

По сравнению с опубликованным текстом, в этот вариант параграфа 5.3 введены более удобные обозначения, уточнено определение длины свободного пробега l и установлена связь между l и длиной локализации ξ в одноканальном одномерном проводнике.

Для сохранения нумерации формул в основном тексте четыре новые формулы имеют усложненные номера (5.25a), (5.26a), (5.26b) и (5.27a).

5.3. Локализация и роль корреляций в 1D-системах

Рассмотрим два последовательных барьера в одноканальном одномерном проводнике (рис. 5.5) и выразим параметры \mathcal{T}_s и $\mathcal{R}_s = 1 - \mathcal{T}_s$ образованного составного рассеивающего объекта через параметры \mathcal{T}_1 , \mathcal{R}_1 , \mathcal{T}_2 и \mathcal{R}_2 исходных барьеров. Если на барьер 1 слева падает волна амплитуды 1, то сформировавшееся стационарное волновое поле будет содержать еще четыре волны: отраженную A , прошедшую D и две волны между барьерами, B и C , движущиеся в противоположные стороны (A, \dots, D — это комплексные амплитуды волн). Выразив амплитуды волн, уходящих направо и налево от каждого из барьеров, через амплитуды падающих волн, получим четыре уравнения

$$A = r_1 + Ct_1, \quad B = t_1 + Cr_1, \quad Ce^{-i\varphi} = Be^{i\varphi}r_2, \quad D = Be^{i\varphi}t_2. \quad (5.20)$$

Здесь использовано, что коэффициенты отражения от барьера не зависят от того, с какой стороны падает

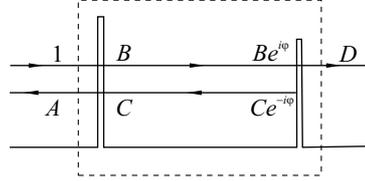


Рис. 5.5: Рассеивающий участок в 1D-проводнике, состоящий из двух барьеров. Комплексные амплитуды A, \dots, D волн, приходящих и уходящих от обоих барьеров, все нормированы на амплитуду исходной приходящей волны, помеченной единицей.

волна, $r_1 = r'_1$; множители $\exp(\pm i\varphi)$ учитывают набег фазы волны на расстоянии от одного барьера до другого. Из уравнений (5.20) следует

$$D = \frac{e^{i\varphi}t_1t_2}{1 - e^{2i\varphi}r_1r_2}, \quad \mathcal{T}_s = D^2 = \frac{\mathcal{T}_1\mathcal{T}_2}{1 + \mathcal{R}_1\mathcal{R}_2 - 2\sqrt{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_2} \cos \vartheta}, \quad (5.21)$$

где $\vartheta = 2\varphi + \arg(r_1r_2)$. Кондактанс Y_s составного "двухбарьерного" рассеивателя, который выделен на рис. 5.5 пунктиром, равен

$$Y_s = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \frac{\mathcal{T}}{1 - \mathcal{T}} = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \frac{\mathcal{T}_1\mathcal{T}_2}{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 - 2\sqrt{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_2} \cos \vartheta}. \quad (5.22)$$

Если составной "двухбарьерный" рассеиватель состоит из двух одинаковых барьеров, $r_1 = r_2 = r$, $t_1 = t_2 = t$, $\mathcal{R}_1 = \mathcal{R}_2 = \mathcal{R}$ и т.д., то

$$Y_s = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \frac{\mathcal{T}^2}{4\mathcal{R} \sin^2 \vartheta/2}, \quad \vartheta/2 = \varphi + \arg(r) = kl + \arg(r), \quad (5.23)$$

где k — волновой вектор, а l — расстояние между барьерами.

Кондактанс (5.22) зависит не только от параметров двух исходных барьеров; через угол ϑ он зависит и от расстояния между ними. Поскольку нас в конечном счете интересует 1D-проводник с большим количеством случайно расположенных барьеров, то можно усреднить по всем возможным расстояниям между ними, предположив, что угол ϑ с одинаковой вероятностью принимает любые значения от 0 до 2π . Это предположение не совсем корректно, но оно позволяет нам продвинуться дальше и проследить тенденции, возникающие при удлинении цепочки одномерных барьеров (более подробно см. [4], а также оригинальную работу [6]). Из среднего значения $\cos \vartheta = 0$ следует усредненный кондактанс \overline{Y}_s системы из двух барьеров. Он равен

$$\overline{Y}_s = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \frac{\mathcal{T}_1\mathcal{T}_2}{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2} \quad (5.24)$$

