

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт физики твердого тела им. Ю. А. Осипьяна
Российской академии наук

На правах рукописи

Гаврилов Сергей Сергеевич

НОВЫЕ КОЛЛЕКТИВНЫЕ СОСТОЯНИЯ ПОЛЯРИТОНОВ

1.3.8. – Физика конденсированного состояния

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Черноголовка – 2021

Оглавление

Введение	5
Глава 1. Параметрическое рассеяние	14
1.1. Поляритоны в резонансном электромагнитном поле (обзор) . . .	14
1.2. Боголюбовские квазичастицы. Постановка задачи о рассеянии . .	23
1.3. Режим с обострением	28
1.3.1. Накопление энергии	30
1.3.2. Многомодовая неустойчивость	32
1.4. Эксперименты	35
1.4.1. Динамика рассеяния на масштабе сотен пикосекунд . . .	35
1.4.2. Самоорганизация в локализованной системе	38
1.4.3. Параметрическое рассеяние вблизи “магического угла” (ретроспективный обзор)	40
1.5. Макроскопическое петлевое рассеяние	44
1.5.1. Резонансный отклик поляритонов в квадратной мезе . . .	44
1.5.2. Обратное рассеяние и автоколебания	47
1.5.3. Выводы и перспективы	53
1.6. Краткие итоги	54
Глава 2. Нарушение спиновой симметрии	56
2.1. Спиновая мультистабильность поляритонов (обзор)	56
2.2. Спонтанное нарушение спиновой симметрии	59
2.3. Эксперименты	62
2.4. Инверсия спина поляритонов в магнитном поле	67
2.5. Спиновые текстуры	73
2.6. Поляризованные солитоны	77

2.7.	Влияние резервуара долгоживущих экситонов на эффекты мультстабильности	80
2.8.	Краткие итоги	84
Глава 3.	Переход к хаосу и вторичное упорядочение	85
3.1.	Турбулентность в оптике (обзор)	85
3.2.	Петлевой механизм взаимодействия спинов	87
3.3.	Автоколебания и динамический хаос	92
3.4.	Статические решения с нарушенной пространственной симметрией	98
3.5.	Диполярная спиновая цепочка	102
3.6.	Химерные состояния	105
3.7.	Краткие итоги	109
Глава 4.	Вихри и темные солитоны	111
4.1.	Квантованные вихри в поляритонных системах (обзор)	111
4.2.	Топологически нетривиальные мультстабильные состояния	116
4.3.	Фазовые домены, солитоны и вихри	122
4.4.	Вихревые диполи и филаменты	126
4.5.	Краткие итоги и общие замечания	132
Глава 5.	Акустооптические явления	135
5.1.	Введение и обзор	135
5.2.	Переключение состояний мультстабильного конденсата с помощью пикосекундных акустических импульсов	136
5.2.1.	Двусторонние переходы между ветвями устойчивости в скалярной системе	136
5.2.2.	Экспериментальное наблюдение перехода в верхнее устойчивое состояние	146
5.2.3.	Переходы между состояниями с нарушенной спиновой симметрией	149

5.3. Поверхностные акустические волны и эффекты статической модуляции энергии экситонов: сводка результатов	157
5.4. Краткие итоги	161
Заключение	163
Список публикаций	165
Цитированная литература	169

Введение

Поляритоны — частицы, представляющие собой смешанные состояния света и вещества. Они возникают, когда фотоны и электронные возбуждения в кристалле — например, связанные электрон-дырочные пары, или экситоны — превращаются друг в друга с высокой частотой и становятся неразличимыми [1]. Экситонные поляритоны, движение которых ограничено одним или двумя измерениями [2–4], привлекают интерес в связи с возможностью формирования когерентных состояний, обладающих дальним порядком. В частности, с понижением температуры поляритоны образуют конденсат Бозе-Эйнштейна, излучающий когерентный свет [5]. В условиях сильной экситон-фотонной связи возможен и обратный процесс, когда свет, поглощающийся в веществе, создает когерентное поляритонное состояние — неравновесный аналог бозе-конденсата [6–8].

Интерес к двумерным экситонным поляритонам обусловлен их малой в сравнении даже с электронами эффективной массой, приводящей к бозе-эйнштейновской конденсации при температурах от гелиевой [9, 10] до комнатной [11, 12], а также простотой экспериментальных условий, в которых амплитуда и фаза конденсата непосредственно видны по излучаемому свету [5, 13, 14]. Среди вопросов, касающихся квазиравновесной конденсации поляритонов из резервуара горячих частиц, можно выделить перенос возбуждений в туннельно связанных ловушках и джозефсоновские осцилляции [15, 16], взаимодействие квантованных вихрей [17–19] и аналоговые вычислители на основе распределенных систем [20]. В свою очередь, при конденсации в резонансном электромагнитном поле [6–8, 21] критическая температура и вообще тепловое равновесие отсутствуют, а конденсат может иметь сразу несколько допустимых устойчивых состояний в заданных внешних условиях [22, 23]. Спектры возбуждений таких систем довольно разнообразны, поскольку химический потенциал уже не связан напрямую с амплитудой или средним числом частиц, но зависит от частоты

внешнего поля и выступает как независимый параметр [24, 25]. Например, “фоннный” спектр возбуждений, характерный для равновесных бозе-эйнштейновских конденсатов и квантовых жидкостей в длинноволновом пределе, представляет теперь только одно из многих возможных состояний системы, несмотря на то что парное взаимодействие между частицами имеет обычный отталкивательный характер. По мере усиления внешнего поля мнимая часть энергии надкондесатных мод может изменять знак, что приводит к фазовым переходам, вызывающим особый интерес в связи с перспективой создания быстрых оптических переключателей [26], запоминающих устройств и логических элементов [27]. Сильная связь света и вещества позволяет объединить в подобных системах компактность, характерную для электронных устройств, и “оптическое” быстроедействие.

Сказанное определяет актуальность темы данной диссертации.

Целью работы было теоретическое исследование неравновесных фазовых переходов и возникающих в их результате новых коллективных состояний в двумерных и одномерных поляритонных системах под действием резонансного электромагнитного излучения. Основное внимание уделялось фундаментальным явлениям, которые могут происходить даже в совершенно однородной системе, возбуждаемой плоской волной. Природа обсуждаемых фазовых переходов связана со спонтанным нарушением спиновой и пространственной симметрии.

Научная новизна. В диссертации описан ряд новых критических явлений в двумерной поляритонной системе, которые были предсказаны теоретически и экспериментально подтверждены. Построена модель взаимодействия конденсата и экситонного резервуара в условиях оптической мультистабильности. В рамках приближения среднего поля развита теория параметрического рассеяния с учетом обратного воздействия рассеянных поляритонных мод на конденсат. Обнаружен эффект образования между ними положительной обратной связи, приводящий к режиму с обострением. Предсказано макроскопическое петлевое

рассеяние поляритонов. Разработана теория спонтанного нарушения спиновой и пространственной симметрии и перехода к хаосу в однородной поляритонной системе, возбуждаемой плоской электромагнитной волной. Для аналогичной, т. е. исходно полностью однородной системы было предсказано спонтанное образование дискретных структур — макроскопических спиновых цепочек, а также химерных состояний, темных и светлых солитонов, квантованных вихрей, вихревых диполей и филаментов.

Теоретическая и практическая значимость. Перечисленные результаты существенно расширяют сложившиеся представления о поляритонах, описывают новые физические явления, такие как петлевое параметрическое рассеяние, и обнаруживают неожиданные связи между равновесными конденсатами и когерентными поляритонными состояниями в сильном электромагнитном поле, в которых, как выяснилось, вихри, филаменты и солитоны могут возникать совершенно спонтанно, несмотря на отсутствие фазовой инвариантности теории.

С практической точки зрения, полученные результаты в перспективе могут послужить созданию новых оптических переключателей, а также источников непрерывного когерентного излучения, в котором амплитуда и круговая поляризация осциллируют с пикосекундным характерным периодом или обнаруживают детерминированный пространственно-временной хаос.

Положения, выносимые на защиту.

1. Параметрический распад конденсата поляритонов, возбуждаемого когерентным светом выше резонансной частоты, происходит при положительной обратной связи между конденсатом и рассеянными модами. После начала рассеяния энергия системы самопроизвольно увеличивается до тех пор, пока фиолетовый сдвиг резонанса не компенсирует исходную положительную отстройку частоты возбуждения [A1, A2, A3, A4].
2. Параметрическое рассеяние поляритонов может иметь петлевой характер в системе с пониженной вращательной симметрией. В этом случае ампли-

туда конденсата испытывает автоколебания, частота которых приближенно равна разности частот основного состояния и внешнего поля [A5].

3. Спиновая симметрия фотовозбуждаемого конденсата может нарушаться спонтанно, если константа линейной связи противоположных спиновых компонент сравнима с коэффициентом затухания. Переход имеет пороговый характер и сопровождается быстрым изменением поляризации от линейной к право- или левоциркулярной [A6, A7, A8, A9, A10].
4. Благодаря эффекту Зеемана в постоянном магнитном поле конденсатные состояния с нарушенной спиновой симметрией различаются по амплитуде и между ними возможны управляемые переключения. В частности, можно контролировать знак циркулярной поляризации конденсата, изменяя только интенсивность оптической накачки [A11].
5. Все эффекты, связанные с оптической мультистабильностью, существенно изменяются при наличии экситонного резервуара. Уровни энергии двух спиновых компонент поляритонов в результате взаимодействия с резервуаром частично выравниваются [A12, A13, A14, A15].
6. Если константа связи спиновых компонент превосходит коэффициент затухания более чем вчетверо, поляритонный конденсат даже с чисто циркулярной поляризацией и нулевым волновым числом испытывает рассеяние гибридного типа, при котором населяющиеся моды имеют отличную поляризацию и расщеплены по энергии [A16].
7. В условиях гибридного рассеяния все однородные состояния конденсата могут быть неустойчивыми, что приводит к спонтанному образованию неоднородных пространственных структур с периодически распределенной поляризацией. При повышении энергии образуются химерные состояния, в которых упорядоченная и хаотическая подсистемы существуют одновременно [A17, A18, A19].

8. При нарушении симметрии конденсат может разделиться на домены с противоположными фазами. На границе доменов образуются вихри и темные солитоны. Несмотря на отсутствие равновесия, с изменением внешнего поля система испытывает переход типа Березинского-Костерлица-Таулеса между одиночными и связанными вихревыми состояниями в диапазоне от диполей до макроскопических прямолинейных филаментов [A20].
9. Обратимое импульсное возмущение собственной энергии может вызвать переход между ветвями устойчивости мультстабильной поляритонной системы, включая быстрое увеличение или уменьшение амплитуды или инверсию круговой поляризации [A21, A22, A23, A24].
10. При возбуждении в микрорезонаторе поверхностных акустических волн переходы между ветвями устойчивости могут сопровождаться частичной экранировкой периодического потенциала и изменением характера поляритон-поляритонного рассеяния [A25, A26, A27].

Публикации. Результаты исследований, вошедших в диссертацию, опубликованы в 34 печатных работах, из них 32 статьи в рецензируемых журналах и 2 статьи в сборниках трудов конференций. Все статьи индексируются Web of Science.

Личный вклад автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Существенная часть результатов опубликована диссертантом без соавторов, включая статьи в “Успехах физических наук”, “Письмах в ЖЭТФ”, “Physical Review Letters”, “Physical Review B” и т. д.

Апробация результатов. Основные результаты докладывались автором на профильных российских и международных конференциях, в частности, XII, XIII и XIV Российских конференциях по физике полупроводников (приглашенные доклады в г. Звенигород, 2015; Екатеринбург, 2017; Новосибирск, 2019),

Международном симпозиуме “Нанозфизика и нанозлектроника”, г. Нижний Новгород (приглашенные доклады в 2013, 2014 и 2020 гг.), Международной конференции по физике взаимодействия света с веществом, PLMCN (приглашенный доклад в г. Нара, Япония, 2016; устные доклады в г. Ираклион, Греция, 2013; Вюрцбург, Германия, 2017; Москва, 2019; Клермон-Ферран, Франция, 2020), Международной конференции по оптике экситонов в низкоразмерных системах, OECS (Мадрид, Испания, 2009; Париж, Франция, 2011; Бат, Великобритания, 2017; Санкт-Петербург, 2019), Международной конференции по вопросам спонтанной когерентности в экситонных системах, ICSCЕ (Лозанна, Швейцария, 2011; Монреаль, Канада, 2018). Результаты работы докладывались на семинарах Института физики твердого тела им. Ю. А. Осипьяна РАН, Института общей физики им. А. М. Прохорова РАН, Физического института им. П. Н. Лебедева РАН, Физико-технического института им. А. Ф. Иоффе РАН, НИЦ “Курчатовский институт”, Сколковского института науки и технологий, университетов Клермон-Феррана (Франция), Дортмунда (Германия) и Шеффилда (Великобритания).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка публикаций и библиографии. Общий объем диссертации составляет 187 страниц, включая 44 рисунка. Библиография включает 185 наименований.

Краткое содержание диссертации. В **первой главе** рассматривается явление параметрического рассеяния поляритонов в эффективно бесспиновой (скалярной) системе. Вступительный раздел 1.1 посвящен вопросу о появлении макроскопически когерентных поляритонных состояний в условиях резонансного фотовозбуждения. Вводятся уравнения среднего поля и на их основе обсуждается известный из литературы эффект поляритонной бистабильности, возникающий при положительном смещении частоты внешнего поля относительно резонанса. В разделе 1.2 рассматриваются спектры надконденсатных квазичастиц в зависимости от амплитуды конденсатной моды. Показано, что конденсат с нуле-

вым волновым числом k теряет устойчивость относительно рассеяния в другие k -состояния, еще находясь на нижней ветви бистабильного отклика. Эволюция системы выше порога рассеяния проанализирована в разделе 1.3. Установлено, что хотя неустойчивость возникает плавно, даже в строго постоянных внешних условиях при малом превышении порога энергия системы постепенно накапливается. Инкубационный период, в течение которого все изменения происходят медленно, оканчивается быстрым переходом на верхнюю ветвь бистабильного отклика. В разделе 1.4 обсуждаются прямые и косвенные экспериментальные данные, подтверждающие теорию. В следующем разделе 1.5 предсказано принципиально новое явление петлевого параметрического рассеяния, которое возникает в системе с пониженной симметрией, например, микрорезонаторе полигональной формы, и приводит к автоколебаниям амплитуды конденсата.

