индуктивностью. Последняя характеризуется безразмерным параметром $\beta_L = 2\pi LI_c/\Phi_0$ [1]. Если индуктивность велика, то есть $\beta_L > 1$,

то зависимость $\Phi_{out}(\Phi_{in})$ является гистерезисной. Этот режим актуален при использовании интерферометра в СКВИД-усилителях. При малой индуктивности $\beta_L < 1$ зависимость $\Phi_{out}(\Phi_{in})$ является однозначной. Этот режим актуален при измерении ток-фазового соотношения [16] - [17]. Оба данных режима представлены на рис.(6б). Графики представляют из себя численно разрешенное уравнение (18), при разных параметрах β_L .

2.2 Сверхпроводящие нейроны

В общем, сверхпроводящий нейрон представляет собой интерферометр, реализующий специальный вид передаточной функции $\phi_{out}(\phi_{in})$, где ϕ_{in} - магнитный поток, создаваемый внешним сигналом в приемных элементах, а ϕ_{out} - магнитный поток, создаваемый сверхтоком в выходной индуктивности. В работах [7] - [10] были предложены сверхпроводящие нейроны на основе одноконтактного и двухконтактного интерферометров, реализующие сигмоидальную и гауссову передаточную функцию соответственно. Название типов сверхпроводящих нейронов определяется видом передаточной функции: для реализации сигмоидальной передаточной функции используется сигма-нейрон, а для гауссовой - гаусс-нейрон, G-нейрон или γ -нейрон.

2.2.1 σ - нейрон

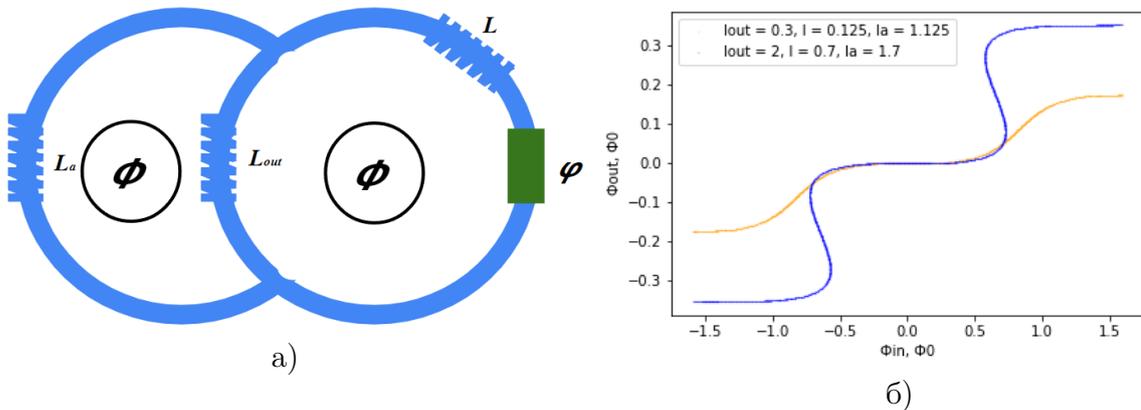


Рис. 7. а) Схематичное представление σ - нейрона, как двухконтурного интерферометра. б) График выходного потока Φ_{out} в зависимости от Φ_{in} . Синим и оранжевым цветами изображены зависимости при большой и малой эффективной индуктивности (см. обсуждение в тексте).

σ - нейрон представляет из себя одноконтактный СКВИД шунтированный сверхпроводящим контуром с заданной индуктивностью рис.(7 (а)). Свойства предложенного интерферометра определяются балансом фаз в двух сверхпроводящих контурах:

$$\phi_{in}/2 + i_a l_a - \phi_{out} = 0 \quad (19)$$

$$\phi_{in}/2 + \phi_{out} - \phi - l \sin \phi = 0 \quad (20)$$

Здесь $\phi_{in} = 2\pi\Phi_{in}/\Phi_0$ - нормированный входящий магнитный поток, задающийся симметрично в оба контура; $\phi_{in}/2$ - входной магнитный поток в один контур; ϕ_{out} - нормированный выходной магнитный поток; l , l_a и l_{out} - индуктивности плеч интерферометра, нормированные на джозефсоновскую индуктивность $L_J = \Phi_0/2\pi I_c$; I_c - критический ток джозефсоновского контакта; ϕ - джозефсоновская разность фаз. При записи ур. (19-20) учтено, что джозефсоновский ток в единицах I_c выражается как $\sin \phi$, а нормированный ток через выходную индуктивность - как ϕ_{out}/l_{out} . Закон Кирхгофа в точке разветвления при таких обозначениях имеет вид:

$$i_a + \sin \phi + \phi_{out}/l_{out} = 0, \quad (21)$$

где i_a - ток, протекающий через шунтирующую индуктивность. Подставляя i_a , выраженный из ур. (21), в ур. (19) получаем следующее выражение для выходного магнитного потока:

$$[l_a/l_{out} + 1]\phi_{out} = \phi_{in}/2 - l_a \sin \phi. \quad (22)$$

Выражая магнитный поток в джозефсоновском плече $l \sin \phi$ из ур. (20) и подставляя его в ур. (22) можно получить следующее выражение для джозефсоновской фазы:

$$\phi = [\Delta l/l_a][\phi_{in}/2] + [l_t/l_{sh}]\phi_{out} \quad (23)$$

где $\Delta l = l_a - l$ - разность индуктивностей входных плеч интерферометра, $l_{sh} = l_a l_{out}/(l_a + l_{out})$ есть эффективная индуктивность контура, состоящего из параллельно включенных индуктивностей l_a и l_{out} , а l_t - суммарная индуктивность сигма-нейрона:

$$l_t = l + l_{sh}$$

Подстановка ур. (23) в ур. (20) позволяет получить неявную запись передаточной функции в виде:

$$[\phi_{in}/2]/l_a - \phi_{out}/l_{sh} - \sin ([\Delta l/l_a][\phi_{in}/2] + [l_t/l_{sh}]\phi_{out}) = 0, \quad (24)$$

Сигмоидальность передаточной функции обеспечивается условием равенства нулю производной $\frac{d\phi_{out}}{d\phi_{in}}$ при нулевом входном сигнале. Это достигается при выполнении условия [9]

$$l_a = l + 1, \quad (25)$$

что соответствует равенству индуктивностей шунтирующего и джозефсоновского плеч нейрона, включая эффективную индуктивность джозефсоновского контакта в отсутствие внешнего сигнала. Еще одно интересное уравнение может быть получено,

если выразить поток ϕ_{out} из ур. (20) и подставить в ур. (22):

$$\phi_{in} = 2 \left(\frac{l_a + l_{out}}{2l_{out} + l_a} \right) \left(\phi + \left[l + \frac{l_a l_{out}}{l_a + l_{out}} \right] \sin \phi \right). \quad (26)$$

Оно представляет собой параметрическое выражение входного потока через джозефсоновскую фазу. Ур. (26) может быть записано в виде

$$m\phi_{in} = \phi + l_t \sin \phi, \quad (27)$$

где $m = (l_a + 2l_{out})/2(l_a + l_{out})$ - чувствительность нейрона к входному магнитному потоку. Данное выражение по форме эквивалентно условию баланса фаз для одноконтakтного СКВИДа ур.(16) с индуктивностью l_t . Величина $2\pi/m$ определяет период изменения передаточной функции при изменении входного магнитного потока. Этот период больше одного кванта, поскольку $m < 1$. Изменение выходного магнитного потока за период составляет $\Delta\phi_{out} = 2\pi l_{out}/[l_a + 2l_{out}]$. При больших значениях полной индуктивности ($l_t > 1$) передаточная функция сигма-нейрона станет гистерезисной см.рис. (76). При выполнении условия симметричности ур.(25) без гистерезисный режим достигается при выполнении следующего неравенства:

$$l \leq \sqrt{(l_{out}^2 + 1)} - l_{out}. \quad (28)$$

Ур. (28) представляет собой ограничение на геометрическую индуктивность джозефсоновского плеча l при заданной индуктивности выходного плеча l_{out} . Однако на наш взгляд более практичным является обратное выражение

$$l_{out} \leq (1 - l^2)/2l, \quad (29)$$

поскольку при проектировании топологии нейрона разработчик имеет гораздо больше свободы при выборе индуктивности l_{out} , тогда как l должна иметь минимально возможное значение.

Аналогичное уравнению (26) выражение можно получить и для ϕ_{out} . Для этого уже выразим ϕ_{in} .

$$\frac{2l_{out} + l_a}{l_{out}} \phi_{out} = \varphi + (l - l_a) \sin \varphi. \quad (30)$$

Откуда непосредственно следует, что период передаточной функции по ϕ_{in} выражается простым соотношением $2\pi/m_{out}$, где в полной аналогии с ур.(27) $m = (2l_{out} + l_a)/l_{out}$.

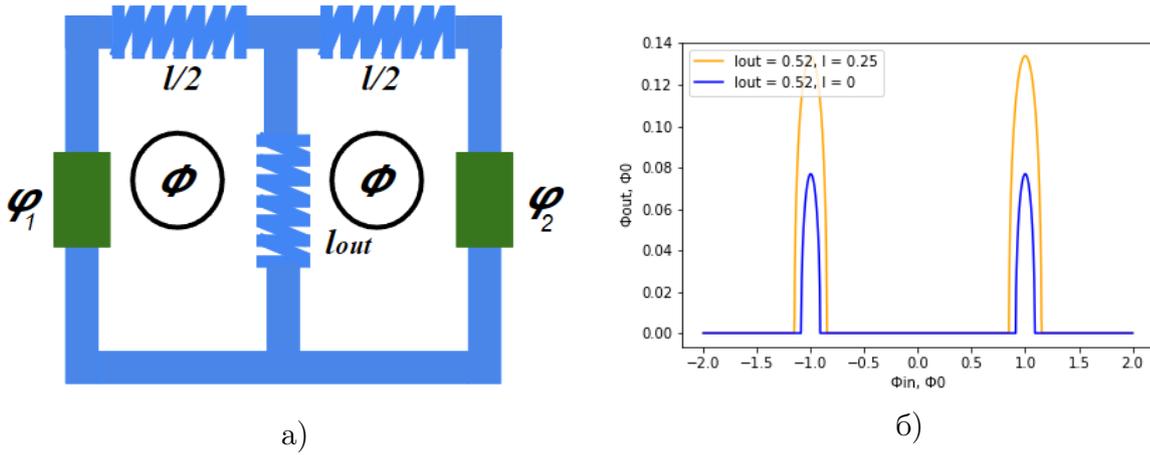


Рис. 8. а) Схематичное представление γ -нейрона, как двухконтурного интерферометра. б) График выходного потока Φ_{out} в зависимости от Φ_{in} . Синим и оранжевым цветами изображены передаточные функции при нулевой и ненулевой индуктивности плеч соответственно (см. обсуждение в тексте).

2.2.2 γ -нейрон

γ -нейрон представляет из себя замкнутый контур с двумя джозефсоновскими контактами, разделенный на две части шунтирующей индуктивностью L_{out} рис.(8). При этом образуются два одинаковы (в общем случае, подобных) подконтура. Полевой характеристикой такой структуры является зависимость магнитного потока Φ_{out} , индуцированного шунтирующей индуктивностью, от потока внешнего поля Φ_{in} , создаваемого внешним источником (соленоид, контрольная линия и т.д.).