Для сравнения выпишем классическое выражение $Y_s^{(cl)}$ для кондактанса двух последовательных сопротивлений R_1 и R_2

$$Y_s^{(cl)} = (R_1 + R_2)^{-1} = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \left(\frac{\mathcal{R}_1}{1 - \mathcal{R}_1} + \frac{\mathcal{R}_2}{1 - \mathcal{R}_2} \right)^{-1} = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \frac{\mathcal{T}_1 \mathcal{T}_2}{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 - 2\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2}. \quad (5.25)$$

В нем имеется лишний по сравнению с (5.24) член в знаменателе, пропорциональный произведению коэффициентов пропускания двух барьеров $\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2$. Разница между выражениями (5.24) и (5.25) становится особенно наглядной, если написать их для безразмерных сопротивлений $\varrho_i = \mathcal{R}_i / \mathcal{T}_i$ ($i = 1, 2, s$):

$$\begin{aligned} \overline{\varrho}_s &\equiv \frac{e^2}{2\pi\hbar} (\overline{Y}_s)^{-1} = \frac{\mathcal{R}_1}{\mathcal{T}_1} + \frac{\mathcal{R}_2}{\mathcal{T}_2} + 2 \frac{\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2}{\mathcal{T}_1 \mathcal{T}_2} = \varrho_1 + \varrho_2 + 2\varrho_1 \varrho_2, \\ \varrho_s^{(cl)} &= \varrho_1 + \varrho_2. \end{aligned} \quad (5.25a)$$

Рассмотрим длинную цепочку одинаковых, но расположенных на случайных расстояниях l_i друг от друга слабо рассеивающих барьеров $\mathcal{R} \ll 1$, $\mathcal{T} \sim 1$, имеющих каждый малое сопротивление

$$R = (2\pi\hbar/e^2)(\mathcal{R}/\mathcal{T}) \approx (2\pi\hbar/e^2)\mathcal{R} \ll 2\pi\hbar/e^2.$$

Будем вычислять сопротивление

$$R_N = Y_N^{-1} = (2\pi\hbar/e^2)(\mathcal{R}_N/\mathcal{T}_N)$$

составного рассеивающего объекта из N барьеров по рекуррентной формуле, следующей из (5.24),

$$\frac{\mathcal{R}_N}{\mathcal{T}_N} = \frac{\mathcal{R}_{N-1} + \mathcal{R}}{\mathcal{T}_{N-1}\mathcal{T}}. \quad (5.26)$$

Пока число N барьеров мало, $N \ll (\mathcal{R})^{-1}$, так что $NR \ll 2\pi\hbar/e^2$, сопротивление R_N растет практически линейно: $R_N \approx NR \propto N$. При этом линейно растет также и вероятность отражения \mathcal{R}_N . Из сравнения $1/R_N$ с формулой для удельной проводимости $\sigma = (ne^2 l)/(\hbar k_F)$, к которую в качестве n подставлена концентрация электронов в одном канале (в частности, с одним направлением спина), летящих по полю, $n^* = k_F/2\pi$, получим для эффективной длины свободного пробега l в проволоке длиной L выражение

$$l = \bar{l}/\mathcal{R} \quad (L = N\bar{l} \ll \bar{l}/\mathcal{R}), \quad (5.26a)$$

где \bar{l} — среднее расстояние между барьерами. Отсюда сопротивление "одноканальной проволоки" равно

$$R(L) = \frac{2\pi\hbar}{e^2} (L/l) \quad (L \ll \bar{l}/\mathcal{R}). \quad (5.26b)$$

Поскольку \mathcal{R}_N не может стать больше единицы, можно в формуле (5.26) начиная с некоторого $N \gg \mathcal{R}^{-1}$, положить $\mathcal{R}_N \approx \mathcal{R}_{N-1} \approx 1$. Отсюда сразу следует, что при $N \rightarrow \infty$

$$\mathcal{T}_N \approx \mathcal{T}_{N-1}\mathcal{T}, \quad \mathcal{T}_N \rightarrow s\mathcal{T}^N = se^{aN} \quad (s = \text{const}, \quad a = \ln \mathcal{T} < 0). \quad (5.27)$$