Во **второй главе** рассматриваются поляритоны с учетом их спиновых, или поляризационных, степеней свободы. При постоянной накачке с эллиптической поляризацией могут существовать уже не две, а несколько ветвей отклика; некоторые известные механизмы переходов между ними перечислены во вводном разделе 2.1. Далее мы рассматриваем ключевой для дальнейшего эффект *спонтанного нарушения спиновой симметрии*. Теория такова, что спиновые компоненты поляритонов совершенно эквивалентны с точки зрения как уравнений, так и начальных или граничных условий; в частности, внешняя световая волна, имеющая линейную поляризацию, возбуждает их строго одинаково. Тем не менее, как показано в разделе 2.2, симметрия может спонтанно нарушаться, если спиновые компоненты связаны между собой линейным образом. Далее в главе 2 рассматриваются наблюдаемые проявления этого эффекта. Раздел 2.3 посвящен импульсным экспериментам, в которых пороговым образом происходит конверсия поляризации из (почти) линейной в циркулярную. В разделе 2.4 обсуждаются уже двусторонние переходы между состояниями с нарушенной симметрией, которые становятся возможными во внешнем магнитном поле благодаря эффекту Зеемана. В разделах 2.5 и 2.6, посвященных переходам при неодно-

родном оптическом возбуждении, рассматривается образование “спиновых текстур” и солитонов с пространственно разделенными спиновыми компонентами. Для того чтобы обозначить возможные ограничения теории, в разделе 2.7 обсуждаются относительно ранние эксперименты. По причине несколько меньшей силы экситон-фотонного взаимодействия, меньшей добротности и меньшей латеральной однородности образцов мультистабильные эффекты в них были опосредованы экситонным резервуаром, который потребовалось учесть и в теории (сделать это удалось только на феноменологическом уровне).

В **третьей главе** обсуждается совершенно новый круг явлений, связанных со *вторичным упорядочением* после распада однородных состояний поляритонной системы. Раздел 3.1 содержит краткий обзор оптических систем с “турбулентными” свойствами излучения. В разделе 3.2 рассматривается новый механизм поляритон-поляритонного взаимодействия [A16], при котором кулоновское отталкивание и линейная связь спиновых компонент поляритонов эффективно гибридизируются, образуя параметрический процесс более высокого порядка. Благодаря ему даже состояния с нарушенной спиновой симметрией теряют устойчивость, и в итоге устойчивых одномодовых состояний у поляритонной системы может не остаться вовсе (в некотором конечном интервале амплитуд внешнего поля). Поведение такой системы зависит от ее пространственной размерности. В разделе 3.3 показано, что нульмерная система обнаруживает регулярные автоколебания или динамический хаос, а в характерном микростолбике радиусом 20 мкм происходят сложные пространственно-временные колебания поляризации и интенсивности. В разделе 3.4 рассматривается случай протяженной двумерной системы, которая обнаруживает прямолинейные филаменты. Одномерная система, рассмотренная в разделе 3.5, принимает вид периодической “спиновой цепочки” и обладает дальним порядком; такую цепочку можно контролировать на всем ее протяжении, воздействуя только на один узел. Наконец, в разделе 3.6 рассматриваются *химерные состояния*, в которых упорядоченная и хаотическая подсистемы существуют одновременно.

Четвертая глава диссертации, посвященная темным солитонам и квантованным вихрям, начинается с краткого обзора способов их возбуждения в поляритонной системе (раздел 4.1). Далее в этой главе мы показываем, что вихри могут возникать совершенно спонтанно в результате нарушения спиновой и пространственной симметрии. В разделе 4.2 устанавливается, что если константа связи спиновых компонент особенно велика по сравнению с коэффициентом затухания (их отношение составляет десятки), то исходное однородное состояние системы делится на домены, которые отличаются по фазе и частично или полностью погашают друг друга в областях пространственного контакта. Граница между доменами, где конденсат испытывает переворот фазы, является местом формирования солитонов и вихрей. Их свойства исследуются в разделе 4.3. В следующем разделе 4.4 показано, что, несмотря на отсутствие равновесия, с изменением внешнего поля система испытывает переход Березинского-Костерлица-Таулеса, в результате которого образуются связанные вихревые состояния.

В **пятой главе** рассматриваются акустооптические явления. Акустические волны возмущают кристаллическую решетку, а тем самым и собственную энергию экситонов или поляритонов. Если система возбуждается светом с определенной частотой, то в итоге оказывается возмущенной величина “отстройки” внешнего поля от резонанса, к которой очень чувствительны эффекты би- или мультистабильности. Раздел 5.1 содержит краткое введение. В разделе 5.2 рассматриваются короткие деформационные импульсы, возмущающие энергию экситона. В разделе 5.2.1 на примере скалярной системы теоретически показано, что такие импульсы могут приводить к переходам между ветвями устойчивости. В разделе 5.2.2 сообщается об экспериментальном наблюдении данного эффекта. В разделе 5.2.3 предсказаны двусторонние переходы между состояниями с нарушенной спиновой симметрией, сопровождающиеся инверсией циркулярной поляризации конденсата, под действием одинаковых деформационных импульсов. Раздел 5.3 содержит краткую сводку результатов, полученных при возбуждении в микрорезонаторе поверхностных акустических волн.

Параметрическое рассеяние

1.1. Поляритоны в резонансном электромагнитном поле (обзор)

Электрон-дырочная пара, рожденная при поглощении фотона в полупроводнике, может быть связана кулоновским притяжением. Связанные состояния, называемые экситонами Ваннье, имеют основной уровень энергии

$$E_X = E_g - \frac{\hbar^2}{2m_X a_B}, \quad (1.1)$$

где E_g — ширина запрещенной зоны, m_X — приведенная масса, $a_B = \varepsilon \hbar^2 / m_X e^2$ — боровский радиус и ε — диэлектрическая проницаемость. В пределе низкой плотности экситоны подчинены статистике Бозе-Эйнштейна и неразличимы [28], а потому в принципе могут испытывать бозе-конденсацию [6, 21, 29].

Однако *поляритонные* конденсаты, т. е. конденсаты экситонов, связанных со светом, в трехмерных (объемных) полупроводниках не образуются, поскольку фотоны в них имеют линейный закон дисперсии $E = \hbar c k_{3D} / \sqrt{\varepsilon}$ и, следовательно, нет основного состояния, которое могло бы населяться при конденсации. С другой стороны, даже во внешнем поле с подходящими E и k_{3D} , возбуждающим какое-либо из неосновных состояний, экситоны и поляритоны взаимодействуют с атомным окружением, фононами и всевозможными дефектами структуры, отчего состояние системы изменяется. Можно сказать, что опубликованная еще в 1972 г. работа Елесина и Копаева [7], теоретически предсказавшая бозе-конденсацию экситонов в сильном электромагнитном поле, заметно опередила свое время.

Всё существенно изменяется, если запереть экситоны в двумерной квантовой яме, а ее поместить в плоский микрорезонатор типа Фабри-Перо [3]. Микрорезонатор, “настроенный” на длину волны λ , образован двумя брэгговскими зеркалами, каждое из которых состоит из чередующихся между собой плоских

слоев вещества с немного разными толщинами $l_{1,2}$ и показателями преломления $n_{1,2}$, а именно такими, что $n_1 l_1 = n_2 l_2 = \lambda/4$. Это условие брэгговского отражения, т. е. одинаковой фазы у волн, отраженных от идентичных плоскостей раздела. С увеличением числа таких пар слоев в отдельном зеркале его пропускание экспоненциально убывает в определенной полосе длин волн вблизи λ , ширина которой $\Delta\lambda \approx 2\lambda|n_1 - n_2|/\pi n$, где $n = \sqrt{\varepsilon} = 2n_1 n_2 / (n_1 + n_2)$. Между зеркалами расположен *рабочий слой*. В том случае, когда его оптическая толщина составляет целое кратное $\lambda/2$, максимум электрического поля возникающей между зеркалами стоячей волны приходится на его середину. Стоячая волна имеет очень узкий ($\ll \Delta\lambda$) резонанс на длине λ . Компонента ее волнового вектора, ортогональная резонатору, зафиксирована условием $k_z = \pm 2\pi n/\lambda$, однако спектр продольной компоненты $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ остается свободным. Таким образом, закон дисперсии двумерных, или “резонаторных” (cavity), фотонов имеет вид

$$E_C(k) = \frac{\hbar c}{n} \sqrt{k^2 + k_z^2} \approx E_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad \text{для } k \ll k_z, \quad (1.2)$$

где $E_0 = 2\pi\hbar c/\lambda$ и $m = \varepsilon E_0/c^2$. Подобрать должным образом $n_{1,2}$ и $l_{1,2}$, можно задать E_0 вблизи энергии экситона, а k определяется углом падения θ световой волны: $k = k_{3D} \sin \theta$. Излучение, выходящее с другой стороны резонатора, несет информацию о поле в рабочем слое, т. к. обычно можно считать, что сами зеркала не создают нелинейности.

Плоская квантовая яма с экситонами находится в пучности электрического поля. Это просто еще более тонкий однородный слой из другого материала, толщина которого меньше, чем боровский радиус трехмерного экситона. У двумерных экситонов собственная энергия связи $E_g - E_X$ вчетверо больше, и поэтому они эффективно заперты в своем слое. Сила экситон-фотонного взаимодействия может быть увеличена, если создать не одну, а несколько плоских ям, разделенных барьерами [3, 30].

Оператор Гамильтона линейно связанной экситон-фотонной системы без

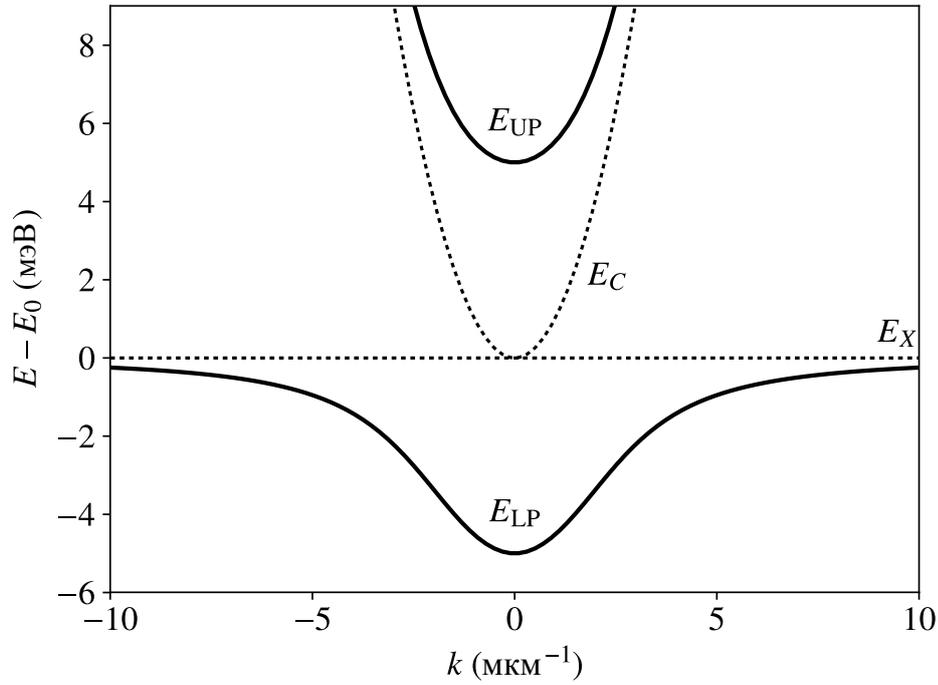


Рис. 1.1. Закон дисперсии квазидвумерных экситонных поляритонов ($\varepsilon = 12$, $E_0 = E_X = 1.6$ эВ, $R = 10$ мэВ).

учета нулевых колебаний и спина имеет вид

$$H = \sum_{\mathbf{k}} \left[E_C(\mathbf{k}) a_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}} + E_X(\mathbf{k}) b_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}} + \frac{R}{2} (a_{\mathbf{k}}^\dagger b_{\mathbf{k}} + b_{\mathbf{k}}^\dagger a_{\mathbf{k}}) \right], \quad (1.3)$$

где $a_{\mathbf{k}}$ и $b_{\mathbf{k}}$ — операторы уничтожения фотона и экситона с волновым вектором \mathbf{k} . Диагонализация (1.3) дает собственные энергии

$$E_{\text{LP,UP}}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} [E_C(\mathbf{k}) + E_X(\mathbf{k})] \mp \frac{1}{2} \sqrt{[E_C(\mathbf{k}) - E_X(\mathbf{k})]^2 + R^2} \quad (1.4)$$

нижнего (LP) и верхнего (UP) поляритонных состояний. Экситон-фотонное взаимодействие приводит к характерному расщеплению спектров. Видно, в частности, что если $E_C = E_X$, то собственные энергии расщеплены на величину R , которую называют расщеплением Раби (рис. 1.1).

Приведем характерные значения параметров на примере образца из статьи [A7]. В качестве его основных материалов взяты GaAs и AlAs, а резонансная энергия фотонов E_0 равна примерно 1.6 эВ. Каждое зеркало состоит из более чем 30 пар четвертьволновых слоев AlAs и $\text{Al}_{0.2}\text{Ga}_{0.8}\text{As}$, что обеспечивает добротность около 10^4 . Рабочий слой (AlAs) имеет оптическую толщину $\lambda/2$.

Семь квантовых ям (GaAs) толщиной 7 нм каждая отделены друг от друга барьерами (AlAs) толщиной 4 нм. Расщепление Раби составляет 10 мэВ, что примерно на два порядка превосходит спектральную ширину резонансов при температуре жидкого гелия.

Эффективная масса фотона $m = \varepsilon E_0/c^2$ чрезвычайно мала ($E_0 \sim E_X \lesssim E_g$). Экситон по сравнению с фотоном можно считать бесконечно тяжелым и пренебречь зависимостью E_X от k вблизи $k = 0$. В спектре $E_{LP}(k)$ здесь возникает своеобразное “бутылочное горлышко”, участок с очень резким минимумом энергии. Благодаря этому поляритоны, возбуждаемые когерентным светом вблизи дна $E_{LP}(k)$, сами образуют когерентное состояние [8, 31] и даже могут оставаться в нем довольно долгое время после прохождения возбуждающего импульса, демонстрируя поведение, полностью аналогичное равновесным конденсатам при низких температурах (напр., [32]). Другой путь к появлению когерентных состояний — “естественная” бозе-конденсация из резервуара экситонов, который может быть создан *нерезонансной* накачкой с частотой $\omega > E_g/\hbar$ [5, 9, 10, 13]. В том и другом случае верхняя поляритонная ветвь пуста и о ней, как правило, можно забыть.

Динамика равновесных бозе-эйнштейновских конденсатов и сверхпроводников описывается уравнениями типа Гросса-Питаевского или Гинзбурга-Ландау относительно комплексного параметра порядка, который обычно вводится феноменологически. Однако в случае резонансного возбуждения поляритонной системы появление в ней когерентности может быть обосновано явным образом. А именно, если пренебречь взаимодействием между поляритонами и наличием у них дополнительных степеней свободы (спина, верхней дисперсионной ветви и т. п.), то случай прямого возбуждения конденсатной моды электромагнитной волной сводится к задаче о состоянии квантового осциллятора в зависящем от времени классическом внешнем поле. Решение этой задачи хорошо известно: оно представляет собой *когерентное состояние*, характеризующееся точным движением “центра масс” волновой функции по классической “траектории” [33].