Для начала рассмотрим данную топологию, опустив собственную индуктивность плеч $L = 0$. Ввиду более простого вида уравнений это позволит качественно оценить форму сигнала, который необходимо наблюдать при правильной работе данного интерферометра. Первые два уравнения, как и в случае σ -нейрона, описывают закон баланса фаз, в двух контурах.

$$\frac{2\pi L_{out} I_{out}}{\Phi_0} + \psi_1 + \frac{2\pi\Phi_{in}}{2\Phi_0} = 0 \quad (31)$$

$$-\frac{2\pi L_{out} I_{out}}{\Phi_0} - \psi_2 + \frac{2\pi\Phi_{in}}{2\Phi_0} = 0 \quad (32)$$

Третье уравнение отвечает за соблюдение второго закона киргофа в узле.

$$I_{out} = 2I_c \sin\left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi_2 - \psi_1}{2}\right) \quad (33)$$

Используя стандартную нормировку: $\frac{2\pi I_c L_{out}}{\Phi_0} = l_{out}$, $\frac{I_{out}}{I_c} = i_{out}$, $i_{out} l_{out} = \phi_{out}$, $\frac{2\pi\Phi_{in}}{\Phi_0} =$

ϕ_{in} , получим систему, связывающую фазы джозефсоновских контактов, ϕ_{out} и ϕ_{in} :

$$\begin{cases} \phi_{out} + \psi_1 + \frac{\phi_{in}}{2} = 0 \\ -\phi_{out} - \psi_2 + \frac{\phi_{in}}{2} = 0 \\ \phi_{out} = 2l_{out} \sin\left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi_2 - \psi_1}{2}\right) \end{cases} \quad (34)$$

Система (34) позволяет получить неявное выражение для исходящего потока ϕ_{out} от входящего ϕ_{in} . Для этого достаточно выразить полусумму и полуразность фаз джозефсоновских контактов $(\psi_2 + \psi_1)/2$ и $(\psi_2 - \psi_1)/2$ через уравнения (34 (а-б)) и подставить получившиеся значения в ур.(34 (г)).

$$\phi_{out} = -2l_{out} \sin(\phi_{out}) \cos(\phi_{in}/2) \quad (35)$$

Проанализируем данное выражение. Для начала заметим, что всюду существует тривиальное решение $\phi_{out} = 0$. Будем рассматривать только нетривиальные решения. Очевидно, что оно существует в окрестности $\phi_{in} = 2\pi n$, где $n \in 1, 3, 5, \dots$, и симметрично относительно нуля. Так же видно, что решение имеет уровни по ϕ_{out} - рассматривать будем только первый, основной уровень, реализующийся на практике. Рассмотрим теперь локализацию по ϕ_{in} решения, отвечающего ненулевому значению ϕ_{out} . Для этого достаточно увидеть, что выражение $\cos(\phi_{in}/2) = \phi_{out}/2l_{out} \sin(\phi_{out})$ монотонно убывает при $\phi_{out} \rightarrow 0$ и достигает асимптотического значения равного $\cos(\phi_{in}/2) = 1/2l_{out}$. Отсюда мы можем заключить, что l_{out} должно быть больше 0.5 и решение набирается в окрестности $\phi_{in} = 2\pi n$, на полуширине $\Delta\phi_{in} = \arccos(1/2l_{out})$. Для полноты анализа найдем закон, по которому зависимости стремятся к $\phi_{out} = 0$. Для этого возьмем производную $\partial\phi_{out}/\partial\phi_{in}$. Дифференцируя правую и левую часть уравнения (35) получим:

$$\frac{\partial\phi_{out}}{\partial\phi_{in}} \left[1 + 2l_{out} \cos\phi_{out} \cos(\phi_{in}/2) \right] = l_{out} \sin\phi_{out} \sin(\phi_{in}/2) \quad (36)$$

Данное выражение позволяет нам понять, что при крайних значениях входного потока $\phi_{in} = 2\pi n + \arccos(1/2l_{out})$ слагаемое $\left[1 + 2l_{out} \cos\phi_{out} \cos(\phi_{in}/2) \right]$ обращается в нуль. Из предыдущего заключаем, что производная асимптотически стремится к бесконечности, что говорит о вертикальном угле падения. Данная зависимость представлена на рис.(8), на котором еще раз можно понять структуру и локализацию решений.

Теперь рассмотрим изменение уравнения состояния γ -нейрона при учете собственной индуктивности плеч [7] - [10]. Рассматривая уравнения, аналогичные ур.(31 - 32) и учитывая дополнительное слагаемое вида $2\pi I_c L \sin(\psi)/2\Phi_0$, отвечающий за соб-

ственное индуцированное магнитное поле, имеем:

$$\begin{cases} \frac{2\pi L_{out} I_{out}}{\Phi_0} + \psi_1 + \frac{2\pi\Phi_{in}}{2\Phi_0} + \frac{2\pi I_c \sin(\psi_1) L}{\Phi_0} \frac{L}{2} = 0 \\ -\frac{2\pi L_{out} I_{out}}{\Phi_0} - \psi_2 + \frac{2\pi\Phi_{in}}{2\Phi_0} - \frac{2\pi I_c \sin(\psi_2) L}{\Phi_0} \frac{L}{2} = 0 \\ I_{out} = 2I_c \sin\left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right) \cos\frac{\psi_2 - \psi_1}{2}. \end{cases} \quad (37)$$

Путем стандартной нормировки $\frac{2\pi I_c L_{out}}{\Phi_0} = l_{out}$, $\frac{2\pi I_c L}{\Phi_0} = l$, $\frac{I_{out}}{I_c} = i_{out}$, $i_{out} l_{out} = \phi_{out}$, $\frac{2\pi\Phi_{in}}{\Phi_0} = \phi_{in}$ система (37) приводится к следующему виду.

$$\begin{cases} \phi_{out} + \psi_1 + \frac{\phi_{in}}{2} + \frac{l}{2} \sin(\psi_1) = 0 \\ -\phi_{out} - \psi_2 + \frac{\phi_{in}}{2} - \frac{l}{2} \sin(\psi_2) = 0 \\ \phi_{out} = 2l_{out} \sin\left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right) \cos\frac{\psi_2 - \psi_1}{2} \end{cases} \quad (38)$$

Преобразовывая симметричным и антисимметричным образом уравнения (38(а,б)) приходим к эквивалентной системе уравнений.

$$\begin{cases} \psi_1 - \psi_2 + \phi_{in} + l \sin\left(\frac{\psi_1 - \psi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right) = 0 \\ 2\phi_{out} + \psi_1 + \psi_2 + l \sin\left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi_1 - \psi_2}{2}\right) = 0 \\ \phi_{out} = 2l_{out} \sin\left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right) \cos\frac{\psi_2 - \psi_1}{2} \end{cases} \quad (39)$$

После замены переменных: $\frac{\psi_2 + \psi_1}{2} = \chi$, $\frac{\psi_2 - \psi_1}{2} = \Psi$ получаем двух параметрическую систему:

$$\begin{cases} 2\Psi + \phi_{in} + l \sin(\Psi) \cos(\chi) = 0 \\ 2\phi_{out} + 2\chi + l \sin(\chi) \cos(\Psi) = 0 \\ \phi_{out} = 2l_{out} \sin(\chi) \cos\Psi \end{cases} \quad (40)$$

Анализируя данное выражение, видно, что учет индуктивности плеч вносит нелинейную поправку в взаимосвязь между χ и Ψ , что в свою очередь не позволяет достаточно простым образом качественно проанализировать данные выражения. Но, поскольку поправки вида $\sin(\Psi) \cos(\chi)$, $\sin(\chi) \cos(\Psi)$ ограничены единицей, можно утверждать, что вклад этих поправок не повлияет на качественное поведение передаточной функции, которую была проанализирована в пункте 2.5.1. Совместно разрешая уравнения (40(б) и 40(в)), можем выразить один из параметров, в данном случае $\chi = -\phi_{out} [1 + l/4l_{out}]$. Избавляясь таким образом от параметра χ , из ур.(40(а), 40(в)) получаем параметрическую зависимость ϕ_{out} от ϕ_{in} :

$$\begin{cases} \phi_{in} = -2\Psi - l \sin(\Psi) \cos(\phi_{out} [1 + l/4l_{out}]) \\ \phi_{out} = -2l_{out} \sin(\phi_{out} [1 + l/4l_{out}]) \cos\Psi \end{cases} \quad (41)$$

Полученная зависимость представлена на рис. 8 (б). Для сравнения на одном графике представлены зависимости (8), полученные с учетом и без учета индуктивностей джо-

зефсоновских плеч γ - нейрона. Можно видеть, что качественные закономерности, сформулированные выше для простейшего случая, сохраняются при учете индуктивностей $l/2$. Учет индуктивности плеч приводит к росту выходящего сигнала ϕ_{out} , а так же позволяет выбором отношения l/l_{out} получить передаточную функцию, наиболее близкую к распределению Гаусса. При проектировании топологии образцов, в качестве целевого закладывалось отношение $l_{out}/l \simeq 2$, которое было предложено в работах [7] - [10].

2.3 Индуктивность сверхпроводящей линии

Как было показано выше, индуктивность сверхпроводящей петли является одним из основных параметров сверхпроводящих интерферометров. В общем, индуктивность проводника можно определить как коэффициент пропорциональности между квадратом тока и приращением свободной энергии проводника:

$$F = LI^2/2, \quad (42)$$

связанным возникновением в пространстве вихревого магнитного поля

$$\square A = -\mu\mu_0 j \quad (43)$$

или в стационарном случае

$$\Delta A = -\mu\mu_0 j. \quad (44)$$

Эта компонента индуктивности называется геометрической. В сверхпроводниках энергия может запасаться также в кинетической энергии сверхпроводящих электронов. Кинетическая энергия также будет квадратична по I в силу прямой пропорциональности между сверхтоком и скоростью движения сверхпроводящих электронов

$$F = \int n \frac{mv_s^2}{2} dV = \frac{L_k I^2}{2}. \quad (45)$$

Где n - концентрация сверхпроводящих электронов.

В курсе линейной электродинамики показывается (см. например, [1]), что кинетическая индуктивность квадрата поверхности сверхпроводящего провода равна его геометрической индуктивности и выражается через лондоновскую длину как $L_{\text{геом}} = L_{\text{магн}} = \mu_0 \lambda / 2$. Причина состоит в том, что магнитное поле, как и сверхпроводящий ток проникают в сверхпроводник на характерную длину λ , экспоненциально затухая с удалением от поверхности. Если толщина пленки мала по сравнению с лондоновской длиной, то магнитное поле и ток можно считать полностью проникающими в ее объем. В этом случае геометрическая индуктивность на квадрат будет определяться толщиной пленки как

$$L_{\text{геом}} = \mu_0 \lambda / 8 \quad (46)$$

а кинетическая –

$$L_{\text{кин}} = \mu_0 \lambda^2 / d. \quad (47)$$

Понятно, что при малых толщинах кинетическая компонента индуктивности пленки контура может доминировать. Например, при толщине $d \approx 10 \text{ nm}$ и лондоновской длине порядка 300 нм [1] кинетическая индуктивность квадрата поверхности будет составлять около 10 пГн. Геометрическая индуктивность при этом будет на 3 порядка меньше.

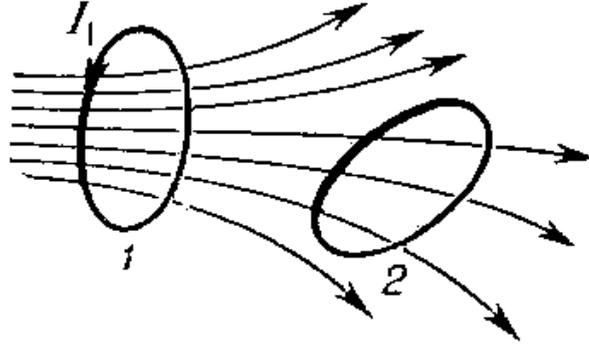


Рис. 9. Иллюстрация понятия взаимной индуктивности витков с током (см. обсуждение в тексте).

Понятие индуктивности также может быть введено через взаимную индуктивность двух витков с током [15]. Пусть первый виток создает в месте расположения второго витка магнитное поле H_{12} , которое, в свою очередь, создает магнитный поток Φ_{12} через виток 2 (рис. (9)). Тогда взаимная индуктивность L_{12} представляет собой коэффициент пропорциональности между Φ_{12} и током в первом витке I_1 :

$$\Phi_{12} = L_{12} I_1. \quad (48)$$

Если реализуемое нами устройство содержит более 2 элементов, то компоненты L_{ik} образуют матрицу индуктивностей, где диагональные компоненты L_{kk} определены как изложено выше. С силу однородности и изотропности пространства матрица индуктивностей симметрична $L_{ik} = L_{ki}$.

