Письма в ЖЭТФ, том 89, вып. 6, с. 347 – 349 © 2009 г. 25 марта

О границах фаз целочисленного квантового эффекта Холла

С. С. Мурзин[1)]

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 6 февраля 2009 г.

После переработки 13 февраля 2009 г.

Отмечено, что в рамках теории двухпараметрического скейлинга положение фаз целочисленного квантового эффекта Холла (ЦКЭХ) на оси магнитных полей при $\omega_c\tau \lesssim 1$ не определяется значениями фактора заполнения $\nu = nh/eB$. Положение фаз ЦКЭХ задается затравочной холловской проводимостью σ^0_{xy}. В связи с этим показано, что диагональное сопротивление в магнитном поле, измеренное в работе [8] [Phys. Rev. B **64**, 161308 (2001)], не демонстрирует переходов между состояниями ЦКЭХ с $\sigma_{xy} = 3$, 4 и 6, с одной стороны, и диэлектрическим состоянием, с другой стороны, в противоположность тому, что заявляют авторы.

PACS: 71.30.+h, 73.43.–f

Фазовая диаграмма целочисленного квантового эффекта Холла (ЦКЭХ) привлекает к себе внимание уже много лет как теоретически, так и экспериментально. Трактовка ЦКЭХ на основе теории двухпараметрического скейлинга [1], представленной графически диаграммой потока [2, 3], предлагает решение проблемы без учета электрон-электронного взаимодействия. Дальнейшее развитие скейлинговой теории показало, что электрон-электронное взаимодействие [4 – 7] не влияет на положение границ фаз ЦКЭХ.

Согласно скейлинговому подходу, граница между двумя фазами ЦКЭХ возможна только в том случае, если в этих фазах квантованные значения холловской проводимости при нулевой температуре σ^q_{xy} отличаются (в единицах e^2/h) на 1 или, в случае вырождения уровней Ландау по спину, на 2. В работе [8] было доложено, что в гетероструктурах p-SiGe диэлектрические фазы наблюдаются между фазами ЦКЭХ с факторами заполнения $\nu = 2$ и 3, 3 и 4, 4 и 6. Авторы предполагают, что величины ν равны σ^q_{xy}, значит, изменения σ^q_{xy} при фазовых переходах $3 \leftrightarrow 0$, $4 \leftrightarrow 0$ и $6 \leftrightarrow 0$ больше 2 (0 означает диэлектрическое состояние) и трактовка ЦКЭХ на основе теории двухпараметрического скейлинга неверна.

В настоящей работе отмечено, что в рамках теории двухпараметрического скейлинга положение фаз ЦКЭХ на оси магнитных полей не определяется фактором заполнения ν при $\omega_c\tau \lesssim 1$. Здесь $\omega_c = eB/m$ – циклотронная частота, τ – транспортное время релаксации, m – эффективная масса электрона. Положение фаз задается затравочной (см. ниже) холловской проводимостью σ^0_{xy}. В связи с этим показано, что зависимости диагонального сопротивления ρ_{xx} от магнитного поля B, приведенные в работе [8], не демонстрируют наличия ЦКЭХ с $\sigma^q_{xy} = 3$, 4 и 6, и, тем более переходы, $3 \leftrightarrow 0$, $4 \leftrightarrow 0$ и $6 \leftrightarrow 0$.

Затравочная (неперенормированная) холловская проводимость (σ^0_{xy}) соответствует диффузионному движению электрона без интерференционных (локализационных) эффектов на расстояниях, больших, чем шаг диффузии. Она испытывает осцилляции Шубникова – де Гааза при изменении магнитного поля [3]. Согласно скейлинговой теории, для безспиновых электронов [1 – 3] разные фазы ЦКЭХ разделены в магнитных полях B_i, в которых

$$\sigma^0_{xy}(B_i) = i + 1/2 \qquad (1)$$

($i = 0, 1, 2, 3,\ldots$). Осцилляции Шубникова – де Гааза σ^0_{xy} малы при $\omega_c\tau \lesssim 1$ и при $\omega_c\tau \gg 1$, где $\sigma^0_{xy} \approx \nu$. Поэтому для грубого рассмотрения ограничимся классическим выражением для затравочной холловской проводимости (в единицах e^2/h)

