<u>ΥCΠΕΧИ ΦИЗИЧЕСКИХ НАУК</u>

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Анизотропия проводимости и псевдощель в микроволновом отклике высокотемпературных сверхпроводников

М.Р. Трунин

Представлен обзор и критический анализ результатов исследований температурных зависимостей поверхностного импеданса Z(T) = R(T) + iX(T) и комплексной проводимости $\sigma(T) = \sigma'(T) - i\sigma''(T)$ в авплоскостях и вдоль с-оси кристаллов высокотемпературных сверхпроводников. Рассмотрен электродинамический метод извлечения всех компонент тензоров $\hat{\sigma}(T)$ и $\hat{Z}(T)$ из измеряемых в микроволновом эксперименте величин. Основное внимание уделяется эволюции зависимостей $\hat{Z}(T)$ и $\hat{\sigma}(T)$ в кристалле **YBa**₂Cu₃O_{7-x} при вариациях кислородного допирования в нем. Обсуждаются возможные механизмы проводимости в рамках моделей нормального, сверхпроводящего и псевдощелевого состояний ВТСП.

PACS numbers: 74.20.De, 74.25.Dw, 74.25.Fy, 74.25.Nf, 74.72.-h

Содержание

- 1. Введение (1017).
- 2. Измерения анизотропии импеданса и проводимости (1019).

2.1. Измеряемые величины и типичные образцы. 2.2. Геометрический фактор кристалла в Т-ориентации. 2.3. Электродинамика анизотропного кристалла ВТСП. 2.4. Импеданс и проводимость кристалла YBa₂Cu₃O_{6,93}. 2.5. Анизотропия импеданса YBa₂Cu₃O_{7-x} при разных *x*.

3. Нормальное состояние (1025).

3.1. Нормальный скин-эффект. 3.2. Сопротивление купратных плоскостей. 3.3. Сопротивление вдоль оси *с*.

4. Сверхпроводящее состояние (1027).

4.1. Поверхностный импеданс. 4.2. Комплексная проводимость. 4.3. Обобщенная двухжидкостная модель (ОДМ). 4.4. Об остаточном поверхностном сопротивлении. 4.5. Выводы об импедансе $Z_{ab}(T)$ и проводимости $\sigma_{ab}(T)$.

5. Влияние псевдощели (1032).

5.1. Плотность сверхпроводящей жидкости $n_{\rm s}(T, p)$. 5.2. Глубина проникновения $\lambda_c(T, p)$.

6. Заключение (1035).

Список литературы (1036).

1. Введение

В современной проблематике высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) выделяются две актуальные задачи: 1) выяснение механизмов транспорта квазича-

М.Р. Трунин. Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Российская Федерация Тел. (095) 993-47-47 (доб. 229-42). Факс (7-252) 497-01 E-mail: trunin@issp.ac.ru

Статья поступила 7 апреля 2005 г.

стиц вдоль кристаллографических направлений этих анизотропных соединений и 2) изучение природы и свойств псевдощелевых состояний фазовой диаграммы ВТСП. К числу экспериментальных методов исследования указанных задач относятся измерения температурных зависимостей поверхностного импеданса Z(T) == R(T) + iX(T) в абсолютных единицах (омах) на сверхвысоких частотах ω . Действительная часть импеданса, поверхностное сопротивление R(T), связана с потерями энергии электромагнитной волны при отражении от сверхпроводника и механизмом рассеяния нормальных носителей. Мнимая часть, реактанс X(T), характеризует отклик сверхпроводящих носителей. В локальной электродинамике, подходящей для ВТСП, импеданс Z(T)определяет проводимость $\sigma(T) = \sigma'(T) - i\sigma''(T) =$ $=i\omega\mu_0/Z^2(T)$, где $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн м⁻¹. Известно, что прецизионные измерения Z(T) в классических сверхпроводниках были очень информативными: величина щели ⊿ извлекалась из температурной зависимости поверхностного сопротивления $R(T) \propto \exp(-\Delta/k_{\rm B}T)$ при $T < T_c/2$, глубина проникновения $\lambda(T)$ поля в сверхпроводник — из реактанса $X(T) = \omega \mu_0 \lambda(T)$ при $T < T_c$, длина свободного пробега электронов — из измерений R(T) и X(T) в нормальном состоянии ($T \ge T_{c}$). Мощной демонстрацией применимости теории Бардина-Купера-Шриффера (БКШ) [1] для объяснения свойств классических сверхпроводников было немонотонное в области 0,8 < T/T_c ≤ 1 поведение (когерентный пик) действительной части микроволновой проводимости $\sigma'(T)$. Однако результаты уже первых исследований импеданса и проводимости ВТСП не соответствовали выводам теории БКШ: когерентный пик в $\sigma'(T)$ отсутствовал, а в области низких температур наблюдались вместо экспоненциальных степенные температурные зависимости Z(T).

Каждая из величин Z и σ в ВТСП характеризуется двумя основными компонентами: Z_{ab} и σ_{ab} в слабоанизотропных *ab*-плоскостях CuO₂, Z_c и σ_c в направлении поперек купратных плоскостей. Наиболее изученной является узкая область фазовой диаграммы ВТСП, соответствующая оптимальному допированию $p \approx 0.16$ (р — концентрация дырок, приходящихся на атом меди в плоскости CuO₂) и максимальным значениям критической температуры $T_{\rm c} = T_{\rm c, max}$. В нормальном состоянии оптимально допированных ВТСП удельное сопротивление $\rho_{ab}(T) = 1/\sigma_{ab}(T)$ растет пропорционально температуре, $\Delta \rho_{ab}(T) \propto T$. Величина $\rho_{ab}(T)$ намного меньше сопротивления в перпендикулярном направлении $\rho_c(T)$, которое тоже имеет металлический характер (производные $\rho_{ab}(T)$ и $\rho_c(T)$ по температуре положительны). Исключением является самое анизотропное среди ВТСП ($\rho_c/\rho_{ab} \approx 10^5$ при $T \approx T_c$ и $p \approx 0.16$) соединение $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ (BSCCO), в котором сопротивление $\rho_c(T)$ растет по мере приближения *T* к $T_c (d\rho_c(T)/dT < 0)$. Эта особенность BSCCO согласуется с оценкой минимальной металлической проводимости в с-направлении для анизотропной трехмерной (3D) ферми-жидкостной модели [2]:

$$\sigma_{c,\min}^{\rm 3D} = \sqrt{\frac{\rho_{ab}}{\rho_c}} \, \frac{ne^2 d^2}{h} \,, \tag{1}$$

где $n \approx 10^{21}$ см⁻³ — концентрация носителей, d — период решетки вдоль оси c, h — постоянная Планка. В соединении ВSCCO при $T = T_c$ проводимость $\sigma_c = 1/\rho_c \ll \sigma_{c,\min}^{3D}$, но в других оптимально допированных ВТСП $\sigma_c(T_c) > \sigma_{c,\min}^{3D}(T_c)$. Заметим, что проводимость $\sigma_{c,\min}$ в (1) меньше предела Иоффе – Регеля $\sigma_{IR} = e^{2k}F/h$ в двумерном (2D) случае, $\sigma_{c,\min} \approx \sqrt{\rho_{ab}/\rho_c} \sigma_{IR} d/a \ll \sigma_{IR}$ ($a \approx 2\pi/k_F$ — постоянная решетки плоскости CuO₂), в то время как $\sigma_{ab,\min} \approx \sigma_{IR}$ [2].

В сверхпроводящем состоянии мерой анизотропии ВТСП служит отношение плотностей сверхпроводящей жидкости в купратных плоскостях и в перпендикулярном им направлении, равное $\sigma_{ab}''(0)/\sigma_c''(0) = \lambda_c^2(0)/\lambda_{ab}^2(0)$, где σ''_{ab} и σ''_{c} — мнимые части проводимости, λ_{ab} и λ_{c} глубины проникновения высокочастотного поля для токов соответственно в ав-плоскостях и в перпендикулярном направлении. Хорошо известно, что в высококачественных оптимально допированных монокристаллах ВТСП изменение $\Delta \lambda_{ab}(T) \propto T$ при $T < T_c/3$, и этот экспериментальный факт отражает $d_{x^2-y^2}$ -симметрию параметра порядка в них [3]. В литературе нет единого мнения о низкотемпературном поведении $\Delta \lambda_c(T)$. Даже в наиболее подробно исследованных монокристаллах $YBa_2Cu_3O_{6,95}$ (YBCO) с $T_c \approx 93$ К наблюдались как линейная зависимость $\Delta \lambda_c(T) \propto T$ при $T < T_c/3$ [4-6], так и квадратичная [7].

Другой важной особенностью микроволнового отклика оптимально допированных кристаллов ВТСП является линейное при низких температурах изменение поверхностного сопротивления $R_{ab}(T)$ в *ab*-плоскостях. На частотах ~ 10 ГГц и ниже в кристаллах ВSCCO [8–11], Tl₂Ba₂CaCu₂O_{8- δ} (TBCCO) [12] и Tl₂Ba₂CuO_{6+ δ} (TBCO) [13–15] с тетрагональной решеткой линейный ход $\Delta R_{ab}(T) \propto T$ наблюдается в области 0 < $T \leq T_c/2$. В орторомбических кристаллах YBCO он прерывается при $T < T_c/3$, переходя в широкий пик при более высоких температурах [16–24]. Считается, что происхождение

этого пика обусловлено суперпозицией двух противоположных эффектов: возрастанием времени релаксации и уменьшением числа нормальных носителей с понижением температуры. Достаточно медленное уменьшение плотности квазичастиц указывает на сильно анизотропный или необычный параметр порядка, приводящий к очень малой или исчезающей энергетической щели, тогда как увеличение времени релаксации объясняется наличием неупругого рассеяния, которое может быть следствием обменного взаимодействия антиферромагнитных спиновых флуктуаций [25], приводящего к d-волновому спариванию, или сильного электрон-фононного взаимодействия [26-28] в анизотропной s-волновой модели [29, 30]. Кроме того, предполагалось существование необычных состояний для описания носителей заряда в CuO₂-плоскостях, таких как маргинальная ферми-жидкость [31, 32] и латтинжеровская жидкость [33, 34]. Однако, чтобы удовлетворить экспериментальным данным по ҮВСО, время неупругого рассеяния должно возрастать с понижением температуры намного быстрее, чем предсказывается любой из этих микроскопических моделей. Более того, d-волновая модель с точечными рассеивателями предсказывает конечный низкотемпературный и низкочастотный предел, который не зависит от концентрации и интенсивности рассеивающих центров [35]. Величина этого универсального поверхностного сопротивления $R_{\rm res} \equiv R_{ab}(T \rightarrow 0)$ намного меньше значений R_{res}, извлекаемых из экспериментов. Не существует микроскопической теории, объясняющей линейность температурной зависимости $\Delta R_{ab}(T)$ вплоть до $T = T_c/2$ в кристаллах с неорторомбической структурой и "плечо" у кривой $R_{ab}(T)$, наблюдавшееся в оптимально допированных кристаллах ҮВСО [21, 22] при T > 40 К. Лишь для высококачественных пленок YBCO результаты расчетов в d-волновой модели были близки к экспериментальным результатам на некоторой конечной частоте, когда сдвиг фазы рассеяния служил подгоночным параметром [36]. В отсутствие детальных микроскопических расчетов нами была предложена обобщенная двухжидкостная модель [37, 38], адекватно описывающая все особенности температурных зависимостей импеданса в *ab*-плоскости кристаллов ВТСП разного химического состава.

В гораздо меньшей степени исследована широкая область псевдощелевых состояний фазовой диаграммы ВТСП, возникающих при уменьшении концентрации p < 0,16. При температуре $T < T_c$ из измерений динамической восприимчивости ориентированных порошков ВТСП следует [39], что в них кривые $\sigma_c''(T)/\sigma_c''(0)$ по сравнению с $\sigma''_{ab}(T)/\sigma''_{ab}(0)$ имеют меньший наклон при $T \rightarrow 0$. Общими свойствами нормального состояния недодопированных ВТСП являются неметаллическое поведение сопротивления $\rho_c(T)$ при приближении T к $T_{
m c},$ отклонение от линейной зависимости $\Delta
ho_{ab}(T) \propto T$ и резкий рост отношения ρ_c/ρ_{ab} с уменьшением концентрации р. Существует много теоретических моделей, предлагающих объяснение этих свойств, но ни одна из них не описывает в полной мере эволюцию кривых $\sigma''_{ab}(T)$, $\sigma_c''(T)$ и $\rho_{ab}(T)$, $\rho_c(T)$ в широком диапазоне изменений концентрации и температуры.

В предлагаемом обзоре мы обсудим общие свойства и отличительные особенности температурных зависимостей поверхностного импеданса Z(T) = R(T) + iX(T)и комплексной проводимости $\sigma(T) = \sigma'(T) - i\sigma''(T)$ в аb-плоскостях и вдоль *с*-оси в нормальном и сверхпроводящем состояниях кристаллов ВТСП. Будет подробно рассмотрена процедура определения всех компонент тензоров проводимости и импеданса из измеряемых в микроволновом эксперименте величин. Анализируя главным образом результаты измерений анизотропии и эволюции температурных зависимостей компонент проводимости кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x} при вариациях кислородного допирования в интервале $0,07 \le x \le 0,47$, мы продемонстрируем универсальный подход к решению упомянутых в начале задач 1 и 2.

2. Измерения анизотропии импеданса и проводимости

2.1. Измеряемые величины и типичные образцы

В сантиметровом и миллиметровом диапазонах длин волн для измерения поверхностного импеданса образцов ВТСП малого размера, площадь поверхности которых $\sim 1 \, \text{мм}^2$, используется так называемый метод "hotfinger" [40]. Мы помещали образец на сапфировом стержне в центр цилиндрического резонатора из Nb, работающего на частоте f = 9,42 ГГц и моде H_{011} [41], т.е. в максимум квазиоднородного сверхвысокочастотного (СВЧ) магнитного поля (рис. 1). Температура стержня и образца изменялась от температуры жидкого гелия до комнатной без нагрева самого резонатора, который снаружи омывался жидким гелием и всегда находился в сверхпроводящем состоянии. При некоторой установившейся температуре Т регистрировалась зависимость прошедшей через резонатор мощности СВЧ от частоты (резонансная кривая), из которой в первой серии опытов определялись добротность $Q_{\rm s}(T)$ и частота $f_s(T)$ резонатора с образцом внутри, а во второй — $Q_{\rm e}(T)$ и $f_{\rm e}(T)$ резонатора без образца. Температурные зависимости поверхностного сопротивления R и реактанса Х образца находятся из соотношений [41]:

$$R(T) = \Gamma \Delta Q^{-1} = \Gamma [Q_{\rm s}^{-1}(T) - Q_{\rm e}^{-1}(T)], \qquad (2)$$

$$X(T) = -2\Gamma \frac{\delta f}{f} = -\frac{2\Gamma}{f} \left(\Delta f_{\rm s}(T) - \Delta f_{\rm e}(T) - f_0 \right), \quad (3)$$



Рис. 1. Схематический вид резонансной системы, используемой в методе "hot-finger".

где Г — геометрический фактор образца и б*f* — разность между частотами резонатора с образцом и резонатора с идентичным по форме и размерам идеальным проводником, в который не проникает магнитное поле. Значение δf отличается от разности измеряемых сдвигов резонансной частоты $\Delta f_{\rm s} - \Delta f_{\rm e} = \Delta f$ на константу f_0 , включающую в себя как уход частоты, обусловленный идеальным проводником, так и невоспроизводимые изменения начала отсчета частоты резонатора при помещении в него или удалении из него образца. Как следует из (2) и (3), для определения значений R(T) и X(T) по измеряемым Q(T) и $\Delta f(T)$ необходимо знать две величины: Γ и f_0 . В кристаллах ВТСП константа f_0 может быть найдена из измерений микроволнового отклика в нормальном состоянии (см. раздел 2.3). Геометрический фактор образца, порядок величины которого равен нескольким десяткам килоом на частотах ~ 10 ГГц, зависит от формы, размеров кристалла и его расположения в резонаторе:

$$\Gamma = \frac{2\omega W}{\gamma}, \quad W = \frac{\mu_0}{2} \int_V H_\omega^2 \,\mathrm{d}V, \quad \gamma = \int_s H_t^2 \,\mathrm{d}s, \tag{4}$$

где W — энергия, запасенная в резонаторе, V — его объем, \mathbf{H}_{ω} — установившееся в резонаторе микроволновое магнитное поле, s — площадь поверхности образца, H_t — тангенциальная составляющая \mathbf{H}_{ω} на поверхности образца. Энергия W для используемой моды резонатора легко вычисляется, и проблема нахождения величины импеданса сводится к определению интеграла γ в (4).

Эта задача упрощается в случае, когда к типичному кристаллу ВТСП, представляющему собой длинную и тонкую прямоугольную пластинку размерами $b \ge a > c$ и объемом $v \sim 0,1$ мм³, приложено поле $\mathbf{H}_{\omega} \parallel b$ (L-ориентация, рис. 2а). Тогда в сверхпроводящем состоянии при T < 0,9 $T_{\rm c}$, когда глубины проникновения поля в образец малы по сравнению с его размерами, величину $H_{\rm t} \approx H_0$ (H_0 — амплитуда \mathbf{H}_{ω}) можно вынести за знак интеграла γ . В результате получим $\gamma \approx 2H_0^2(ab + bc)$, и поверхност-



Рис. 2. Две ориентации кристалла относительно микроволнового магнитного поля \mathbf{H}_{ω} в резонаторе: (а) продольная (L), $c \perp \mathbf{H}_{\omega}$; (б) поперечная (T), $c \parallel \mathbf{H}_{\omega}$. Стрелки указывают направления высокочастотных токов.