Важным случаем топологии образца является расположение тонкой сверхпроводящей пленки с током (толщиной $d \leq \lambda$) над полубесконечным сверхпроводящим экраном. Поскольку магнитное поле в зазоре между пленкой и экраном потенциально (отсутствуют источники магнитного поля), а нормальная компонента индукции равна нулю на поверхности сверхпроводника, результирующее поле может быть найдено по методу изображений (см. например, [1]): эффективное магнитное поле является суммой полей, создаваемых самой пленкой и ее изображением, расположенным симметрично относительно поверхности экрана. Поскольку ток в изображении течет в противоположную сторону по сравнению с реальной пленкой, то магнитное поле вне последней будет полностью скомпенсировано. Фактически, в этом случае магнитное

поле локализуется в зазоре между пленкой и экраном. Индуктивность пленки на квадрат в таком случае будет равна

$$L_{\square} = \mu_0(\lambda_1 + \lambda_2 + b) = \mu_0(2\lambda + b), \quad (49)$$

где b – толщина зазора (слоя изоляции см. раздел 3.1), а второе равенство имеет место в случае, когда пленка и экран изготовлены из одного материала. Локализация магнитного поля упрощает оценку индуктивностей сверхпроводящих проводов и позволяет рассматривать отдельно магнитный поток им создаваемый. Взаимная индуктивность сверхпроводящих элементов в нулевом приближении может считаться равной нулю, однако более точный анализ должен учитывать распределение сверхпроводящих токов на поверхности экрана, например, с использованием метода замыкания [1].

2.4 Нестационарное состояние джозефсоновских структур

2.4.1 *RSJ-модель контакта Джозефсона*

При пропускании транспортного тока через контакт Джозефсона или двухконтактный интерферометр на образце может появиться напряжение, если величина тока превзойдет его критическое значение. Напряжение определяет скорость изменения разности фаз со временем согласно уравнению нестационарного эффекта Джозефсона [1]:

$$2eV = \hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (50)$$

Для начала рассмотрим поведение джозефсоновского контакта *SNS* типа, при котором емкостью барьера можно пренебречь. Для этого запишем закон баланса тока

$$I_b = I_c \sin \varphi + \frac{\hbar}{2eR} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (51)$$

где R – сопротивление барьера в нормальном состоянии, а член $\frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ описывает возникшее напряжение на контакте Джозефсона при превышении его критического тока ($I_b > I_c$). Интегрируя ур.(51) найдем следующую зависимость фазы φ от времени.

$$\varphi = 2 \arctan \left[I_c/I_b - \frac{\sqrt{I_b^2 - I_c^2}}{I_b} \operatorname{tg} \left(\frac{\omega}{2} t \right) \right] + \varphi_0 \quad (52)$$

Где $\omega = \frac{2e}{\hbar} R \sqrt{I_b^2 - I_c^2}$ – джозефсоновская частота.

Снова воспользовавшись вторым уравнением Джозефсона $V = \frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi}{\partial t}$, найдем, что джозефсоновских контакт генерирует переменное напряжение с частотой ω .

$$V = R \frac{I_b^2 - I_c^2}{I + I_c \cos \omega t} \quad (53)$$

Усредняя напряжение V на временах равных джозефсоновской частоте ω

$$\frac{\omega}{2\pi} \int \frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi}{\partial t} dt = \hbar\omega/2e, \quad (54)$$

получим гиперболическую зависимость $V(I)$ вида, показанную на рис. 10. Она описывается простым соотношением $V = V_c \sqrt{I_b^2/I_c^2 - 1}$, где $V_c = RI_c$ называется характеристическим напряжением контакта Джозефсона.

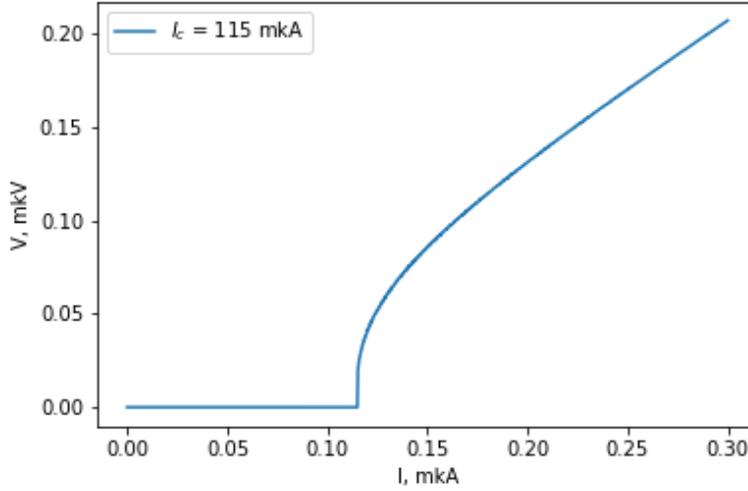


Рис. 10. Вольт-амперная характеристика джозефсоновского контакта согласно RSJ-модели $V = V_c \sqrt{I_b^2/I_c^2 - 1}$, рассчитанная для критического тока $I_c = 115 \mu A$ и сопротивления шунта $R = 0.8 \text{ Ом}$.

Как было показано в разделе 2.1.1, двухконтактный СКВИД представляет собой джозефсоновское устройство с эффективной фазой

$$\phi_+ = \phi_a + \phi_b = \phi_b + \pi\Phi/\Phi_0 \quad (55)$$

и критическим током

$$I_{max} = 2I_c \cos \pi\Phi/\Phi_0. \quad (56)$$

Поэтому его резистивное состояние будет описываться ур. (51) для эффективной фазы ϕ_+ . В силу зависимости (50) напряжение на СКВИДе будет функцией как тока питания I_b , так и магнитного потока через контур. Это позволяет, в принципе, исследовать зависимость $I_{max}(\Phi)$ методом вольт-поточковых характеристик. Действительно, при постоянном токе питания $I_b \geq 2I_c$ зависимость напряжения от приложенного магнитного потока имеет вид:

$$V/V_c = \sqrt{\{I/2I_c\} - \cos^2(\pi\Phi/\Phi_0)}. \quad (57)$$

Эта зависимость приведена на рис. (11) для нескольких значений тока питания. По

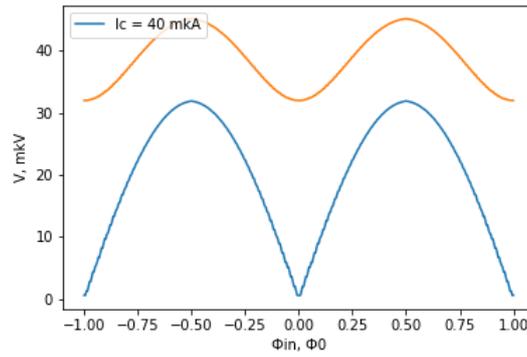


Рис. 11. Вольт-поточковая характеристика двухконтактного интерферометра, рассчитанная для критического тока джозефсоновских контактов $I_c = 40 \mu A$ и сопротивления $R = 0.8 \text{ Ом}$. Синяя и зеленая кривые соответствуют токам питания I_b равным $2I_c$ и $4I_c$ соответственно.

аналогии с вольт-амперной характеристикой, ее можно называть вольт-поточковой. Кривая (11) является периодической с периодом Φ_0 , причем напряжение минимально при целочисленном потоке через контур и имеет локальный максимум при полуцелом. Максимальная модуляция кривой имеет место при $I_b \approx 2I_c$. В этом случае ур. (57) упрощается до

$$V = V_c \left| \sin \frac{\pi \Phi}{\Phi_0} \right|.$$

Искажение зависимости $I_c(\Phi)$ вследствие влияния индуктивности СКВИДа его асимметрии (см. раздел [2.4.3]) приводит к аналогичному искажению формы полевой характеристики.

Как упоминалось в разделе (2.1.1), двухконтактные интерферометры применяются в качестве чувствительных датчиков магнитного потока. Контроль критического тока может производиться двумя основными способами. Первый состоит в том, что для каждого значения приложенного магнитного поля, фактически, измеряется вольт-амперная характеристика. Достижение критического тока может определяться либо вручную, либо автоматически путем контроля напряжения на образце. Данный метод максимально точно определяет форму полевой зависимости критического тока, однако является слишком медленным для измерения передаточной функции. Другой способ основан на измерении вольт-поточковых характеристик или контроле напряжения на интерферометре в резистивном состоянии. Именно этот метод использовался в разделе [4] для измерения передаточной функции сигма и гамма -нейронов, поскольку позволяет производить измерения в режиме реального времени.

2.4.2 RCSJ - модель

В данной работе исследовались интерферометрические структуры на основе туннельных джозефсоновских контактов, в которых большое влияние характеристики

образца оказывает емкость C создаваемая на диэлектрическом барьере [13]. Для описания нестационарного состояния SIS-контактов необходимо дополнить уравнение (51) слагаемым $\frac{\hbar}{2e}C\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}$ отвечающим за ток перезарядки конденсатора емкостью C :

$$I = \frac{\hbar}{2e}C\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} + I_c \sin \varphi + \frac{\hbar}{2eR} \frac{\partial\varphi}{\partial t}. \quad (58)$$

Проводя последовательную замену переменных: $i = I/I_c$, $\partial\tau = \sqrt{2eI_c/\hbar C}\partial t$, $\beta_L = \frac{1}{R}\sqrt{\hbar/2eCI_c}$, придем к упрощенному виду уравнения (58)

$$0 = (i - \sin \varphi) - \beta_L \frac{\partial\varphi}{\partial\tau} - \frac{\partial^2\varphi}{\partial\tau^2}. \quad (59)$$

Из такой записи сразу можно заключить, что в случае $\beta_L \gg 1$ можно пренебречь емкостным членом $\frac{\partial^2\varphi}{\partial\tau^2}$ и решение в этом случае будет качественно схоже с режимом $R SJ$. Но в обратном случае наблюдается характерно отличающаяся картина (см. рис. 12): при развертке тока в прямом и обратном направлениях (увеличение/уменьшение) могут наблюдаться два критических тока. Другими словами, вольт-амперная характеристика является гистерезисной. Второй критический ток, наблюдаемый на обратном ходу (уменьшение), называют током возврата. Чтобы избежать этого эффекта и получить однозначную характеристику IV , джозефсоновский контакт шунтируют дополнительным параллельным сопротивлением. Шунтирующее сопротивление подбирается из условия, что бы $R \ll \sqrt{\hbar/2eCI_c}$. Причины гистерезиса выясняются простым анализом задачи Коши: в точке отрыва ($I_b = I_c$) начальные условия $\varphi(0)$ разительно отличаются для прямой и обратной развертки тока соответственно, что и приводит к расхождению решений.

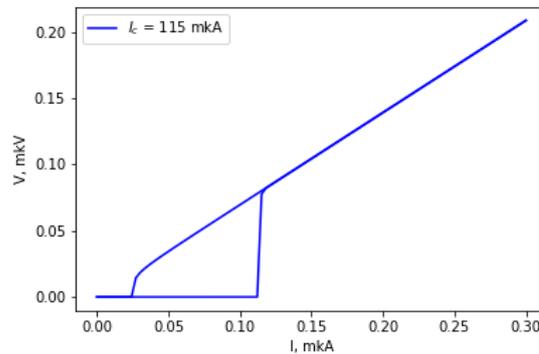


Рис. 12. Вольт-амперная характеристика джозефсоновского контакта согласно RCSJ модели (см. ур. (65)) для критического тока $I_c = 115 \mu A$, емкости $C = 4.5$ пФ и сопротивления $R = 2$ Ом.

2.4.3 Двухконтактный интерферометр в нестационарном режиме.