Когерентное состояние поляритонов с волновым вектором \mathbf{k} имеет вид $\Phi_{\mathbf{k}} \propto e^{\psi_{\mathbf{k}} p_{\mathbf{k}}^{\dagger}} |0\rangle$, где $p_{\mathbf{k}}$ — некоторая линейная комбинация $a_{\mathbf{k}}$ и $b_{\mathbf{k}}$, которая вводится без учета парного взаимодействия, а $\psi_{\mathbf{k}}$ — комплексная амплитуда. С помощью известного основного свойства когерентных состояний $p_{\mathbf{k}} \Phi_{\mathbf{k}} = \psi_{\mathbf{k}} \Phi_{\mathbf{k}}$, а также соотношения $[p_{\mathbf{k}}, f(p_{\mathbf{k}}^{\dagger})] = df/dp_{\mathbf{k}}^{\dagger}$, которое справедливо для всякого бозонного оператора $p_{\mathbf{k}}$ и гладкой функции f , можно найти, что уравнение Гейзенберга

$$\frac{d\hat{p}_{\mathbf{k}}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [H, \hat{p}_{\mathbf{k}}] \quad (1.5)$$

для $\hat{p}_{\mathbf{k}}(t) = e^{iHt/\hbar} p_{\mathbf{k}} e^{-iHt/\hbar}$ переходит после усреднения по $\Phi_{\mathbf{k}}(t=0)$ в классическое уравнение Гамильтона

$$\frac{d\psi_{\mathbf{k}}}{dt} = \frac{\partial \langle \Phi_{\mathbf{k}} | H | \Phi_{\mathbf{k}} \rangle}{\partial (i\hbar\psi_{\mathbf{k}}^*)} \quad (1.6)$$

для $\psi_{\mathbf{k}}(t)$. После вычисления $[H, \hat{p}_{\mathbf{k}}]$ в (1.5) и производной по $\psi_{\mathbf{k}}^*$ в (1.6) эти уравнения имеют одинаковый вид и прямо получаются друг из друга заменой $p_{\mathbf{k}}$ на $\psi_{\mathbf{k}}$. Отметим также соотношение

$$\Phi_{\mathbf{k}} \propto \sum_{N=0}^{\infty} \frac{\psi_{\mathbf{k}}^N}{\sqrt{N!}} \Phi_{\mathbf{k},N}, \quad (1.7)$$

где $\Phi_{\mathbf{k},N} = (1/\sqrt{N!})(p_{\mathbf{k}}^{\dagger})^N |0\rangle$ — состояние с заданным числом частиц, в котором частота осцилляций зависящей от времени волновой функции пропорциональна N . Все высокие частоты в спектре $\Phi_{\mathbf{k}}$ исчезают при вычислении ожидаемой амплитуды $\langle \Phi_{\mathbf{k}} | p_{\mathbf{k}} | \Phi_{\mathbf{k}} \rangle = \psi_{\mathbf{k}}$. Частота ее колебаний определяется законом дисперсии и может также зависеть от внешнего поля, учитывающегося в H , однако в отсутствие взаимодействия между частицами она не зависит ни от модуля самой амплитуды $|\psi_{\mathbf{k}}| = \sqrt{\langle N \rangle}$, ни от ее фазы [34].

Вопрос об определении когерентных состояний взаимодействующих частиц достаточно сложен. Формально говоря, уравнения среднего поля (1.6) сохраняют силу и тогда, когда H содержит более высокие степени $\hat{p}_{\mathbf{k}}$ и $\hat{p}_{\mathbf{k}}^{\dagger}$. Однако если говорить об экситонах и экситонных поляритонах, то при описании

взаимодействия требуется в общем случае учитывать их небозонные свойства, в частности, отклонение среднего значения $[p_{\mathbf{k}}, p_{\mathbf{k}}^\dagger]$ от единицы, возвращаясь для этого к анализу многоэлектронной задачи. Данный вопрос был рассмотрен Келдышем в статье [21], впоследствии переизданной в “Успехах физических наук” [6]. В этой работе в самосогласованном приближении (без учета многочастичных эффектов) даются определение когерентных состояний и обоснование уравнений среднего поля для экситонной и экситон-фотонной систем. В частности, показано, что приближение среднего поля выполняется, когда плотность числа экситонов много меньше обратного куба их эффективного радиуса (в трехмерном случае).

Аналогично атомным конденсатам и сверхпроводящим металлам, парное взаимодействие поляритонов, рассматриваемое в пределе низкой плотности, может быть описано при помощи локального псевдопотенциала:

$$H_{\text{int}} = \frac{V}{2} \int |\psi(\mathbf{r})|^4 d^2\mathbf{r} = \frac{V}{2A} \sum_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4} \delta_{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4} \psi_{\mathbf{k}_1}^* \psi_{\mathbf{k}_2}^* \psi_{\mathbf{k}_3} \psi_{\mathbf{k}_4}, \quad (1.8)$$

где $V \propto e^2 a_B$ — константа взаимодействия, A — площадь нормировки и

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{A}} \sum_{\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}. \quad (1.9)$$

Положительный знак V соответствует отталкиванию частиц и синему сдвигу собственной энергии по мере роста амплитуды. В структурах на основе GaAs сдвиг ΔE_{LR} может многократно превышать спектральную ширину линии γ [35]. Как будет показано ниже, это обстоятельство приводит к сильным нелинейным эффектам, но поскольку ширина линии определяется только добротностью резонатора, само по себе оно не означает выхода за пределы приближения низкой плотности. Все основные допущения такого рода экспериментально проверяются, а некоторые случаи, когда они могут перестать работать, мы обсудим отдельно. Случай относительно высокой плотности экситонов представляет самостоятельное направление исследований, предметом которого является, в частности, электронно-дырочная жидкость [36].

С микроскопической точки зрения взаимодействие поляритонов связано с обменным кулоновским взаимодействием между электронами или дырками; диполь-дипольное взаимодействие при низкой плотности пренебрежимо мало [37]. Поэтому поляритоны с противоположенными спинами (точнее: проекциями полного момента на ось z , $J_z = \pm 1$) не взаимодействуют парно. Это справедливо по крайней мере для систем с $E_0 \lesssim E_X$ и большим R , когда вблизи дна $E_{\text{LP}}(k)$ выключены все непрямые процессы с участием “темных” экситонов ($J_z = \pm 2$), см. [38] и [A15]. Однако амплитуды ψ_+ и ψ_- когерентных состояний, соответствующих частицам с $J_z = +1$ и $J_z = -1$, могут быть линейно связаны между собой. Такая связь обусловлена расщеплением собственных мод с ортогональными поляризациями — например, вследствие механического напряжения вдоль одной из главных кристаллических осей, понижающего симметрию решетки. При $k \neq 0$ аналогичный эффект создают сами зеркала, расщепляющие фотонные моды ТЕ и ТМ, в которых, по определению, вектор электрического либо магнитного поля перпендикулярен плоскости падения волны [39].

В итоге для амплитуд $\psi_{\pm}(\mathbf{r}, t)$ мы приходим к уравнениям

$$i\hbar \frac{\partial \psi_{\pm}}{\partial t} = [\hat{E} - i\gamma + V\psi_{\pm}^* \psi_{\pm}] \psi_{\pm} + \frac{g}{2} \psi_{\mp} + f_{\pm} e^{-iE_p t/\hbar}, \quad (1.10)$$

где $\hat{E} = \hat{E}(-i\hbar\nabla)$ — энергия поляритонов с учетом закона дисперсии, γ — декремент затухания, $g/2$ — константа связи спиновых компонент, а E_p/\hbar — частота внешнего поля, выбранная неподалеку от собственной частоты поляритонной моды $k = 0$. В этих уравнениях введено эффективное внешнее электрическое поле f_{\pm} уже с учетом коэффициента пропускания зеркал (магнитное поле в пучности стоячей волны отсутствует). В тех случаях, когда резонатор возбуждается в широкой области частот и волновых чисел, более правильно писать отдельные уравнения для фотонной и экситонной амплитуд ([6, 21, 40, 41] и [A28]), с тем чтобы внешнее поле учитывалось только в фотонной части, а взаимодействие частиц в экситонной. Но поскольку мы будем говорить в основном о поляритонах вблизи дна $E_{\text{LP}}(k)$, модель (1.10) вполне достаточна.

Нет необходимости учитывать в (1.10) и эффекты типа спиновой релаксации экситонов. Во внешнем поле конденсат может существовать бесконечно долго, однако все случайные отклонения от навязанного этим полем определенного состояния чаще всего исчезают за “время жизни поляритона” $\tau = \hbar/\gamma$. Оно много больше \hbar/R , но при этом меньше времен какой-либо естественной релаксации фаз. Говоря о конденсате во внешнем поле, мы, как правило, имеем дело с диссипативным осциллятором, который колеблется с частотой E_p/\hbar действующей на него гармонической силы. По крайней мере эта картина непротиворечива, если E_p находится вблизи резонанса $E_{\text{LP}}(\mathbf{k})$, а значит, несмотря на низкую плотность поля, амплитуда соответствующего k -состояния велика и можно говорить именно о *макроскопической* населенности вынужденного поляритонного состояния с такой энергией.

Рассмотрим для примера упрощенный вариант системы (1.10). Пусть спиновые компоненты не связаны ($g = 0$) и возбуждается только одна из них, т. е. и внешнее поле, и конденсат циркулярно поляризованы. Частицы отталкиваются ($V > 0$), поэтому разумно искать пространственно однородные решения с $k = 0$. При $\gamma > 0$ и $t \rightarrow \infty$ они должны осциллировать на частоте внешнего поля. Сделав соответствующую подстановку $\psi(t) = \bar{\psi}e^{-iE_p t/\hbar}$, получаем не зависящее от времени уравнение для $\bar{\psi}$:

$$[E_p - (E_{\text{LP}} - i\gamma + V|\bar{\psi}|^2)] \bar{\psi} = f, \quad (1.11)$$

или, после возведения в квадрат,

$$|\bar{\psi}|^2 = \frac{f^2}{(D - V|\bar{\psi}|^2)^2 + \gamma^2}, \quad (1.12)$$

где $D = E_p - E_{\text{LP}}(k=0)$. Если $D > \sqrt{3}\gamma$ (см. ниже), то зависимость $|\bar{\psi}|^2$ от f^2 принимает вид S-образной кривой (см., например, рис. 1.2 на стр. 26). Состояние конденсата оказывается, таким образом, *бистабильным* в конечном интервале f^2 .

Похожее явление известно в физике лазеров [42, 43], но там оно возникает

в сочетании с нелинейным поглощением или усилением света, когда V имеет мнимую часть и в конечном счете γ зависит от ψ . В нашем же случае от ψ зависит только собственная энергия. Видно, что $|\bar{\psi}| \propto f$ при $|\bar{\psi}| \rightarrow 0$, но если $E_p > E_{\text{LP}}$, то с увеличением f и $|\bar{\psi}|$ сдвиг $\Delta E_{\text{LP}} = V|\bar{\psi}|^2$ приближает конденсат к резонансу с внешним полем, уменьшая знаменатель в (1.12), и отклик получается сверхлинейным. Далее с увеличением f наступает *неустойчивость*; можно сказать, что положительная обратная связь между амплитудой и собственной частотой приводит к росту их обеих даже при постоянном f . Поэтому нижняя ветвь S-образной кривой обрывается и в этой точке ожидается скачок поля. Неустойчивость проходит, когда отстройка D целиком компенсирована сдвигом собственной частоты; все такие решения лежат на верхней ветви. Средняя ветвь с отрицательным наклоном состоит только из неустойчивых решений.

Две критические точки $V|\bar{\psi}|^2 = B_{1,2}$, в которых ожидаются скачки между ветвями устойчивости с увеличением или уменьшением f , легко найти, решив уравнение $d(f^2)/d(|\bar{\psi}|^2) = 0$, что дает [7, 22]

$$V|\bar{\psi}|^2 = B_{1,2} = \frac{2D}{3} \mp \frac{1}{3}\sqrt{D^2 - 3\gamma^2}, \quad (1.13)$$

после чего соответствующие $f_{1,2}^2 = f^2(B_{1,2})$ вычисляются явным образом с помощью (1.12) и составляют

$$f_{1,2}^2 = \frac{2}{27V} [D^3 + 9D\gamma^2 \pm \sqrt{(D^2 - 3\gamma^2)^3}]. \quad (1.14)$$

Видно, что бистабильность существует при $D > \sqrt{3}\gamma$ и сколь угодно малом $V|\bar{\psi}|^2$, если только величина γ , определяющаяся добротностью резонатора, тоже достаточно мала, а D сопоставима с ней. Бистабильность поляритонов впервые обнаружили в структуре на основе GaAs с $\gamma \approx 0.2$ мэВ и $R \approx 2.8$ мэВ [22]. Намного сильнее она проявляется в современных образцах с $\gamma \lesssim 0.05$ мэВ и $R \gtrsim 10$ мэВ, в которых поле макроскопически когерентно на обеих ветвях устойчивости даже при $D \gtrsim 10\gamma$ (напр., [A3]).

Переход конденсата на верхнюю ветвь устойчивости может быть опосредован пока не учтенными поляритонами с другими k , в результате чего порог f_1

понижается. Для того чтобы учесть влияние таких “рассеянных” мод, следует вначале определить спектр элементарных возбуждений.

1.2. Боголюбовские квазичастицы. Постановка задачи о рассеянии

Впервые задача о спектре надконденсатных мод была рассмотрена Боголюбовым в связи с вопросами сверхтекучести [44]. Поляритонная система в значительной мере аналогична и имеет тот же тип нелинейности (1.8), что и модель конденсата охлаждаемых атомов. Слабо населенные моды $+\mathbf{k}$ и $-\mathbf{k}$ линейно связаны между собой с силой, пропорциональной квадрату амплитуды конденсата (в случае если импульс конденсата равен нулю). Это верно независимо к тому, как возник конденсат, равновесным образом или во внешнем поле, поэтому одно и то же унитарное преобразование приводит к частицам с похожими свойствами. Но между нашей системой и равновесным конденсатом есть два существенных отличия, влияющих на спектры возбуждений.