ный импеданс Z_{ab+c} образца в L-ориентации будет равен

$$Z_{ab+c} \approx \frac{abZ_{ab} + bcZ_c}{ab+bc} \,, \tag{5}$$

где нижние индексы у Z отражают направления экранирующих токов. При выводе формулы (5) пренебрегается слабой анизотропией в ав-плоскости и вкладом от ас-граней кристалла, который действительно мал по сравнению со слагаемыми в числителе (5) из-за различия площадей: *ac* \ll *bc* < *ab*. Раскалывание кристалла вдоль bc-грани на несколько полосок увеличивает вклад от *с*-токов, так что измерения Z_{ab+c} до и после раскалывания образца позволяют, в принципе, извлечь компоненты импеданса, используя формулу (5). В работе [7] эта процедура предлагалась как оптимальная для нахождения Z_c в сверхпроводящем состоянии кристалла YBa₂Cu₃O_{6.95}. Однако она содержит ряд недостатков: предполагается неизменность вклада *abZab* в (5) и, следовательно, возникает неконтролируемая ошибка из-за неидеального раскалывания образца на составные прямоугольные части; формула (5) неприменима при температурах $T > 0.9 T_{c}$ из-за размерного эффекта, который, как будет показано в разделах 2.3, 2.4, играет существенную роль даже в случае слабой анизотропии, характерной для ҮВСО; раскалывание кристалла исключает возможность его дальнейшего исследования и, в частности, изучения на одном и том же образце эволюции микроволнового отклика при изменении уровня допирования. Поэтому более естественным способом определения Z_c нам представляются последовательные измерения кристалла сначала в поперечной (T) ориентации $\mathbf{H}_{\omega} \parallel c$ (рис. 26) для нахождения Z_{ab} , а затем в продольной (L). Трудность, возникающая на этом пути, определение геометрического фактора Г или интеграла у в (4) в Т-ориентации кристалла. Как указывалось в [41], для квадратного образца, *a* = *b* ≥ *c*, хорошей оценкой служит $\gamma \approx 2H_0^2 a^2 (\ln(a/c) + 1)$. Известно также, что аппроксимация плоскопараллельной пластинки вписанным в нее эллипсоидом приводит к завышенному значению у.

2.2. Геометрический фактор кристалла в Т-ориентации Пусть вытянутый в направлении оси *у* идеальный проводник в форме параллелепипеда размерами $L_y \ge L_x, L_z$ помещен в постоянное магнитное поле **H** || *z*. Задача о распределении поля вокруг такого проводника, которая в этом случае становится двумерной, решена в работе [6]. Распределение компонент $H_z(z)$ и $H_x(x)$ поля **H** в плоскостях L_zL_y и L_xL_y соответственно показано на вставке в верхней части рис. З для трех разных значений отношения L_z/L_x . В работе [6] получены общие выражения для магнитного момента *M* проводника:

$$-\frac{M}{L_{y}H} = \frac{4}{H} \left(\int_{0}^{L_{x}/2} x |H_{x}| dx + \frac{L_{x}}{2} \int_{0}^{L_{z}/2} H_{z} dz \right) =$$
$$= \frac{\pi (1 - k^{2}) L_{z}^{2}}{4} \left(E(k) - (1 - k^{2}) K(k) \right)^{2}$$
(6)

и интеграла у в (4):

$$\frac{\gamma}{L_y H^2} = \frac{4}{H^2} \left(\int_0^{L_x/2} H_x^2 \, \mathrm{d}x + \int_0^{L_z/2} H_z^2 \, \mathrm{d}z \right) = 2(L_x f_x + L_z f_z),$$
(7)



Рис. 3. Значения (-M/vH - 1) (штриховая кривая) и $(\gamma/sH^2 - 1)$ (сплошная кривая), рассчитанные по формулам (6) и (7) как функции отношения L_z/L_x , в вытянутом в направлении оси у сверхпроводнике в форме параллелепипеда размерами $L_y \ge L_x, L_z$, помещенном в постоянное магнитное поле **H** || *z*. На вставке в правом верхнем углу рисунка показаны распределения магнитного поля на гранях L_zL_y (три верхние кривые) и L_xL_y (нижние кривые) для значений $L_z/L_x = 0,25$ (пунктирная кривая), 0,1 (штриховая кривая) и 0,03 (сплошная кривая). На вставке в нижней части рисунка — γ/sH_0^2 как функция *c/a*. Сплошная и штриховая кривая — оценка сверху для γ/sH_0^2 , полученная из (11) при b = 4a.

где

$$f_x = \frac{K(\sqrt{1-k^2}) - E(\sqrt{1-k^2})}{E(\sqrt{1-k^2}) - k^2 K(\sqrt{1-k^2})},$$

$$f_z = \frac{E(k)}{E(k) - (1-k^2) K(k)},$$
(8)

K(v) и E(v) — полные эллиптические интегралы первого и второго рода. Формула (6) совпадает с результатом, полученным в работе [42]. Для нахождения момента M/v ($v = L_x L_y L_z$ — объем проводника) и фактора γ/s ($s = L_y (L_z + L_x)$ — площадь) требуется еще определить связь величин L_z/L_x и k:

$$\frac{L_z}{L_x} = \frac{E(k) - (1 - k^2) K(k)}{E(\sqrt{1 - k^2}) - k^2 K(\sqrt{1 - k^2})} \,. \tag{9}$$

Зависимости (-M/vH-1) и (γ/sH^2-1) от L_z/L_x , вычисленные по формулам (6) и (7), представлены на рис. 3. Магнитное поле на поверхности проводника при $L_z \gg L_x$ стремится по величине к внешнему приложенному полю, а значения M и γ стремятся к -vH и sH^2 соответственно.

Применим формулы (6)–(9) к определению геометрического фактора кристалла ВТСП при его поперечном расположении относительно поля \mathbf{H}_{ω} в резонаторе (рис. 2б). Распределение поля на поверхности идеального проводника будет совпадать с распределением переменного магнитного поля на поверхности сверхпроводящего образца с теми же размерами ($L_x = a, L_y = b, L_z = c$) в микроволновом поле $\mathbf{H}_{\omega} = \mathbf{H}$, если глубина проникновения поля мала по сравнению с размерами

образца. Для очень тонкого кристалла ($c \ll a \ll b$) нетрудно получить элементарную оценку γ . Первый член разложения правой части формулы (9) в ряд по $k \ll 1$ дает связь $k \approx \sqrt{4L_z/\pi L_x}$. Следовательно, малые значения k соответствуют $c/a \ll 1$, и, подставляя затем $k = \sqrt{4c/\pi a}$ в асимптотики $f_x(k) \approx K(\sqrt{1-k^2}) - 1$, $f_z(k) \approx 2/k^2$ выражений (8) при $k \ll 1$, находим из (7)

$$\gamma \approx 2H_0^2 ab\left(\frac{\pi}{2} - 1 + \frac{1}{2}\ln\frac{4\pi a}{c}\right).$$
 (10)

Сравнение рассчитанных значений у по общей (7) и асимптотической (10) формулам приведено на вставке в нижней части рис. 3.

Обсудим теперь влияние конечной длины кристалла (размера b) на величину γ . Если учесть возникающий при этом дополнительный вклад от *ас*-граней кристалла (рис. 26) и считать распределение тангенциальной компоненты поля на этих гранях таким же, как и на других боковых *bc*-гранях кристалла, то из (7) получим:

$$\gamma = 2H_0^2(abf_x + bcf_z + acf_z). \tag{11}$$

Оценка (11) дает, однако, для реального трехмерного образца завышенное значение γ . Действительно, ограничение длины *b* кристалла приведет к уменьшению тангенциальной компоненты магнитного поля на поверхности образца. Это уменьшение γ не сможет компенсировать даже появление компоненты $H_t \parallel b$, отсутствующей при $b \to \infty$. Таким образом, фактор (11) является верхним пределом γ ; его зависимость от a/c изображена на вставке в нижней части рис. 3.

Геометрический фактор Г в Т-ориентации кристалла может быть определен экспериментально в условиях нормального скин-эффекта при использовании имитатора с теми же размерами и формой, как у самого исследуемого образца. Зная зависимость удельного сопротивления $\rho(T)$ имитатора и измерив добротность $Q_{\rm s}(T)$ резонатора с этим имитатором внутри, можно воспользоваться соотношением $ho(T) = 2R^2(T)/\omega\mu_0$ и из (2) найти значение Г, полагая его равным геометрическому фактору кристалла ВТСП. Для проверки точности приведенных в этом разделе формул мы измеряли магнитный момент М с помощью метода динамической восприимчивости и геометрический фактор у сверхпроводящих пластин из Nb с разными отношениями размеров a/c и b/a. Разница рассчитанных из (6) и экспериментально полученных значений М достигала 20% для коротких ($b \approx 3a$) образцов и становилась меньше 5 % для достаточно длинных ($b \approx 6a$). В отличие от значений магнитного момента значения у получались в лучшем согласии с теорией. Фактически разница никогда не превышала 5%, по-видимому, из-за слабой (логарифмической) зависимости γ от отношения a/c.

2.3. Электродинамика анизотропного кристалла ВТСП

Электродинамика слоистых анизотропных ВТСП характеризуется компонентами тензора проводимости σ_{ab} и σ_c . В нормальном состоянии высокочастотное поле проникает в направлении *c*-оси на глубину скин-слоя $\delta_{ab} = \sqrt{2/\omega\mu_0\sigma_{ab}}$, а в плоскости CuO₂ — на глубину $\delta_c = \sqrt{2/\omega\mu_0\sigma_c}$. В сверхпроводящем состоянии все величины δ_{ab} , δ_c , $\sigma_{ab} = \sigma'_{ab} - i\sigma''_{ab}$ и $\sigma_c = \sigma'_c - i\sigma''_c$ — комплексные. В области температур $T < T_c$, когда $\sigma' \ll \sigma''$, глуби́ны проникновения полей определяются как $\lambda_{ab} = \sqrt{1/\omega\mu_0\sigma_{ab}''}, \ \lambda_c = \sqrt{1/\omega\mu_0\sigma_c''}$. В непосредственной окрестности T_c , когда $\sigma' \gtrsim \sigma''$, затухание поля в сверхпроводнике описывается функциями Re (δ_{ab}) и Re (δ_c) , которые при $T \ge T_c$ переходят в δ_{ab} и δ_c соответственно.

В Т-ориентации поверхностный импеданс Z_{ab} непосредственно связан с глубиной проникновения $\lambda_{ab}(T)$ при $T < T_c$ и скиновой глубиной $\delta_{ab}(T)$ при $T \ge T_c$. Оба значения меньше толщины кристалла. Следовательно, импеданс Z_{ab} кристалла в Т-ориентации при любой температуре определен как коэффициент в граничном условии Леонтовича [43] и связан с проводимостью σ_{ab} локальным соотношением

$$Z_{ab} = R_{ab} + iX_{ab} = \left(\frac{i\omega\mu_0}{\sigma_{ab}}\right)^{1/2}.$$
 (12)

Если при $T \ge T_c$ на микроволновых частотах проводимость ВТСП вещественна, то в Т-ориентации константа f_0 , необходимая для определения величины $X_{ab}(T)$ в (3), находится, согласно (12), из условия равенства мнимой и действительной частей импеданса в нормальном состоянии, т.е. в результате совмещения одинаковых температурных ходов $R_{ab}(T)$ и $\Delta X_{ab}(T)$ при $T \ge T_c$. Следует также иметь в виду, что на форму кривой $X_{ab}(T)$ в Т-ориентации может существенно влиять тепловое расширение кристалла. Поскольку резонансная частота определяется объемом, занимаемым полем, расширение кристалла эквивалентно уменьшению глубины проникновения поля и приводит к дополнительному сдвигу частоты $\Delta f_l(T)$ резонатора [6, 41]:

$$\Delta f_l(T) = \frac{f\mu_0}{8W} \int_s \sum_i \Delta l_i(T) H_t^2 \, \mathrm{d}s =$$
$$= \frac{f\mu_0 v H_0^2}{4W} \left(\varepsilon_c f_x + (\varepsilon_a + \varepsilon_b) f_z \right), \tag{13}$$

где ε_i — относительное изменение $\Delta l_i/l_i$ размера образца l_i (i = a, b, c) вследствие теплового расширения, а функции f_x и f_z определены согласно (8). В работе [41] показано, что вклад (13) в общий сдвиг частоты резонатора пренебрежимо мал в области низких температур, но становится заметным при $T > 0,9 T_c$ в Т-ориентации кристалла.

В L-ориентации при $T < 0.9 T_c$ глубина проникновения поля в ВТСП все еще меньше типичных размеров кристалла. Это позволяет говорить об усредненном по площади импедансе образца Z_{ab+c} (5). В частности, используя измерения $\Delta \lambda_{ab}(T) = \Delta X_{ab}(T)/\omega \mu_0$ в Т-ориентации и $\Delta \lambda_{ab+c}(T) = \Delta X_{ab+c}(T)/\omega \mu_0$ в L-ориентации, находим

$$\Delta\lambda_c = \frac{(a+c)\,\Delta\lambda_{ab+c} - a\,\Delta\lambda_{ab}}{c}\,.\tag{14}$$

Этот подход к изучению анизотропии импеданса кристаллов ВТСП и определению $\Delta \lambda_c(T)$ использовался в микроволновых экспериментах [4, 5, 7, 8, 44–47] при низких температурах, $T < T_c$. Однако он не позволяет определить величину $\lambda_c(T)$ из измерений добротности и сдвигов резонансной частоты в L-ориентации и, кроме того, не может быть распространен на область более высоких температур. Дело в том, что при $T > 0,9 T_c$ в L-ориентации существенную роль играет размерный эффект, когда значение глубин проникновения λ_c и δ_c оказываются сравнимыми с шириной кристалла. Вследствие этого температурный ход измеряемой в нормальном состоянии величины $R_{ab+c}(T)$ не совпадает с $\Delta X_{ab+c}(T)$, что делает невозможным указанный выше для T-ориентации способ определения константы f_0 .

Для анализа результатов измерений в L-ориентации как в сверхпроводящем, так и в нормальном состоянии воспользуемся формулами для распределения полей в анизотропной длинной полоске ($b \ge a, c$) при $\mathbf{H}_{\omega} \perp c$ [48]. В этих формулах пренебрегается влиянием торцевых bc-граней кристалла, но строго учитывается размерный эффект. При произвольной температуре измеряемые величины ΔQ^{-1} и $\Delta f(T) = \delta f(T) + f_0$ выражаются через комплексную функцию $\mu(T) = \mu'(T) - i\mu''(T)$ [11, 49]:

$$\Delta Q^{-1} - \frac{2i\delta f}{f} = \frac{i\mu_0 \mu v H_0^2}{2W} , \qquad (15)$$

которая определяется компонентами $\sigma_{ab}(T)$ и $\sigma_c(T)$ тензора проводимости через комплексные глубины проникновения δ_{ab} и δ_c :

$$\mu = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n} \frac{1}{n^2} \left(\frac{\tan \alpha_n}{\alpha_n} + \frac{\tan \beta_n}{\beta_n} \right),$$

$$\alpha_n^2 = -\frac{a^2}{\delta_c^2} \left(\frac{i}{2} + \frac{\pi^2}{4} \frac{\delta_{ab}^2}{c^2} n^2 \right),$$

$$\beta_n^2 = -\frac{c^2}{\delta_{ab}^2} \left(\frac{i}{2} + \frac{\pi^2}{4} \frac{\delta_c^2}{a^2} n^2 \right),$$
(16)

где суммирование проводится по нечетным целочисленным n > 0.

В сверхпроводящем состоянии, когда $\sigma' \ll \sigma'',$ получаем

$$\mu' \approx \frac{8}{\pi^2} \sum_n \frac{1}{n^2} \left(\frac{\tanh \tilde{\alpha}_n}{\tilde{\alpha}_n} + \frac{\tanh \tilde{\beta}_n}{\tilde{\beta}_n} \right),$$

$$\tilde{\alpha}_n^2 = \frac{a^2}{\lambda_c^2} \left(\frac{1}{4} + \frac{\pi^2}{4} \frac{\lambda_{ab}^2}{c^2} n^2 \right),$$

$$\tilde{\beta}_n^2 = \frac{c^2}{\lambda_{ab}^2} \left(\frac{1}{4} + \frac{\pi^2}{4} \frac{\lambda_c^2}{a^2} n^2 \right).$$
(17)

В частности, $\lambda_{ab} \ll c$ и $\lambda_c \ll a$ при $T < 0.9 T_c$, отсюда из (17) находим простое выражение для действительной части μ :

$$\mu' = \frac{2\lambda_c}{a} + \frac{2\lambda_{ab}}{c} \,. \tag{18}$$

Нетрудно убедиться, что в области низких температур изменение глубины проникновения $\Delta \lambda_c(T)$, следующее из (18), идентично выражению (14).