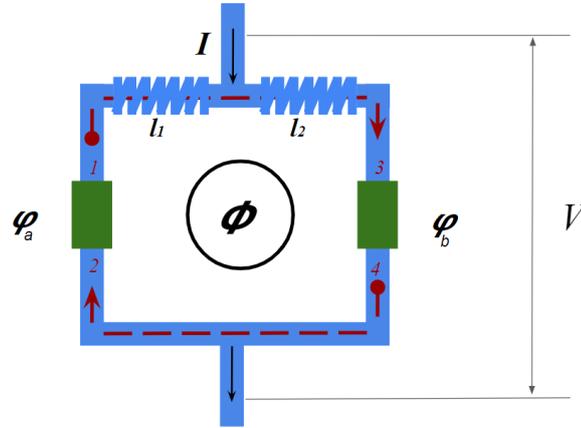


Рис. 13. Модель двухконтактного интерферометра, с ненулевой индуктивностью плеч l_1 и l_2 соответственно.

Как уже упоминалось выше (см. разделы 2.1.1, 2.4.1) двухконтактный интерферометр является джозефсоновским объектом, критических ток которого зависит от приложенного магнитного поля. Рассмотрим двухконтактный интерферометр, схематически изображенный на рис.(13). Будем предполагать, что интерферометр построен из шунтированных туннельных контактов и учтем индуктивности левого и правого плеч, которые обозначим l_1 , l_2 соответственно. Тогда уравнение баланса фаз и равенство Кирхгофа будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \psi_1 - \psi_2 + \frac{2\pi\Phi_{in}}{\Phi_0} + \frac{2\pi I_c \sin(\psi_1)}{\Phi_0} l_1 + \frac{2\pi\hbar}{R2e\Phi_0} \frac{\partial\psi_1}{\partial t} l_1 - \frac{2\pi I_c \sin(\psi_1)}{\Phi_0} l_2 - \frac{2\pi\hbar}{R2e\Phi_0} \frac{\partial\psi_2}{\partial t} l_2 = 0 \\ 2I_c = 2I_c \sin\left(\frac{\psi_1+\psi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi_2-\psi_1}{2}\right) + \frac{\hbar}{R2e} \frac{\partial\psi_1}{\partial t} + \frac{\hbar}{R2e} \frac{\partial\psi_2}{\partial t}. \end{cases} \quad (60)$$

Здесь члены вида $\frac{2\pi\hbar}{R2e\Phi_0} \frac{\partial\psi}{\partial t}$ - отвечают за диссипативный ток через джозефсоновские контакты интерферометра. После замены переменных: $\frac{\psi_1-\psi_2}{2} = \chi$, $\frac{\psi_1+\psi_2}{2} = \Psi$, $\kappa = l_2 - l_1$, $l = l_1 + l_2$ мы получим упрощенный вид предыдущего уравнения (60).

$$\begin{cases} 2\chi + \frac{2\pi\Phi_{in}}{\Phi_0} + \frac{2\pi I_c}{\Phi_0} [l \sin \chi \cos \Psi - \kappa \sin \Psi \cos \chi] + \frac{2\pi\hbar}{R2e\Phi_0} [l \frac{\partial}{\partial t}(\chi) - \kappa \frac{\partial}{\partial t}(\Psi)] = 0 \\ 2I_c = 2I_c \sin \Psi \cos \chi + \frac{\hbar}{R2e} \frac{\partial}{\partial t}(2\Psi) \end{cases} \quad (61)$$

Тут необходимо заметить, что слагаемые при κ группируются в член равный I_c . Так же учитываем, что напряжения возникающее на джозефсоновских контактах должны быть равны $\frac{\partial\psi_1}{\partial t} = \frac{\partial\psi_2}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t}(\chi) = 0$. Учет данных равенств, и дополнительного условия того, что бездиссипативный ток должен достигать максимума при допустимых значениях Ψ и χ . Позволяет нам выразить напряжение V , возникающее на СКВИ-Де при пропускание через него удвоенного критического тока, как зависимость от

входного магнитного потока Φ_{in} .

$$\begin{cases} 2\chi + \frac{2\pi\Phi_{in}}{\Phi_0} + \frac{2\pi I_c}{\Phi_0} [l \sin \chi \cos \Psi - \kappa] = 0 \\ V = I_c R \sqrt{[1 - \max^2(\sin \Psi \cos \chi)]} \end{cases} \quad (62)$$

На рис. 14) изображена данная зависимость при параметрах соответствующих эксперименту. Видно, что период по прежнему сохраняется равным Φ_0 , а не симметрия плеч приводит, к наклону зависимости, вследствие чего точки минимума смещается относительно точек кратных кванту потока.

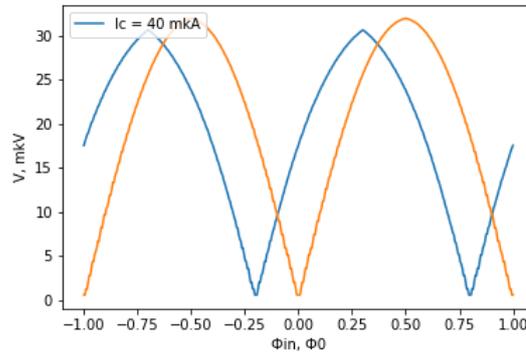


Рис. 14. Зависимость $V(\Phi_{in})$, с расчетным критическим током $I_c = 40 \mu A$, и сопротивлением шунта $R = 0.8$ Ом. На графике разным цветом обозначены две кривые, СКВИД с ассиметричными плечами и СКВИД с симметрией плеч.

2.4.4 Влияние индуктивности шунтирующего сопротивления на вольт-амперные характеристики джозефсоновских структур.

Шунтирование туннельного контакта может стать дополнительным источником инерционных явлений при большой индуктивности подводящих проводов. Рассмотрим контакт с собственной емкостью C , параллельно шунтированный резистором с сопротивлением и индуктивностью равными R, L соответственно рис. 15 (б). Система ур. (63) представляет из себя уравнение на баланс тока и равенство напряжений на параллельных участках, в данном случае необходимо учесть дополнительное слабое $L \frac{\partial I_1}{\partial t}$, отвечающее за индукцию напряжения на индуктивном элементе.

$$\begin{cases} I = \frac{\hbar}{2e} C \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + I_c \sin \varphi + I_1 \\ \frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = R I_1 + L \frac{\partial I_1}{\partial t} \end{cases} \quad (63)$$

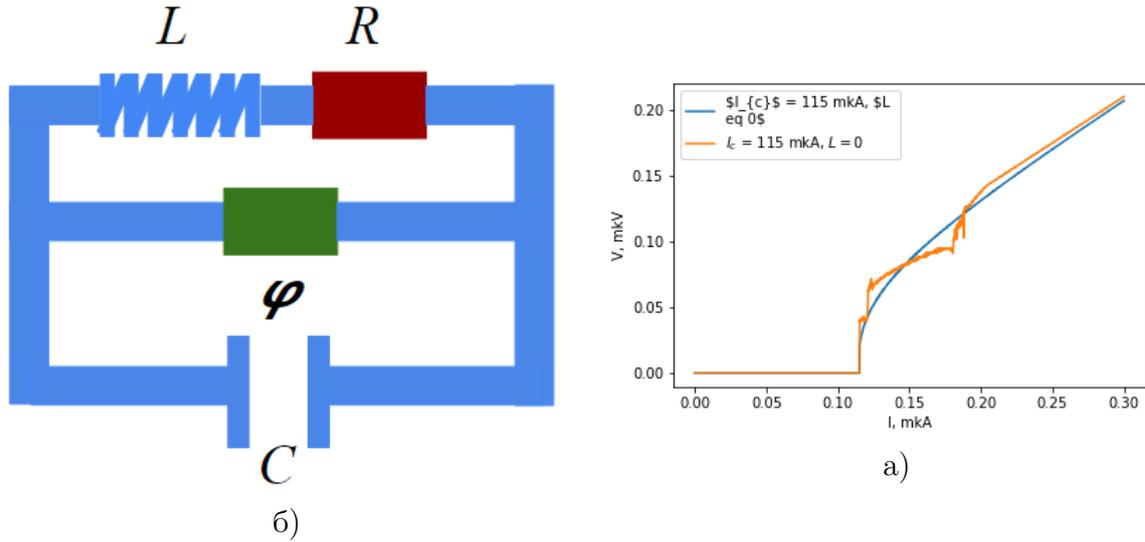


Рис. 15. а) Схематичное представление шунтированного джозефсоновского контакта в RCLSJ модели. б) Оранжевая кривая соответствует вольт-амперной характеристике шунтированного туннельного контакта с учетом индуктивности шунта. Расчет проводился при подстановке критического тока $I_c = 115 \mu\text{A}$, емкости $C = 4.5 \text{ пФ}$, индуктивности $L = 10 \text{ пН}$ и сопротивления шунта $R = 0.8 \text{ Ом}$.

Разрешая данную систему относительно I_1 приходим к дифференциальному уравнению третьей степени относительно фазы φ .

$$\frac{\hbar}{2e} LC \frac{\partial^3 \varphi}{\partial t^3} = R \left(I - I_c \sin \varphi \right) - \left(\frac{\hbar}{2e} + LI_c \cos \varphi \right) \frac{\partial \varphi}{\partial t} - RC \frac{\hbar}{2e} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (64)$$

Проводя, аналогичную предыдущему пункту, замену переменных: $i = I/I_c$, $\partial \tau = \sqrt{2eI_c/\hbar C} \partial t$, $\beta_L = \frac{1}{R} \sqrt{\hbar/2eCI_c}$, $l = 2eI_cL/\hbar$ приходим к следующему уравнению

$$l\beta_L \frac{\partial^3 \varphi}{\partial \tau^3} = (i - \sin \varphi) - \beta_L(1 + l \cos \varphi) \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2}. \quad (65)$$

Введем следующие характерные частоты системы: $\omega_j = RI_c \frac{2e}{\hbar}$ - джозефсоновская частота, $\omega_L = \frac{R}{L}$ - характерная частота затухания колебаний RL - контура, $\omega_C = \frac{1}{RC}$ - характерная частота затухания колебаний RC - контура. Данные частоты необходимы для оценки характерных масштабов времен, на которых происходит усреднение решения. Для последующего удобства выразим введенные параметры через данные частоты, а именно: $\partial \tau = \sqrt{\omega_j \omega_C} \partial t$, $\beta_L = \sqrt{\frac{\omega_C}{\omega_j}}$, $l = \frac{\omega_j}{\omega_L}$. Далее необходимо решить ур. (65) для времен много больших, чем соответствующие времена усреднения (ω_c , ω_j , ω_L), и путем усреднения решения $\langle \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \rangle$ найти зависимость напряжения возникающего на джозефсоновском контакте при пропускании через него тока $V = \sqrt{2eI_c/\hbar C} \langle \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \rangle$. На рис. (15) представлена зависимость IV в пределах применимости модели описанной выше.

Чтобы понять отличительные особенности данного режима работы джозефсо-

новского контакта, рассмотрим его в сравнение с RSJ моделью. Для этого построим решение обоих режимов на сводном графике, при параметрах характерных для джозефсоновских контактов, которые фигурируют в данной работе (см. ниже). Как можно заметить при учете собственной индуктивности наблюдается особенность в виде ступени квазипостоянного напряжения. Вне ступени расчетная кривая соответствует зависимости $V = R\sqrt{I^2 - I_c^2}$, полученной в RSJ-модели. Положение ступени по вертикальной оси определяется совпадением частоты джозефсоновских колебаний и резонансной частоты LC контура $\omega = 1/\sqrt{LC}$ как $2eV = \hbar\omega$. Для параметров использованных в расчете (см. рис. 7 (а)) напряжение на резонансной ступени составляет 0.7 ± 0.2 mV .