Во-первых, отличаются частоты колебаний поля в конденсатном состоянии; соответствующую энергию также называют химическим потенциалом, имея в виду, что это средняя энергия одной частицы [34]. В нашем случае колебания идут на частоте внешнего поля E_p/\hbar , а в равновесном конденсате — на собственной частоте $(E_{LP} + V|\psi|^2)/\hbar$, сдвинутой по причине взаимодействия. Начало отсчета энергии не важно, поэтому можно вычесть E_{LP} и считать, что химические потенциалы в этих двух случаях равны, соответственно, $D = E_p - E_{LP}$ и $V|\psi|^2$. Из формулы (1.13) видно, что $V|\psi|^2 = D$ в левой поворотной точке S-образной кривой (B_2) при $\gamma \rightarrow 0$. Именно и только в этой точке возникает “звуковой” спектр возбуждений, как в равновесном бозе-эйнштейновском конденсате.

Во-вторых, неравновесный конденсат может потерять устойчивость. Это происходит, когда в спектре возбуждений есть моды с положительной мнимой частью энергии, которые не затухают, как обычно, а растут со временем, усили-

вая флуктуации. Боголюбов предполагал, что в общем случае неустойчивость эквивалентна нарушению теплового равновесия и поэтому противоречит условию конденсации. Но мы имеем дело с изначально неравновесной и, кроме того, *открытой* системой. Неустойчивость в консервативной системе вела бы только к перераспределению энергии между модами, а в простейшем случае растущая мода сама стала бы одним из параметров порядка, отобрав у конденсата часть энергии [45]. В нашем же случае бывает сложно предсказать, к какому новому состоянию система придет в результате развития неустойчивости. Ниже мы опишем очень простую бифуркацию типа “мягкой моды”, которая (как выяснится в следующих разделах этой главы) даже в постоянных внешних условиях, зафиксированных в бесконечно близкой окрестности критической точки, может приводить к постепенному увеличению полной энергии системы, множественному рассеянию и самопроизвольной перестройке спектра возбуждений.

Для простоты возьмем уравнение (1.10) без учета спина и перейдем в импульсное пространство, положив

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \psi_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}. \quad (1.15)$$

В отличие от (1.9), выбранная нормировка такова, что $\psi_{\mathbf{k}=0}$ соответствует *локальной* амплитуде $\bar{\psi}$ в уравнении (1.11), поэтому нам не придется изменять единицы. Получаем систему уравнений типа (1.6) [24, 25]:

$$i\hbar \frac{d\psi_{\mathbf{k}}}{dt} = [E_{\text{LP}}(\mathbf{k}) - i\gamma] \psi_{\mathbf{k}} + \delta_{\mathbf{k},0} f e^{-iE_p t/\hbar} + V \sum_{\mathbf{q}_1} \sum_{\mathbf{q}_2} \psi_{\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 - \mathbf{k}}^* \psi_{\mathbf{q}_1} \psi_{\mathbf{q}_2}. \quad (1.16)$$

Положим теперь

$$\psi_{\mathbf{k}}(t) = \delta_{\mathbf{k},0} \bar{\psi} e^{-iE_p t/\hbar} + \tilde{\psi}_{\mathbf{k}} e^{-i\tilde{E}(\mathbf{k})t/\hbar}, \quad (1.17)$$

где $|\tilde{\psi}_{\mathbf{k}}/\bar{\psi}| \ll 1$ для всех \mathbf{k} , а $\tilde{E}(\mathbf{k})$ — искомая функция. Будем считать, что $\bar{\psi}$ удовлетворяет уравнению (1.11), тогда все члены $\propto e^{-iE_p t/\hbar}$ в уравнении (1.16) для $\mathbf{k} = 0$ погашаются взаимно. Умножив обе стороны (1.16) на $e^{+i\tilde{E}(\mathbf{k})t/\hbar}$, в первом порядке по $\tilde{\psi}_{\mathbf{k}}$ имеем для всех \mathbf{k}

$$\tilde{E}(\mathbf{k}) \tilde{\psi}_{\mathbf{k}} = [E_{\text{LP}}(\mathbf{k}) - i\gamma] \tilde{\psi}_{\mathbf{k}} + 2V \bar{\psi}^* \bar{\psi} \tilde{\psi}_{\mathbf{k}} + V \bar{\psi}^2 \tilde{\psi}_{-\mathbf{k}}^* e^{-i[2E_p - \tilde{E}(\mathbf{k}) - \tilde{E}(-\mathbf{k})]t/\hbar}. \quad (1.18)$$

Все члены, кроме последнего, не зависят от t , следовательно,

$$\tilde{E}(\mathbf{k}) + \tilde{E}(-\mathbf{k}) = 2E_p. \quad (1.19)$$

По сути это условие баланса фаз, необходимое для существования решений вида (1.17), но оно также выражает сохранение энергии в элементарных актах рассеяния $(0, 0) \leftrightarrow (\mathbf{k}, -\mathbf{k})$.

Согласно (1.18), конденсат дает аддитивную поправку $2V|\bar{\psi}|^2$ к энергии всякой моды (предпоследний член) и, помимо этого, связывает между собой моды $\pm\mathbf{k}$ (последний член), что тоже влияет на их энергии. Чтобы теперь получить замкнутую задачу, нужно добавить такое же уравнение для $\tilde{\psi}_{-\mathbf{k}}$, сделать в нем комплексное сопряжение всех членов и выразить $\tilde{E}(-\mathbf{k})$ через $\tilde{E}(\mathbf{k})$ согласно (1.19). В итоге имеем

$$\begin{pmatrix} E_{\text{LP}}(\mathbf{k}) + 2V|\bar{\psi}|^2 - i\gamma - \tilde{E}(\mathbf{k}) & V\bar{\psi}^2 \\ -V\bar{\psi}^{*2} & 2E_p - E_{\text{LP}}(-\mathbf{k}) - 2V|\bar{\psi}|^2 - i\gamma - \tilde{E}(\mathbf{k}) \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} \tilde{\psi}_{\mathbf{k}} \\ \tilde{\psi}_{-\mathbf{k}}^* \end{pmatrix} = \vec{0}. \quad (1.20)$$

Вообще говоря, $\tilde{\psi}_{\pm\mathbf{k}}$ следовало бы считать операторами, а не числами, поскольку возбуждения малы, но для линейной задачи это несущественно. Решив уравнение $\det(\cdot) = 0$, находим

$$\tilde{E}^{\pm}(\mathbf{k}) = E_p - i\gamma \pm \sqrt{(E_p - E_{\text{LP}}(\mathbf{k}) - 2V|\bar{\psi}|^2)^2 - (V|\bar{\psi}|^2)^2}. \quad (1.21)$$

Рассмотрим характерные случаи (рис. 1.2). Видно, например, что $\tilde{E}^{-}(\mathbf{k})$ совпадает с $E_{\text{LP}}(\mathbf{k}) - i\gamma$ при $\bar{\psi} = 0$. До этого мы из общих соображений нашли, что обычный боголюбровский спектр должен получаться при $V|\bar{\psi}|^2 = D$ и $\gamma \rightarrow 0$. И действительно, в таком случае получаем

$$\tilde{E}^{\pm}(\mathbf{k}) - E_p = \pm \sqrt{E'_{\text{LP}}(\mathbf{k}) [E'_{\text{LP}}(\mathbf{k}) + 2D]}, \quad (1.22)$$

где $E'_{\text{LP}}(\mathbf{k}) = E_{\text{LP}}(\mathbf{k}) - E_{\text{LP}}(0)$. При $E_X = E_C(0) = E_0$ “скорость звука” в конденсате равна $c\sqrt{D/\varepsilon E_0}$.

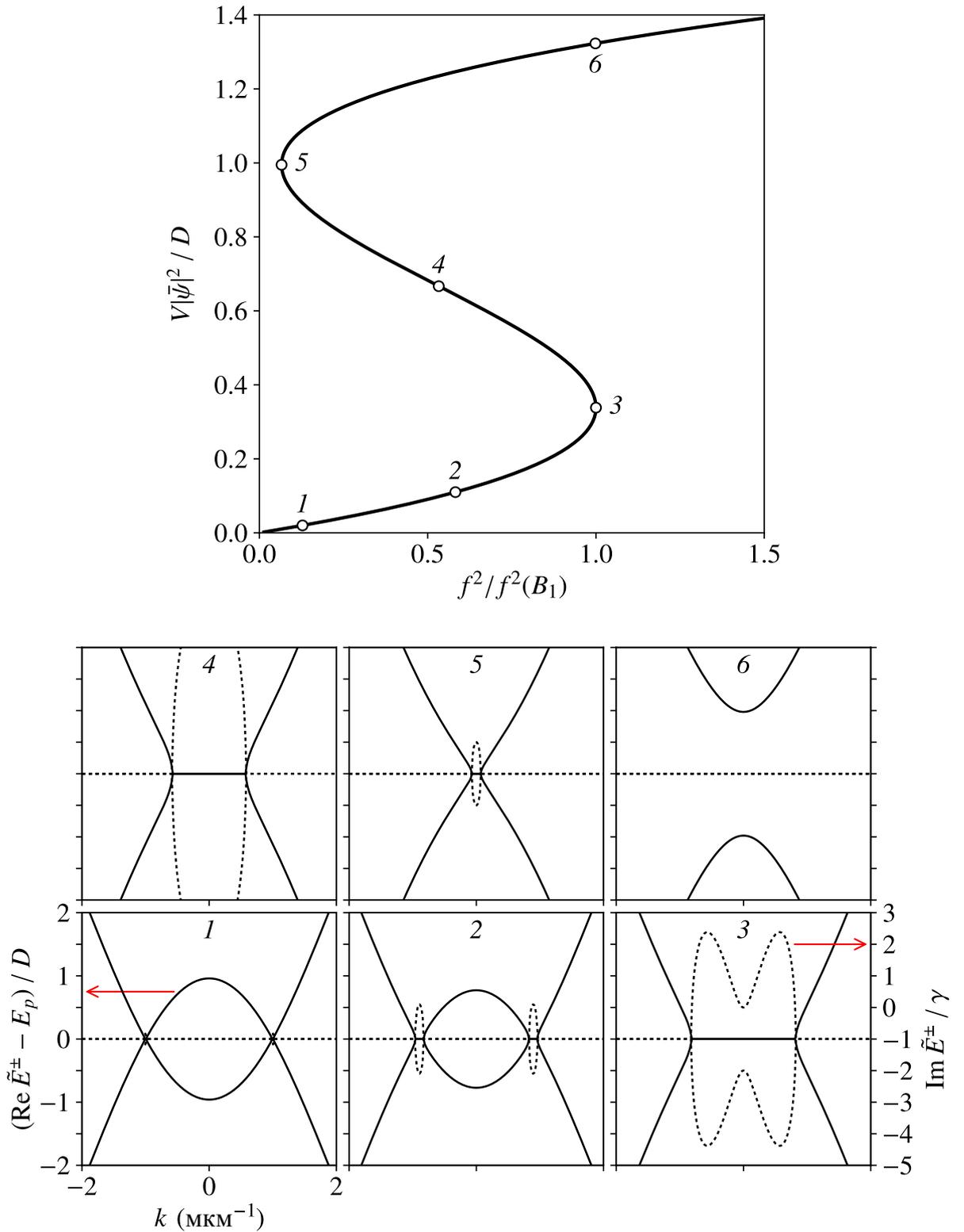


Рис. 1.2. Спектры боголюбовских квазичастиц $\tilde{E}^\pm(k)$ в различных точках S-образной кривой. $\gamma = 0.05$ мэВ, $D = 10\gamma$, остальные параметры такие же, как для рис. 1.1.

Звуковой спектр в нашем случае — вырожденное решение в граничной точке B_2 . Для всех $V|\bar{\psi}|^2 > B_2$, т. е. на верхней ветви S-образной кривой, конденсат находится в центре спектральной щели, ширина которой $\Delta = \text{Re}[\tilde{E}^+(0) - \tilde{E}^-(0)]$ растёт с увеличением его амплитуды. Моды $\tilde{E}^\pm(0)$ для $\mathbf{k} = 0$ затухают со временем, но они могут быть населены при импульсной накачке и затем обнаружены как в спектре, так и по осцилляциям интенсивности излучения. Например, если амплитуда конденсата, находящегося на верхней ветви устойчивости, постепенно убывает по мере прохождения импульса, то ширина щели Δ должна синхронно с этим уменьшаться согласно (1.21), а период переходных осцилляций $T = 2\pi\hbar/\Delta$ — увеличиваться до тех пор, пока в распределении $\tilde{E}^\pm(k)$ не возникнет “равновесный” боголюбовский спектр. Ожидаемое соответствие друг другу всех этих независимо измеряемых величин даёт возможность проверки теории с учетом свойств не только конденсата, но и надконденсатных резонансов. Такая проверка методом *переходной спектроскопии* [A29] была выполнена [A30] и показала хорошее согласие теории и экспериментальных данных.

Обратимся к анализу устойчивости. Отметим, во-первых, что если подкоренное выражение в формуле (1.21) меньше нуля, вещественные части \tilde{E}^\pm совпадают. Значит, если решение $\bar{\psi}$ неустойчиво, то спектральные поверхности $\text{Re} \tilde{E}^+(\mathbf{k})$ и $\text{Re} \tilde{E}^-(\mathbf{k})$ склеены между собой в некоторой плоской области с энергией E_p . Отсюда следует, в частности, что решения со щелью, когда $\text{Re}[\tilde{E}^+ - \tilde{E}^-] > 0$ для всех \mathbf{k} , устойчивы, а неустойчивость возможна только при $V|\bar{\psi}|^2 < B_2$. Разрешив неравенство $\text{Im} \tilde{E}^\pm(\mathbf{k}; \bar{\psi}) > 0$ относительно $\bar{\psi}$ для заданного \mathbf{k} , получаем $P_1(\mathbf{k}) < V|\bar{\psi}|^2 < P_2(\mathbf{k})$, где

$$P_{1,2}(\mathbf{k}) = \frac{2}{3}[E_p - E_{\text{LP}}(\mathbf{k})] \mp \frac{1}{3}\sqrt{[E_p - E_{\text{LP}}(\mathbf{k})]^2 - 3\gamma^2}. \quad (1.23)$$

При $\mathbf{k} = 0$ эти выражения совпадают с $B_{1,2}$, поэтому все решения с отрицательным наклоном S-образной кривой действительно неустойчивы (даже в одномоновом приближении). Конденсат при этом сам находится в плоской спектральной области растущих мод.