Экспоненциальное уменьшение интенсивности прошедшей волны \mathcal{T}_N при росте числа N , т.е. при росте длины проволоки $L = \bar{l}N$, является демонстрацией 1D-локализации на конкретном примере. Используя понятие радиуса локализации (4.1) и выражение (5.19) для кондактанса Y_{total} проволоки, соединяющей два термостата, формулу (5.27) можно переписать в виде

$$Y_{\text{total}}(L) = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \mathcal{T}_N \approx \frac{e^2}{2\pi\hbar} s\mathcal{T}^N \approx \frac{e^2}{2\pi\hbar} se^{-L/\xi}, \quad \xi = \bar{l}/|\ln \mathcal{T}|. \quad (5.27a)$$

Заметьте: Поскольку $\mathcal{R} \ll 1$, то $|\ln \mathcal{T}| = |\ln(1 - \mathcal{R})| \approx \mathcal{R}$, так что выражения (5.26a) для l и (5.27a) для ξ совпадают: длина свободного пробега, описывающая металлическую проводимость при сравнительно небольших N в интервале $1 \ll N \ll \mathcal{R}^{-1}$, при достаточно больших N превращается в длину локализации ξ .

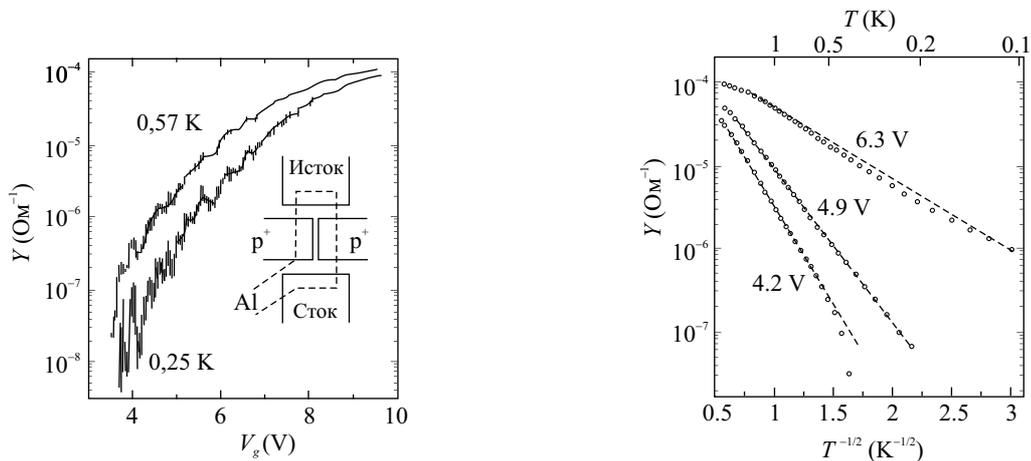


Рис. 5.6: Зависимость от напряжения на затворе V_g кондуктанса Y длинного квазиодномерного канала в полевом транзисторе, изготовленном на поверхности n-Si, и находящимся в режиме аккумулирующего слоя [7]. Ширина канала может меняться от нуля до максимума $\sim 1 \mu$, заданного конструкцией (см. схему на вставке), при помощи напряжений на контрольных электродах p^+ и на затворе.

Рис. 5.7: Графики температурной зависимости в минимумах кондуктанса канала полевого транзистора при трех разных значениях напряжения на затворе V_g в осях $(T^{-1/2}, \log Y)$ [7].

Остановимся на еще одной особенности транспорта в 1D-системах. На рис. 5.6 приведены транспортные характеристики квази 1D-системы, изготовленной на базе аккумулирующего слоя в полевом транзисторе на поверхности n-Si [7]. При низкой температуре на зависимости кондуктанса Y от напряжения на затворе V_g появляется шумоподобная составляющая очень большой амплитуды. Это не настоящий шум. Сигнал не зависит от времени и, если не отогревать образец до комнатной температуры, то при повторном эксперименте кривая $Y(V_g)$ воспроизводится вплоть до мельчайших подробностей. Видно, что при низких температурах и при напряжениях на затворе V_g , обеспечивающих узкий канал и малую концентрацию носителей, кондуктанс испытывает хаотические узкие осцилляции при изменении V_g , размах которых растет при понижении температуры. На другом образце, и даже на этом же при повторном охлаждении от комнатной температуры, детальная структура осцилляций другая при той же общей картине эволюции осцилляций с изменением температуры и напряжения V_g .