Глава 3

Технические аспекты эксперимента

3.1 Изготовление образцов

Изготовление образцов начиналось с магнетронного осаждения трехслойной заготовки Nb-AlO_x-Nb на подложку из оксидированного кремния размером 10x10 мм². Нижний электрод контакта имел толщину 300 нм и выполнял функции сверхпроводящего экрана. Согласно нашим данным выбранная толщина составляла около 4 лондонских длин в сверхпроводящем ниобии. После осаждения слоя алюминия производилось его окисление в течение 30 мин в атмосфере кислорода при давлении 200 мБар. Толщина верхнего слоя ниобия составляла 150 нм. Затем при помощи фотолитографии и плазмохимического травления ниобия формировались мезы туннельного джозефсоновского контакта размером 12x12 мкм. Удаление слоя алюминия производилось путем травления в 5 % растворе КОН. Следующим этапом было формирование сверхпроводящего экрана при помощи фотолитографии и плазмохимического травления ниобия. Далее производилось изготовление изоляции толщиной 350 нм путем термического осаждения монооксида кремния SiO на фоторезистивную маску с последующей взрывной фотолитографией. Четвертый этап состоял в осаждении слоя ниобия толщиной 100 нм и формировании его геометрии при помощи плазмохимического травления. В этом слое, в основном, формировались индуктивности сверхпроводящих контуров и линии для приема-передачи магнитного потока. Изоляция индуктивного слоя производилась аналогично третьему этапу. На 6-м этапе производилось изготовление тонкопленочных резисторов из сплава *CuAl* толщиной 50 нм для шунтирования туннельных контактов. Завершалось изготовление образца формированием сверхпроводящего замыкания (*wiring*) из ниобия толщиной 450 нм. На этом этапе достраивались сверхпроводящие контура, формировалась контрольная линия и подключались резисторы. Схематическое поперечное сечение изготовленных образцов приведено на рис. 16.

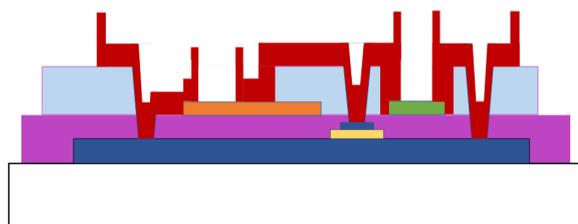


Рис. 16. Схематичное представление образца в поперечном сечении. Различными цветами продемонстрированы различные слои. Красный, оранжевый и синий слои являются сверхпроводящими изготовлены из одного материала Nb. Фиолетовым и бежевым цветами обозначены слои диэлектрика, в данном случае были изготовлены из SiO.

3.2 Измерительная установка

Экспериментальная установка представляет собой интегрированную систему, состоящую из криостата He-4, соединенного с общей гелиевой сетью, и блока приборов, подключенных к ЭВМ через интерфейс GPIB (см. схему на Рис.17).

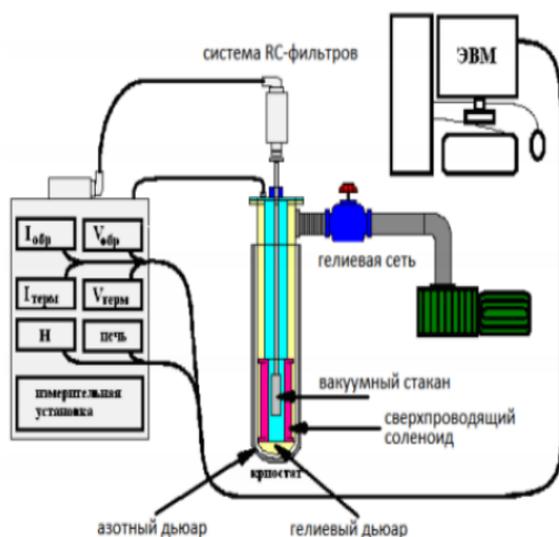


Рис. 17. Схематическое изображение экспериментальной установки.

Управление приборами осуществлялось при помощи программ, написанных в среде LabView. В данной работе измерялись:

- Вольт-амперные характеристики контактов при температуре 4.2 К.
- Вольт-потокосые характеристики СКВИДов.
- Передаточная функция сверхпроводящего нейрона.

При измерении вольт-амперных характеристик программа с некоторым шагом изменяла транспортный ток в образец и для каждого значения транспортного тока измерялось напряжение на образце. Вольт-потокосая характеристика измеряется путем пропускания постоянного тока питания от внешнего источника и измерения напряжения в зависимости от внешнего магнитного поля. Для образцов с линейной

(омической) ВАХ такая кривая называется магниторезистивной, поскольку магнитосопротивление вычисляется простым делением сопротивления на постоянный ток питания. В случае джозефсоновских структур такие кривые лучше называть вольт-потокowymi в силу нелинейности ВАХ в RSJ-модели, а также цикличности изменения напряжения с периодом в квант магнитного потока. Для экранирования внешних магнитных полей использовалась система экранов. В непосредственной близости от образца находился сверхпроводящий ниобиевый экран, который стабилизировал магнитное поле в рабочем объеме. Поверх него располагались еще две системы экранов: из специального крипермаллоя в гелиевой ванне и из пермаллоя марки 81НМА, окружающая весь криостат. Это позволяло получить в рабочем объеме «магнитный вакуум» $H \cdot 10^{-3}$ Гс. Для проведения измерений образцы закреплялись на медном держателе с помощью латунных клипс, либо клея БФ. Держатель, в свою очередь, крепился латунными винтами к массивному хвостовику криогенной вставки, теплоизолированному от остальной части установки при помощи капронита.

Транспортные измерения проводились по четырехточечной схеме. Для подключения образцов к контактным площадкам на держателе, как правило, использовалась ультразвуковая микросварка при помощи тонких алюминиевых проводов. Ток в образец подавался от источника питания Keithley224 через систему RC-фильтров с сопротивлением около 300 Ом и полосой пропускания ниже 30 Гц. Ранее проведенные эксперименты подтвердили их высокую эффективность для фильтрации внешних шумов. Для измерения напряжения использовался вольтметр Keithley182, также подключаемый к образцу через систему фильтров. Ток в шину подавался от источников Keithley224.

Глава 4

Эксперимент

4.1 Разработка топологии сверхпроводящих нейронов.

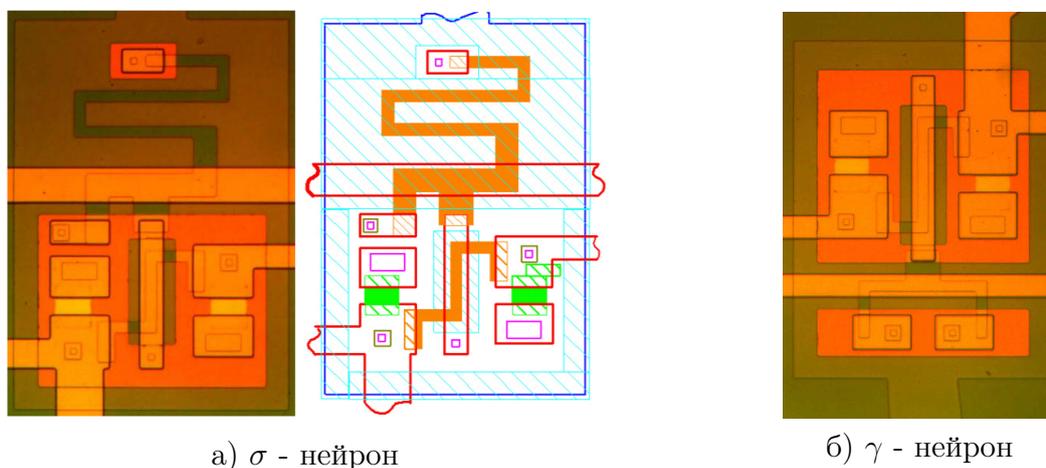


Рис. 18. Микрофотография и схематическое изображение сверхпроводящего нейрона.

На рис. 18 показано схематическое изображение и микрофотография изготовленного образца. Шунтированный интерферометр (нейрон) состоит из 3 плеч, исходящих из общей точки, и замыкается на экран в трех местах. Таким образом, все сверхпроводящие контура замыкаются в вертикальной плоскости (см. рис. 16). Магнитные поля экранирующих токов, протекающих в нейроне, параллельны поверхности экрана и локализованы в зазоре между ним и индуктивными линиями пленкой [1]. Поэтому индуктивная связь обеспечивается наложением полосковых линий, изготовленных слоях 4 и 7 многослойной структуры. Входной магнитный поток создавался при помощи контрольной линии, имеющей одинаковую взаимную индуктивность с обоими контурами нейрона. Взаимная индуктивность управляющей линии и нейрона составляет 1.5 пГн. Для измерения ϕ_{out} выходное плечо было индуктивно связано с двухконтактным интерферометром (СКВИДом), изготовленном на том же сверхпроводящем экране. На виде сверху 2-контактный интерферометр выглядит как сверхпроводящая полоса, замкнутая на сверхпроводящий экран через джозефсоновские контакты.

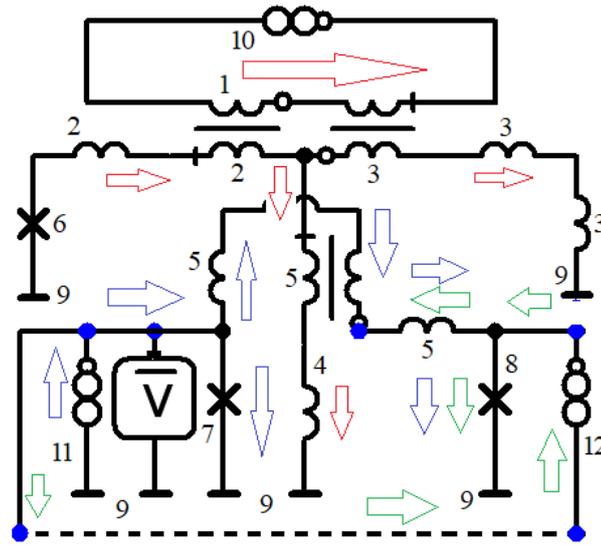


Рис. 19. Принципиальная схема образца, с изображенными источниками тока и способом их подключения (см. обсуждение в тексте).

На рис. 19 представлена принципиальная схема проведенного эксперимента. Сигма-интерферометр состоит из индуктивностей 2, 3 и 4, замыкающих берега джозефсоновского перехода 6. Входной магнитный поток Φ_{in} создается током источника 10, протекающим по контрольной линии. Выходной магнитный поток измеряется при помощи dc-СКВИДа, состоящего из джозефсоновских переходов 7 и 8, соединенных индуктивностью 5. Предполагается наличие общего сверхпроводящего электрода 9 (Ground), замыкающего контура как сигма-интерферометра, так и dc-СКВИДа. Для управления измерительной схемой используются 2 источника тока и вольтметр. Источник 10 включен параллельно контакту 7 и задает ток смещения вольт-амперной характеристики СКВИДа (ток питания) $I_b \geq 2I_c$. Ток I_b распределяется между контактами 7 и 8 в зависимости от магнитного потока через СКВИД Φ_{SQ} . Источник 12 включен параллельно индуктивности 5 (то есть петле dc-СКВИДа) и не подключен к общему электроду 9. Ток источника 12 I_{fb} служит для стабилизации Φ_{SQ} при изменении входного магнитного потока Φ_{in} . Фактически, ток I_{fb} предназначен для компенсации магнитного потока Φ_{out} и служит выходным сигналом при проведении эксперимента. Постоянный ток смещения вольт-потоковой характеристики I_0 (см. рис. 2) может быть использован для задания начального состояния СКВИДа. Предполагается, что измерительная цепь работает в нестационарном режиме, а контроль Φ_{SQ} осуществляется путем измерения среднего напряжения U на dc-СКВИДе.

4.2 Измерения

Эксперимент начинался с измерения характеристик измерительного двухконтактного интерферометра. Данные эксперименты позволяли выбрать ток питания и ток смещения рабочей точки СКВИДа для обеспечения комфортного значения стабили-

зированной напряженности. Ввиду того, что от характера вольт-амперной зависимости СКВИДа зависит точность измерения передаточной функции нейрона, необходимо точное понимание всех особенностей графика $V(H)$. Для этого сначала снималась зависимость напряжения от пропускаемого тока (IV - зависимость) для двухконтактного СКВИДа. После чего измерялось напряжение, возникающее на двухконтактном интерферометре, от пропускаемого через его контур магнитного поля. Данные измерения проводились на опорном токе питания равном $2I_c$, найденном в ходе эксперимента по определению зависимости IV . На рис.(20) представлены данные зависимости измеренные в данных экспериментах и являющаяся характерными для наших образцов. Характерный, несимметричный наклон кривой $V(H)$ объясняется асимметричностью плеч СКВИДа, как было рассмотрено в разделе 2.2.7.