В нормальном состоянии проводимость $\sigma' \ge \sigma''$. Если бы размеры образца намного превышали глуби́ны проникновения поля, то из формул (15) и (16) мы бы нашли

$$\Delta Q^{-1} - 2i \frac{\delta f}{f} \approx \frac{\mu_0 v H_0^2}{2W} \left(1 + i\right) \left(\frac{\delta_c}{a} + \frac{\delta_{ab}}{c}\right),\tag{19}$$

т.е. температурные зависимости ΔQ^{-1} и $-2\delta f/f$ совпадали бы при $T > T_c$, а величины $R_{ab+c}(T)$ и $X_{ab+c}(T)$, определенные из (2)–(5), были бы равны. В действительности даже для слабоанизотропных по сравнению с другими слоистыми ВТСП кристаллов YBCO величина $\delta_c \sim 0,1$ мм ($f \sim 10$ ГГц) оказывается сравнимой с реальной шириной *а* кристалла, и для определения компонент поверхностного импеданса в L-ориентации, как будет показано в разделе 2.4, необходимо использовать общие формулы (15) и (16).

Итак, в разделе 2.2 и в этом разделе был рассмотрен развитый в работах [6, 11, 41, 48, 49] электродинамический метод определения компонент тензора поверхностного импеданса и комплексной проводимости монокристаллов ВТСП по измеряемым величинам добротности и сдвига частоты резонатора. Для образца, имеющего форму плоскопараллельной пластины с размерами $b \gg a > c$, получено выражение (7) для его геометрического фактора Г в микроволновом магнитном поле $|{\bf H}_{\omega}|| c$. По известному Γ из (2) и (3) находится импеданс Zab в Т-ориентации образца и, согласно (12), его проводимость $\sigma_{ab}(T) = i\omega\mu_0/Z_{ab}^2(T)$. Указана процедура определения компонент комплексной проводимости и поверхностного импеданса вдоль с-оси кристалла, учитывающая влияние размерного эффекта при измерениях в L-ориентации ($\mathbf{H}_{\omega} \perp c$). Совместно эти результаты позволяют с высокой точностью определить тензор комплексной проводимости как в нормальном, так и в сверхпроводящем состоянии и служат электродинамической основой экспериментальных исследований анизотропии кристаллов ВТСП.

2.4. Импеданс и проводимость кристалла YBa₂Cu₃O_{6,93}

Продемонстрируем применение приведенных в разделах 2.1–2.3 формул к определению температурных зависимостей всех компонент тензора импеданса и проводимости в нормальном и сверхпроводящем состояниях оптимально допированного монокристалла YBa₂Cu₃O_{6,93}. Монокристалл был выращен методом медленного охлаждения из раствора в расплаве с использованием тигля из цирконата бария BaZrO₃ [6, 50]. Кристалл имел форму вытянутого параллелепипеда размерами $a \times b \times c = 0.4 \times 1.6 \times 0.1$ мм. Геометрический фактор этого образца, вычисленный по формулам (4) и (7), равен $\Gamma = 90$ кОм. Поверхностный импеданс измерялся в T-и L-ориентациях (см. рис. 2) на частоте f = 9.42 ГГц.

На рисунке 4 приведены температурные зависимости компонент $R_{ab}(T)$ и $X_{ab}(T)$ в нормальном и сверхпроводящем состояниях кристалла в Т-ориентации. На верхней вставке рис. 4 показаны измеренные температурные зависимости ΔQ^{-1} (квадраты) и $-2\Delta f/f$ (треугольники) в нормальном состоянии кристалла. Кривые $\Delta Q^{-1}(T)$ и $-2\delta f(T)/f = -2(\Delta f(T) + \Delta f_l(T) + f_0)/f$ (кружки) накладываются друг на друга при учете дополнительного сдвига частоты $\Delta f_l(T)$ из (13), обусловленного тепловым расширением кристалла [41, 51], и не зависящей от температуры константы f₀. Совпадение кривых $\Delta Q^{-1}(T)$ и $-2\delta f(T)/f$ и, следовательно, вытекающее из (2) и (3) равенство $R_{ab}(T) = X_{ab}(T)$ при *T* > *T*_c свидетельствуют о выполнении условия нормального скин-эффекта в ав-плоскостях монокристалла YBa₂Cu₃O_{6,93} в Т-ориентации. Из соотношения (12) получаем линейную температурную зависимость удельного сопротивления $\rho_{ab}(T) = 1/\sigma_{ab}(T) = 0.63 T$ [мкОм см] в интервале 100 ≤ *T* < 200 К и глубину скин-слоя $\delta_{ab}(150 \text{ K}) = 5 \text{ мкм}.$

В сверхпроводящем состоянии зависимость $R_{ab}(T)$ имеет характерный для оптимально допированных кри-



Рис. 4. Зависимости $R_{ab}(T)$ и $X_{ab}(T)$ монокристалла YBa₂Cu₃O_{6,93} (Т-ориентация). На верхней вставке показаны измеренные температурные зависимости $-2\Delta f/f$ (треугольники) и ΔQ^{-1} (квадраты). С учетом константы f_0 и теплового расширения получено $-2\delta f/f$ (кружки). На нижней вставке приведены низкотемпературные зависимости $R_{ab}(T)$ и $\lambda_{ab}(T)$.

сталлов YBCO широкий пик в области $T \sim T_c/2$. При температуре $T < T_c/3$ зависимости $R_{ab}(T)$ и $\lambda_{ab}(T) = X_{ab}(T)/\omega\mu_0$ — линейные (см. вставку в нижней части рис. 4). Их экстраполяция к T = 0 К приводит к величине остаточного поверхностного сопротивления $R_{ab}(0) \approx 40$ мкОм и значению глубины проникновения поля в купратные плоскости образца $\lambda_{ab}(0) \approx 150$ нм.

При анализе экспериментов в L-ориентации кристалла воспользуемся соотношениями (15) и (16). Действительная часть (15) определяет связь $\Delta Q^{-1}(T)$ с $\delta_{ab}(T)$ и $\delta_c(T)$. Измерив при $T > T_c$ зависимость $\Delta Q^{-1}(T)$ в L-ориентации (квадраты на рис. 5а) и зная измеренную в Т-ориентации $\delta_{ab}(T) = \sqrt{2\rho_{ab}(T)/\omega\mu_0}$, из (16) определяем функцию $\delta_c(T) = \sqrt{\frac{2\rho_c(T)}{2\rho_c(T)}/\omega\mu_0}, \delta_c(150 \text{ K}) = 0.06 \text{ мм},$ и зависимость $\rho_c(T) = 10^4 + 24 T$ [мкОм см] в интервале $100 \leq T < 200$ К. Используя теперь известные при $T > T_{\rm c}$ зависимости $\delta_c(T)$ и $\delta_{ab}(T)$ и определив действительную часть $\mu'(T)$ в (16), из (15) как функцию температуры $T > T_{c}$ вычисляем ($-2\delta f/f$), показанную сплошной кривой на рис. 5а. Эта кривая приблизительно параллельна экспериментальной кривой $-2\Delta f(T)/f$ в L-ориентации (кружки на рис. 5а) при T > 110 К. Разница $-2(\delta f - \Delta f)/f$ дает аддитивную константу f_0 . Используя значения f_0 и $\Delta f(T)$, получаем $\delta f(T)$ в интервале температур 5 < T < 200 К в L-ориентации.

Подчеркнем, что расхождение кривых $\Delta Q^{-1}(T)$ и $-2\delta f(T)/f$ при $T > T_c$ на рис. 5а обусловлено не тепловым расширением кристалла, существенным в T-ориентации, а проявлением размерного эффекта. Это расхождение становится еще более заметным по мере уменьшения ширины *a* кристалла, когда она становится сравнимой с глубиной скин-слоя δ_c . Результаты расчета $\Delta Q^{-1}(T)$ (сплошная кривая) и $-2\delta f(T)/f$ (штриховая кривая) по формулам (15) и (16) при a = 0,2 мм и a = 0,1 мм с использованием указанных выше зависимостей $\rho_{ab}(T)$ и $\rho_c(T)$ показаны на рис. 56, в.

Обратим внимание, что вследствие размерного эффекта, имеющего место в анизотропных кристаллах ВТСП при $T > 0.9 T_{\rm c}$, компоненты поверхностного импе-



Рис. 5. (а) Зависимости ΔQ^{-1} (квадраты) и $-2\Delta f/f$ (кружки), измеренные в L-ориентации кристалла YBa₂Cu₃O_{6,93} при температуре $T \ge 100$ K; сплошной кривой показана зависимость $-2\delta f/f$, вычисленная из (15) и (16); константа $2f_0/f$ указана стрелкой. (б) Зависимости ΔQ^{-1} и $-2\delta f/f$, рассчитанные из (15) и (16) (сплошная и штриховая кривые соответственно) и по формулам (20) и (21) (штрихпунктирная и пунктирная кривые соответственно) для образца шириной a = 0,2 мм. (в) То же, что и на рис. (б), но при a = 0,1 мм.

данса Z_{ab+c} в формуле (5) не могут быть найдены по измеренным в L-ориентации величинам ΔQ^{-1} и $\delta f/f$ с помощью формул (2) и (3). Используемая в некоторых работах замена R и X в этих формулах эффективными значениями $R^{\text{eff}}(d)$ и $X^{\text{eff}}(d)$ для тонкой пластины толщиной $d \sim \delta$, помещенной в поле \mathbf{H}_{ω} , параллельное ее бесконечным поверхностям,

$$R^{\text{eff}}(d) = R \frac{\sinh \eta - \sin \eta}{\cosh \eta + \cos \eta},$$
$$X^{\text{eff}}(d) = R \frac{\sinh \eta + \sin \eta}{\cosh \eta + \cos \eta},$$
(20)

где $\eta = \omega \mu_0 d/2R$, $R = \sqrt{\omega \mu_0 \rho/2}$, также некорректна. Дело в том, что решение уравнений Максвелла, допускающее использование выражений (20) в формулах (2), (3) и (5) в случае $d \sim \delta$, приводит к неверному (одномерному) распределению высокочастотных токов в нормальном состоянии анизотропного кристалла. Действительно, для вытянутой вдоль ребра $b \parallel \mathbf{H}_{\omega}$ пластины шириной *a* и толщиной *c* из (2)–(5) получим

$$\Delta Q^{-1} - \frac{2i\delta f}{f} = \frac{H_0^2}{\omega W} \left[ab Z_{ab}^{\text{eff}}(c) + bc Z_c^{\text{eff}}(a) \right], \qquad (21)$$

где эффективные значения $Z_{ab}^{eff}(c) = R_{ab}^{eff}(c) + i X_{ab}^{eff}(c)$ и $Z_c^{\text{eff}}(a) = R_c^{\text{eff}}(a) + i X_c^{\text{eff}}(a)$ находятся из (20). Для двух пластин — первая размером $a \times b \times c = 0, 2 \times 1, 6 \times 0, 1$ мм, вторая с теми же значениями b и c, но с вдвое меньшей шириной a = 0,1 мм — результат расчета $\Delta Q^{-1}(T)$ и $-2\delta f(T)/f$ по формулам (20), (21) с использованием прежних зависимостей $\rho_{ab}(T)$ и $\rho_c(T)$ показан на рис. 56, в. Сравнивая с результатами, полученными по формулам (15), (16), видим, что при $a \approx 3\delta_c$ приближение (21) (две верхние прямые на рис. 5б) оказывается почти нечувствительным к проявлению размерного эффекта, приводя к мало различающимся зависимостям $\Delta Q^{-1}(T)$ и $-2\delta f(T)/f$ при T > 100 К. Лишь для кристалла шириной a = 0,1 мм (~ δ_c) приближение (21) дает результат, представленный на рис. 5в, похожий на найденный с помощью общих формул (15) и (16).

Определив зависимости $\Delta Q^{-1}(T)$, $\delta f(T)$ и, следовательно, функцию $\mu(T)$ в (15) в нормальном и сверхпроводящем состояниях кристалла YBa₂Cu₃O_{6.93} в L-ориентации и используя найденные из (12) температурные зависимости σ'_{ab} и σ''_{ab} (рис. 6), из (16) находим компоненты проводимости $\sigma'_c(T)$ и $\sigma''_c(T)$ кристалла, представленные на рис. 6. В условиях локальной связи электрического поля и тока вдоль оси с поверхностный импеданс $Z_c(T) = R_c(T) + iX_c(T)$ связан с проводимостью $\sigma_c(T) = \sigma'_c(T) - i\sigma''_c(T)$ соотношением $\sigma_c(T) =$ $=i\omega\mu_0/Z_c^2(T)$. Найденные таким способом компоненты $Z_c(T)$ изображены на рис. 7. При температуре $T < T_c/2$ зависимости $R_c(T)$ и $\lambda_c(T) = X_c(T)/\omega\mu_0$ на вставках рис. 7 демонстрируют линейное поведение. Экстраполированное до T = 0 К значение глубины проникновения поля вдоль купратных плоскостей монокристалла YBa₂Cu₃O_{6,93} равно $\lambda_c(0) \approx 1,55$ мкм.

Из выражения (5) легко оценить, что в L-ориентации нашего кристалла вклад *с*-токов в измеряемые величины приблизительно вдвое больше вклада от *ab*-токов: $bcZ_c \approx 2abZ_{ab}$. Принимая во внимание точность определения $R_{ab}(T)$ (< 5%) и $\Delta\lambda_{ab}(T)$ (несколько ангстрем), заключаем, что линейное поведение $\Delta R_c(T) \propto T$ и $\Delta\lambda_c(T) \propto T$ при низких температурах есть свойство



Рис. 6. Проводимости $\sigma''_{ab}/\sigma''_{ab}(0)$ и $\sigma''_{c}/\sigma''_{c}(0)$ монокристалла YBa₂Cu₃O_{6,93} в зависимости от T/T_{c} . На вставках изображены зависимости $\sigma'_{ab}(T)$ и $\sigma'_{c}(T)$.



Рис. 7. Зависимости $R_c(T)$ и $X_c(T)$ монокристалла YBa₂Cu₃O_{6,93}. На вставках показаны $R_c(T)$ и $\lambda_c(T)$ при низких температурах.

оптимально допированного YBa₂Cu₃O_{6,93} и не зависит от неточности использованного подхода. Линейная температурная зависимость $\Delta \lambda_c(T)$ при $T < T_c/2$ также подтверждается предыдущими микроволновыми [4, 5] и низкочастотными [52] измерениями в YBa₂Cu₃O_{6,93}. В отличие от авторов работы [7] мы не наблюдали роста $R_c(T)$ при понижении температуры $T < T_c/4$. Наши измерения $R_c(T)$ согласуются с приведенными в [4, 45].

2.5. Анизотропия импеданса УВа₂Си₃О_{7-х} при разных х

Содержание кислорода в исходном кристалле YBa₂Cu₃O_{6.93} менялось путем его контролируемого отжига в воздухе в течение двух суток при атмосферном давлении и разных $T \ge 500$ °C, указанных в табл. 1, и последующей закалки в жидком азоте. Анизотропия проводимости измерялась в [53] при температурах 5 ≤ T ≤ 200 К для каждого из пяти состояний кристалла, ширина сверхпроводящего перехода в которых, согласно измерениям восприимчивости на частоте 100 кГц, составляла 0,1 К в оптимально допированном (x = 0,07) состоянии, но увеличивалась с ростом x, достигая 4 К при x = 0.47. Температуры сверхпроводящего перехода имели значения $T_c = 92$, 80, 70, 57, 41 К. С помощью эмпирического соотношения [54] $T_{\rm c} = T_{\rm c,max} [1 - 82,6(p - 0,16)^2]$ с $T_{\rm c,max} = 92$ К при p = 0,16 (x = 0,07) находились концентрации p = 0,12, 0,106, 0,092, 0,078 дырок, приходящихся на атом меди в плоскости CuO₂, для остальных четырех состояний YBa₂Cu₃O_{7-x} с меньшими T_c и x = 0,26, 0,33, 0,40, 0,47соответственно. Как и прежде, полный цикл измерений включал в себя: 1) измерения температурных зависимостей добротности и сдвига частоты сверхпроводящего ниобиевого резонатора с образцом в двух — поперечной и продольной — ориентациях кристалла относительно микроволнового магнитного поля; 2) определение из измерений в первой ориентации поверхностного сопротивления $R_{ab}(T)$, реактанса $X_{ab}(T)$ и проводимости $\sigma_{ab}(T)$ купратных плоскостей кристалла в нормальном и сверхпроводящем состояниях; 3) определение $\sigma_c(T)$, $X_{c}(T), R_{c}(T)$ с использованием данных, полученных в обеих ориентациях.

На рисунке 8 приведены температурные зависимости компонент поверхностного импеданса в *ab*-плоскости и

Температу- ра отжига	Критиче- ская темпе- ратура <i>T</i> _c , К	Параметры допирования		Характеристики <i>ab</i> -отклика				Значения λ при $T = 0$		$\Delta\lambda_c(T)\propto T^lpha, \ lpha$	λ_c/λ_{ab} при $T=0$
T, °C		р	x	$\delta T_{\rm c}, {\rm K}$	$R_{\rm res}$, мкОм	$\tau_{ab}(T_{\rm c})\times 10^{13},{\rm c}$	β	λ_{ab} , нм	λ_c , мкм		
500	92	0,16	0,07	0,5	55	0,7	0,05	152	1,55	1,0	10
520	80	0,12	0,26	1	54	0,9	0,06	170	3,0	1,1	18
550	70	0,106	0,33	1,5	50	1,0	0,10	178	5,2	1,2	29
600	57	0,092	0,40	1,5	35	1,4	0,13	190	6,9	1,3	36
720	41	0,078	0,47	4,0	30	1,5	0,20	198	16,3	1,8	83
* δT_c — ширина перехода, R_{res} — остаточное поверхностное сопротивление, $\tau_{ab}(T)$ — время релаксации, параметр $\beta \approx \tau_{ab}(T_c)/\tau_{ab}(0)$.											