Но даже еще будучи “внутренне” стабильным, конденсат может начать распадаться на другие моды $\mathbf{k} \neq 0$. Это происходит при относительно небольшой амплитуде. Заметив, что

$$\frac{dP_1(\mathbf{k})}{d[E_p - E_{\text{LP}}(\mathbf{k})]} > 0 \quad \text{при} \quad E_p - E_{\text{LP}}(\mathbf{k}) > 2\gamma, \quad (1.24)$$

легко найти, что порог рассеяния достигается на окружности $E_{\text{LP}}(|\mathbf{k}|) = E_p - 2\gamma$ и составляет

$$P = \min_{\mathbf{k}} P_1(\mathbf{k}) = \gamma, \quad \text{если} \quad D > 2\gamma. \quad (1.25)$$

Итак, конденсат начинает распадаться еще на нижней ветви S-образной кривой, т. к. отношение порогов P/B_1 равно $3\gamma/D$ при $\gamma \rightarrow 0$. При этом порог рассеяния всегда находится в бистабильной области [при $f > f(B_2)$], поскольку, с другой стороны,

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \frac{f(B_2)}{f(P)} = \sqrt{\frac{\gamma}{D}}. \quad (1.26)$$

О том, что же именно происходит при малом превышении порога P , нельзя ничего сказать в рамках теории, линейной по $\tilde{\psi}_{\mathbf{k}}$. Исходя из того, что во всяком “акте рассеяния” энергия сохраняется, а потеря устойчивости в точке P является, как говорят, *мягкой*, т. е. $\max_{\mathbf{k}} \text{Im} \tilde{E}(\mathbf{k})$ плавно переходит через нуль по мере увеличения f и $|\tilde{\psi}|$, было бы естественно ожидать в этой точке “фазовый переход второго рода” с непрерывной зависимостью $|\psi_{\mathbf{k}}|$ от f для всех \mathbf{k} . По крайней мере, такое предположение очень часто делают в похожих случаях в физике лазеров [45]. Но в данном случае оно было бы неверно. В действительности распад конденсата на боголюбовские пары запускает процесс накопления энергии, который не похож на фазовые переходы ни второго, ни первого рода.

1.3. Режим с обострением

Предваряя дальнейший анализ, вначале мы качественно опишем эволюцию рассматриваемой системы. По достижении порога рассеяния (1.25) ее энергия накапливается вследствие положительной обратной связи между амплиту-

дами конденсата и распадных мод в постоянных внешних условиях [A2, A3].

При сравнительно низкой постоянной интенсивности внешнего поля

$$f^2 \gtrsim f^2(P) = \frac{\gamma}{V} [(D - \gamma)^2 + \gamma^2], \quad (1.27)$$

сдвигающей резонанс на величину $V|\psi_0|^2 \gtrsim P = \gamma$, система самопроизвольно переходит на верхнюю ветвь устойчивости, где, как обычно, $V|\psi_0|^2 \gtrsim D$, каким бы большим ни было отношение D/γ . Амплитуда конденсата растет со временем по гиперболическому закону, так что относительно долгий инкубационный период, длительность которого стремится к бесконечности при $f \rightarrow f(P) + 0$, в конце завершается скачком на верхнюю ветвь. Такие процессы называют “режимами с обострением” (*англ.* blowup). В частности, они могут возникать в моделях на основе нелинейного уравнения Шредингера с притяжением частиц (самофокусировкой поля) [46, 47]. В нашем случае режим с обострением вызван тем, что система открыта.

Путем накопления энергии можно возбудить сильное поле даже при $\gamma/D \rightarrow 0$. Дело в том, что, поскольку брэгговские зеркала отражают свет как изнутри, так и снаружи, с увеличением добротности $Q \propto 1/\gamma$ они всё хуже пропускают его в резонатор от источника накачки. Если пренебречь поглощением, то и γ , и f^2 пропорциональны коэффициенту пропускания зеркал. Следовательно, $f^2 \propto \gamma I$, где I — интенсивность не эффективного, а настоящего внешнего электромагнитного поля. Его пороговая величина $I \propto f^2(P)/\gamma$ с уменьшением γ могла бы стать нереалистично высокой. Но поскольку, как мы выяснили, $f^2(P) \propto \gamma$ при $\gamma/D \rightarrow 0$ [(1.27)], зависимость порогового I от γ почти исчезает.

Ниже в разделе 1.3.1 мы теоретически покажем, что амплитуда конденсата не уменьшается, а действительно возрастает при рассеянии; для этого потребуются учесть $\psi_{\mathbf{k} \neq 0}$ во втором порядке [A2]. Далее в разделе 1.3.2 проиллюстрируем развитие неустойчивости на примере численного решения уравнений (1.16), а в следующем разделе 1.4 приведем экспериментальные свидетельства о режиме с обострением [A3, A4] и обсудим некоторые общие следствия.

1.3.1. Накопление энергии

В уравнении (1.16) для $\mathbf{k} = 0$ мы теперь учтем все члены взаимодействия, которые зависят от ψ_0 :

$$i\hbar \frac{d\psi_0}{dt} = [E_{\text{LP}}(0) - i\gamma] \psi_0 + f e^{-iE_p t/\hbar} + V \psi_0^* \psi_0 \psi_0 + V \sum_{\mathbf{k} \neq 0} (2\psi_0 \psi_{\mathbf{k}}^* \psi_{\mathbf{k}} + \psi_0^* \psi_{\mathbf{k}} \psi_{-\mathbf{k}}). \quad (1.28)$$

Рассуждая от противного, допустим, что в процессе рассеяния $(0, 0) \rightsquigarrow (\mathbf{k}, -\mathbf{k})$ наступило равновесие, в результате чего каждая заполненная мода \mathbf{k} имеет некоторую определенную частоту и постоянную классическую амплитуду. Выделим фазовые множители:

$$\psi_{\mathbf{k}}(t) = \bar{\psi}_{\mathbf{k}} e^{i\varphi_{\mathbf{k}}} e^{-iE(\mathbf{k})t/\hbar}, \quad \text{где } \bar{\psi}_{\mathbf{k}} \geq 0. \quad (1.29)$$

В равновесном состоянии должен, как обычно, соблюдаться баланс частот: $E(\mathbf{k}) + E(-\mathbf{k}) = 2E_p$. В таком случае из (1.28) получается не зависящее от времени уравнение, которое мы запишем по аналогии с (1.12):

$$\bar{\psi}_0^2 = \frac{f^2}{(E_p - E_{\star} - V\bar{\psi}_0^2)^2 + \gamma_{\star}^2}, \quad (1.30)$$

где введены обозначения

$$E_{\star} = E_{\text{LP}}(0) + V \sum_{\mathbf{k} \neq 0} (2\bar{\psi}_{\mathbf{k}}^2 + \bar{\psi}_{\mathbf{k}} \bar{\psi}_{-\mathbf{k}} \cos \alpha_{\mathbf{k}}), \quad (1.31)$$

$$\gamma_{\star} = \gamma + V \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \bar{\psi}_{\mathbf{k}} \bar{\psi}_{-\mathbf{k}} \sin \alpha_{\mathbf{k}}, \quad (1.32)$$

$$\alpha_{\mathbf{k}} = 2\varphi_0 - \varphi_{\mathbf{k}} - \varphi_{-\mathbf{k}}. \quad (1.33)$$

E_{\star} и γ_{\star} имеют смысл собственной энергии и декремента затухания. Если между конденсатом и всеми модами, населяющимися при его распаде, существует динамическое равновесие, то при постоянном f увеличение потерь конденсата должно приводить к уменьшению его амплитуды,

$$\frac{\delta \bar{\psi}_0}{\delta \gamma_{\star}} < 0, \quad (1.34)$$

тогда как в противном случае полная энергия системы может расти самопроизвольно. Символ δ здесь обозначает малые воображаемые изменения, которые нужны для анализа устойчивости статического решения. Проверим соотношение (1.34). Дифференцируя (1.30), находим

$$\delta\bar{\psi}_0 = \bar{\psi}_0 \frac{\delta X}{Y}, \quad \text{где} \quad (1.35)$$

$$\delta X = (E_p - E_\star - V\bar{\psi}_0^2) \delta E_\star - \gamma_\star \delta\gamma_\star, \quad (1.36)$$

$$Y = (E_p - E_\star - 2V\bar{\psi}_0^2)^2 - (V\bar{\psi}_0^2)^2 + \gamma_\star^2. \quad (1.37)$$

При помощи (1.30) также легко убедиться, что $Y = \partial(f^2)/\partial(\bar{\psi}_0^2)$. Значит, с ростом $\bar{\psi}_0$ эта величина изменяет знак в уже известной граничной точке

$$V\bar{\psi}_0^2 = \frac{2}{3}(E_p - E_\star) - \frac{1}{3}\sqrt{(E_p - E_\star)^2 - 3\gamma_\star^2}, \quad (1.38)$$

где ожидается скачок амплитуды. Нас интересует, может ли равновесие установиться раньше скачка, поэтому найдем минимум $\delta X/\delta\gamma_\star$ на нижней ветви решений. Поскольку выражение (1.36) уменьшается с увеличением $V\bar{\psi}_0^2$ при $\delta E_\star > 0$, подставим в него граничное значение (1.38), что дает

$$\delta X > \frac{1}{3} [E_p - E_\star + \sqrt{(E_p - E_\star)^2 - 3\gamma_\star^2}] \delta E_\star - \gamma_\star \delta\gamma_\star. \quad (1.39)$$

Выражение в правой части уменьшается с увеличением и E_\star , и γ_\star . Вплоть до предельной точки $E_p - E_\star = \sqrt{3}\gamma_\star$, т. е. когда нижняя ветвь решений еще существует как таковая, имеем

$$\frac{1}{\gamma_\star} \frac{\delta X}{\delta\gamma_\star} > \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\delta E_\star}{\delta\gamma_\star} - 1. \quad (1.40)$$

Найдем теперь $\delta E_\star/\delta\gamma_\star$ при $\delta\bar{\psi}_{\mathbf{k}\neq 0} \geq 0$. Задача имеет круговую симметрию, поэтому

$$\frac{\delta E_\star}{\delta\gamma_\star} = \frac{\sum_{\mathbf{k}\neq 0} u_{\mathbf{k}} \delta v_{\mathbf{k}}}{\sum_{\mathbf{k}\neq 0} \delta v_{\mathbf{k}}}, \quad (1.41)$$

где

$$u_{\mathbf{k}} = \frac{2 + \cos \alpha_{\mathbf{k}}}{\sin \alpha_{\mathbf{k}}}, \quad (1.42)$$

$$\delta v_{\mathbf{k}} = \sin(\alpha_{\mathbf{k}}) \bar{\psi}_{\mathbf{k}} \delta\bar{\psi}_{\mathbf{k}}. \quad (1.43)$$

(Согласно статье [A2], такие же выражения получаются и в более общем случае конденсата с ненулевым \mathbf{k} .) Заметим, что если $\bar{\psi}_{\mathbf{k}} > 0$ для какого-либо \mathbf{k} , то в условиях равновесия обязательно должно быть $\sin \alpha_{\mathbf{k}} > 0$, т. к. знак $\sin \alpha_{\mathbf{k}}$ определяет, в какую сторону идет процесс $(0, 0) \rightsquigarrow (\mathbf{k}, -\mathbf{k})$, ср. (1.32). Тогда выражение (1.41) имеет смысл среднего значения неотрицательной величины $|u_{\mathbf{k}}|$ с неотрицательной весовой функцией $|\delta v_{\mathbf{k}}|$, следовательно,

$$\frac{\delta E_{\star}}{\delta \gamma_{\star}} \geq \min_{\alpha} \left| \frac{2 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \right| = \sqrt{3}. \quad (1.44)$$

Объединив этот результат с (1.40) и затем (1.35), мы видим, что условие равновесия (1.34) невыполнимо на нижней ветви статических решений.

Возвращаясь теперь к динамическому процессу рассеяния, можно заключить, что амплитуда конденсата не уменьшается и не стабилизируется по причине роста его потерь выше порога — напротив, она сама возрастает и, как показано в работе [A2], *скорость роста* распадных мод от этого тоже непрерывно увеличивается. Положительная обратная связь между амплитудой и эффективной резонансной частотой конденсата действует теперь через распадные моды, причем поначалу сколь угодно медленно в случае $f \rightarrow f(P) + 0$. Однако со временем эта связь “замыкается накоротко” в точке $Y = 0$ и тогда происходит скачок на верхнюю ветвь устойчивости.

Консервативность парного взаимодействия (1.8) проявляется в балансе частот (1.19), но не балансе энергии, потому что все время действует внешнее поле. Но как раз в том случае, когда $\gamma \rightarrow 0$ и, в соответствии с (1.27), $f(P) \rightarrow 0$, т. е. когда система становится все ближе к бездиссипативной и замкнутой, такое ее поведение особенно противоречит интуиции.

1.3.2. Многомодовая неустойчивость

Теперь мы вернемся к уравнениям (1.16) и на примере их численного решения рассмотрим оставшиеся вопросы: с одной стороны, роль начальных условий, а с другой — сильную неустойчивость непосредственно перед скачком

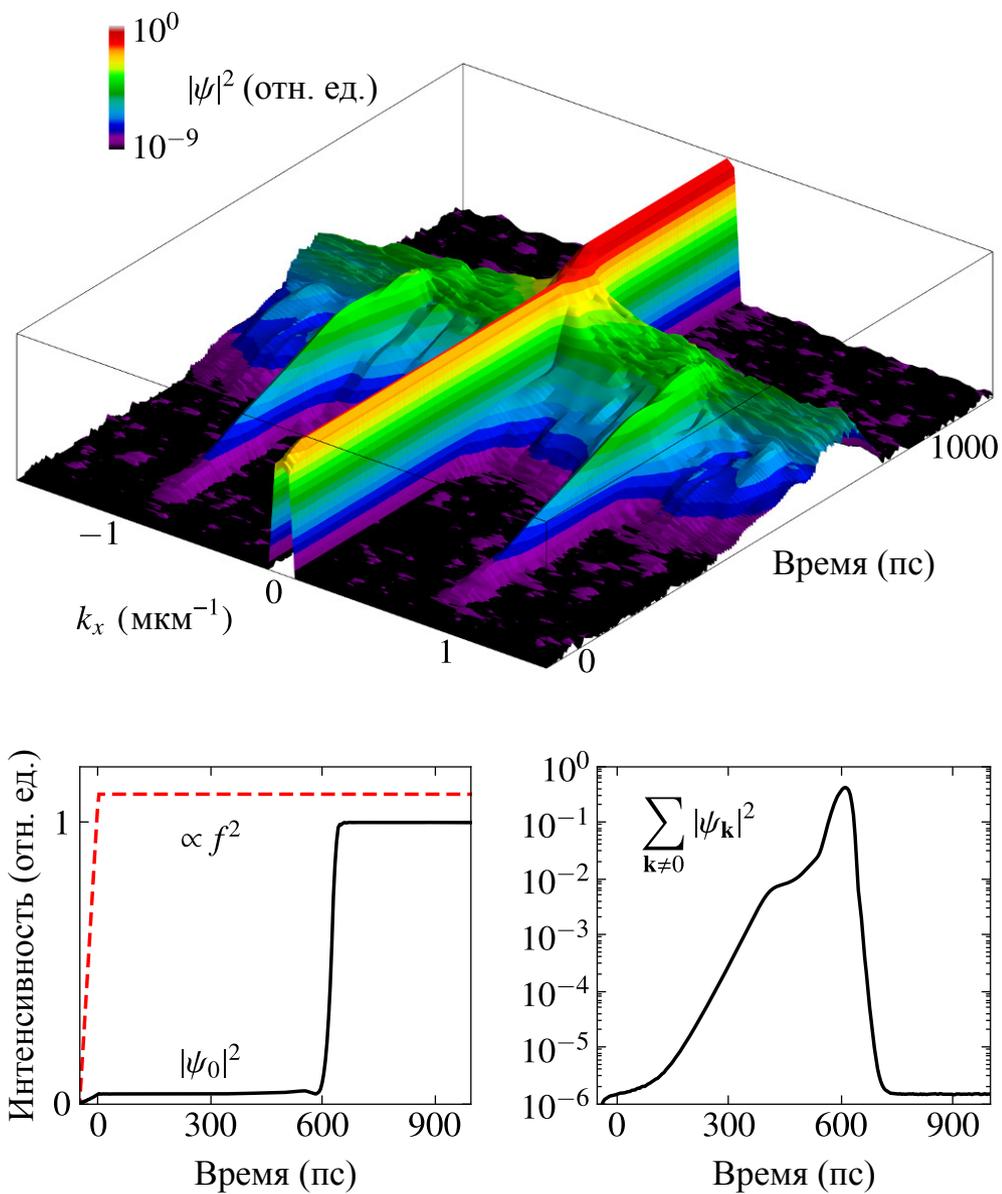


Рис. 1.3. Эволюция поляритонной системы в режиме с обострением [A2]. Вверху: распределение $|\psi_{\mathbf{k}}(t)|^2$ вдоль оси $k_y = 0$; вертикальная шкала логарифмическая. Внизу: интенсивность внешнего поля, конденсатной моды и всех рассеянных мод.