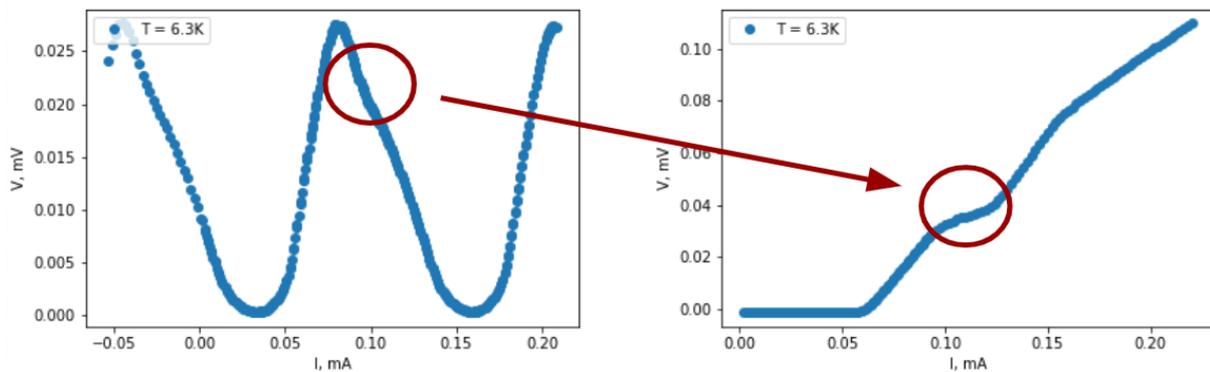


Рис. 20. На левой панели изображена измеренная зависимость $V(H)$ для измерительного СКВИДа. На правой панели демонстрируется его вольт-амперная характеристика. На обоих графиках выделена особенность, связанная с наличием шунтирующей индуктивности.

В ходе основного эксперимента изменялся ток в контрольную линию (управляющий ток) и поддерживалось постоянное напряжение на датчике СКВИДа. Для данного типа измерений была спроектирована и реализована цифровая программа, написанная в среде LabView. Суть алгоритма заключалась в следующем. На основе измеренной полевой характеристики измерительного СКВИДа, выбирался уровень стабилизируемого напряжения (рабочая точка) и точность стабилизации от 0.1 до 0.5 mV , в зависимости от качества получившихся образцов. После этого программа начинала разворачивать ток, проходящий через управляющую линию 1 (см. рис. ??). При этом на выходной индуктивности нейрона возникал исходящий магнитный поток, определяемый передаточной функцией образца. Этот поток в виду индуктивной связи со СКВИДом вызывал на последнем отклик в виде изменения напряжения. Программа методом подбора компенсирующего тока источника 12 (feed back line) возвращала напряжение в рамки допустимого интервала. Разработанный алгоритм подбирал компенсирующий ток с шагом дискретизации 0.1 μA , поддерживая постоянное напряжение на измерительном СКВИДе с точностью не хуже 1 mV . Это обеспечивало измерение выходного магнитного потока с точностью 1/127 кван-

та. Если данный принцип описывать на бытовом уровне, то СКВИД в данном случае выступает в роле весов, где на одном плече размещается поток индуцируемый образцом, а на втором индуцируемый контролируемым током, последний и является измеряемой характеристикой. График зависимости $I_{feedback}(I_{controlline})$ представляет собой искомую передаточную функцию.

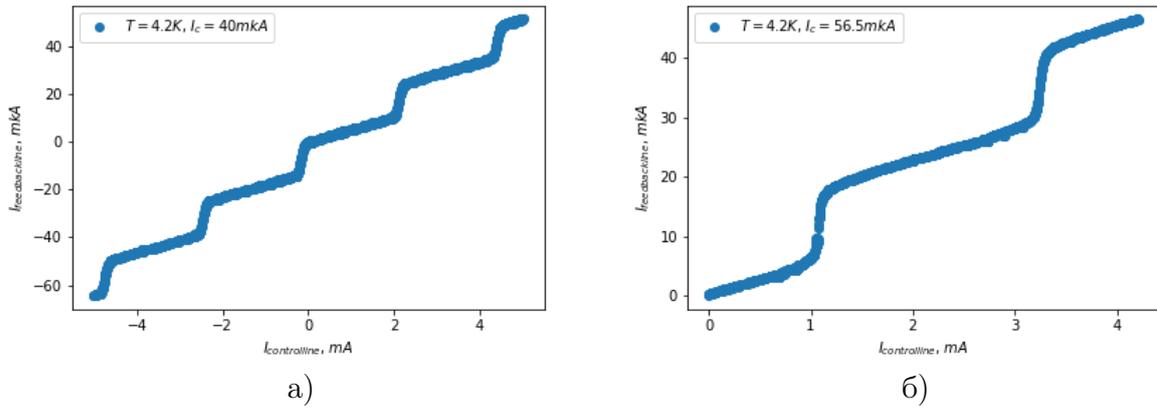


Рис. 21. Измеренные передаточные функции двух изготовленных сигма-нейронов при $T = 4.2$ К. Критические токи контактов Джозефсона равны 40 мкА и 56 мкА для панелей (а) и (б) соответственно.

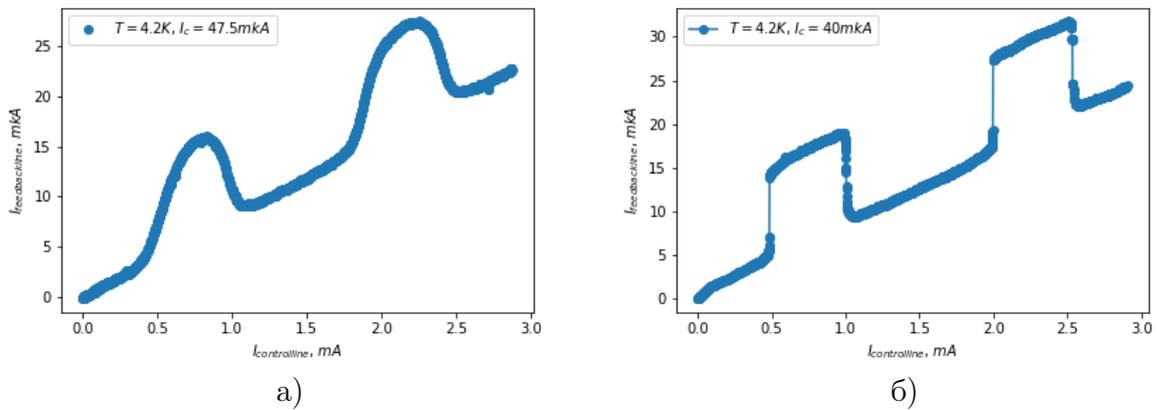


Рис. 22. Измеренные передаточные функции двух изготовленных гаусс-нейронов при $T = 4.2$ К. Критические токи контактов Джозефсона равны 47 мкА и 40 мкА для панелей (а) и (б) соответственно.

Пример экспериментальных кривых приведен на рис.(21 - 22). Как можно видеть, зависимости представляют из себя искомые функции, к которым прибавляется линейный вклад $\Phi_{out+} = k\Phi_{in}$. Природа данного вклада будет подробно разобрана в разделах 4.3 и 4.4. Можно также обратить внимание на качественное различие кривых, полученных для двух образцов *gamma*-нейрона, измеренных при $T = 4.2$ К. Далее рассмотрим каждый из видов нейрона подробнее: проанализируем получившиеся результаты и выясним причины отклонений от ожидаемых зависимостей. Разделы

4.3 и 4.4 посвящены анализу сигма- и гаусс-нейронов соответственно.

4.3 Анализ σ - нейрона

Для понимания природы указанного выше расхождения необходимо расширить модель сигма-нейрона и дополнить ур. (24) учетом ряда возмущающих факторов. В частности, можно также заметить, что верхний контур интерферометра на рис. 18 не содержит джозефсоновского контакта и способен замораживать некоторое число квантов магнитного потока см. пункт (2.1.1). Это приведет к появлению в правой части ур. (19) слагаемого вида $2\pi n$, где n – число замороженных вихрей. Компенсация части магнитного потока в измерительном СКВИДе при помощи сигнала обратной связи не изменит основные уравнения и приведет лишь к перенормировке выходной индуктивности. Отметим, что компенсация выходного потока нейрона не является полной, поскольку лишь часть контура измерительного СКВИДа находится под линией выходной индуктивности (учитывалось введением коэффициента α). Ток питания СКВИДа или ток смещения вольт-поточковой характеристики приводят к изменению выходного потока в системе (19-20) на постоянную величину $\pm\phi_{squid}$. Похожие слагаемые появятся в случае непосредственной передачи входного магнитного потока в выходное плечо. Их можно записать в виде $k\phi_{in}$, где k – коэффициент передачи. Данный эффект не закладывался при проектировании структуры, однако наблюдался в ходе эксперимента. В целом возмущенная система уравнений (19 - 20) имеет вид:

$$\phi_{in}/2 - [l_a/l_{out}](\alpha\phi_{out} - k\phi_{in}) - l_a \sin \phi - (\alpha\phi_{out} - k\phi_{in}) - \phi_{squid} = 2\pi n \quad (66)$$

$$\phi_{in}/2 - \phi - l \sin \phi + (\alpha\phi_{out} - k\phi_{in}) + \phi_{squid} = 0 \quad (67)$$

Повторяя выкладки, описанные в пункте (2.4), можно получить следующее не явное выражение для передаточной функции:

$$\begin{aligned} & [\phi_{in}/2 - 2\pi n]/l_a - (\alpha\phi_{out} - k\phi_{in})/l_{sh} - \\ & - \sin ([\Delta l/l_a][\phi_{in}/2 - 2\pi n] + [l_t/l_{sh}](\alpha\phi_{out} - k\phi_{in})) = 0, \end{aligned} \quad (68)$$

которое можно использовать для аппроксимации результатов эксперимента.

Теперь рассчитаем эти поправочные параметры. Для этих целей была рассчитана (с помощью программного обеспечения) таблица индуктивностей для нашей топологии (см. таблица 1). Где L_{sq} - индуктивность плеча измерительного двухконтактного интерферометра, а L_c - индуктивность контрольной линии. Перекрестные значения $L_{ik}|_{i \neq k}$ отвечают за взаимную индуктивность соответствующих элементов. Из дан-

L_{ik} , рН	1. L_{sq}	2. L_a	3. L_{out}	4. L	5. L_c
1. L_{sq}	7.02	0.1261	1.571	0.11	0.095
2. L_a	0.1261	17.82	0.144	0.085	0.4225
3. L_{out}	1.571	0.144	4.68	0.291	0.1738
4. L	0.11	0.085	0.291	2.7	0.3555
5. L_c	0.095	0.4225	0.1738	0.3555	5.98

Таблица 1. Таблица индуктивностей σ - нейрона.

ной таблицы видно, что существует взаимная индуктивность контрольной линии напрямую в контур СКВИДа, что и давало линейный наклон характеристики. Также стоит отметить разную взаимную индуктивность контрольной линии в каждое из плеч нейрона, что дает слабо прогнозируемый эффект. По этой причине необходимо рассчитать передаточную функцию с учетом каждого элемента. Для ускорения и упрощения процесса составления уравнений состояния сверхпроводящих интерферометров было разработано мнемоническое правило, позволяющее в кратчайшие сроки и с большей точностью рассчитать данные поправки, учитывая все взаимные (перекрестные) элементы.