Таблица 1. Температуры отжига и критические температуры, параметры допирования, характеристики микроволнового *ab*-отклика* и глубины проникновения полей в кристалл YBa₂Cu₃O_{7-x}.



Рис. 8. (а) Действительные $R_{ab}(T)$ (темные символы) и мнимые $X_{ab}(T)$ (светлые символы) части поверхностного импеданса *ab*-плоскостей пяти состояний кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x}. (б) Компоненты поверхностного импеданса вдоль *c*-оси.

вдоль *с*-оси для каждого из пяти состояний кристалла $YBa_2Cu_3O_{7-x}$, указанных в табл. 1. В разделах 3-5 мы подробно обсудим эти кривые для нормального и сверхпроводящего состояний кристалла.

3. Нормальное состояние

3.1. Нормальный скин-эффект

Тогда как условия нормального скин-эффекта $R_{ab}(T) = X_{ab}(T)$ при $T \gtrsim T_{c}$ и $\Delta X_{ab}(T) < \Delta R_{ab}(T)$ при $T \lesssim T_{\rm c}$ экспериментально доказаны для кристаллов YBCO [20, 45, 55–57], BSCCO [8, 11, 55, 57], TBCCO [12], ВаКВіО [37] и LaSrCuO [58], в кристаллах ТВСО [14, 15, 59], HgBaCuO и HgBaCaCuO [59] изменение реактанса $\Delta X_{ab}(T)$ больше изменения сопротивления $\Delta R_{ab}(T)$ во всем температурном интервале, так что $R_{ab}(T) \neq X_{ab}(T)$ при $T \gtrsim T_c$. В работе [59] это нарушение условия нормального скин-эффекта трактовалось в терминах "коллективной фазонной моды". В модели [60] неравенство $R_{ab}(T) \neq X_{ab}(T)$ возникало из-за наличия сверхпроводящих островков, включенных в нормальную металлическую матрицу. Обе концепции связаны с феноменом псевдощели в ВТСП. В качестве альтернативного объяснения в [61] мы предложили учитывать эффект экранирования микроволнового магнитного поля шероховатостями поверхности кристалла ТВСО, образованными следами плоскостей спайности на его поверхности. Если глубина проникновения поля намного меньше размера шероховатости, то обе компоненты эффективного (измеряемого) поверхностного импеданса возрастут по сравнению с их значениями для плоской поверхности на фактор, равный отношению площадей реальной и плоской поверхностей. Если же размеры шероховатости сравнимы с глубиной проникновения, то микроволновое магнитное поле \mathbf{H}_{ω} может лишь слабо исказиться на неоднородности, в то время как высокочастотный ток \mathbf{j}_{ω} , вызванный этим полем, затухает значительно [62]. В этом случае эффективный реактанс (~ $\omega \mu_0 \int H_{\omega}^2 dV$) превысит поверхностное сопротивление (~ $\int j_{\omega}^* E_{\omega} dV$) образца. Вероятно, именно этот случай реализуется в кристалле ТВСО, поверхностные неоднородности в котором сравнимы с его скиновой глубиной (~ 5 мкм на частоте ≈ 10 ГГц). Действительно, на микрофотографии поверхности кристалла ТВСО, полученной с помощью сканирующего электронного микроскопа [15], отчетливо видно, что следы плоскостей спайности образуют выступы (выемки) в виде параллельных каналов на поверхности, размеры (высота, ширина, период) которых составляют около 1 мкм.

3.2. Сопротивление купратных плоскостей

Как видно из рис. 8, при каждом x в нормальном состоянии ($T > T_c$) действительные и мнимые части

поверхностного импеданса кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x} совпадают: $R_{ab}(T) = X_{ab}(T)$ и $R_c(T) = X_c(T)$. Поэтому сопротивления $\rho_{ab}(T)$ и $\rho_c(T)$ были найдены из $R_{ab}(T)$ и $R_c(T)$ по обычным формулам нормального скинэффекта: $\rho_{ab}(T) = 2R_{ab}^2(T)/\omega\mu_0$, $\rho_c(T) = 2R_c^2(T)/\omega\mu_0$. Эволюция кривых $\rho_{ab}(T)$ и $\rho_c(T)$ с изменением x в интервале $T_c < T \le 200$ К показана на рис. 9.

В нормальном состоянии кристалла $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ транспорт в *ab*-плоскостях всегда остается металлическим: производные $\rho_{ab}(T)$ по температуре положительны. Низкое значение $\rho_{ab}(T_c) \lesssim 50$ мкОм см указывает на высокое качество кристалла. Как и в нормальном металле, в оптимально допированных ВТСП сопротивление *ab*-плоскостей увеличивается пропорционально температуре из-за электрон-фононного взаимодействия: $\Delta \rho_{ab}(T) \propto 1/\tau_{ab}(T) \propto T$, где τ_{ab} — время релаксации квазичастиц в купратных плоскостех. Низкочастотную проводимость этих плоскостей можно считать



Рис. 9. Эволюция измеренных зависимостей $\rho_{ab}(T)$ и $\rho_c(T)$ в YBa₂Cu₃O_{7-x} с разным содержанием кислорода.

друдевской:

$$\sigma_{ab} = \frac{n_{2D}e^2 \tau_{ab}}{md} , \qquad (22)$$

где $n_{2D} = k_{\rm F}^2 / 2\pi$ — двумерная плотность квазичастиц.

Отметим, что на рис. 9 у двух нижних кривых $\rho_{ab}(T)$ видны слабые изгибы в окрестности $T \sim 100$ К. Как будет показано в разделе 5.1, эти изгибы в YBa₂Cu₃O_{6,60} и YBa₂Cu₃O_{6,53} сопровождаются особенностями у кривых $\Delta \lambda_{ab}^{-2}(T)$ в сверхпроводящем состоянии тех же самых образцов.

3.3. Сопротивление вдоль оси с

Как следует из рис. 9, только в оптимально допированном YBa₂Cu₃O_{6,93} обе зависимости $\rho_{ab}(T)$ и $\rho_c(T)$ имеют металлический характер. Во всех других состояниях YBa₂Cu₃O_{7-x} с меньшей концентрацией дырок сопротивление $\rho_c(T)$ растет с уменьшением температуры, демонстрируя неметаллическое поведение. На рисунке 10 экспериментальные зависимости $\sigma_c(T)$ сравниваются с рассчитанными по формуле (1) значениями $\sigma_{c,\min}^{3D}$ для трех состояний кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x} при $T_c = 92$ К (штриховая кривая), $T_c = 70$ К (пунктирная кривая) и $T_c = 41$ К (штрихпунктирная кривая). Во всем интервале температур лишь *с*-проводимость YBa₂Cu₃O_{6,93} больше минимального металлического значения $\sigma_{c,\min}^{3D}$

Таким образом, естественно предположить, что незначительное уменьшение концентрации носителей p по сравнению с оптимальным уровнем p = 0,16 в нормальном состоянии YBa₂Cu₃O_{7-x} приводит к кроссоверу от 3D-металлической проводимости при x = 0,07к 2D-друдевской проводимости в слоях CuO₂ и туннельной проводимости [63-67] между этими слоями при x > 0,07 (кроссовер 3D-2D). Это происходит, когда межплоскостное время перескока становится сравни-



Рис. 10. Экспериментальные зависимости $\sigma_c(T)$ в трех состояниях YBa₂Cu₃O_{7-x} с $T_c = 92$, 70, 41 К. Штриховая, пунктирная и штрихлунктирная кривые — соответствующие этим состояниям значения $\sigma_{c,\min}^{3D}(T)$, найденные по формуле (1) с использованием измеренных $\rho_{ab}(T)$ и $\rho_c(T)$, приведенных на рис. 9. Сплошная кривая — расчет $\sigma_c(T)$ по формулам [63] для YBa₂Cu₃O_{6,67}.

мым со временем релаксации в слое τ_{ab} . В работах [68, 69] был получен критерий перехода 3D-2D:

$$\sigma_{c,\max}\sigma_{ab} \approx \frac{n_{\rm 2D}}{\pi} \left(\frac{e^2}{\hbar}\right)^2,$$
(23)

где σ_{ab} определяется формулой (22), а $\sigma_{c, \max}$ — максимальное значение туннельной *с*-проводимости, $\sigma_{c, \max} \approx \sigma_{IR} \sqrt{\rho_{ab}/\rho_c}$, которая приблизительно равна минимальной металлической проводимости $\sigma_{c, \min}^{3D}$ из (1). Из формулы (23) при $n_{2D} = n/d \approx 10^{14}$ см⁻² в ВТСП следует, что кроссовер 3D–2D наступает при достижении значения $\rho_c \rho_{ab} \approx 10^{-6}$ См² см². Только при x = 0,07 (см. рис. 9) произведение $\rho_c \rho_{ab} \lesssim 10^{-6}$ Ом² см², что указывает на применимость 3D-анизотропной ферми-жид-костной модели для объяснения транспортных свойств оптимально допированного кристалла YBa₂Cu₃O_{6,93}.

Полученная в работе [63] температурная зависимость проводимости $\sigma_c(T)$, имеющая приближенный вид A/T + C + BT (A, B, C — независящие от T величины), не описывает экспериментальные данные; пример расчета $\sigma_c(T)$ по формулам [63] для образца YBa₂Cu₃O_{6.67} показан сплошной кривой на рис. 10. Однако недавно в работе [70] была предложена другая модель с-транспорта, в рамках которой хорошо описываются все зависимости $\rho_c(T)$, приведенные на рис. 9. В отличие от [63], где эффекты взаимодействия с фононами возникали во втором порядке теории возмущений, в гамильтониане модели [70] они учитываются точно с помощью канонического преобразования [71], а уже затем межплоскостное туннелирование квазичастиц рассматривается как возмущение исходно сильно связанной электрон-фононной системы. Такое рассмотрение применимо, если $\varepsilon_{\rm F} \gg \omega_0 \gg t_{\perp}$, где $\varepsilon_{\rm F}$ — энергия Ферми, ω_0 — характерная энергия фононов, t₁ — туннельный матричный элемент перескока. Оба неравенства выполняются для слоистых анизотропных ВТСП, в с-направлении которых, согласно [70], электрон движется в окружении большого числа фононов, образуя полярон [72], слабо влияющий на поперечный ab-транспорт. Для эйнштейновского спектра *с*-поляризованных фононов в области температур $T \sim \omega_0$ в [70] получено аналитическое выражение

$$\rho_c(T) \propto \rho_{ab}(T) \, \frac{\exp\left[g^2 \tanh\left(\omega_0/4T\right)\right]}{\sqrt{\sinh\left(\omega_0/2T\right)}} \,, \tag{24}$$

где g — параметр, характеризующий силу электронфононного взаимодействия, g > 1. На рисунке 11 приведен результат сравнения экспериментальных (символы) и найденных по формуле (24) (сплошные кривые) зависимостей $\rho_c(T)$. В расчетах использовались данные $\rho_{ab}(T)$, приведенные на рис. 9; параметр g для всех кривых на рис. 11 оставался практически неизменным: $g \approx 3$; величина ω_0 возрастала от 110 К (75 см⁻¹) до 310 К (215 см⁻¹) при уменьшении кислородного содержания (7 – x) в УВа₂Cu₃O_{7-x} от 6,93 до 6,53.

Итак, анализ температурных зависимостей тензора сопротивления $\hat{\rho}(T)$ в нормальном состоянии показывает, что оптимально допированный YBa₂Cu₃O_{6,93} является трехмерным анизотропным металлом. Уменьшение в нем концентрации дырок *p* приводит к кроссоверу от друдевской к прыжковой проводимости вдоль оси *c*, который наступает при достижении значения $\rho_c \rho_{ab} \approx 10^{-6}$ Om² cm². Для количественного описания



Рис. 11. Экспериментальные (символы) и рассчитанные по формуле (24) (сплошные кривые) зависимости $\rho_c(T)$ в YBa₂Cu₃O_{7-x}.

эволюции зависимостей $\rho_c(T)$ при изменении p необходимо учитывать эффекты сильного электрон-фононного взаимодействия в купратных плоскостях.

4. Сверхпроводящее состояние

4.1. Поверхностный импеданс

На рисунке 12 приведены низкотемпературные фрагменты измеренных кривых $\lambda_{ab}(T) = X_{ab}(T)/\omega\mu_0$ для пяти состояний кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x}. Экстраполяции к $T \rightarrow 0$ линейными отрезками (показаны на рисунке штрихами) каждой кривой при $T < T_c/3$ дают значения $\lambda_{ab}(0)$, указанные в табл. 1. Погрешность определения величины $\lambda_{ab}(0)$ главным образом связана с точностью определения аддитивной константы f_0 в (3). В наших экспериментах среднеквадратичное отклонение $R_{ab}(T)$ от $X_{ab}(T)$ в нормальном состоянии кристалла соответ-



Рис. 12. Низкотемпературные зависимости $\lambda_{ab}(T)$ (символы), измеренные для пяти состояний кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x} со значениями, указанными на рисунке. Штриховые отрезки — линейные экстраполяции при $T < T_c/3$.



Рис. 13. Поверхностное сопротивление $R_{ab}(T)$ и реактанс $X_{ab}(T)$ в *ab*-плоскости оптимально допированного монокристалла BSCCO [11]. Сплошные кривые — *T*-зависимости компонент поверхностного импеданса, рассчитанные в обобщенной двухжидкостной модели (см. раздел 4.3). На вставках показаны линейные участки $\lambda_{ab}(T)$ и $R_{ab}(T)$ при низких температурах.

ствовало погрешности около 5 нм при нахождении значения $\lambda_{ab}(0)$.

В соединении YBa₂Cu₃O_{6,93} (p = 0,16) температурная зависимость $R_{ab}(T)$, показанная на рис. 4, имеет широкий пик в области $T \sim T_c/2$, присущий высококачественным оптимально допированным кристаллам YBCO. С уменьшением p пик постепенно исчезает (рис. 8а). Отметим, что подобного пика не наблюдалось в кристаллах BSCCO (рис. 13), TBCCO, TBCO, LaSrCuO с тетрагональной или кубической (BaKBiO) решетками.

Главные особенности температурных зависимостей поверхностного импеданса в *ab*-плоскостях оптимально допированных монокристаллов YBCO, BSCCO, TBCO и TBCCO на частотах $\simeq 10$ ГГц суммированы в табл. 2. Общими для всех кристаллов ВТСП закономерностями являются линейные при $T \ll T_{\rm c}$ зависимости поверхностного сопротивления $\Delta R_{ab}(T) \propto T$ и реактанса

 $\Delta X_{ab}(T) \propto \Delta \lambda_{ab}(T) \propto T$. Линейный ход поверхностного сопротивления продолжается вплоть до $T = T_c/2$ в тетрагональных кристаллах (см. вставку в нижней части рис. 13) и прекращается вблизи или ниже $T = T_c/3$ в YBCO (см. вставку в нижней части рис. 4). Кроме того, в некоторых монокристаллах YBCO обнаружены особенности кривых $\lambda_{ab}(T)$ и $R_{ab}(T)$ в промежуточной области температур.

В качестве иллюстрации данных табл. 2 на рис. 4 и 13 показаны экспериментальные кривые $R_{ab}(T)$ и $X_{ab}(T)$ в ab-плоскостях оптимально допированных монокристаллов YBCO и BSCCO. На рисунке 13 $R_{ab}(T) = X_{ab}(T)$ при $T \ge T_{\rm c}$, что соответствует условию нормального скинэффекта. значению По известному $R_{ab}(T_c) =$ $=\sqrt{\omega\mu_0\rho_{ab}(T_{\rm c})/2}\approx 0,12$ Ом находится сопротивление $\rho_{ab}(T_{\rm c}) \approx 40$ мкОм см. В нормальном состоянии, при $T > T_c$, температурная зависимость $R_{ab}(T)$ хорошо описывается формулой $2R_{ab}^2(T)/\omega\mu_0 = \rho_{ab}(T) = \rho_0 + bT$, где $\rho_0\approx 13$ мкОм см и $b\approx 0,3$ мкОм см К $^{-1}.$ На вставках рис. 13 показаны $R_{ab}(T)$ и $\lambda_{ab}(T) = X_{ab}(T)/\omega\mu_0$ при *T* < 0,7 *T*_c в линейном масштабе. Экстраполяция низкотемпературных участков этих кривых к T = 0 К приводит для кристалла BSCCO к значениям $R_{ab}(0) = 0.5$ м Ом и $\lambda_{ab}(0) = 2600$ Å.