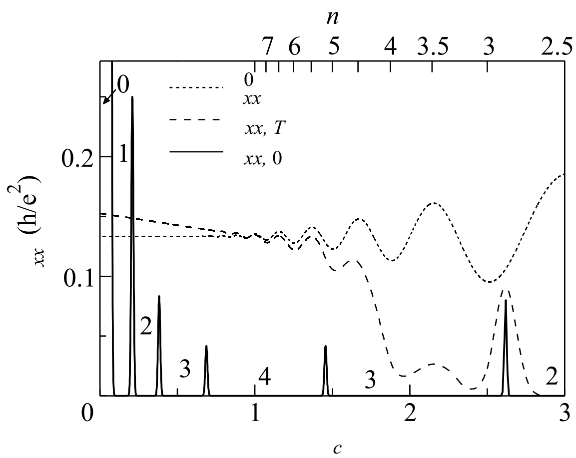
$$\sigma^0_{xy} = \frac{n\tau h}{m}\frac{\omega_c\tau}{1+(\omega_c\tau)^2} = \nu\frac{(\omega_c\tau)^2}{1+(\omega_c\tau)^2}. \qquad (2)$$

Из выражения (2) следует, что при $\omega_c\tau \lesssim 1$ величина $\sigma^0_{xy} \neq \nu$ и, значит, положения границ фаз ЦКЭХ в магнитном поле отлично от положения полуцелых значений ν, при которых возникают максимумы осцилляций Шубникова – де Гааза затравочного диагонального сопротивления ρ^0_{xx}. Положение границ фаз ЦКЭХ находится из решения уравнений (1) и (2).

Рассмотрим для примера двумерную систему с удельным сопротивлением в нулевом магнитном поле $\rho_0 = 0.133$ в единицах h/e^2, энергией Ферми $E_F = 7.5$ К, эффективной массой $m = 0.3m_0$ (m_0 – масса

[1)]e-mail: murzin@issp.ac.ru

покоя свободного электрона). В этом случае транспортное время релаксации $\tau = \hbar/\rho_0 k_B E_F = 7.64 \cdot 10^{-12}$ и $n = mE_F/2\pi\hbar^2 = 4.05 \cdot 10^{14}$ m^{-2}. Здесь k_B – постоянная Больцмана. На рисунке схематически



Схематические затравочное диагональное сопротивление ρ^0_{xx} (пунктирная линия), диагональное сопротивление при действии локализационных эффектов, но конечной температуре $\rho_{xx,T}$ (штриховая линия) и диагональное сопротивление при нулевой температуре $\rho_{xx,0}$ (сплошная линия) в зависимости от $\omega_c\tau$. Верхняя шкала обратно пропорциональна ν. На ней отмечены целые и полуцелые значения фактора заполнения ν. Числа между пиками $\rho_{xx,0}$ указывают значения холловской проводимости при нулевой температуре σ^q_{xy} в разных фазах ЦКЭХ

построены затравочное диагональное сопротивление ρ^0_{xx} (пунктирная линия), диагональное сопротивление при действии локализационных эффектов, но конечной температуре $\rho_{xx,T}$ (штриховая линия) и диагональное сопротивление при нулевой температуре $\rho_{xx,0}$ (сплошная линия) в зависимости от $\omega_c\tau$. Верхняя шкала на рисунке обратно пропорциональна ν. Задав верхнюю шкалу, мы затем, зная n, τ и m, построили нижнюю шкалу $\omega_c\tau$:

$$\omega_c\tau = \frac{nh\tau}{m}\frac{1}{\nu} = \frac{7.5}{\nu}. \tag{3}$$

Затравочное диагональное сопротивление ρ^0_{xx} построено так, чтобы максимумы осцилляций Шубникова – де Гааза располагались при полуцелых значениях ν, а минимумы – при целых ν. Амплитуда осцилляций нарисована произвольно. Величина диагонального сопротивления при нулевой температуре $\rho_{xx,0}$ равна 0 везде, за исключением границ фаз ЦКЭХ. На границах фаз расположены пики, положение которых рассчитано по формулам (1) и (2), а амплитуды [9] при переходах $\sigma^q_{xy} \leftrightarrow \sigma^q_{xy}+1$ равны $1/2\sigma^q_{xy}(\sigma^q_{xy}+1)$. Положение пиков отлично от положения максимумов осцилляций Шубникова – де Гааза затравочного сопротивления ρ^0_{xx}. Например, максимумы ρ^0_{xx} при $\nu = 3.5$ и 4.5 при нулевой температуре оказываются в области ЦКЭХ с $\sigma^q_{xy} = 3$ и нулевым $\rho_{xx,0}$. Минимум ρ^0_{xx} при $\nu = 6$ при нулевой температуре оказывается в минимуме ЦКЭХ с $\sigma^q_{xy} = 4$, а ЦКЭХ с $\sigma^q_{xy} = 6$ отсутствует.