Суть метода заключается в том, что каждому индуктивному элементу формально ставится в соответствие контур ($i \rightarrow i$). Каждый контур в уравнении представляется в виде слагаемого $l_{ik}i_i$, где i_i - ток протекающий через данную индуктивность, а свободным индексом (в данном случае k) нумеруются контура. Если два контура имеют общим элементом третий контур (для σ - нейрона такими контурами являются l и l_a , а общим для них контур l_{out}), то это соответствует члену вида $\epsilon_{\tau km}l_{im}i_i$ (ϵ - абсолютно антисимметричный псевдо тензор Леви-Чивиты), где индекс τ является непустым множеством индексов $1, 2, 3, \dots$, которые не имеют скрещенных элементов (в данном случае это l_{sq}). Индексы τ фиксированы и выбираются из расчета того, что в нумерации идет раньше рассматриваемых трех контуров (по этой причине l_{sq} соответствует номер 1), индекс k - является свободным, а индекс m - нумерует смежную индуктивность и должен стоять в нумерации между номерами смежных контуров. В данном случае индуктивности l_a соответствует индекс 2, l_{out} индекс 3, а $l \rightarrow 4$; исходя из этого в нашей топологии $m = 3$). Завершает описанную методику расставление множителей вида $(1 - \delta_{km})$ - где m - представляет номер контура, который не является замкнутым (у нас это контрольная линия $l_c \rightarrow 5$ и l_{out}). Выбывшие таким образом строки системы заменяются равным по количеству уравнениям на токи, а именно в нашем случае одним уравнением Киргофа и ток-фазовым соотношением. В столбец свободных членов входят величины φ_k (для контура в котором присутствует джозефсоновский контакт) или величина $2\pi n_k$ учитывающая количество захваченных квантов магнитного потока - для замкнутых, чисто сверхпроводящих контуров.

Система уравнений для σ - нейрона, построенная по описанному выше методу,

имеет вид:

$$i_i(l_{ik} - \epsilon_{1k3}l_{i3})(1 - \delta_{k5})(1 - \delta_{k3}) = \varphi_k + 2\pi n_k, \quad (69)$$

где столбцы и определены следующим образом:

$$\varphi_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \varphi \\ 0 \end{pmatrix}, n_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 2\pi n \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, i_i = \begin{pmatrix} i_{fb} \\ i_a \\ i_{out} \\ i \\ i_c \end{pmatrix},$$

$$l_{ik} = \frac{2\pi I_c}{\Phi_0} \begin{pmatrix} 7.02 & 0.1261 & 1.571 & 0.11 & 0.095 \\ 0.1261 & 17.82 & 0.144 & 0.085 & 0.4225 \\ 1.571 & 0.144 & 4.68 & 0.291 & 0.1738 \\ 0.11 & 0.085 & 0.291 & 2.7 & 0.3555 \\ 0.095 & 0.4225 & 0.1738 & 0.3555 & 5.98 \end{pmatrix}$$

Так же необходимо дополнить данную систему двумя (по количеству не замкнутых контуров) уравнениями на токи: уравнением Кирхгофа

$$i_2 + i_3 - i_4 = 0,$$

и ток фазовым соотношением джозефсоновского контакта

$$i_4 = -\sin(\varphi).$$

Для получения зависимости $i_1 = F(i_5)$ можно разрешить данную систему методом Крамера, что и было сделано. Таким способом была получена параметрическая зависимость $i_{sq}(\varphi) = \det(D_{ik}|_1)/\det(D_{ik})$ и $i_c(\varphi) = \det(D_{ik}|_5)/\det(D_{ik})$, где D - матрица системы уравнений (73). Выражая φ с помощью одного из этих равенств получаем неявно заданную зависимость.

Использование данного метода позволяет получить хорошее совпадение экспериментальной и расчетной кривых (см. рис.(23)). Отметим, что в силу выбранного алгоритма измерений экспериментальная кривая всегда стартует с точки $(0,0)$, поэтому захват магнитного потока в контуре $l_a - l_{out}$ проявляется не очень наглядно. Фактически, он приводит к смещению на $2\Phi_0 n$ точки $(\phi_{in} = 0, \phi_{out} = 0)$ относительно начала координат. Однако захват вихря может быть обнаружен при аппроксимации экспериментальной кривой, поскольку ее период не равен одному кванту. В частности, аппроксимация экспериментальной кривой на рис.(23а) может быть проведена в случае $n = 3$. Однако захват квантов магнитного потока не являлся неизбежным в наших экспериментах и проявлялся только при самых высоких температурах.

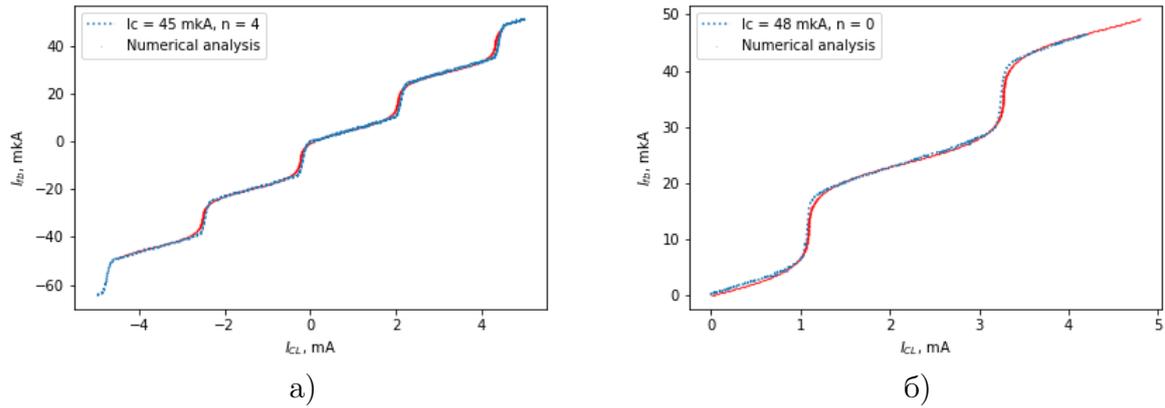


Рис. 23. Передаточные функции двух сигма-нейронов, полученные при $T = 4.2$ К. Красной линией показана аппроксимация расчетной кривой, учитывающий захват n квантов потока в шунтирующем контуре.

На рис. 23 приведена аппроксимация экспериментальных кривых с использованием индуктивностей, приведенных в таблице 1. Единственным подгоночным параметром служил критический ток I_c джозефсоновских контактов. Однако о его ориентировочном значении можно было судить по критическому току двухконтактного интерферометра, критический ток которого мы имели возможность измерять напрямую. Отклонение значений данных токов и тока подгоночного составляло не более $\pm 10\%$. Представленное совпадение измеренной и расчетных кривых имеет не только качественный характер, но и достаточно точный количественный. Данный факт говорит не только о эксперименте выполненном с поразительной точностью, но и о полном непонимании влияния измерительного контура на свойства интерферометров. Также тут стоит акцентировать внимание, что измеряемый магнитный поток между двумя плато $\Delta\Phi_{out}$ составляет доли кванта Φ_0 .

Каждый из образцов был измерен в широком диапазоне температур, от фактического перехода Nb в нормальное состояние $\sim 7.8K$ до максимально низкой температуры, которую мы могли достичь при откачке паров гелия $\sim 1.2K$. Ниже, на рис.(24) представлены две кривые, представляющие из себя передаточные функции одного образца, при разных температурах (и соответственно разных критических токах I_c). На данном графике мы можем наблюдать переход из безгистерезисного режима, в режим с гистерезисом. Стоит отметить, что в гистерезисом режиме существует состояние (находящиеся посередине перехода), и именно через это состояние потоковая кривая проходит испытывая скачок.

4.4 Анализ γ - нейрона

Как было упомянуто в разделе [4.2], передаточные функции изготовленных образцов гаусс-нейрона также отличались от ожидаемых. К тому же, при проведении

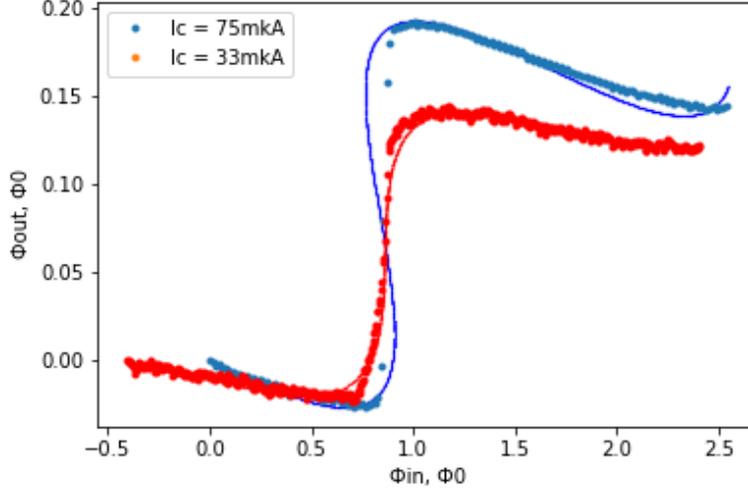


Рис. 24. Очищенные передаточные функции двух сигма нейронов, полученные путем вычитания линейного вклада из экспериментальных данных (см. обсуждение в тексте). Критические токи джозефсоновских контактов подписаны на рисунке. Сплошной линией представлены результаты численного моделирования.

экспериментов наблюдались два класса зависимостей (см. рис. 22 (а,б)), явным образом отличающиеся друг от друга. Для анализа полученных кривых необходимо также расширить модель, описанную в разделе [2.2.2], учетом возмущающих факторов.

Прежде всего, учтем величину магнитного потока, индуцируемого измерительным СКВИДом ϕ_{squid} . Это обстоятельство в уравнениях учитывалось добавлением слагаемого ϕ_{squid} при записывание условий на баланс фаз в контурах интерферометра. В конечном численном анализе данное слагаемое уширяло передаточную функцию. Второе уточнение касается возможных проблем, возникающих ввиду сложности производственного этапа: неидеальной прозрачности переходов с верхнего слоя сверхпроводника на индуктивный, вследствие чего образуется дополнительный джозефсоновский контакт с критическим током I_{c+} , входящий в контур с индуктивностью l_{out} . Данное обстоятельство мы учитывали введением $i_{c+} = I_{c+}/I_c$. Так же необходимо учесть возможную разбалансировку критических токов в плечах нейрона через введение параметра разбалансировки $i_{c1} = 1 + \alpha$, $i_{c2} = 1$.

В этом случае система уравнений, отвечающая за баланс фаз в двух контурах и уравнение Кирхгофа, будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} \phi_{out} + \phi_{squid} + \psi_1 + \arcsin\left(\frac{\phi_{out}}{l_{out}i_{c+}}\right) + \frac{\phi_{in}}{2} + (1 + \alpha)\frac{l}{2} \sin(\psi_1) = 0 \\ -\phi_{out} - \phi_{squid} - \psi_2 - \arcsin\left(\frac{\phi_{out}}{l_{out}i_{c+}}\right) + \frac{\phi_{in}}{2} - \frac{l}{2} \sin(\psi_2) = 0 \\ \phi_{out} = 2l_{out} \sin\left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2}\right) \cos\frac{\psi_2 - \psi_1}{2} + \alpha l_{out} \sin \psi_1 \end{cases} \quad (70)$$

В данной системе видна структура, с которой данные поправки входят в систему.

Параметры α и ϕ_{squid} входят линейным образом. Поэтому можно ожидать, что при стремлении их к нулю, качественно картина зависимости не измениться. Введение дополнительного д-контакта приводит по появлению нелинейного слагаемого вида $\sim \arcsin(\phi_{out})$. Как раз такая нелинейная поправка, как мы увидим ниже, и приводит к “срезанию” верхнего пика у γ - нейрона. Далее из этой системы преобразованиями, которыми мы пользовались при выводе ур.(41), получаем однопараметрическую зависимость $\phi_{out}(\phi_{in})$.

$$\begin{aligned} \phi_{in} = & -2\Psi - l \sin(\Psi) \cos(\phi_{out} \left[1 + \frac{l}{4l_{out}}\right] + \arcsin(\frac{\phi_{out}}{l_{out}i_{c+}}) + \phi_{squid}) + \\ & + \alpha \frac{l}{2} \sin(\phi_{out} \left[1 + \frac{l}{4l_{out}}\right] + \arcsin(\frac{\phi_{out}}{l_{out}i_{c+}}) + \phi_{squid} + \Psi) \end{aligned} \quad (71)$$

$$\begin{aligned} \phi_{out} = & -2l_{out} \sin(\phi_{out} \left[1 + \frac{l}{4l_{out}}\right] + \arcsin(\frac{\phi_{out}}{l_{out}i_{c+}}) + \phi_{squid}) \cos \Psi - \\ & - \alpha l_{out} \sin(\phi_{out} \left[1 + \frac{l}{4l_{out}}\right] + \arcsin(\frac{\phi_{out}}{l_{out}i_{c+}}) + \phi_{squid} + \Psi) \end{aligned} \quad (72)$$

L_{ik} , pH	1. L_{sq}	2. L_1	3. L_{out}	4. L_2	5. L_c
1. L_{sq}	8.69	0.192	2.187	0.192	0.038
2. L_1	0.192	6.166	0.3232	0	2.42
3. L_{out}	2.187	0.3232	7.517	0.3232	0.3
4. L_2	0.192	0	0.3232	6.166	2.42
5. L_c	0.038	2.42	0.3	2.42	98.7

Таблица 2. Таблица индуктивностей γ - нейрона.