4.2. Комплексная проводимость

Компоненты проводимости $\sigma'(T)$ и $\sigma''(T)$ не определяются непосредственно в "hot-finger"-эксперименте, но могут быть найдены по измеренным значениям R(T) и X(T):

$$\sigma' = \frac{2\omega\mu_0 RX}{\left(R^2 + X^2\right)^2}, \quad \sigma'' = \frac{\omega\mu_0 (X^2 - R^2)}{\left(R^2 + X^2\right)^2}.$$
 (25)

Подчеркнем, что для определения компонент проводимости необходимо знать величины R(T) и X(T) в абсолютных единицах (омах). При не очень близких к T_c температурах в кристаллах ВТСП $R(T) \ll X(T)$ (см. рис. 4, 7, 8, 13). Следовательно, кривые $\sigma''(T)$ определяются только видом функции $X(T) = \omega \mu_0 \lambda(T)$ и отражают основные свойства температурной зависимости глубины проникновения поля: линейный ход при низких температурах во всех высококачественных кристаллах ВТСП и особенности, наблюдаемые в ҮВСО в промежу-

Таблица 2. Поверхностное сопротивление $R_{ab}(T)$, реактанс $X_{ab}(T)$, глубина проникновения $\lambda_{ab}(T)$, удельное сопротивление $\rho_{ab}(T)$ и их изменения с температурой T в ab-плоскости оптимально допированных монокристаллов ВТСП на частотах ~ 10 ГГц

	Све			
ВТСП	Низкие температуры, 2 К< <i>T</i> ≪ <i>T</i> _c	Промежуточные температуры, $T \sim T_{\rm c}/2$	$T \rightarrow T_{c}$	Нормальное состояние, $2T_{\rm c} > T \ge T_{\rm c}$
Орторомбическая структура YBCO, <i>T</i> _c ≈ 92 К	$\Delta R(T) \propto T, \Delta X(T) \propto T$ при $T \lesssim T_c/4;$ разные наклоны $\Delta \lambda(T) \propto T [18-24]$	Широкий пик в <i>R</i> (<i>T</i>) при 25 < <i>T</i> < 45 К [3-7, 15-24]. Особенности: 1) "плечо" [21, 22] в <i>R</i> (<i>T</i>) при <i>T</i> > 40 К; 2) "горб" [21] или плато [20] у <i>X</i> (<i>T</i>) при 50 < <i>T</i> < 80 К	Разные наклоны λ(T) [18–24]	Нормальный скин-эффект $R(T) = X(T) = \sqrt{\omega\mu_0\rho(T)/2},$ $\Delta\rho(T) \propto T$
Тетрагональная структура BSCCO, $T_{c} \approx 90$ К [8–11];	$\Delta R(T)$ $\Delta X(T) = \omega \mu_0 A$	$\propto T, T \leq T_c/2$ $\Delta\lambda(T) \propto T, T \leq T_c/3$	Быстрый рост $R(T)$ и $X(T)$	
TBCCO, $T_c \approx 110$ K [12]; TBCO, $T_c \approx 80$ K [13–15]				X(T) > R(T)

точной области температур. Форма кривых $\sigma'(T)$ зависит от величины остаточного поверхностного сопротивления $R_{\rm res} = R(T \rightarrow 0)$, которое находится экстраполяцией линейного при $T < T_c/3$ участка кривой R(T) к нулевой температуре.

Из соотношений (25) следует, что $\sigma'(T)$ будет иметь максимум при $T < T_c$, если значение R_{res} достаточно мало [3, 73]:

$$R_{\rm res} < \frac{X(0)}{3} \left. \frac{\mathrm{d}R(T)}{\mathrm{d}X(T)} \right|_{T \to 0}.$$
 (26)



Рис. 14. Действительные части проводимости $\sigma'_{ab}(T)$ пяти состояний кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x}. Сплошные кривые соответствуют расчетам, выполненным в обобщенной двухжидкостной модели (см. раздел 4.3) с учетом неоднородного уширения δT_c сверхпроводящего перехода и остаточного поверхностного сопротивления $R_{\rm res}$ (см. табл. 1).

При увеличении $R_{\rm res}$ пик в $\sigma'(T)$ сдвигается в область меньших температур, а при достижении $R_{\rm res}$ значения правой части (26) он исчезает. Если остаточное поверхностное сопротивление $R_{\rm res}$ кристалла таково, что неравенство (26) нарушается, то его проводимость $\sigma'(T)$ будет монотонно возрастать при понижении температуры в области $T < T_c$. На рисунке 6 показаны обе возможные формы кривых $\sigma'(T)$ в кристалле YBa₂Cu₃O_{6,93} на частоте 9,4 ГГц — с проявлением пика в действительной части проводимости $\sigma'_{ab}(T)$ купратных плоскостей ($R_{\rm res}^{ab} \approx 40$ мкОм) (см. вставку в нижней части рис. 6) и с полным его отсутствием в проводимости $\sigma'_c(T)$ вдоль *с*-оси ($R_{\rm res}^c \approx 800$ мкОм) (см. вставку в верхней части рис. 6). Чем выше качество кристалла, тем отчетливее пик в проводимости $\sigma'(T)$ при $T < T_c$.

Найденные по измеренным значениям $R_{ab}(T)$ и $X_{ab}(T)$ (рис. 8а) из формулы (25) кривые $\sigma'_{ab}(T)$ для пяти состояний кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x} с разным содержанием кислорода показаны на рис. 14.

Обычно в области близких к T_c температур зависимость $\sigma'(T)$ в ВТСП имеет вид узкого пика (см. рис. 14), ширина которого практически совпадает с шириной перехода из нормального в сверхпроводящее состояние на кривой R(T).

4.3. Обобщенная двухжидкостная модель (ОДМ)

Существует простой способ описания всей совокупности наблюдаемых зависимостей $Z_{ab}(T)$ и $\sigma_{ab}(T)$, который был предложен в [37, 38] и затем развит в работах [73, 74]. Идея состоит в обобщении двухжидкостной модели Гортера-Казимира [75] (ГК) на случай ВТСП, общим признаком которых являются большие значения T_c. В металлах при таких температурах существенны процессы неупругого рассеяния квазичастиц и, следовательно, естественным изменением, которое необходимо внести в ГК-модель, является учет зависимости времени релаксации $\tau_{ab}(T)$ квазичастиц "нормальной жидкости" от температуры. Полагая, что процессы рассеяния в этой жидкости подобны происходящим в обычных металлах, для функции $\tau_{ab}(T)$ в нормальном и сверхпроводящем состояниях ВТСП мы использовали формулу Блоха-Грюнайзена (электрон-фононное рассеяние) и оставили не зависящее от температуры время релаксации на примесях $\tau_{ab}(0)$, фигурирующее в ГК-модели:

$$\frac{1}{\tau_{ab}(t)} = \frac{1}{\tau_{ab}(0)} \left(1 + \frac{t^5 \mathcal{J}_5(\varkappa/t)/\mathcal{J}_5(\varkappa)}{\beta} \right),$$
$$\mathcal{J}_5(\varkappa/t) = \int_0^{\varkappa/t} \frac{z^5 \exp(z) \, \mathrm{d}z}{\left(\exp(z) - 1\right)^2},$$
(27)

где $t \equiv T/T_c$, $\varkappa = \Theta/T_c$ (Θ — дебаевская температура) и β — численный параметр, $\beta = \tau_{ab}(T_c)/[\tau_{ab}(0) - \tau_{ab}(T_c)]$. Продолжая формальную аналогию с металлами, можно сказать, что β характеризует "степень чистоты" ВТСП: $\beta \approx \tau_{ab}(T_c)/\tau_{ab}(0) \ll 1$, если $\tau_{ab}(0) \gg \tau_{ab}(T_c)$. Температура Θ в ВТСП оценивается в несколько сотен градусов. При температуре $T < \Theta/10$ ($\varkappa > 10t$) второе слагаемое в правой части первого из соотношений (27) пропорционально T^5 , а при $T > \Theta/5$ ($\varkappa < 5t$) оно пропорционально T. Таким образом, при $\beta < 1$ обратное время релаксации (коэффициент затухания квазичастиц) равняется $1/\tau_{ab}(0)$ в области $T \ll T_c$, а с увеличением температуры плавно растет степенны́м образом с изменением вида степенно́й зависимости от $\propto T^5$ до $\propto T$ в окрестности $T_{\rm c}$, обеспечивая при $T > T_{\rm c}$ линейный ход сопротивления $\Delta \rho_{ab}(T) \propto 1/\tau_{ab}(T) \propto T.$

Несмотря на сильное упрощение, сделанное при выборе вида зависимости $\tau_{ab}(T)$ для ВТСП со сложной зонной структурой, оказалось, что все общие черты и особенности кривых $R_{ab}(T)$ и $\sigma'_{ab}(T)$ как при $T < T_c$, так и при $T > T_c$ описываются в ОДМ с использованием единственного подгоночного параметра \varkappa в (27) (подробнее см. [3, 73]). Действительно, в случае $(\omega \tau_{ab})^2 \ll 1$, который реализуется в кристаллах ВТСП при любой температуре в частотном диапазоне ~ 10 ГГц или ниже, компоненты комплексной проводимости $\sigma_{ab} = \sigma'_{ab} - i\sigma''_{ab}$ могут быть записаны в очень простом виде:

$$\sigma'_{ab} = \frac{n_{\rm n} e^2 \tau_{ab}}{m} , \qquad \sigma''_{ab} = \frac{n_{\rm s} e^2}{m\omega} , \qquad (28)$$

где $n_n(T)$, $n_s(T)$ — плотности нормальных и сверхпроводящих носителей соответственно (и те, и другие обладают одинаковыми зарядами *e* и массами *m*). При температуре $T \leq T_c$ полная концентрация $n = n_n + n_s$ равна концентрации носителей заряда в нормальном состоянии. Из измеренных значений $R_{ab}(T_c)$, $X_{ab}(0)$ и наклонов dR_{ab}/dT и dX_{ab}/dT при $T \ll T_c$ можно легко извлечь параметры [73]

$$\omega \tau_{ab}(T_{\rm c}) = \frac{X_{ab}^2(0)}{2R_{ab}^2(T_{\rm c})} , \quad \omega \tau_{ab}(0) = \frac{\mathrm{d}R_{ab}}{\mathrm{d}X_{ab}} \bigg|_{T \to 0}$$
(29)

и определить из (27) значения β , указанные в табл. 1. Если теперь воспользоваться измеренной зависимостью $n_s(T)/n = \sigma''_{ab}(T)/\sigma''_{ab}(0) = \lambda^2_{ab}(0)/\lambda^2_{ab}(T)$ и, следовательно, определить функцию $n_n(T)/n = 1 - n_s(T)/n$, то, используя (27), (28) и подбирая параметр \varkappa для данного образца, можно сначала по общей формуле

$$R_{ab} = \operatorname{Re}\left(\sqrt{\frac{\mathrm{i}\omega\mu_0}{\sigma' - \mathrm{i}\sigma''}}\right) \tag{30}$$

описать экспериментальные кривые $R_{ab}(T)$, а затем по формуле (25) и действительную часть проводимости $\sigma'_{ab}(T)$. На рисунке 14 показаны измеренные и вычисленные (сплошные кривые) по указанной процедуре зависимости. В дополнение к ОДМ в расчетах мы учли неоднородное уширение δT_c сверхпроводящего перехода (см. табл. 1) на основе предложенного в работах [3, 73] подхода, приводящего к пику в эффективной проводимости $\sigma'(T)$ при температуре $T_{\rm m} = T_{\rm c} - \delta T_{\rm c}$, близкой к критической. Относительная амплитуда этого пика $[\sigma'(T_{\rm m}) - \sigma(T_{\rm c})]/\sigma(T_{\rm c})$ обратно пропорциональна частоте и тем меньше, чем у́же (меньше δT_c) сверхпроводящий переход. Кроме того, при сравнении с данными измерений поверхностного сопротивления, мы добавляли к вычисленной по формуле (30) величине R(T) не зависящее от температуры значение $R_{\rm res}$, взятое из того же эксперимента (см. табл. 1). Вот почему рассчитанные затем по формуле (25) зависимости $\sigma'_{ab}(T)$, приведенные на рис. 14, не обращаются в нуль при $T \to 0$, хотя по условию ОДМ при T = 0 плотность $n_{\rm n} = 0$, и, согласно (28), проводимость $\sigma'_{ab}(0) = 0$. Вклад $R_{\rm res}$ в рассчитываемую величину R(T) существен для большинства кристаллов ВТСП, в которых $R_{\rm res}/R(T_{\rm c}) > 10^{-3}$. Зависимости $X_{ab}(T)$ и $R_{ab}(T)$, вычисленные в ОДМ с параметрами $\omega \tau_{ab}(T_c) = 0.9 \times 10^{-2}$, $\beta = 2$ и $\varkappa = 3$ и измеренными значениями $\sigma''_{ab}(T)$, изображены на рис. 13 сплошными кривыми. При этом мы добавили к $R_{ab}(T)$, найденному из (30), постоянную $R_{res} = 0.5$ мОм. Во всем интервале температур $5 \leq T \leq 160$ К наблюдается достаточно хорошее согласие экспериментальных и рассчитанных кривых.

4.4. Об остаточном поверхностном сопротивлении

Если в классических сверхпроводниках значение R_{res} четко определено как уровень плато на кривой R(T) при $T < T_{c}/4$, то в кристаллах ВТСП, у которых подобного плато не наблюдается, мы принимаем за величину $R_{\rm res}$ значение R(T=0), полученное экстраполяцией к нулевой температуре линейного участка кривой R(T) при $T \ll T_c$. В опытах с классическими сверхпроводниками установлено, что величина $R_{\rm res} \propto \omega^2$ определяется разного рода дефектами поверхностного слоя образца [62, 76]; на основании этого факта считается, что, чем меньше $R_{\rm res}$, тем выше качество образца. В высокотемпературных сверхпроводниках остаточное сопротивление тоже изменяется пропорционально квадрату частоты, но даже в самых лучших кристаллах в десятки раз превышает величину R_{res}, характерную для обычных сверхпроводников. Если учесть, что за последние 10 лет развития методов выращивания кристаллов ВТСП величину R_{res} заметно уменьшить не удалось, а в образцах одинакового химического состава температурный ход проводимости $\sigma'(T)$ кардинально изменяется в зависимости от значения $R_{\rm res}$ в них, то становится очевидным, что выяснение природы остаточных потерь в ВТСП является чрезвычайно актуальной задачей.

В ряде работ (см., например, [77]) происхождение остаточных потерь в ВТСП связывалось с наличием в образце некоторого числа n₀ носителей, остающихся неспаренными при T = 0. Для оценки $R_{\rm res}$ использовалась формула $R = \omega^2 \mu_0^2 \sigma' \lambda^3 / 2$, вытекающая из (30) при $T < T_{
m c},$ с отличной от нуля проводимостью $\sigma'(0) =$ $= n_0 e^2 \tau(0)/m$ из (28). Нетрудно, однако, показать, что при таком способе описания получаемые значения R_{res} обязаны удовлетворять неравенству (26). В противном случае, который также имеет место в кристаллах ВТСП [3, 73], число n₀ должно превосходить полную концентрацию *п* носителей. Развивая традиционный подход, в котором за остаточное сопротивление отвечают разного рода несовершенства поверхности, авторы многих публикаций учитывали потери за счет слабых связей [78-80], границ двойников [80, 81], нормально проводящих кластеров [82] и т.д. Однако оценки показывают, что вклад таких потерь мал по сравнению с измеряемыми в ВТСП значениями R_{res}. Кроме того, в купратных плоскостях совершенных медно-оксидных кристаллов ВТСП различного химического состава, приготовленных разными способами, содержащих или несодержащих двойники, со свежесколотой или вовсе необработанной поверхностью, величина остаточного сопротивления приблизительно одинакова: $R_{\rm res} \sim$ ~ 100 мкОм на частоте 10 ГГц. Этот факт указывает на "внутреннее", присущее всем высококачественным кристаллам ВТСП происхождение остаточных потерь, связанное скорее всего с особенностями их структуры, а именно ярко выраженной слоистостью [61]. Другими словами, в поверхностном слое кристаллов ВТСП возможно протекание тока по несверхпроводящей, обладающей некоторым удельным сопротивлением ρ_n части слоя. В рамках обсуждаемой феноменологической модели этот дополнительный вклад может быть учтен посредством добавления в двухжидкостную схему (28) элемента цепи ρ_n , параллельного сопротивлению $\rho = 1/\sigma'$, шунтированному кинетической индуктивностью $l = 1/\omega\sigma''$ (параллельное соединение ρ и l соответствует принятой в двухжидкостной модели связи токов и поля). Очевидно, что комплексный импеданс цепи будет состоять из мнимой части $iX = i\omega\mu_0\lambda$ при $T < T_{\rm c}$ и суммы двух вещественных слагаемых: обычного $R = \omega^2 \mu_0^2 \lambda^3 / 2\rho$ и $R_0 = \omega^2 \mu_0^2 \lambda^3 / 2\rho_n$. Последняя величина при T = 0, когда R(0) = 0, может играть роль остаточного поверхностного сопротивления $R_{\rm res}$, пропорционального ω^2 в соответствии с экспериментами. На частоте 10 ГГц с характерными для кристаллов ВТСП значениями $R_{\rm res} \approx 100$ мкОм и $\lambda(0) \approx 0.2$ мкм получаем $\rho_{\rm n}(0) \approx 25$ мкОм см — типичную для металлов величину. В соответствии с нашей процедурой сравнения с экспериментальными кривыми R(T) нужно потребовать также, чтобы R₀ не зависело от температуры $T \ll T_c$. Это возможно, если $\rho_n(T) \propto \lambda^3(T)$, т.е. зависимость $\rho_{\rm n}(T)$ при $T \ll T_{\rm c}$ должна быть линейной функцией температуры: $\rho_{\rm n}(t)=\rho_{\rm n}(0)(1+1.5\alpha t),$ где
 α тангенс угла наклона кривой $\sigma''(t)$ при $t \ll 1$ в данном образце:

$$\frac{\sigma''(t)}{\sigma''(0)} = \frac{n_{\rm s}(t)}{n} = \frac{\lambda^2(0)}{\lambda^2(t)} \approx (1 - \alpha t) \,. \tag{31}$$

Нетрудно убедиться, что коэффициенты $\rho_n(0)$ и 1,5 $\alpha\rho_n(0)/T_c$ в монокристалле BSCCO (см. рис. 13) приблизительно равны $\rho_{ab}(0)$ и *b* в сопротивлении этого образца в нормальном состоянии $\rho_{ab}(T) = \rho_{ab}(0) + bT$, т.е. $\rho_n(T) \approx 2R^2(T)/\omega\mu_0$, где R(T) есть продолжение зависимости R(T) при $T > T_c$, приведенной на рис. 13, в сверхпроводящую область $T < T_c$ вплоть до T = 0.