амплитуды конденсата. Данный пример из статьи [A2] (рис. 1.3) получен при $D/\gamma = 12.5$ и таком f^2 , что

$$f^2(P) : f^2 : f^2(B_1) \approx 1 : 1.1 : 3. \quad (1.45)$$

Чтобы смоделировать начальные условия, в правую часть уравнений добавлен стохастический источник $\xi_{\mathbf{k}}$. Его фаза $\arg \xi_{\mathbf{k}}$ — случайная величина с равномерным распределением от 0 до 2π , обновляющаяся каждые 0.08 пс ($\lesssim \hbar/R$) в каждом узле расчетной сетки \mathbf{k} . Постоянная и одинаковая для всех \mathbf{k} амплитуда $|\xi_{\mathbf{k}}|$ подобрана так, чтобы при $f = 0$ средняя населенность каждой моды составляла $V|\psi_{\mathbf{k}}|^2 \sim 10^{-9}P$. Закон дисперсии $E_{\text{LP}}(k)$ определяется параметрами $E_C(0) = E_X = 1.45$ эВ, $R = 6.4$ мэВ и $\varepsilon = 12.5$. Ширина резонанса составляет $\gamma = \hbar/\tau = 0.04$ мэВ ($\tau \approx 16$ пс), отстройка накачки $D = 0.5$ мэВ, диапазон волновых чисел $-1.5 \leq k_{x,y} \leq 1.5$ мкм $^{-1}$, размерность сетки 81×81 , граничные условия циклические. В течение 50 пс величина f^2 линейно возрастает от нуля до уровня (1.45) и затем остается постоянной. Момент, когда f^2 выходит на заданный уровень, принят за нуль на временной шкале. Нас интересует последующая эволюция системы. Она не зависит от конкретного значения константы V , учтенного в определениях $f^2(B_1)$ [(1.14)] и $f^2(P)$ [(1.27)]. Для интегрирования уравнений использовался метод Рунге-Кутты с коррекцией шага.

Согласно (1.16), величина $|\psi_{\mathbf{k}}|$ пропорциональна $|\psi_{-\mathbf{k}}^*|$. Следовательно, в идеальной системе конденсат не будет распадаться, если $\psi_{\mathbf{k}} = 0$ для всех $\mathbf{k} \neq 0$. Ненулевые $\psi_{\mathbf{k}}$ легко обеспечиваются рэлеевским рассеянием, но оно же и мешает нелинейному сигналу вырасти на фоне шума. Появление коррелированных пар типа сигнал/холостой сигнал (*англ.* idler) из шумового субстрата — сложный процесс, длительность которого зависит от соотношения характерных времен роста сигнала $\hbar/\text{Im } \tilde{E}(\mathbf{k}, |\psi_0|)$ и его случайной дефазировки. Здесь мы ограничимся иллюстрацией: как видно из рис. 1.3, регулярный рост $|\psi_{\mathbf{k}}(t)| \propto e^{\Gamma t}$ с постоянным Γ начинается только при $t \approx 160$ пс $\approx 10\tau$. Ко времени его окончания ($t \approx 400$ пс) становится заметным небольшое увеличение $|\psi_0|$.

После $t \approx 400$ пс наступает новый беспорядок уже чисто динамической природы. Конденсат теперь находится в центре большого круга растущих мод $[\text{Re } \tilde{E}^\pm(\mathbf{k}) = E_p]$ с различными $|\mathbf{k}|$. Возникают вторичные каналы рассеяния, не учтенные в уравнении (1.28), и система теряет то распределение фаз $\alpha_{\mathbf{k}}$, при котором энергия накапливалась раньше. Но конденсат уже и сам по себе нестабилен; в какой-то момент он резко изменяет фазу, увеличивает амплитуду и, достигнув верхней ветви устойчивости, больше не распадается ($t \gtrsim 600$ пс).

По-разному выбирая параметры, можно изменять время отдельных стадий этого перехода, но если система однородна и энергия не может уходить из нее иначе, кроме как излучаясь из резонатора наружу, стадия экспоненциального роста распадных мод всегда завершается скачком на верхнюю ветвь устойчивости.

1.4. Эксперименты

1.4.1. Динамика рассеяния на масштабе сотен пикосекунд

Режим с обострением наблюдался при импульсной накачке [A3], когда величины $|\psi_{\mathbf{k}}(t)|^2$ могут быть измерены непосредственно (с точностью до коэффициента пропускания). В этой работе импульс имел гауссову форму с латеральным размером 45 мкм и длительностью около 200 пс. Было показано, что начало рассеяния действительно запускает процесс накопления энергии. Населенность распадных мод росла даже при уменьшающейся накачке, т. е. на заднем фронте импульса, а скачок $|\psi_0|^2$ наблюдался затем при двукратном уменьшении $f^2(t)$ с задержкой около 100 пс относительно максимума. На рис. 1.4 представлен упрощенный модельный расчет для пространственно однородного импульса, а на следующем рис. 1.5 расчетные и экспериментальные данные непосредственно сравниваются в случае конечного размера пятна возбуждения и обнаруживают хорошее согласие. Некоторое различие между ними, заметное в эксперименте по более высокой интенсивности рассеянного сигнала, объясня-

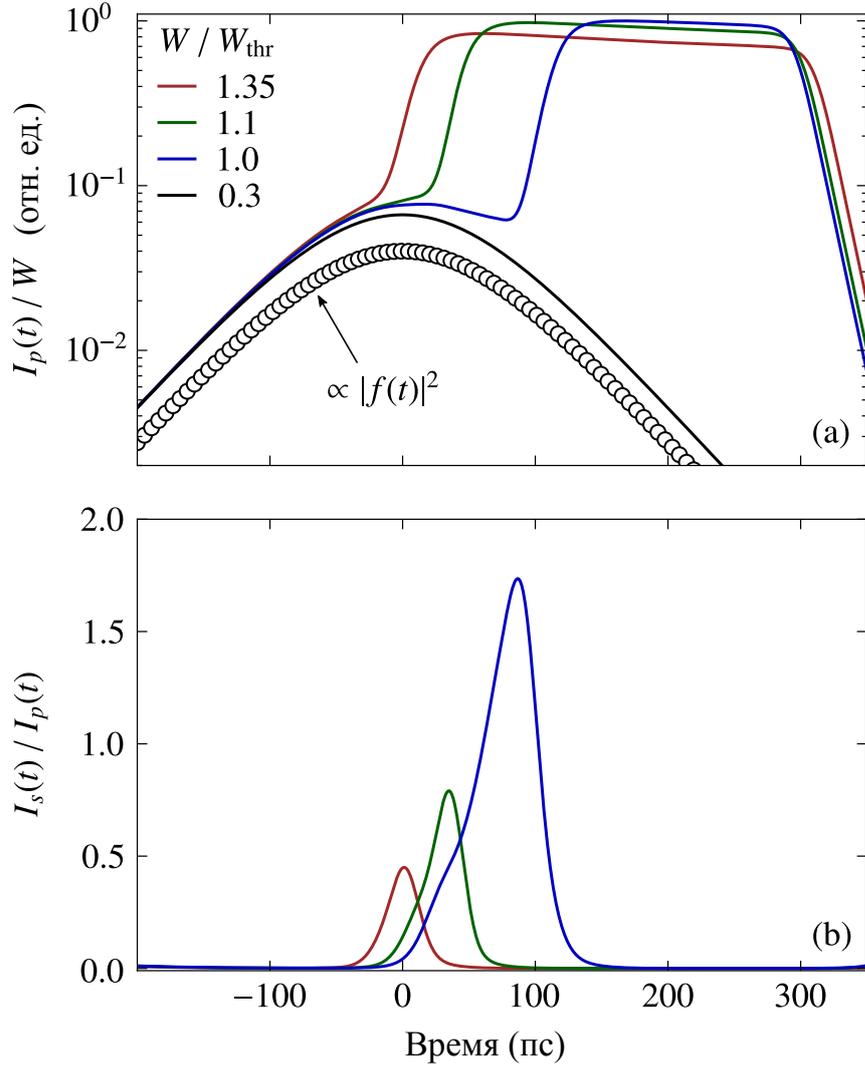


Рис. 1.4. Рассчитанная эволюция поляритонной системы в случае пространственно однородного, но имеющего конечную длительность импульса накачки с различными пиковыми интенсивностями $W = \max_t |f(t)|^2$ [A3]. Момент времени $t = 0$ соответствует пику импульса. Величина $W = W_{\text{thr}}$ — наименьшая (пороговая) пиковая интенсивность, при которой система переходит на верхнюю ветвь устойчивости. Величины I_p , и I_s , приведенные на рис. (a) и (b) — соответственно, интенсивность фотовозбуждаемой моды $\mathbf{k} = \mathbf{k}_p = 0$ и суммарная интенсивность рассеянных мод в области $0.4 < |\mathbf{k}| < 1.7 \mu\text{m}^{-1}$. Величины $I_p(t)$ на рис. (a) разделены на W для каждой линии, поэтому все линии совпадают в начале импульса. Величины $I_s(t)$ на рис. (b) разделены на $I_p(t)$ при соответствующем W и тем самым представляют долю рассеянного сигнала по отношению к конденсату в каждый момент времени. Параметры: $\gamma \approx 0.02 \text{ meV}$, $D \approx 1 \text{ meV}$.

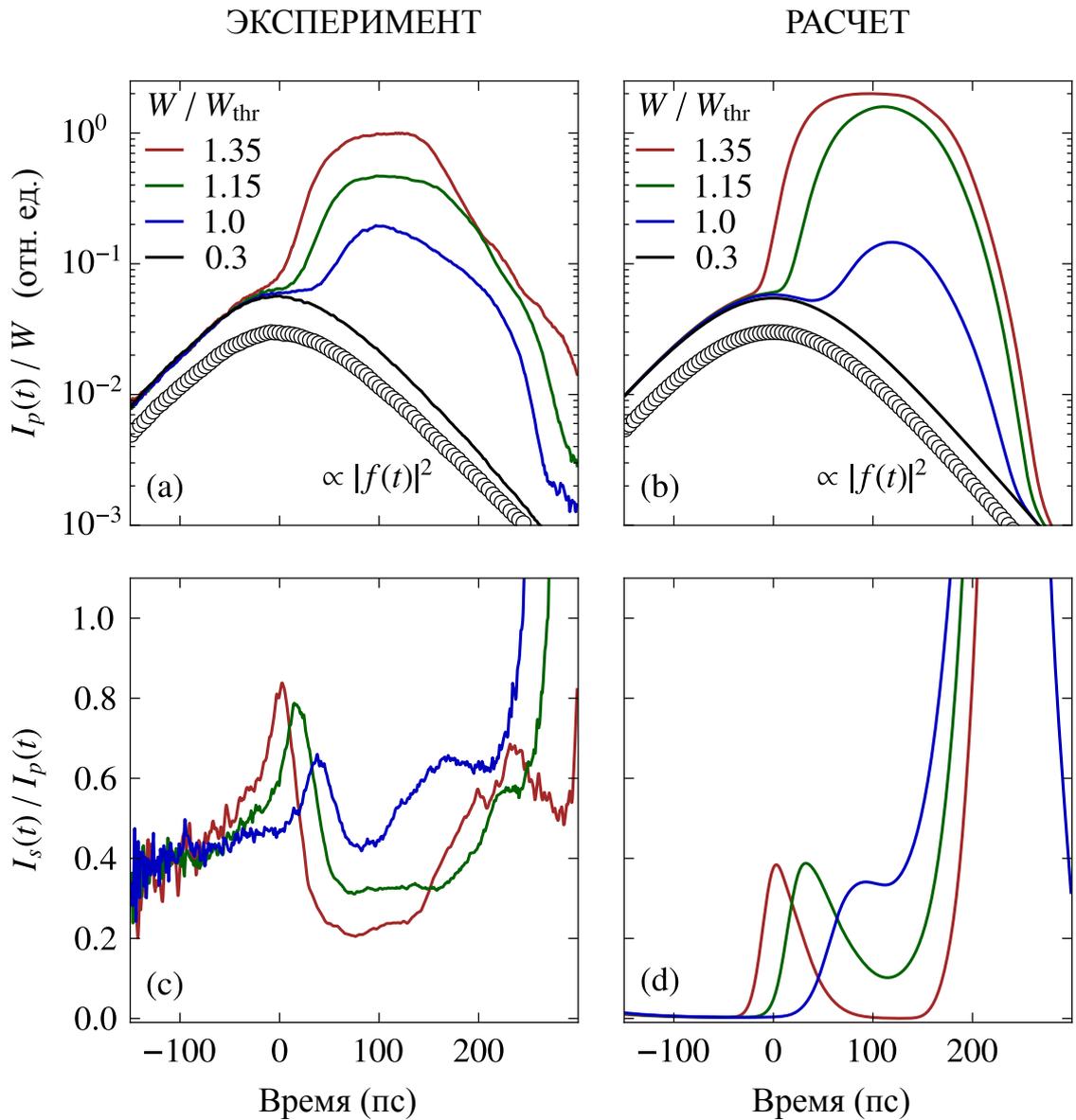


Рис. 1.5. Измеренная (а, с) и рассчитанная (b, d) эволюция поляритонной системы в случае пространственно ограниченного импульса накачки, имеющего гауссову форму с шириной около 45 мкм [A3]. Обозначения и параметры соответствуют рис. 1.4. Причиной относительно высокой интенсивности рассеянного сигнала в линейном режиме (при $t \sim -100$ пс) на рис. (с) является небольшая неоднородность образца и вызванное ей рэлеевское рассеяние поляритонов. С другой стороны, пиковые значения I_s/I_p меньше, чем на рис. 1.4, т.к. по причине аппаратных ограничений рассеянный сигнал суммируется уже не по всему k -пространству, а только в пределах определенной полосы вокруг $k_y = 0$.