Теперь рассчитаем введенные поправки. Как и ранее для γ - нейрона была рассчитана матрица индуктивностей (см. таблица 2). Так же, как и для σ - нейрона, выпишем мнемоническое уравнение. По описанному выше методу получаем систему линейных уравнений.

$$i_i(l_{ik} - \epsilon_{1k3}l_{i3})(1 - \delta_{k5})(1 - \delta_{k3}) = \varphi_k + 2\pi n_k \quad (73)$$

Где соответствующие столбцы и соответствующие матрицы имеют следующие определения:

$$\varphi_i = \begin{pmatrix} 0 \\ \varphi_1 + \varphi_3 \\ 0 \\ -\varphi_2 - \varphi_3 \\ 0 \end{pmatrix}, n_i = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, i_i = \begin{pmatrix} i_{fb} \\ i_a \\ i_{out} \\ i \\ i_c \end{pmatrix},$$

$$l_{ik} = \frac{2\pi I_c}{\Phi_0} \begin{pmatrix} 8.69 & 0.192 & 2.187 & 0.192 & 0.038 \\ 0.192 & 6.166 & 0.3232 & 0 & 2.42 \\ 2.187 & 0.3232 & 7.517 & 0.3232 & 0.3 \\ 0.192 & 0 & 0.3232 & 6.166 & 2.42 \\ 0.038 & 2.42 & 0.3 & 2.42 & 98.7 \end{pmatrix}$$

В данном случае столбец n_i является пустым, так как все контура имеют не сверхпроводящий участок. Также можно заметить фазу φ_3 - именно она отвечает за образовавшийся третий джозефсоновский контакт, природа появления которого уже описывалась.

Как и в предыдущий раз дополним данную систему двумя (по количеству незамкнутых контуров) уравнениями на токи. Первым уравнением является второе равенство Кирхгофа

$$i_2 + i_3 + i_4 = 0.$$

Вторым будет уравнение описывающее ток фазовое соотношение джозефсоновского контакта, в нашем случае это синус.

$$i_4 = \sin(\varphi_2)$$

Так как в данном случае имеется три параметра отвечающих за фазы на контактах, то необходимо их выразить друг через друга. Для взаимоопределения фазы на втором контакте φ_2 учтем ток-фазовое соотношение для для него.

$$i_2 = -(1 + \alpha) \sin(\varphi_1).$$

Учет дефекта прозрачности замыкания l_{out} на нижний сверхпроводящий экран производится посредством дополнения системы третьим ток-фазовым равенством.

$$i_3 = i_{c+} \sin(\varphi_3).$$

Для получения зависимости $i_5(i_1)$ разрешим данную систему методом Крамера относительно i_1 и i_5 , после чего найдем i_3 и приравняем его выражению $i_{c+} \sin(\varphi_3)$. Закончим вычисление передаточной функции приравниванием $i_2 = -\sin(\varphi_1)$ и одновременным разрешением полученных равенств. В итоге получим ур.(71 - 72) с точно вычисленными коэффициентами.

Однако данная система является сложно разрешимой, так как структурно представляет из себя многопараметрические неявные выражения. По этой причине для численного сравнения с экспериментальными кривыми воспользуемся упрощенным выражением (71 - 72). На рис.(25) представлены сравнительные графики численного анализа и измеренных кривых. Так как для анализа использовалась упрощенная

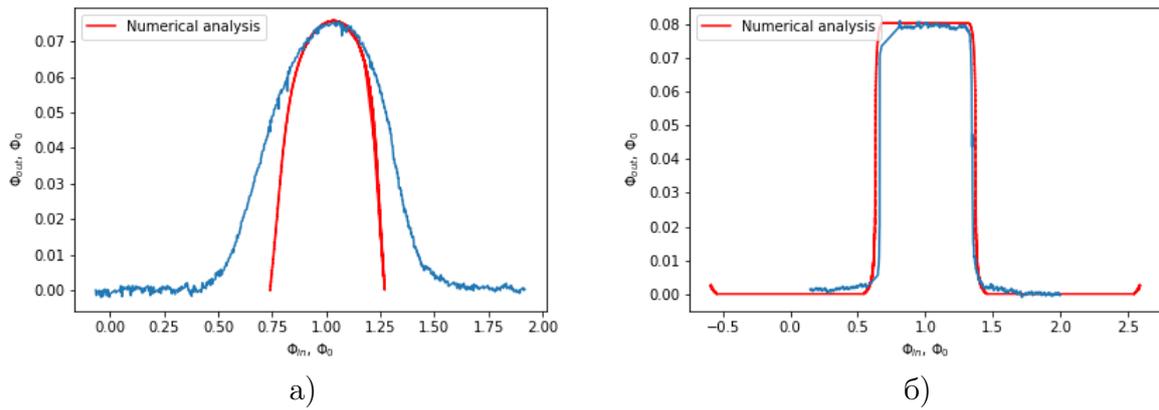


Рис. 25. На рисунке представлены измеренные передаточные функции γ -нейронов для двух образцов. а) Гауссоподобная зависимость в сравнение с численным анализом. б) Кривая со срезанной верхушкой и численный анализ для данного поведения образца.

модель, то говорить о количественном совпадении не приходится. Однако основные качественные характеристики удалось объяснить. Например, “перекос” передаточной функции на рис. 25 (а) вызван неодинаковостью критических токов д-контактов гаусс-нейрона. На рис. 25 (б) можно видеть “срез” пика гауссового распределения, произошедший вследствие появления третьего д-контакта. Дальнейшее развитие работы будет направлено на совершенствование технологии с целью устранения возмущающих факторов.

Глава 5

Заключение

Таким образом в данной работе были получены следующие результаты.

1) Был разработан технологический процесс, позволяющий реализовать сверхпроводящие интерферометры в виде тонкопленочных структур, расположенных над сверхпроводящим экраном, а также топология одноконтактного и двухконтактного сверхпроводящих интерферометров (σ - и γ -интерферометры), шунтированных дополнительной индуктивностью.

2) Было разработано программное обеспечение, позволяющее измерять передаточную функцию изготовленных образцов методом компенсации магнитного потока, наводимого в измерительной структуре.

3) Проведено экспериментальное исследование изготовленных образцов в широком температурном диапазоне. Получены передаточные функции, содержащие искомые сигмоидальную и гауссову компоненты для одно-контактного и двухконтактного интерферометра соответственно. Обнаружено наличие паразитной линейной компоненты, связанной, по-видимому, с непосредственной передачей входного сигнала в выходную и измерительную схемы.

4) Разработан метод аппроксимации экспериментальных кривых с использованием расчетной матрицы индуктивности, учитывающий непосредственную передачу входного сигнала в выходную и измерительную индуктивности. Продемонстрировано хорошее совпадение экспериментальной и расчетной кривых при разумных значениях подгоночных параметров.

Полученные результаты позволяют продвинуться в понимании физики шунтированных сверхпроводящих интерферометров и сформулировать направление дальнейших исследований, целью которых будет устранение паразитной линейной компоненты и получение целевых сигмоидальной и гауссовых передаточной функций. Успешная реализация таких объектов позволит перейти к проектированию сверхпроводящих логических устройств для нейроморфных вычислений.

Литература

- [1] Введение в физику сверхпроводников [2000] Шмидт В.В. 47 - 49 с, 157-165 с
- [2] Likharev K. K., Semenov V. K. RSFQ logic/memory family: A new Josephson-junction technology for sub-terahertz-clock-frequency digital systems //IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 1991. – Т. 1. – №. 1. – С. 3-28.
- [3] А.Н. Омелянчук, Е.В. Ильичев, С.Н. Шевченко Когерентные явления в джозефсоновских кубитах «Наукова Думка» (2013) ISBN 978-966-00-1260-8
- [4] A neural network face recognition system
M.J.Aitkenhead A.J.S.McDonald
Engineering Applications of Artificial Intelligence Volume 16, Issue 3, April 2003,
Pages 167-176
- [5] Updating of Road Network Databases: Spatio-Temporal Trajectory Grouping Using Snap-Drift Neural Network Frank Ekpenyong, Dominic Palmer-Brown, Allan Brimicombe
- [6] Koki Ishida, Ilkwon Byun, Ikki Nagaoka, Kosuke Fukumitsu, Masamitsu Tanaka, Satoshi Kawakami, Teruo Tanimoto, Takatsugu Ono, Jangwoo Kim, Koji Inoue. Superconductor Computing for Neural Networks. IEEE Micro PP(99):1-1
DOI:10.1109/MM.2021.3070488
- [7] Beyond Moore's technologies: operation principles of a superconductor alternative
Igor I. Soloviev*1,2, Nikolay V. Klenov1,2,3, Sergey V. Bakurskiy1, Mikhail Yu. Kupriyanov1,4, Alexander L. Gudkov5 and Anatoli S. Sidorenko4,6 Beilstein J. Nanotechnol. 2017, 8, 2689–2710. doi:10.3762/bjnano.8.269

- [8] I. I. Soloviev, A. E. Schegolev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, M. Yu Kupriyanov, M. V. Tereshonok, A. V. Shadrin, V. S. Stolyarov, and A. A. Golubov. Adiabatic superconducting artificial neural network: Basic cells. *Journal of Applied Physics*, 124:152113, 2018.
<http://dx.doi.org/10.1063/1.5042147>
- [9] I. I. Soloviev, A. E. Schegolev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, M. Yu Kupriyanov, M. V. Tereshonok, A. V. Shadrin, V. S. Stolyarov, and A. A. Golubov. Adiabatic superconducting artificial neural network: Basic cells. *Journal of Applied Physics*, 124:152113, 2018.
<http://dx.doi.org/10.1063/1.5042147>
- [10] АДИАБАТИЧЕСКИЕ СВЕРХПРОВОДЯЩИЕ ЯЧЕЙКИ ДЛЯ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ А. Е. Щеголев^{1,4}, Н. В. Кленов¹⁻⁴, И. И. Соловьев^{2,3}, М. В. Терешонок⁴
ЖУРНАЛ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ, ISSN 1684-1719, N9, 2016
[https://doi.org/10.1016/S0952-1976\(03\)00042-3](https://doi.org/10.1016/S0952-1976(03)00042-3)
- [11] Горьков Л.П. Об энергетическом спектре сверхпроводников // ЖЭТФ. — 1958. — Т. 34(3). — С. 735–739.
- [12] Абрикосов А.А. (1987) Основы теории металлов
- [13] Бароне А., Патерно Дж. Эффект Джозефсона : Физика и применения (1984)
- [14] Handbook of Neural Network Signal Processing Yu Hen Hu, Jeng-Neng Hwang and Stuart W. Perry Citation: The Journal of the Acoustical Society of America 111, 2525 (2002);
doi: 10.1121/1.1480419
- [15] Большая советская энциклопедия. — М.: Советская энциклопедия. 1969—1978.
- [16] Frolov S. M. et al. Measurement of the current-phase relation of superconductor/ferromagnet/superconductor Josephson junctions //Physical Review B. — 2004. — Т. 70. — №. 14. — С. 144505

-
- [17] Stoutimore M. J. A. et al. Second-harmonic current-phase relation in Josephson junctions with ferromagnetic barriers //Physical review letters. – 2018. – Т. 121. – №. 17. – С. 177702.