Закончить обсуждение ОДМ следовало бы указанием формул, описывающих экспериментальные данные $n_{\rm s}(T)/n = \sigma_{ab}''(T)/\sigma_{ab}''(0)$. Несколько вариантов таких эмпирических формул приведено в работах [3, 37, 38, 73, 74]. Здесь мы лишь отметим, что все они при $T \ll T_{\rm c}$ имеют вид (31), поскольку все кривые $\sigma_{ab}''(T)$ в монокристаллах ВТСП характеризуются линейным низкотемпературным ходом.

4.5. Выводы об импедансе $Z_{ab}(T)$

и проводимости $\sigma_{ab}(T)$

Итак, характерные особенности кривых $Z_{ab}(T)$ и $\sigma_{ab}(T)$ в ab-плоскостях оптимально допированных ВТСП могут быть описаны путем обобщения двухжидкостной модели ГК. Для этого мы ввели температурную зависимость времени релаксации квазичастиц по закону Блоха-Грюнайзена и заменили хорошо известную температурную зависимость плотности сверхпроводящих носителей в ГК-модели $n_{\rm s} = n(1-t^4)$ одной из функций, представленных в работе [3], которые изменяются линейно с температурой при *t* ≪ 1 (см. (31)). В результате из формул (27)-(31) ОДМ следует, что при низких температурах $(t \le 1)$ и на низких частотах $(\omega \tau_{ab}(0) < 1)$ все кривые $Z_{ab}(T)$ и $\sigma_{ab}(T)$ имеют линейный участок: $\sigma'_{ab} \propto lpha t/eta$, поскольку $n_{
m n}/n pprox lpha t$ и $au_{ab} pprox au_{ab}(0) pprox au_{ab}(T_{
m c})/eta;$ $\Delta \sigma_{ab}^{\prime\prime} \propto -lpha t$ из (31); $R_{ab} \propto lpha t/eta$ согласно (30); $\Delta X_{ab}^{-} \propto \Delta \lambda_{ab} \propto lpha t/2$. С увеличением температуры $\sigma_{ab}^{\prime}(t)$ проходит через максимум при t < 0.5, если остаточное

поверхностное сопротивление R_{res} настолько мало, что выполняется неравенство (26). Происхождение этого пика обусловлено суперпозицией двух противоположных эффектов: уменьшением числа нормальных носителей с понижением температуры *t* < 1 и ростом времени релаксации, который прекращается при $t \sim \beta^{1/5}$, когда начинает преобладать рассеяние на примесях. Если неравенство (26) не выполняется, то зависимость $\sigma'_{ab}(t)$ монотонно убывает при увеличении температуры. В проводимости $\sigma'_{ab}(t)$ не наблюдается БКШ-когерентный пик [1] в области T ~ 0,85 T_c. Обычно вблизи T_c кривая $\sigma'_{ab}(T)$ в кристаллах ВТСП имеет вид узкого пика (см. рис. 14), ширина которого практически совпадает с шириной перехода из нормального в сверхпроводящее состояние на кривой $R_{ab}(T)$. Происхождение этого пика можно объяснить в терминах модели эффективной среды с учетом неоднородного уширения сверхпроводящего перехода. Из обобщенной двухжидкостной модели следует также, что отсутствие широкого пика у $R_{ab}(t)$ при $t \sim 0.5$ в высококачественных тетрагональных монокристаллах ВТСП и в YBa₂Cu₃O_{7-x} с недостатком кислорода обусловлено менее быстрым ростом $au_{ab}(T)$ с уменьшением температуры. Другими словами, величина β является наименьшей для оптимально допированных кристаллов ҮВСО (см. табл. 1).

Уместно сравнить предположения ОДМ с результатами микроскопического рассмотрения. Прежде всего, нет ничего необычного во введении функции $1/\tau_{ab}(T) \propto T^5$ в (27), характеризующей рассеяние в сверхпроводящем состоянии ВТСП. Аналогичная температурная зависимость коэффициента затухания следует из модели сильной связи при учете фононных поправок к электромагнитной вершине [83]. Используя этот результат, авторы [84] показали, что даже в условиях стандартной изотропной модели [83] удается получить характерные для YBCO пики в температурных зависимостях $R_{ab}(T)$ и $\sigma'_{ab}(T)$, хотя о количественном сравнении с экспериментальными данными речь не идет. Как было показано в [3, 41], простая формула (31), которая определяет линейную низкотемпературную зависимость глубины проникновения магнитного поля в *ab*плоскости кристаллов ВТСП, согласуется со спин-флуктуационной d-волновой моделью [85] в унитарном пределе рассеяния [86]. Заметим, что наличие квазиодномерных участков электронного спектра в ВТСП и связанные с ними корневые особенности Ван-Хова в плотности состояний, согласно [87], приводят к d-спариванию за счет анизотропного электрон-фононного взаимодействия. Другие способы формирования параметра порядка d-типа в рамках фононного механизма рассматривались в работах [88, 89].

В рамках ОДМ линейная низкотемпературная зависимость действительной части проводимости $\sigma'_{ab}(T)$ в (28) обусловлена постоянным коэффициентом рассеяния. Хотя запись микроволновой проводимости в друдевской форме обосновывается в микроскопическом d-волновом анализе [86], было показано, что в обычной примесной модели парные корреляции приводят к сильной температурной зависимости времени рассеяния (без учета вершинных поправок), а именно, $\tau_{ab}(T) \propto T$ в унитарном пределе или $\tau_{ab}(T) \propto 1/T$ в борновском пределе. Авторы работ [90, 91] показали, что экспериментальный факт $\sigma'_{ab}(T) \propto T$ при $T \ll T_c$ может быть объяснен в случае, когда плотность квазичастиц изменяется пропорционально T (что действительно имеет место в d-волновом спаривании), а эффективное время рассеяния квазичастиц $\tau_{ab}(T)$ насыщается при низких T. В работах [90, 91] рассматривались различные возможные физические механизмы температурной и энергетической зависимостей τ_{ab} , которые могут обеспечить требуемое насыщение $\tau_{ab}(T)$ при низких T. Кроме того, как обсуждалось в [92], вершинные поправки также могут модифицировать низкотемпературную проводимость.

Тем не менее микроскопические модели с d-симметрией параметра порядка, предложенные для описания микроволнового отклика, не могут объяснить линейный ход $R_{ab}(T)$ вплоть до $T = T_c/2$ (на частотах ~ 10 ГГц и ниже) в тетрагональных кристаллах ВТСП, наблюдение разных наклонов кривых $\sigma''_{ab}(T)$ при $T \ll T_c$ в кристаллах УВСО и особенностей $\sigma''_{ab}(T)$ в промежуточной области температур (см. табл. 2). Эти экспериментальные факты привлекли внимание многих теоретиков [93-99], относящих их к проявлениям смешанной (d + s)-симметрии параметра порядка. В большинстве работ обсуждаются низкотемпературные вариации лондоновской глубины проникновения. В частности, в [96] учтена анизотропия нормального состояния в (d + s)-модели — реалистичный подход к ВТСП с орторомбическим разупорядочением. При дополнительном введении в модель [96] примесного рассеяния нами были рассчитаны [99] температурные зависимости глубины проникновения $\lambda_{ab}(T)$, которые имели различные наклоны $\Delta \lambda_{ab}(T) \propto T$ при $T < T_{\rm c}/4$ в разных образцах $YBa_2Cu_3O_{6,93}$, а также особенности в $\lambda_{ab}(T)$ в промежуточной области температур $T \sim T_c/2$. Количественное сравнение с экспериментальными данными выполнено в диссертации [15].

5. Влияние псевдощели

В последнее время значительные усилия направлены на изучение природы и свойств псевдощелевых состояний фазовой диаграммы ВТСП, соответствующей меньшей концентрации дырок р на атом меди по сравнению с оптимальным значением $p \approx 0,16$. Происхождение псевдощели остается неясным. Предлагаемые теоретические сценарии могут быть разделены на две группы. Сценарии первой группы основываются на идее, что псевдощель является предвестником сверхпроводимости, когда при некоторой температуре $T^* > T_c$ возникает спаривание, но фазовая когерентность достигается лишь при $T = T_c$. В сценариях, относящихся к другой группе, предполагается, что псевдощелевое состояние не связано со сверхпроводящим как таковым, а, скорее, конкурирует с ним, и обусловлено либо динамическими флуктуациями (спиновыми, зарядовыми или структурными), либо волнами зарядовой плотности с d-симметричным параметром порядка (d-density wave, DDW). В рамках этих подходов трактуются аномалии электронных свойств недодопированных ВТСП, наблюдавшиеся при температурах как выше T_c , так и в ее окрестности [100–103].

По мере приближения к диэлектрической фазе ($p \approx 0.05$) конкуренция псевдощелевого и сверхпроводящего параметров порядка становится наиболее эффективной, что в области $T \ll T_c$ приводит к особенностям в *p*- и *T*-зависимостях плотности сверхпроводящей жидкости $n_s(T, p)$.

В чистом БКШ-сверхпроводнике с d-симметрией щели (DSC) величина $\Delta n_{\rm s}(T) \equiv n_{\rm s}(T) - n_0$ линейно зави-

сит от температуры при $T \ll T_{\rm c}$: $\Delta n_{\rm s}(T) \propto (-T/\varDelta_0)$, где $n_0 \equiv n_{\rm s}(0)$ и $\Delta_0 \equiv \Delta(0)$ — плотность сверхпроводящей жидкости и амплитуда щели при T = 0. Эта зависимость надежно подтверждена измерениями лондоновской глубины проникновения $\lambda_{ab}(T) = \sqrt{m^*/\mu_0 e^2 n_{\rm s}(T)}$ электромагнитного поля, затухающего в купратных аb-плоскостях оптимально допированных ВТСП: $\Delta \lambda_{ab}(T) \propto T$ при $T < T_c/3$ (см. табл. 2). Производная $|dn_s(T)/dT|$ при $T \rightarrow 0$ определяет величину n_0/Δ_0 . Если с уменьшением *p* < 0,16 спектр квазичастиц сверхпроводника по-прежнему определяется термически возбужденными через щель фермионами, то наклон кривых $n_{\rm s}(T)$ при $T \ll T_{\rm c}$ останется пропорциональным величине $n_0(p)/\Delta_0(p)$: $|\mathrm{d}n_{\mathrm{s}}(T)/\mathrm{d}T|_{T
ightarrow 0} \propto n_{0}(p)/\varDelta_{0}(p).$ Из измерений $\lambda_{ab}(0)$ в недодопированных ВТСП известно, что $n_0(p) \propto \lambda_{ab}^{-2}(0)$ возрастает почти линейно при p > 0,08, достигая максимального значения при $p \approx 0,16$ [104, 105].

При уменьшении *p* < 0,16 в ВТСП возрастает роль электронных корреляций и фазовых флуктуаций. В обобщенных ферми-жидкостных (GFL) моделях [106-108] это учитывается через зависящий от р параметр Ландау L(p), в который входит $n_0(p)$. Величины $\Delta_0(p)$ L(p) определяют p-зависимость производной И $|dn_{s}(T)/dT|_{T \to 0} = L(p)/\varDelta_{0}(p)$. В модели [106] отношение $L(p)/\Delta_0(p)$ не зависит от p, а в [107] $L(p)/d_0(p) \propto p^{-2}$. Наклоны кривых $n_{\rm s}(T)$ при $T \to 0$, измеренные в кристаллах [109] и ориентированных порошках [110] УВа₂Си₃О_{7-х} с концентрацией дырок $p \gtrsim 0,1$, либо совсем слабо зависели от p [109], что соответствует [106], либо уменьшались с уменьшением $p \leq 0.16$ [110], что противоречит результатам GFLмоделей [106-108].

Одновременно для объяснения эффекта падения плотности состояний одночастичных возбуждений вблизи уровня Ферми, обнаруженного во многих экспериментах с недодопированными ВТСП при $T \gtrsim T_c$, развивались концепции псевдощели [100-103]. В работе [111] было установлено, что псевдощелевой параметр порядка имеет ту же d-симметрию, что и сверхпроводящий, и влияет на спектр квазичастиц при T < T_c. Это влияние в модели [112], основанной на формировании парных электронных возбуждений с конечным импульсом при $T^* > T_c$, приводит к росту $\Delta_0(p)$, опережающему изменение $n_0(p)$ с понижением p, поэтому следует ожидать уменьшения производной $|\mathrm{d}n_{\mathrm{s}}(T)/\mathrm{d}T|_{T
ightarrow 0} \propto n_{0}(p)/\varDelta_{0}(p)$. Численно рассчитанные в [113] кривые $n_{\rm s}(T,p)/n_0$ демонстрируют последовательные уменьшения своих наклонов при $T \ll T_c$ с понижением концентрации р.

Противоположный характер поведения $|dn_s(T)/dT|$ следует из DDW-сценария псевдощели [114]. В этой модели DDW параметр порядка W(p,T) прямо вводится в квазичастичную зонную структуру. В низкоэнергетической области спектры возбуждений DDW и DSC, состоящие из обычных фермионов, конкурируют между собой при p < 0,2. С уменьшением p DSC-щель $\Delta_0(p)$ постепенно исчезает, тогда как сумма квадратов $\Delta_0^2(p) + W_0^2(p)$ при нулевой температуре остается постоянной [115]. В результате DDW-модель предсказывает рост наклона кривых $n_s(T,p)/n_0$ при низких температурах и p < 0,1.

В то же время, согласно [116], DDW-псевдощель слабо влияет на глубину проникновения поля $\lambda_c(T,p)$ для токов, направленных перпендикулярно плоскостям

CuO₂. Определяющее влияние на $\lambda_c(T, p)$ должно оказывать быстрое уменьшение межслоевого интеграла перекрытия $t_{\perp}(p)$ по мере уменьшения концентрации *p*.

Разделы 5.1, 5.2 посвящены экспериментальной проверке вышеупомянутых теоретических предсказаний.

5.1. Плотность сверхпроводящей жидкости n_s(T, p)

Линейная экстраполяция к $T \to 0$ зависимостей $\lambda_{ab}(T)$ при $T < T_c/3$, приведенных на рис. 12 (штриховые прямые), дает следующие значения $\lambda_{ab}(0)$: 152, 170, 178, 190, 198 нм для p = 0,16, 0,12, 0,106, 0,092, 0,078 соответственно (см. табл. 1). При уменьшении концентрации дырок вдвое (от p = 0,16 до p = 0,078) величина $\lambda_{ab}^{-2}(0) = n_0\mu_0e^2/m^*$ тоже уменьшается приблизительно в два раза [117], как это видно из рис. 15. Похожее поведение $n_0(p) \propto p$ в интервале 0,08 $наблюдалось ранее в экспериментах [104, 105]. Легко видеть, что эта зависимость противоречит правилу Уемуры <math>n_0(p) \propto T_c(p)$ [118].

Насколько нам известно, измерений $n_0(p)$ при p < 0,08 в ВТСП не проводилось. Что касается теоретических предсказаний, линейная зависимость $n_0(p)$ от p продолжается вплоть до p = 0 в модели [106]. В модели DDW [114, 115, 119] $n_0(p) \propto p$ в интервале 0,07 $, где DSC-параметр порядка возрастает от нулевого до максимального значения согласно фазовой диаграмме, представленной на рис. 16, однако <math>n_0(p)$ не обращается в нуль (см. рис. 1 из [119]) при $\Lambda_0(p) \rightarrow 0$, что соответствует данным рис. 15.