Фундаментальная причина хаотических осцилляций в одномерности. Все дефекты в проволоке включены последовательно и линии тока не могут обойти ни один из них. Выключение одного дефекта, осуществляющего сильное рассеяние, может поэтому сильно повлиять на суммарное сопротивление. Вопрос в том, как изменение V_g , которое меняет концентрацию носителей и их энергию Ферми ε_F , может включать, или выключать, или менять эффективность отдельных дефектов.

Вернемся к выражению (5.23) для кондуктанса Y_s симметричного "двухбарьерного" рассеивателя. Выше мы усредняли выражение (5.22) по $\cos \vartheta$ на том основании, что имеется разброс расстояний l_i между барьерами. Но входящий в ϑ угол $\varphi = kl_i$ зависит не только от l_i , но и от волнового вектора k , т.е. от энергии рассеивающегося электрона ε_F . Для одной конкретной рассеивающей пары барьеров с фиксированным значением l_i из формулы (5.23) следует, что R_s принимает значение в интервале от нуля до $4R$,

$$0 \leq R_s \leq 4R, \quad (5.28)$$

в зависимости от энергии налетающего электрона.

Уместно напомнить две вещи:

- Транспортные свойства 1D-системы определяются именно электронами из окрестности ε_F , потому что противоположные потоки электронов с меньшими энергиями компенсируют друг друга.
- Выше мы упоминали о существовании проблем с усреднением выражения для сопротивления (5.22); они связаны именно с большим диапазоном (5.28) изменения величины R_s .

Пространство между двумя барьерами представляет собой потенциальную яму. В этой яме вообще говоря имеется набор уровней ε_i , ширина которых обусловлена прозрачностью барьеров t_1 и t_2 . По мере того как

энергия электрона ε_F смещается относительно системы уровней в этой яме, вероятность туннелирования осциллирует, достигая максимума в условиях резонанса $\varepsilon_F = \varepsilon_i$. Поэтому гигантские хаотические осцилляции сопротивления можно теоретически описать именно в терминах резонансного туннелирования.

Модель локализованных состояний в 1D-системах использует представления об электронных уровнях внутри составных рассеивателей. При достаточно низких температурах отражения от далеких барьеров

$$1 \ll N \ll \frac{L_\varphi}{l} \quad (5.29)$$

остаются когерентными. Поэтому, согласно соотношениям (5.27), эти отражения при достаточно большом L_φ скомпенсируют прозрачность барьеров t_1 и t_2 и сделают состояние между ними истинно локализованным. В этих условиях следует ожидать прыжковый характер проводимости. И действительно, на рис. 5.7 приведены измерения температурной зависимости кондактанса, сделанные в нескольких минимумах кривой, приведенной на рис. 5.6. Видно, что при измерениях в левой части графика на рис. 5.6, при меньших V_g , когда кондактанс мал, осцилляции велики и есть все основания считать канал одномерным, точки хорошо ложатся на функциональную зависимость

$$Y = Y_0 \exp[-(T_M/T)^{1/2}], \quad (5.30)$$

в полном соответствии с формулой Мотта (4.24). При больших V_g канал расширяется и постепенно превращается в двумерный. Кондактанс при этом увеличивается, а амплитуда хаотических осцилляций падает. Экспериментальные точки зависимости $\log Y(T^{-1/2})$, снятые при напряжении на затворе $V_g = 6.3$ В, отклоняются на рис. 5.7 от прямой, но спрямляются в осях $(\log Y, T^{-1/3})$, опять-таки в полном соответствии с формулой (4.24).

Вернемся к общему утверждению о неминуемой локализации на 1D случайном потенциале. Уже в формуле (5.22), на базе которой была построена конкретная модель (5.27), демонстрирующая локализацию, содержится намек на то, что можно попытаться избежать локализации за счет корреляций в случайном потенциале. Покажем это, воспользовавшись упрощенным вариантом формулы (5.22), а именно формулой (5.23) для кондактанса Y_s симметричного "двухбарьерного" рассеивателя. Из этой формулы следует, что существует волновой вектор $k_0 = -\arg(r)/l$, при котором барьер полностью прозрачен для падающей волны, и отраженной волны нет, $\mathcal{R}_2 = 0$. Если заменить в нашей модели (5.26)–(5.27) одиночные барьеры на двойные (5.23), то электрон с энергией $\varepsilon_0 = \hbar^2 k_0^2/2m$ окажется делокализованным.