ется небольшой неоднородностью образца и вызванным ей рэлеевским рассеянием, не учитывавшимся в расчетах. Отдельные измерения показали [A3], что, в полном соответствии теоретическими представлениями, в процессе перехода сначала возбуждались моды с определенным $|\mathbf{k}|$, а затем широкая область вокруг конденсата. Как и ожидалось, режим с обострением отсутствовал, если импульс был слишком сильным или слишком слабым.

1.4.2. Самоорганизация в локализованной системе

Зададимся вопросом: можно ли задержать эволюцию системы в ее самой неустойчивой фазе? Для этого нужно обеспечить отток энергии, который бы компенсировал, но не разрывал обратную связь между конденсатом и распадными модами. Оказалось, что это можно сделать, если в обычной латерально однородной структуре возбуждать только малое пятно радиусом в несколько микрометров [A4]. В таком случае разбегание поляритонов с $k \neq 0$ все время уводит часть энергии за пределы неустойчивой области в центре пятна.

Эксперимент [A4] был выполнен при непрерывной накачке. Как всегда в таких случаях, сигнал пропускания не разрешался по времени, но мог сколько угодно долго накапливаться вблизи порога. С увеличением амплитуды внешнего поля наблюдались два скачка сигнала, первый из которых — переход от линейного (рэлеевского) к параметрическому рассеянию, а второй — переход на верхнюю ветвь устойчивости. В промежутке последний переход остается незавершенным даже при $t \rightarrow \infty$ из-за оттока энергии. Ясно, что неустойчивость сильнее всего прямо перед вторым скачком. Здесь конденсат испытывает сильное обратное воздействие распадных мод, амплитуда каждой из которых в среднем мала, но изменяется быстро и беспорядочно. Следовательно, все моды, включая сам конденсат, уже не похожи на осциллятор, возбуждаемый постоянной гармонической силой, так что предположение о макроскопической когерентности может перестать выполняться. И действительно, именно и только в этой области временная корреляционная функция второго порядка, измеренная

с помощью интерферометра Брауна-Твисса, обнаружила скачок до 1.8 вместо обычной для классического света величины 1.0.

Когда говорят о *неклассических* поляритонных состояниях, возникающих при рассеянии, джозефсоновских переходах и т. п., обычно предполагают, что хотя бы одна из связанных мод имеет низкую населенность, позволяющую проявиться квантовым эффектам [48–50]. Но в нашем случае некогерентные состояния порождает в определенном смысле сам конденсат. Сверх-пуассоновская статистика фотонов обнаружилась, когда интенсивность поля была уже на порядок больше, чем в заведомо когерентном состоянии ниже порога. Кроме того, еще в 2004 г. сообщалось о неклассическом излучении со “сжатым” соотношением неопределенностей в преддверии перехода на верхнюю ветвь, однако в однородной поляритонной системе этот эффект был не очень большим [51].

Еще один примечательный эффект, обнаруженный в работе [A4], — спонтанное нарушение круговой симметрии. Неустойчивые распадные моды конкурируют между собой и образуют новые параметры порядка, в результате чего симметричное гауссово пятно переходит в правильный многоугольник. Число его сторон и ориентация определяются амплитудой конденсата, а также некоторой неоднородностью самого образца, поскольку в эксперименте они зависели от расположения пятна накачки. Этот эффект наблюдался в более широком интервале амплитуд, чем излучение с квантовым шумом.

Таким образом, введение латеральной неоднородности приводит к интересным новым явлениям, обусловленным самоподдерживающейся многомодовой неустойчивостью. Мы вернемся к этому вопросу в разделе 1.5, где будет показано, что режим многомодовой неустойчивости может быть стабилизирован не только при малом размере пятна (2 мкм, как в [A4]), но и в случае существенно большего латерального размера системы при условии пониженной вращательной симметрии, например, в микрорезонаторе полигональной формы. В этом случае возникает принципиально новое явление петлевого параметрического рассеяния.

1.4.3. Параметрическое рассеяние вблизи “магического угла”

(ретроспективный обзор)

Несколько отклоняясь от основной линии изложения, упомянем об эффекте, который на рубеже 2000 г. вызвал первый всплеск интереса к коллективным состояниям поляритонов в микрорезонаторе. Это распад конденсата, возбужденного с волновым числом k_p около точки перегиба нижней поляритонной ветви, в результате чего появляются новые когерентные моды с волновыми числами 0 и $2k_p$. Точку перегиба называют еще “магическим углом”, т.к. в общем случае волновое число конденсата контролируется углом падения света: $k_p \approx (E_0/\hbar c) \sin \theta$, что дает $\theta \approx 15^\circ$ в точке перегиба $E_{LP}(k)$ для GaAs при $E_0 = E_C(0) = E_X$.

Поначалу рассеяние из конденсата обнаружили в режиме “параметрического усилителя”, измеряя коэффициент пропускания второго луча с волновым числом $k = 0$ и относительно низкой амплитудой [52, 53]. Почти сразу после этого выяснилось, что второй луч не нужен и конденсат может распадаться совершенно спонтанно [54–56]. Такой распад объясняли [57, 58] по аналогии с оптическим параметрическим осциллятором (ОПО), в котором луч “накачки” расщепляется на “сигнал” и “холостой сигнал” половинной частоты — именно поэтому так до сих пор иногда называют неустойчивые боголюбовские моды, тоже возникающие парами; но в уравнениях эволюции обычного ОПО нелинейный член имеет вторую, а в нашем случае — третью степень по амплитуде. Если из системы типа (1.16) взять только три уравнения для $\mathbf{k} = 0$ (сигнал), $\mathbf{k} = \mathbf{k}_p$ (конденсат, возбуждаемый внешним полем) и $\mathbf{k} = 2\mathbf{k}_p$ (холостой сигнал), легко определить связь между амплитудами сигнала и конденсата выше порога рассеяния, которая получается такой же, как в эксперименте [59]: $|\psi_0| \propto |\psi_{\mathbf{k}_p}|^2$.

Оставалось понять, почему сигнал предпочитает появляться именно в состоянии $\mathbf{k} = 0$. Те же эксперименты [59] показали, что ничего *магического* в точке перегиба нет и конденсат может распадаться при разных θ от 10° до 24° ,

тогда как сигнал с увеличением θ только сдвигается вверх по частоте, но не изменяет волнового числа. Расчет спектров возбуждений картины не прояснял. Чтобы обобщить результаты раздела 1.2 на случай $\mathbf{k}_p \neq 0$, следовало бы заменить “ $-\mathbf{k}$ ” на “ $2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}$ ” в каждой из формул (1.18)–(1.20). Это приводит к несколько более сложному выражению для $\tilde{E}^\pm(\mathbf{k})$, но в пороговой точке синий сдвиг $V|\psi_{\mathbf{k}_p}|^2$ по-прежнему равен γ . При малом γ дисперсионные поверхности $\text{Re } \tilde{E}^\pm(\mathbf{k})$ почти не возмущены, и тогда направления рассеяния определяются прямо из условия баланса фаз наподобие (1.19):

$$E_{\text{LP}}(\mathbf{k}) + E_{\text{LP}}(2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}) = 2E_p. \quad (1.46)$$

В экспериментах частота накачки E_p несколько превышала резонансную частоту $E_{\text{LP}}(\mathbf{k}_p)$, т. к. сигнал был от этого сильнее. Но если $D > 0$, то все точки (k_x, k_y) , удовлетворяющие (1.46) при \mathbf{k}_p в области магического угла, образуют в k -пространстве подобие знака “ ∞ ” с широкими петлями вокруг $\mathbf{k} = 0$ и $2\mathbf{k}_p$, разомкнутыми в центральной точке \mathbf{k}_p .

Вначале полагали [24], что для макрозаполнения сигнальной моды $\mathbf{k} = 0$ нужны иные каналы рассеяния, не учтенные в (1.10) и (1.16), которые, например, могли бы понижать устойчивость всех *неосновных* состояний с большими собственными энергиями. Другое объяснение предложили Гиппиус и Тиходеев [25, 40, 60, 61], заметившие, что при положительной отстройке D конденсат должен быть бистабильным. И как раз на верхней ветви решений дисперсионные поверхности $\text{Re } \tilde{E}^\pm(\mathbf{k})$ склеиваются вблизи $\mathbf{k} = 0$ и $2\mathbf{k}_p$ почти независимо от конкретного \mathbf{k}_p , потому что поверхность $\text{Re } \tilde{E}^+(\mathbf{k})$ сильно смещена в синюю сторону спектра, а $\text{Re } \tilde{E}^-(\mathbf{k})$ — в красную (см. рис. 1.6). В точках около 0 и $2\mathbf{k}_p$ они касаются при наибольшей амплитуде конденсата, когда еще возможно рассеяние. Но оказаться на верхней ветви можно только после скачка амплитуды, следовательно, имеет место фазовый переход не второго, как считали ранее по аналогии с ОПО [59], а, возможно, первого рода. Эксперименты с импульсной накачкой и временным разрешением, которые были поставлены несколько лет

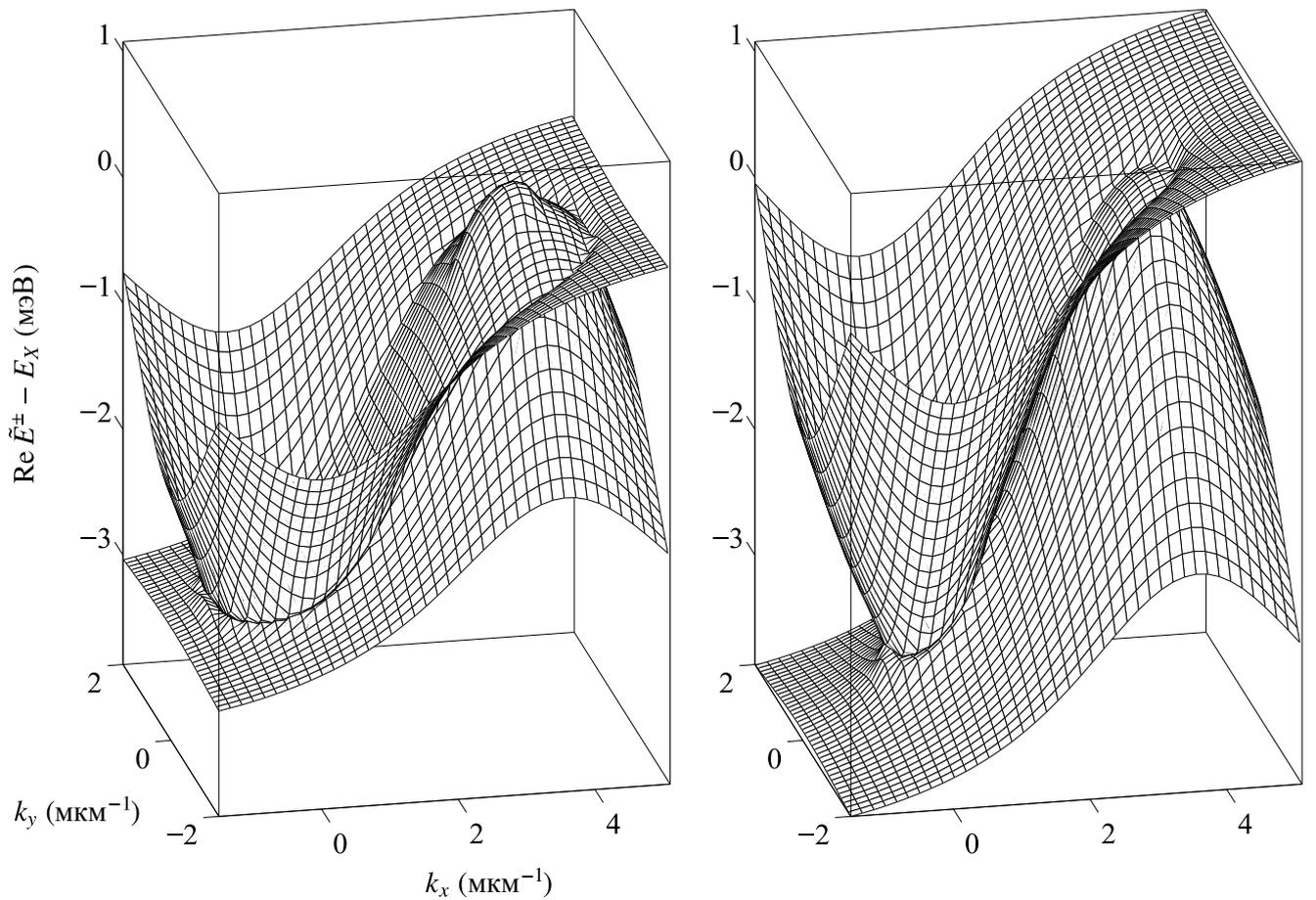


Рис. 1.6. Распределение $E = \text{Re } \tilde{E}^{\pm}(k_x, k_y)$: слева — на нижней ветви S-образной кривой при $f \lesssim f(B_1)$, справа — на верхней ветви при таком же f [A1]. Параметры: $R = 6.4$ мэВ, $\mathbf{k}_p = (1.8, 0)$ мкм $^{-1}$, $D \approx 0.5$ мэВ $\approx 3\gamma$.

спустя [62–64], явно показали быстрое усиление и конденсата, и сигналов по достижении порога. Примерно тогда же в серии экспериментов с различными постоянными f обнаружился резкий переход от распределения (1.46) к гигантскому сигналу с нулевым \mathbf{k} , что было бы невозможно без скачка $|\psi_{\mathbf{k}_p}|$ [65]. Еще до этого выяснилось, что сигнал и холостой сигнал обладают высокой пространственно-временной когерентностью [66].