На рисунке 15 также приведены полученные из кривых $\lambda_{ab}(T)$ при $T < T_c/3$ (см. рис. 12) зависимости от p наклонов $|d\lambda_{ab}^{-2}(T)/dT|_{T\to 0} \propto |dn_s(T)/dT|_{T\to 0}$. В интервале 0,1 $величина <math>|d\lambda_{ab}^{-2}(T)/dT|$ изменяется слабо, что соответствует выводам [106] и измерениям [109, 110] в YBa₂Cu₃O_{7-x} с концентрацией дырок $p \gtrsim 0,1$. Однако при $p \lesssim 0,1$ происходит резкий рост этой величины: наклон $\lambda_{ab}^{-2}(T)$ увеличивается в 2,5 раза при уменьшении p от 0,12 до 0,08. Сплошная кривая на рис. 15, которая изображает зависимость $|d\lambda_{ab}^{-2}(T)/dT| \propto p^{-2}$, согласуется с результатом [107] при $p \leq 0,12$. Пунктирная кривая на рис. 15, проведенная через все эксперимен-



Рис. 15. Значения $\lambda_{ab}^{-2}(0) = n_0 \mu_0 e^2/m^*$ (правая шкала) и наклоны $|d\lambda_{ab}^{-2}(T)/dT|_{T\to 0} = \mu_0 e^2/m^* |dn_s(T)/dT|_{T\to 0}$ (левая шкала) как функции $p = 0,16 - \sqrt{(1 - T_c/T_{c,max})/82,6}$ с $T_{c,max} = 92$ К в УВа₂Си₃O_{7-x}. Уровни погрешностей соответствуют экспериментальной точности. Штриховая и пунктирная кривые проведены на глаз. Сплошная кривая — зависимость $|dn_s(T)/dT| \propto p^{-2}$.



Рис. 16. Схематическая фазовая T-p-диаграмма ВТСП в DDWмодели псевдощели, основанная на расчетах [120]. АF — трехмерная антиферромагнитная фаза. Система является изолятором в AF-состоянии, металлом в DDW- и DDW + AF-состояниях и сверхпроводником в DSC- и DDW + DSC-состояниях.

тальные значения $|d\lambda_{ab}^{-2}(T)/dT|$, отражает поведение этой величины в DDW-модели [115, 119].

Другим подтверждением этой концепции псевдощели служит изменение температурной зависимости плотности сверхпроводящей жидкости $\Delta n_{\rm s}(T)$ при низких T в сильно недодопированном YBa₂Cu₃O_{7-x}. Представленные в нормированном виде $\lambda_{ab}^2(0)/\lambda_{ab}^2(T) = n_s(T)/n_0$ данные рис. 12 при T < T_c/2 приведены на рис. 17а для всех состояний кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x} с разными *р* (символы). Сплошной кривой изображена зависимость $n_{\rm s}(T)/n_0$ в DSC. Явной особенностью сильно недодопированных состояний (p = 0,078 и p = 0,092) является вогнутость кривых $n_{\rm s}(T)/n_0$ на фоне DSC-зависимости и кривых $n_{\rm s}(T)/n_0$ для состояний с p = 0.16, p = 0.12 и p = 0,106. Следует отметить, что эта особенность слабо зависит от значений $\lambda_{ab}(0)$. Это продемонстрировано на вставке рис. 17а, где экспериментальные данные $n_s(T)/n_0$ для p = 0.092 (треугольники) сравниваются с полученными путем увеличения (светлые звезды) и уменьшения (темные звезды) $\lambda_{ab}(0)$ на 40 нм — величину, значительно превосходящую экспериментальную погрешность (~ 5 нм) определения $\lambda_{ab}(0)$.

Поведение $n_s(T)/n_0$ на рис. 17а противоречит выводам, следующим из концепции псевдощели [113] как предвестника сверхпроводимости, но согласуется с DDW-сценарием [115]. Согласно [115], при температурах, намного меньших характерных значений энергий W_0 и Δ_0 , лишь узловые области поверхности Ферми вблизи точек ($\pi/2, \pi/2$) и симметричных им отвечают за подавление сверхпроводящей плотности. Расширение окрестности этих точек приводит к линейной температурной зависимости $n_{s}(T)$ в оптимально и умеренно допированных образцах ВТСП в довольно широкой области низких температур. Для таких концентраций p, при которых Δ_0 больше или сравнима с W_0 (см. рис. 16), параметр W_0 играет второстепенную по отношению к Д₀ роль в температурной зависимости плотности сверхпроводящей жидкости. Однако для сильно недодопированных образцов картина резко отличается. Поскольку в этих



Рис. 17. (а) Зависимости $\lambda_{ab}^2(0)/\lambda_{ab}^2(T) = n_s(T)/n_0$ при $T < T_c/2$ в УВа₂Си₃O_{7-x} с разными уровнями допирования. Сплошная кривая — зависимость $\lambda_{ab}^2(0)/\lambda_{ab}^2(T)$ в чистом БКШ-d-волновом сверхпроводнике (DSC). На вставке приведены экспериментальная кривая $n_s(T)/n_0$ для p = 0,092 (треугольники) и кривые, построенные с увеличенными (светлые звезды) и уменьшенными (темные звезды) на 40 нм значениями $\lambda_{ab}(0)$. (б) Сравнение экспериментальных кривых $\lambda_{ab}^{-2}(T) \propto n_s(T)$ (символы) с линейной $\Delta \lambda_{ab}^{-2}(T) \propto (-T)$ (штриховые прямые) и корневой $\Delta \lambda_{ab}^{-2}(T) \propto (-\sqrt{T})$ (сплошные кривые) зависимостями в умеренно допированном (p = 0,106, x = 0,33) и сильно недодопированных (p = 0,092, x = 0,40; p = 0,078, x = 0,47) кристаллах УВа₂Си₃O_{7-x}.

образцах DDW-щель намного больше сверхпроводящей, *W*₀ становится доминирующей вокруг узлов поверхности Ферми. Хотя при асимптотически низких температурах $n_{\rm s}(T)$ по-прежнему остается линейной функцией T, возникает промежуточная область температур, в которой $n_s(T)$ ведет себя как \sqrt{T} . Особо подчеркнем, что авторы [115] утверждают, что эти особенности не зависят от конкретного функционального вида $W_0(p)$ и $\Delta_0(p)$. Единственным необходимым условием является существование DDW-упорядочения, разрушающегося с ростом р, и одновременное развитие DSC: DDW "съедает" часть сверхпроводящей жидкости из чистой во всех других отношениях DSC-системы. Действительно, в промежуточном интервале температур 0,1 $T_{\rm c} < T \lesssim 0,5 \, T_{\rm c}$ экспериментальные зависимости $n_{\rm s}(T)$ в YBa₂Cu₃O_{6,60} и $YBa_2Cu_3O_{6,53}$ при p < 0,1 нелинейны и близки к корневым. Это видно из рис. 176, где измеренные кривые $\lambda_{ab}^{-2}(T) \propto n_{\rm s}(T)$ сравниваются с линейной ($\propto T$) в (p = 0, 106)YBa₂Cu₃O_{6,67} √*T*-зависимостями И $\Delta \lambda_{ab}^{-2}(T) = -3\sqrt{T}$ (λ_{ab} и T выражены в микронах и градусах Кельвина) в $YBa_2Cu_3O_{6,60}$ (p = 0,092) и $\Delta \lambda_{ab}^{-2}(T) = -3.5\sqrt{T}$ в YBa₂Cu₃O_{6.53} (p = 0.078). Штриховые прямые на рис. 176 соответствуют линейной экстраполяции в область высоких температур кривых $\lambda_{ab}(T)$ при $T < T_c/3$, приведенных на рис. 12.

Особенности $\lambda_{ab}^{-2}(T)$ при p < 0,1 на рис. 17 сопровождаются возникновением изгибов в области $T \sim 100$ К у двух нижних кривых сопротивления $\rho_{ab}(T)$ кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x} при x = 0,40 и x = 0,47 на рис. 9, а эволюция зависимостей $\rho_c(T)$ с изменением x коррелирует с температурным поведением мнимой части проводимости вдоль *c*-оси $\sigma_c''(T,p) = \lambda_c^{-2}(T,p)/\omega\mu_0$.

5.2. Глубина проникновения $\lambda_{c}(T, p)$

На рисунке 18а темными символами изображены зависимости $\lambda_c^2(0)/\lambda_c^2(T) = \sigma_c''(T)/\sigma_c''(0)$ при $T \leq T_c/2$ для трех состояний кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x} при $T_c = 92$ K,

 $T_{\rm c} = 70$ К и $T_{\rm c} = 41$ К [121]. В таблице 1 приведены значения глубины проникновения $\lambda_c(0)$ при T = 0 и показатели степени α измеренных функций $\lambda_c(T) - \lambda_c(0) = \Delta \lambda_c(T) \propto T^{\alpha}$ при $T \leq T_c/3$. Кривые $\lambda_{ab}^2(0)/\lambda_{ab}^2(T)$ (светлые кружки на рис. 18а) и $\lambda_c^2(0)/\lambda_c^2(T)$ совпадают в оптимально допированном (x = 0,07, p = 0,16) кристалле YBa₂Cu₃O_{6.93}, как и должно быть в анизотропном 3D-сверхпроводнике [39]. С уменьшением p наклоны кривых $\lambda_c^2(0)/\lambda_c^2(T)$ при $T < T_c/3$ заметно уменьшаются. В модели [63] такое поведение $\sigma_c''(T,p)$ отвечает уменьшению интеграла перекрытия $t_{\perp}(p)$ между купратными плоскостями (сплошная и штриховая кривые на рис. 18а — численные расчеты [63] при p = 0,16 и $p \sim 0,1$ соответственно) и коррелирует с переходом при $T > T_{c}$ от друдевской (p = 0.16) проводимости вдоль *с*-оси к прыжковой (p < 0,16).

Итак, низкотемпературные зависимости $\lambda_c(T)$ достаточно хорошо описываются без учета псевдощелевых эффектов. Рассмотрим теперь возможные проявления псевдощели в зависимости $\lambda_c(p)$.

На вставке рис. 18а обратное значение $1/\lambda_c(0, p)$ глубины проникновения при T = 0 линейно зависит от p и, в отличие от $n_0(p)$ (см. рис. 15), обращается в нуль при $p \approx 0.07$, когда $T_c \rightarrow 0$ (см. рис. 16).

Имеется несколько теоретических моделей [63, 123] и экспериментальных подтверждений [124] прямой пропорциональности величин $\lambda_c^{-2}(0)$ и $\sigma_c(T_c)$ в ВТСП. В простейшем случае эта корреляция следует из соотношения $\lambda_c^{-2} \propto J_c$, где J_c — критический ток вдоль *c*-оси в d-волновом сверхпроводнике с анизотропным межплоскостным рассеянием и слабой межплоскостной связью. Величина $J_c(0)$ определяется как сверхпроводящей щелью Δ_0 , так и проводимостью $\sigma_c(T_c)$. Экспериментальные точки на вставке в нижней части рис. 186 соединены штриховой линией $\log \lambda_c(0) =$ $= -0.5 \log \sigma_c(T_c) + 2.1$ (размерность λ_c — [МкМ], σ_c — [Ом⁻¹ м⁻¹]). Константа 2,1 определяет коэффициент



Рис. 18. (а) Зависимости $\lambda_{ab}^2(0)/\lambda_{ab}^2(T)$ (светлые символы) в YBa₂Cu₃O_{6,93} и $\lambda_c^2(0)/\lambda_c^2(T)$ (темные символы) для трех состояний кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x} с $T_c = 92$, 70, 41 К. Сплошная и штриховая кривые — зависимости $\lambda_c^2(0)/\lambda_c^2(T)$, рассчитанные в [63] для YBa₂Cu₃O_{7-x} с разным кислородным дефицитом. На вставке представлена $1/\lambda_c$ при T = 0 как функция p. (б) Зависимости $\lambda_c^2(p)/\lambda_c^2(0,16)$ при T = 0 и $\sigma_c(p)/\sigma_c(0,16)$ при $T = T_c$; их отношение $U_0(p)/U_0(0,16)$ показано на верхней вставке; на нижней вставке — зависимость $\lambda_c(0)$ от $\sigma_c(T_c)$.

пропорциональности $U_0(p)$ в соотношении $\lambda_c^{-2}(0,p) =$ $= U_0(p) \sigma_c(T_c, p)$. Значения $\lambda_c^2(0, 16) / \lambda_c^2(p)$ при T = 0 и $\sigma_c(p) / \sigma_c(0,16)$ при $T = T_c$ в интервале 0,07приведены на рис. 186, а их отношение $U_0(p)/U_0(0,16)$ на вставке в верхней части рис. 18б. В модели DDW величина $U_0(p)$ определяется *p*-зависимостями $\Delta_0(p)$, $W_0(p)$ и химического потенциала $\mu(p)$. Как показано в [116], открытие DDW-щели может привести как к увеличению, так и к уменьшению $U_0(p)$ в зависимости от расположения поверхности Ферми относительно DDW-щели, но в любом случае коэффициент $U_0(p)$ изменяется меньше, чем вдвое в интервале 0,07 < p < 0,16. Это соответствует экспериментальным данным, приведенным на рис. 18б. Следовательно, DDW-псевдощель практически не влияет на зависимость $\lambda_c(0, p)$. Поведение $\lambda_c(0,p)$ определяется сильным уменьшением интеграла перекрытия $t_{\perp}(p) \propto \sigma_c(T_c, p)$ с уменьшением pв YBa₂Cu₃O_{7-x} [125], что проявляется в изменении величины $\sigma_c(p)/\sigma_c(0,16)$ на два порядка при $T = T_c$ (рис. 186).

6. Заключение

Прежде всего сформулируем результаты рассмотренных в настоящем обзоре микроволновых исследований кристаллов ВТСП.

Прецизионные измерения температурных зависимостей поверхностного импеданса в *ab*-плоскостях оптимально допированных ВТСП позволяют сделать общий вывод — ферми-жидкостный подход, учитывающий сильное электрон-фононное взаимодействие и анизотропию параметра порядка, является достаточным для описания основных экспериментальных фактов, каковыми являются:

— линейный ход удельного сопротивления $\Delta \rho_{ab}(T) \propto T$ при $T > T_{\rm c}$ (электрон-фононное взаимодействие);

— отсутствие характерного для классических сверхпроводников когерентного пика в действительной части микроволновой проводимости $\sigma'_{ab}(T)$ при $0.8 < T < T_c$ (сильная связь);

— линейные зависимости $\Delta \lambda_{ab}(T) \propto T$ и $\Delta R_{ab}(T) \propto T$ при $T < T_c/4$ (доминирующий вклад d-компоненты параметра порядка);

— различающиеся наклоны кривых $\lambda_{ab}(T)$ при $T \ll T_c$ и их перегиб в области $T \sim T_c/2$ в кристаллах YBa₂Cu₃O_{6,93} (указание на (d + s)-симметрию сверхпроводящей щели, подтвержденное расчетами $\lambda_{ab}(T)$ в модели смешанной симметрии параметра порядка ВТСП).

В отсутствие детальной микроскопической теории мы показали, что в рамках обобщенной двухжидкостной модели, учитывающей процессы рассеяния квазичастиц, неоднородное уширение сверхпроводящего перехода и пропорциональное температуре изменение плотности сверхпроводящих носителей, хорошо описываются все особенности температурных зависимостей импеданса и проводимости в *ab*-плоскостях кристаллов ВТСП разного химического состава.

Экспериментально установлено, что условие нормального скин-эффекта, $R_{ab}(T) = X_{ab}(T)$ при $T > T_c$, выполняется в оптимально допированных кристаллах YBCO, TBCCO и BSCCO, но нарушается в TBCO. Рассмотрена возможная причина этого нарушения экранирование микроволнового магнитного поля шероховатостями поверхности кристалла TBCO, образованными следами плоскостей спайности на его поверхности.

Показано, что большие остаточные потери в ВТСП $R_{\rm res} = R(T \rightarrow 0) \sim 100$ мкОм (на частотах ~ 10 ГГц), в десятки раз превышающие величину $R_{\rm res}$ в классических сверхпроводниках, могут быть обусловлены слоистой структурой ВТСП, когда в поверхностном слое кристалла возникает ток и в несверхпроводящей части слоя, обладающей небольшим, но конечным удельным сопротивлением.

Установлено, что оптимально допированный кристалл YBCO является 3D-анизотропным металлом: обе компоненты сопротивления, $\rho_{ab}(T)$ и $\rho_c(T)$ увеличиваются с ростом $T > T_c$ и значения $\sigma_c(T) = 1/\rho_c(T)$ в нормальном состоянии YBCO (в отличие от BSCCO) превышают минимальный предел *c*-проводимости ани-

зотропного 3D-металла. Обнаружено, что незначительное уменьшение количества кислорода (7 - x) в YBa₂Cu₃O_{7-x} по сравнению с оптимальным уровнем приводит к кроссоверу от 3D-металлической проводимости к 2D-друдевской проводимости в слоях CuO₂ и туннельной проводимости между этими слоями. Из найденного численного критерия следует, что кроссовер 3D-2Dнаступает при достижении значения $\rho_c \rho_{ab} \approx 10^{-6} \text{ Ом}^2 \text{ см}^2$. Измеренные при разных *x* кривые $\rho_c(T)$ хорошо описываются в поляронной модели прыжкового с-транспорта квазичастиц, учитывающей сильное электрон-фононное взаимодействие в купратных плоскостях.