Чтобы показать, как кривая $\rho^0_{xx}(\omega_c\tau)$ трансформируется в кривую $\rho_{xx,0}(\omega_c\tau)$ по мере усиления локализационных эффектов, мы построили схематически диагональное сопротивление при конечной температуре $\rho_{xx,T}$. В сильных магнитных полях зависимость $\rho_{xx,T}(\omega_c\tau)$ представляет собой уширенные пики на границах фаз. В слабых магнитных полях при $\omega_c\tau < 1$ величина $\rho_{xx,T} > \rho^0_{xx}$ из-за квантовых поправок. В промежуточной области $(1.5 < \omega_c\tau < 2.5)$ минимумы и максимумы $\rho_{xx,T}$ проседают вниз.

Исходя из выше сказанного, рассмотрим результаты работы [8]. Авторы [8] представили зависимости диагонального сопротивления ρ_{xx} от магнитного поля для дырочных гетероструктур p-SiGe. Они трактуют слабые минимумы ρ_{xx} как проявления ЦКЭХ с квантовыми значениями $\sigma^q_{xy} = \nu$ и утверждают, что наблюдают диэлектрические фазы между фазами ЦКЭХ с $\nu = 2$ и 3, 3 и 4, 4 и 6. При этом они полагают, что фазы ЦКЭХ характеризуются факторами заполнения, и в этих фазах σ^q_{xy} равно ближайшему целому значению ν. Согласно нашему рассмотрению проблемы, это не так. При $\omega_c\tau \lesssim 1$ величина $\sigma^q_{xy} < \nu$ (см. уравнение (2)). Хотя в работе [8] приведены только зависимости ρ_{xx} от B, можно показать, что $\sigma_{xy} < 1.7$ везде при $\nu > 1.2$, в том числе и при $\nu = 3$, 4 и 6. Действительно,

$$\max[\sigma_{xy}] = \max\left[\frac{\rho_{xy}}{(\rho_{xx})^2 + (\rho_{xy})^2}\right]_{\rho_{xx}=\mathrm{const}} = 1/2\rho_{xx}. \tag{4}$$

Для всех $\nu > 1.2$ величина $\rho_{xx} > 0.29$, и значит, $\sigma_{xy} < 1.7$. Величина 1.7 существенно меньше, чем 3, 4 и 6, поэтому нет оснований говорить о ЦКЭХ с $\sigma^q_{xy} = 3$, 4 и 6 и о переходах $3 \leftrightarrow 0$, $4 \leftrightarrow 0$ и $6 \leftrightarrow 0$. Согласно скейлинговой теории, в рассматриваемых образцах возможен ЦКЭХ только с $\sigma^q_{xy} = 1$ и 2.

Итак, в работе отмечено, что положение фаз целочисленного квантового эффекта Холла на оси магнитных полей определяется затравочной холловской проводимостью (σ^0_{xy}), а не фактором заполнения. $\sigma^0_{xy} \neq \neq \nu$ для $\omega_c\tau \lesssim 1$. Экспериментальные результаты работы [8] не свидетельствуют о прямых переходах из диэлектрической фазы в фазы целочисленного квантового эффекта Холла с $\sigma_{xy}^{q} \geq 3e^2/h$.

Автор благодарен В.Ф. Гантмахеру за полезные обсуждения. Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований и ИНТАС.

---

1. H. Levine, S. B. Libby, and A. M. M. Pruisken, Phys. Rev. Lett. **51**, 1915 (1983).
2. D. E. Khmel'nitskii, Pis'ma v ZhETF **38**, 454 (1983) [JETP Lett. **38**, 552 (1984)]; Phys. Lett. A **106**, 182 (1984); Helvetica Phys. Acta **65**, 164 (1992).
3. A. M. M. Pruisken, in *The Quantum Hall Effect*, Eds. R. E. Prange and S. M. Girvin, Springer-Verlag, 1990.
4. A. M. M. Pruisken and I. S. Burmistrov, Ann. of Phys. (N.Y.) **316**, 285 (2005).
5. A. M. M. Pruisken, M. A. Baranov, and I. S. Burmistrov, Pis'ma v ZhETF **82**, 166 (2005) [JETP Lett. **82**, 150 (2005)].
6. A. M. M. Pruisken and I. S. Burmistrov, Ann. of Phys. (N.Y.) **322**, 1265 (2007).
7. A. M. M. Pruisken and I. S. Burmistrov, Pis'ma v ZhETF **87**, 252 (2008) [JETP Lett. **87**, 220 (2008)].
8. M. R. Sakr, Maryam Rahimi, S. V. Kravchenko et al., Phys. Rev. B **64**, 161308 (2001).
9. S. S. Murzin, Письма в ЖЭТФ **88**, 374 (2008) [JETP Lett. **88**, 326 (2008)].