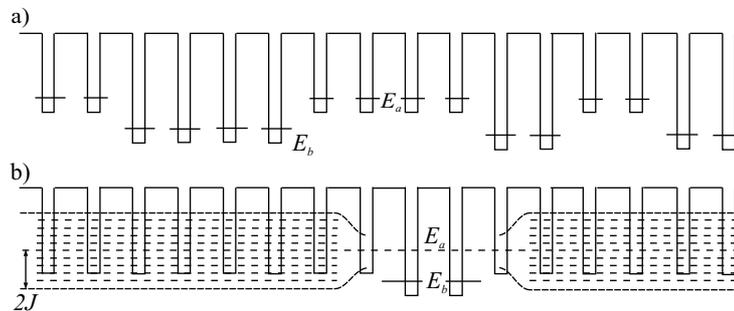


Рис. 5.8: (а) Димерная модель одномерного случайного потенциала. Изменения положений уровней из-за перекрытия ям не показано. (б) Электронные уровни в одномерной решетке с одним димерным дефектом

Эта идея была развита более подробно в так называемой димерной модели [8]. В ней используются не случайно расположенные барьеры, а одномерная цепочка периодически расположенных потенциальных ям. Цепочка состоит из ям двух сортов, с уровнями энергии E_a и E_b . При этом ямы распределены по нечетным узлам решетки совершенно случайно, без каких бы то ни было корреляций, а в каждом четном узле находится яма того же сорта, что и нечетном узле слева от него. Это означает, что одинаковые ямы стоят парами, откуда и название модели (рис. 5.8а). Если расстояние между ямами a , то получившуюся решетку можно представить как сумму двух случайных, но *одинаковых* подрешеток, сдвинутых на a друг относительно друга, обе с периодом $2a$ и совершенно случайным распределением ям по узлам.

Будем считать пары с энергией E_a принадлежащими основной решетке, а пары с энергией E_b — дефектами. Как мы уже видели, в этой модели могут существовать делокализованные состояния при некоторых выделенных значениях энергии, обусловленных структурой дефекта. Условие того, что электрон с такой энергией

может распространяться в основной решетке, можно сформулировать при помощи рис. 5.8b, где один димерный дефект из двух ям с энергиями E_b помещен в идеальную решетку из ям E_a . Пусть интеграл перекрытия между соседними ямами равен J . Тогда справа и слева от дефекта образуются зоны с квазинепрерывным распределением уровней $\varepsilon = E_a - 2J \cos ka$. Если выполняется соотношение

$$|E_a - E_b| < 2J, \quad (5.31)$$

то невозмущенный энергетический уровень дефекта E_b попадает внутрь зоны и в зоне появляется выделенное значение $k = k_0$, $\cos k_0 a = (E_a - E_b)/2J$, для которого вероятность отражения от дефекта $\mathcal{R} = 0$.

В димерной модели корреляции существуют только между ближайшими соседями. При таких корреляциях делокализованные состояния возникают только при дискретных значениях энергии. Для того чтобы получить полосу делокализованных состояний, необходимо использовать дальние корреляции, сохранив при этом в потенциале элемент случайности. Алгоритм построения такого потенциала был предложен в работе [9]. Мы приведем в следующем разделе конкретный пример такого алгоритма, составленного для экспериментальной проверки этих идей путем микроволнового моделирования.

-
- [1] N.V.Mott, Metal-insulator transitions. Taylor & Francis, 1990
 - [2] P.A.Lee, T.V.Ramakrishnan, Disordered electronic systems, Rev.Modern Phys. **57**, 287 (1985)
 - [3] B.Kramer and A.MacKinnon, Rep.Prog.Phys. **56**, 1469 (1993)
 - [4] Y.Imry, Introduction to Mesoscopic Physics. Oxford University Press, 1997 [Есть русский перевод: Й.Имри, Введение в мезоскопическую физику, Физматлит, Москва, 2002]
 - [5] B.J. van Wees, L.P. Kouwenhoven, et al., Phys. Rev. B **38**, 3625 (1988)
 - [6] P.W.Anderson, D.J.Thouless, E.Abrahams, and D.S.Fisher Phys.Rev. B **22**, 3519 (1980)
 - [7] A.B.Fowler, A.Harstein, and R.A.Webb, Phys.Rev.Lett. **48**, 196 (1982)
 - [8] D.H.Dunlap, H-L.Wu, and P.W.Phillips, Phys.Rev.Lett. **65**, 88 (1990)
 - [9] F.M.Izrailev and A.A.Krokhin, Phys.Rev.Lett. **82**, 4062 (1999)