Исследовано поведение плотности $n_{\rm s}(T,p) \propto \sigma''_{ab}(T,p)$ сверхпроводящей жидкости кристалла YBa₂Cu₃O_{7-x}, в котором уровень допирования кислородом х варьировался от 0,07 до 0,47, что соответствует изменению концентрации дырок р, приходящихся на атом меди в плоскости CuO₂, в интервале 0.16 > p > 0.07. Обнаружено, что, во-первых, при $T \to 0$ плотность $n_{\rm s}(0,p)$ линейно возрастает с увеличением $p, n_{\rm s}(0,p) \propto p$, вовторых, наклон кривых $n_{\rm s}(T,p)$ при $T \ll T_{\rm c},$ слабо зависящий от p в области 0,16 > p > 0,10, значительно увеличивается при дальнейшем уменьшении р и, в-третьих, этот рост наклона сопровождается переходом от линейной температурной зависимости $n_{\rm s}(T,p) \propto (-T)$ при $T < T_{\rm c}/3$ к корневой $n_s(T, p) \propto (-\sqrt{T})$. Все три экспериментальных факта подтверждают выводы DDW-модели псевдощели в ВТСП. Экспериментально доказано, что особенности температурного поведения мнимой части с-проводимости $\sigma_c''(T,p)$ при $T \ll T_c$ определяются не влиянием DDW-псевдощели, а быстрым уменьшением межслоевого интеграла перекрытия по мере понижения концентрации р.

Несмотря на то, что перечисленные результаты актуальны в современной проблематике ВТСП, они не охватывают двух явно неразработанных в мировой практике направлений исследований, существенных для понимания механизма высокотемпературной сверхпроводимости, а именно:

1) исследования при сверхнизких температурах (как бы это ни было странно для высокотемпературных сверхпроводников).

Линейный в интервале 2 < T < 25 К температурный ход глубины проникновения поля в *ab*-плоскости оптимально допированных кристаллов ВТСП не может простираться до очень близких к абсолютному нулю температур — это противоречило бы третьему закону термодинамики [126]. Как изменится эта зависимость при T < 2 К — неизвестно.

Окончательный выбор модели псевдощели требует измерений плотности $n_s(T)$ при температурах T < 2 K, причем в высококачественных образцах с малыми концентрациями носителей, попадающими в область перехода сверхпроводник – диэлектрик фазовой диаграммы ВТСП;

2) исследования в сверхсильных магнитных полях.

До сих пор нигде в мире не проводилось прецизионных измерений поверхностного импеданса и проводимости кристаллов ВТСП в магнитных полях H > 15 Тл, и, следовательно, гораздо более точные по сравнению с ARPES (angle-resolved photoemission spectroscopy фотоэмиссионная спектроскопия с разрешением по углам) высокочастотные методы исследования фермиповерхности еще только ждут своего применения. Они потребуют создания новой методики микроволновой спектроскопии, основанной на использовании диэлектрических резонаторов (например из монокристаллического сапфира), имеющих на сверхвысоких частотах самую большую из всех известных резонансных систем добротность в широком диапазоне температур независимо от значения магнитного поля.

На этом пути нас ждут интересные открытия, и, повидимому, дальнейшие исследования микроволнового отклика ВТСП будут развиваться в указанных двух направлениях.

Я благодарен Ю.А. Нефедову, А.Ф. Шевчуну и А.М. Шуваеву за плодотворное сотрудничество и творческое отношение к делу, В.Ф. Гантмахеру за всестороннюю поддержку, А.А. Голубову и Е.Г. Максимову за многочисленные полезные обсуждения затронутых здесь вопросов.

Исследования ведутся при финансовой поддержке РФФИ (проект 03-02-16812) и научных программ РАН.

Список литературы

- 1. Bardeen J, Cooper L N, Schrieffer J R Phys. Rev. 108 1175 (1957)
- 2. Xie Y B Phys. Rev. B 45 11375 (1992)
- Trunin M R, Golubov A A, in Spectroscopy of High-T_c Superconductors. A Theoretical View (Ed. N M Plakida) (London: Taylor & Francis, 2003) p. 159
- 4. Mao J et al. Phys. Rev. B 51 3316 (1995)
- 5. Srikanth H et al. J. Phys. Chem. Solids 59 2105 (1998)
- 6. Nefyodov Yu A et al. Phys. Rev. B 67 144504 (2003)
- 7. Hosseini A et al. Phys. Rev. Lett. 81 1298 (1998)
- 8. Jacobs T et al. Phys. Rev. Lett. 75 4516 (1995)
- 9. Shibauchi T et al. *Physica C* **264** 227 (1996)
- 10. Lee S-F et al. Phys. Rev. Lett. 77 735 (1996)
- 11. Shovkun D V et al. Письма в ЖЭТФ 71 132 (2000)
- 12. Жуков А А и др. ЖЭТФ **112** 2210 (1997)
- 13. Broun D M et al. Phys. Rev. B 56 R11443 (1997)
- 14. Waldram J R et al. Phys. Rev. B 59 1528 (1999)
- Нефедов Ю А, Дисс. ... канд. физ.-мат. наук (Черноголовка: ИФТТ РАН, 2003)
- 16. Bonn D A et al. Phys. Rev. Lett. 68 2390 (1992)
- 17. Bonn D A et al. Phys. Rev. B 47 11314 (1993)
- 18. Bonn D A et al. Phys. Rev. B 50 4051 (1994)
- 19. Kitano H et al. Phys. Rev. B 51 1401 (1995)
- 20. Трунин М Р и др. Письма в ЖЭТФ 65 893 (1997)
- 21. Srikanth H et al. Phys. Rev. B 55 R14733 (1997)
- 22. Srikanth H et al. Phys. Rev. B 57 7986 (1998)
- 23. Kamal S et al. *Phys. Rev. B* **58** R8933 (1998)
- 24. Hosseini A et al. Phys. Rev. B 60 1349 (1999)
- 25. Quinlan S M, Scalapino D J, Bulut N *Phys. Rev. B* **49** 1470 (1994)
- Элиашберг Г М ЖЭТФ 38 966 (1960); Письма в ЖЭТФ 48 275 (1988)
- 27. Pickett W E J. Supercond. 4 397 (1991)
- 28. Гинзбург В Л, Максимов Е Г Сверхпроводимость: физ., хим.,
- *техн.* **5** 1543 (1992)
- 29. Golubov A A et al. J. Phys. I (France) 6 2275 (1996)
- 30. Bille A, Scharnberg K J. Phys. Chem. Solids **59** 2110 (1998) 31. Varma C M et al. Phys. Rev. Lett. **63** 1996 (1989)
- 31. Varma C M et al. *Phys. Rev. Lett.* **63** 1996 (1989) 32. Abrahams E *J. Phys. I* (France) **6** 2191 (1996)
- 32. Abrahams E J. Phys. I (France) 6 2191 (1996)
- 33. Anderson P W *Physica C* **185–189** 11 (1991)
- Anderson P W The Theory of Superconductivity in the High-T_c Cuprates (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1997)
- 35. Lee P A Phys. Rev. Lett. 71 1887 (1993)
- 36. Hensen S et al. Phys. Rev. B 56 6237 (1997)
- 37. Трунин М Р и др. Письма в ЖЭТФ 64 783 (1996)
- 38. Fink H J Phys. Rev. B 58 9415 (1998)
- Xiang T, Panagopoulos C, Cooper J R Int. J. Mod. Phys. B 12 1007 (1998)
- 40. Sridhar S, Kennedy W L Rev. Sci. Instrum. 59 531 (1988)
- Трунин М Р УФН 168 931 (1998); Trunin M R J. Supercond. 11 381 (1998)

- 42. Brandt E H, Mikitik G P Phys. Rev. Lett. 85 4164 (2000)
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М Электродинамика сплошных сред (М.: Физматлит, 1982)
- 44. Maeda A et al. J. Low Temp. Phys. 105 323 (1996)
- 45. Kitano H, Hanaguri T, Maeda A Phys. Rev. B 57 10946 (1998)
- 46. Bonn D A et al. J. Phys. Chem. Solids 56 1941 (1995)
- 47. Asaoka H et al. Jpn. J. Appl. Phys. 32 1091 (1993)
- 48. Gough G E, Exon N J Phys. Rev. B 50 488 (1994)
- 49. Trunin M R et al. J. Supercond. 14 181 (2001)
- 50. Erb A, Walker E, Flükiger R Physica C 258 9 (1996)
- 51. Meingast C et al. Phys. Rev. Lett. 67 1634 (1991)
- 52. Panagopoulos C et al. Phys. Rev. Lett. 79 2320 (1997)
- 53. Nefyodov Yu A, Trunin M R Physica C 388-389 469 (2003)
- 54. Tallon J L et al. Phys. Rev. B 51 12911 (1995)
- 55. Shibauchi T et al. *Physica C* **203** 315 (1992)
- 56. Achkir D et al. Phys. Rev. B 48 13184 (1993)
- 57. Shibauchi T et al. J. Phys. Soc. Jpn. 65 3266 (1996)
- 58. Shibauchi T et al. Phys. Rev. Lett. 72 2263 (1994)
- 59. Kusko C et al. Phys. Rev. B 65 132501 (2002)
- 60. Ovchinnikov Yu N, Kresin V Z Phys. Rev. B 65 214507 (2002)
- 61. Трунин М Р *Письма в ЖЭТФ* 72 845 (2000)
- Менде Ф Ф, Спицын А И Поверхностный импеданс сверхпроводников (Киев: Наукова думка, 1985)
- 63. Radtke R J, Levin K *Physica C* **250** 282 (1995); Rojo A G, Levin K *Phys. Rev. B* **48** 16861 (1993)
- 64. Kumar N, Jayannavar A M Phys. Rev. B 45 5001 (1992)
- 65. Ioffe L B et al. Phys. Rev. B 47 8936 (1993)
- 66. Graf M J, Rainer D, Sauls J A Phys. Rev. B 47 12089 (1993)
- 67. Turlakov M, Leggett A J Phys. Rev. B 63 064518 (2001)
- 68. Turlakov M. cond-mat/0111136
- 69. Трунин М Р, Нефедов Ю А Письма в ЖЭТФ 77 696 (2003)
- Ho A F, Schofield A J, cond-mat/0211675; *Phys.Rev. B* 71 045101 (2005): cond-mat/0407059
- 71. Ланг И Г, Фирсов Ю А ЖЭТФ **43** 1843 (1962)
- 72. Holstein T Ann. Phys. (New York) 8 343 (1959)
- 73. Trunin M R, Nefyodov Yu A, Fink H J ЖЭТФ 118 923 (2000)
- 74. Fink H J, Trunin M R *Physica B* 284–288 923 (2000); Fink H J *Phys. Rev. B* 61 6346 (2000); Fink H J, Trunin M R *Phys. Rev. B* 62 3046 (2000)
- 75. Gorter G J, Casimir H Phys. Z. 35 963 (1934)
- 76. Turneaure J P, Halbritter J, Schwettman H A J. Supercond. 4 341 (1991)
- 77. Hein M, Kaiser T, Müller G Phys. Rev. B 61 640 (2000)
- 78. Hylton T L, Beasley M R Phys. Rev. B 39 9042 (1989)
- 79. Portis A M, Cooke D W Supercond. Sci. Technol. 5 S395 (1992)
- 80. Halbritter J J. Appl. Phys. 68 6315 (1990); 71 339 (1992)
- Vendik O G, Kozyrev A B, Popov A Yu *Rev. Phys. Appl.* (France) 25 255 (1990)
- Вендик О Г и др. Сверхпроводимость: физ., хим., техн. 3 2133 (1990)
- 83. Eliashberg G M, Klimovitch G V, Rylyakov A V J. Supercond. 4 393 (1991)
- 84. Dolgov O V et al. Solid State Commun. 89 827 (1994)
- Millis A J, Monien H, Pines D *Phys. Rev. B* 42 167 (1990); Monien H, Monthoux P, Pines D *Phys. Rev. B* 43 275 (1991); Monthoux P, Balatsky A V, Pines D *Phys. Rev. B* 46 14803 (1992)

- Hirschfeld P J, Putikka W O, Scalapino D J Phys. Rev. Lett. 71 3705 (1993); Phys. Rev. B 50 10250 (1994)
- Abrikosov A A *Physica C* 214 107 (1993); 222 191 (1994); 244 243 (1995)
- 88. Santi G et al. *Physica C* **259** 253 (1996)
- 89. Kamimura H et al. Phys. Rev. Lett. 77 723 (1996)
- 90. Hettler M H, Hirschfeld P J Phys. Rev. B 61 11313 (2000)
- 91. Berlinsky A J et al. Phys. Rev. B 61 9088 (2000)
- 92. Durst A C, Lee P A Phys. Rev. B 62 1270 (2000)
- 93. Combescot R, Leyronas X Phys. Rev. Lett. 75 3732 (1995)
- O'Donovan C, Carbotte J P Phys. Rev. B 52 4568 (1995); 55 8520 (1997)
- 95. Kim H, Nicol E J *Phys. Rev. B* **52** 13576 (1995)
- Béal-Monod M T, Maki K Phys. Rev. B 53 5775 (1996); 55 1194 (1997)
- 97. Pokrovsky S V, Pokrovsky V L Phys. Rev. B 54 13275 (1996)
- 98. Modre R, Schürrer I, Schachinger E Phys. Rev. B 57 5496 (1998)
- 99. Nefyodov Yu A et al. *Physica B* **284–288** 919 (2000)
- 100. Timusk T, Statt B Rep. Prog. Phys. 62 61 (1999)
- 101. Tallon J L, Loram J W Physica C 349 53 (2001)
- 102. Садовский М В УФН 171 539 (2001)
- 103. Norman M R, Pépin C Rep. Prog. Phys. 66 1547 (2003)
- 104. Loram J W et al. J. Phys. Chem. Solids 62 59 (2001)
- 105. Bernhard C et al. Phys. Rev. Lett. 86 1614 (2001)
- 106. Lee P A, Wen X-G Phys. Rev. Lett. 78 4111 (1997)
- 107. Millis A J et al. J. Phys. Chem. Solids 59 1742 (1998)
- 108. Ioffe L B, Millis A J J. Phys. Chem. Solids 63 2259 (2002)
- 109. Bonn D A et al. Czech. J. Phys. 46 3195 (1996)
- 110. Panagopoulos C, Cooper J R, Xiang T Phys. Rev. B 57 13422 (1998)
- 111. Ding H et al. Nature 382 51 (1996)
- 112. Kosztin I et al. Phys. Rev. B 61 11662 (2000)
- 113. Stajic J et al. Phys. Rev. B 68 24520 (2003)
- 114. Chakravarty S et al. Phys. Rev. B 63 094503 (2001)
- 115. Tewari S et al. Phys. Rev. B 64 224516 (2001)
- 116. Kim W et al. Phys. Rev. B 65 064502 (2002)
- Trunin M R, Nefyodov Yu A, Shevchun A F *Phys. Rev. Lett.* 92 067006 (2004)
- 118. Uemura Y J *Physica C* **282–287** 194 (1997)
- 119. Wang Q-H, Han J H, Lee D-H Phys. Rev. Lett. 87 077004 (2001)
- 120. Nayak C, Pivovarov E Phys. Rev. B 66 064508 (2002)
- 121. Trunin M R, Nefyodov Yu A, Shevchun A F Supercond. Sci. Technol. 17 1082 (2004)
- 122. Radtke R J, Kostur V N, Levin K Phys. Rev. B 53 R522 (1996)
- Hirschfeld P J, Quinlan S M, Scalapino D J Phys. Rev. B 55 12742 (1997); Chakravarty S, Kee H-Y, Abrahams E Phys. Rev. Lett. 82 2366 (1999); Ohashi Y J. Phys. Soc. Jpn. 69 659 (2000)
- 124. Basov D N et al. *Phys. Rev. B* 50 3511 (1994); Kirtley J R et al. *Phys. Rev. Lett.* 81 2140 (1998); Dordevic S V et al. *Phys. Rev. B* 65 134511 (2002)
- 125. Nyhus P et al. Phys. Rev. B 50 13898 (1994)
- 126. Schopohl N, Dolgov O V Phys. Rev. Lett. 80 4761 (1998);
 Volovik G E Phys. Rev. Lett. 81 4023 (1998); Hirschfeld P J, Li M-R, Wölfle P Phys. Rev. Lett. 81 4024 (1998)

Conductivity anisotropy and pseudogap in the microwave response of high- T_c superconductors

M.R. Trunin

Institute of Solid State, Russian Academy of Sciences, 142432 Chernogolovka, Moscow Region, Russian Federation Tel. (7-095) 993-47 47 (229 42). Fax (7-252) 49701 E-mail: trunin@issp.ac.ru

Results on the temperature dependence of the surface impedance Z(T) = R(T) + iX(T) and conductivity $\sigma(T)$ in the *ab*-plane and along the *c*-axis of high temperature superconductors (HTSCs) are critically reviewed. An electrodynamic method for extracting all components of the $\hat{\sigma}(T)$ and $\hat{Z}(T)$ tensors from microwave data is discussed. Attention is focused on the way $\hat{Z}(T)$ and in a YBA₂Cu₃O_{7-x} crystal evolve with oxygen doping. Possible mechanisms for conductivity are discussed within the models of normal, superconducting and pseudogap HTSCs.

PACS numbers: 74.20.De, 74.25.Dw, 74.25.Fy, 74.25.Nf, **74.72.**–h Bibliography — 126 references Uspekhi Fizicheskikh Nauk **175** (10) 1017–1037 (2005)

Received 7 April 2005 Physics–Uspekhi **48** (10) (2005)