Сценарий, предполагавший скачок $|\psi_{\mathbf{k}_p}|$ в начале всего процесса, тоже имел определенную трудность: по мере увеличения D/γ необходимое для такого скачка внешнее поле f_1 [см. (1.14)] становится, согласно расчетам, заметно выше порога рассеяния (1.25). Величина f_1 может несколько понижаться в связи с неучтенными в (1.16) флуктуациями ([67–71]); тем не менее, уже при $D/\gamma > 2$ “мягкое” параметрическое рассеяние (без скачка амплитуды) не наблюдалось даже в наиболее однородных образцах при низкой температуре, когда эффект флуктуаций минимален. Причина этого и относительно полная картина происходящего выяснились лишь при учете обратной связи конденсата и сигналов [A2]. Можно сказать, что в качестве первичного нелинейного эффекта действительно выступает параметрическое рассеяние, однако, возбуждая распадающиеся моды, конденсат усиливается сам и сдвигает поверхности $\text{Re } \tilde{E}^\pm(\mathbf{k})$ в противоположные стороны, отчего распределение направлений рассеяния все время изменяется. В результате накопления энергии оно переходит в две несвязанные области, замкнутые вокруг $\mathbf{k} = 0$ и $2\mathbf{k}_p$ и уже не включающие центральную точку \mathbf{k}_p . Конденсат, оказавшийся внутри спектральной щели, интенсивно распадается и отдает излишек энергии сигналу и холостому сигналу. В итоге множество рассеянных мод практически вырождается в две точки 0 и $2\mathbf{k}_p$, а бистабильность полностью исчезает ($E_p - E_* < \sqrt{3}\gamma_*$). По этой причине в экспериментах с непрерывной накачкой получалось, что сигнал, который, на первый взгляд, должен возникать плавно, испытывает гигантский скачок, тогда как бистабильный конденсат, напротив, почти не изменяет своей амплитуды.

Уравнения (1.10) с внешним полем $f \propto e^{i(\mathbf{k}_p \mathbf{r} - E_p t/\hbar)}$ постепенно теряют силу

при смещении \mathbf{k}_p в экситонную область ($\theta \gtrsim 40^\circ$), где начинает проявляться некогерентное рассеяние [A31, A32]. При обратном смещении \mathbf{k}_p от магического угла к нулю пара $(0, 2\mathbf{k}_p)$ перестает играть особую роль, а кроме того усиливаются помехи от рэлеевского сигнала вблизи порога. Около $\mathbf{k}_p = 0$ режим с обострением становится чисто переходным эффектом, как он и был для простоты описан в разделе 1.3.

1.5. Макроскопическое петлевое рассеяние

Состояния с многомодовой неустойчивостью могут обнаруживать “инверсную населенность”: аномальное распределение поляритонов, при котором интенсивность рассеянных мод $I_s = \sum_{\mathbf{k} \neq \mathbf{k}_p} |\psi_{\mathbf{k}}|^2$ становится выше интенсивности накачиваемой моды $I_p = |\psi_{\mathbf{k}_p}|^2$. В том случае, когда $D/\gamma \gtrsim 10$ и амплитуда $|f|$ зафиксирована вблизи пороговой точки (1.27), величина I_s может оказаться заметно больше, чем I_p , в течение короткого промежутка времени непосредственно перед скачком на верхнюю ветвь устойчивости системы (см. рис. 1.3 и 1.4). В латерально однородном резонаторе самопроизвольный рост I_s неизбежно приводит к такому скачку [A2], поэтому состояния с инверсной населенностью всегда нестабильны. Следуя работе [A5], теперь мы покажем, что эти необычные состояния могут быть стабилизированы в условиях пониженной вращательной симметрии, что приводит к обратному рассеянию, петлевым процессам взаимодействия и возможности автоколебаний даже в эффективно бесспиновой поляритонной системе, возбуждаемой плоской волной.

1.5.1. Резонансный отклик поляритонов в квадратной мезе

Рассмотрим для примера квадратную квантовую яму (мезу) со стороной $L \approx 40 \mu\text{m}$ и неопределенно высоким энергетическим барьером на границе. Основные параметры: $\gamma = 0.01$ мэВ, $D = 0.4$ мэВ и $k_p = 0$. Величина $E_C(0) - E_X$ равна нулю, поэтому, в соответствии с (1.4), масса поляритона m при $k \rightarrow 0$

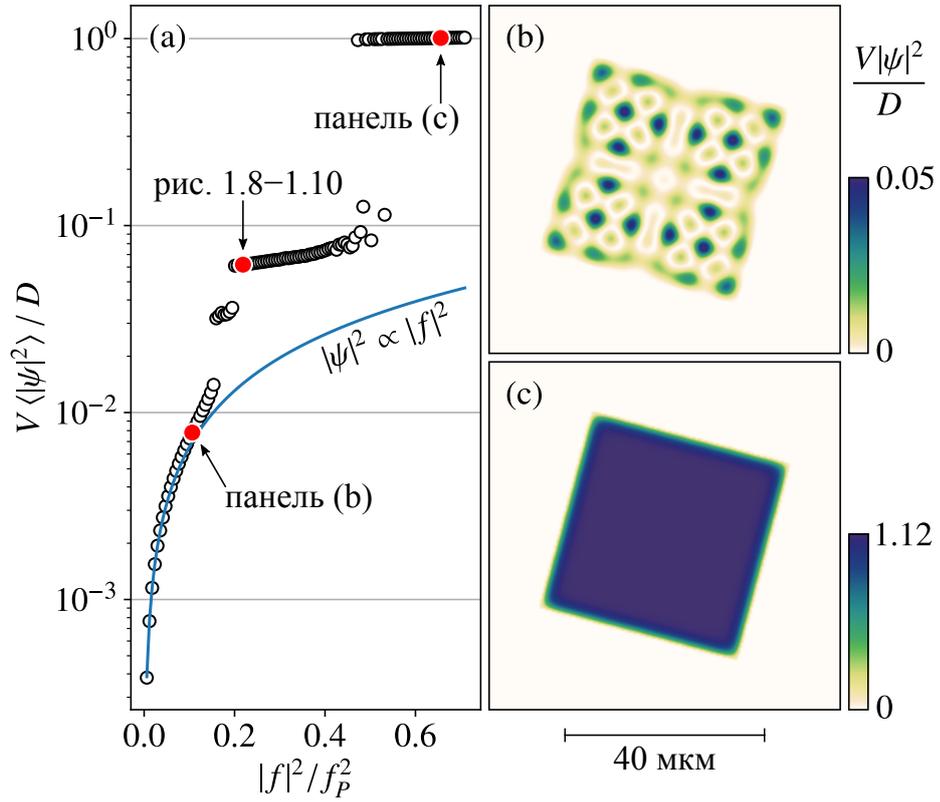


Рис. 1.7. (а) Стационарный отклик на внешнее поле для системы поляритонов в квадратной квантовой яме (мезе) [A5]. Параметры указаны в основном тексте. Точки представляют независимые друг от друга решения уравнений (1.10). Интенсивности $|\psi(\mathbf{r}, t)|^2$ усреднены в пространстве по площади мезы и во времени в интервале от $t = 3$ нс до $t = 3.1$ нс. Интенсивность внешнего поля $|f|^2$ линейно увеличивалась от нуля до заданной величины при $0 < t < 1$ нс; следующие 2 нс отведены для установления решений при постоянном $|f|$. (b, c) явный вид пространственного распределения $|\psi(\mathbf{r})|^2$ для двух стационарных решений.

вдвое больше, чем масса двумерного фотона $m_{\text{ph}} = \varepsilon E_0 / c^2$, которая, в свою очередь, определяется параметрами $E_0 = 1.5$ эВ и $\varepsilon = 12.5$. В расчетах учитывалась непараболичность закона дисперсии, однако она не играет существенной роли при относительно малом D . Как и ранее, константа взаимодействия V может быть выбрана произвольно. Она задает пороговую амплитуду внешнего поля $|f(P)| \propto V^{-1/2}$ [см. (1.27)], для которой мы в этом разделе будем использовать обозначение f_P .

На рис. 1.7(а) представлена зависимость усредненной величины $V|\psi|^2$ от $|f|^2$. В отличие от рис. 1.2, она имеет три, а не две ветви отклика и, кроме того, обнаруживает несколько изолированных точек, которые соответствуют переход-

ным решениям, не устанавливающимся в течение большого периода времени. Как и ожидалось, отклик является линейным при $|f| \rightarrow 0$, тогда как самая верхняя ветвь устойчивости характеризуется полностью компенсированной отстройкой частоты накачки от резонанса ($V|\psi|^2/D \gtrsim 1$). Эта ветвь достигается при довольно малой интенсивности накачки $|f|^2 \approx 0.5f_p^2$, что не удивительно, поскольку наличие барьера вызывает рэлеевское рассеяние из $k = 0$ в другие k -состояния с энергией E_p и в результате интегральная плотность поля больше, чем была бы в плоской системе при таком же постоянном $|f|$ (различие исчезает на верхней ветви, где рассеяние прекращается). Примечательно, однако, что отклик становится нелинейным при $V\langle|\psi|^2\rangle \lesssim 10^{-2}D$, т. е. заметно ниже порога не только с точки зрения амплитуды накачки, но и с точки зрения амплитуды конденсата как такового (1.25). Данное обстоятельство вызвано тем, что поле внутри мезы сильно неоднородно и его распределение содержит несколько малых по размеру областей с высоким $|\psi|^2$, которые относительно рано начинают давать нелинейный вклад в усредненный сигнал. Как видно из рис. 1.7(b), максимальная величина $V|\psi|^2$ составляет $0.05D = 2\gamma$, т. е. оказывается вдвое выше порога неустойчивости, в то время как среднее значение $V|\psi|^2$ все еще меньше $0.008D$.

Сильная неоднородность объясняется, в свою очередь, пониженной вращательной симметрией, благодаря которой рэлеевское рассеяние имеет определенные выделенные направления, отвечающие геометрии системы. Например, если стороны мезы ориентированы по осям x и y , то выделенные k -состояния суть $(\pm\tilde{k}, 0)$ и $(0, \pm\tilde{k})$, где $\tilde{k} \approx \sqrt{2mD}/\hbar$. В самом деле, отражение каждой из этих волн от барьера дает такую же волну с противоположным \mathbf{k} , в то время как всякая другая волна, отражающаяся сразу от двух ортогональных друг другу сторон квадратной мезы, распадается в конечном счете на множество мод и теряет когерентность. Заполнение геометрически выделенных k -состояний приводит к формированию квазипериодической структуры стоячих волн с большой глубиной модуляции даже при $|f| \rightarrow 0$. Отметим, что в случае $k_p = 0$ волновые

числа рэлеевского и параметрического рассеяния равны друг другу, поэтому достижение порога $|f| = f_P$ в ходе плавного увеличения $|f|$ приводит к дальнейшему — уже нелинейному — усилению выделенных k -состояний и увеличению глубины модуляции сопутствующей пространственной решетки. Таким образом, начало параметрического рассеяния происходит в некотором множестве отдельных малых областей, а не во всей плоскости образца одновременно. В итоге мы приходим к ситуации локализованной неустойчивости наподобие той, что обсуждалась в разделе 1.4.2 для системы с малым пятном возбуждения. В том случае мы нашли, что в определенном диапазоне $|f|$ переход на верхнюю ветвь не происходит несмотря на начавшееся параметрическое рассеяние [A4].

Решения с аналогичными свойствами образуют среднюю ветвь в интервале $0.2 \lesssim |f|^2/f_P^2 \lesssim 0.5$ на рис. 1.7(a). Они параметрически неустойчивы относительно рассеяния, однако эффективно стабилизируются вследствие дополнительных потерь энергии, компенсирующих положительную обратную связь между накачиваемой и распадными модами. Дополнительные потери связаны с тем, что поляритоны разбегаются в пространстве из областей усиления, где величина $V|\psi|^2$ находится выше порога, в области затухания, где достигаются интерференционные минимумы выделенных k -состояний. В импульсном пространстве тот же самый процесс выглядит как рассеяние в континуум быстро затухающих мод.

1.5.2. Обратное рассеяние и автоколебания

Рассмотрим более подробно характерное решение, находящееся неподалеку от начала средней ветви (см. рис. 1.7) при $|f|^2/f_P^2 \approx 0.22$. На рис. 1.8 приведены интенсивности накачиваемой (I_p) и рассеянных (I_s) поляритонных мод в зависимости от времени. Чтобы учесть уширение мод, обусловленное конечным размером системы, величина I_p в действительности суммируется по $k_{x,y} = 0 \pm 0.08$ мкм⁻¹, а величина I_s — по остальной части k -пространства.

Для того чтобы показать возникновение неустойчивости, интенсивность

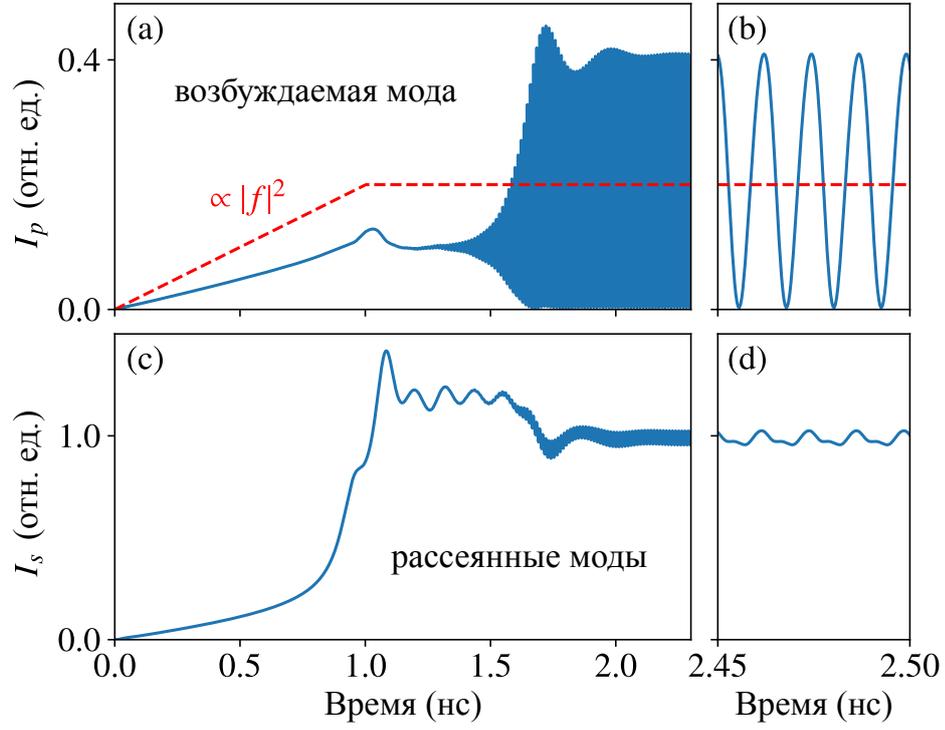


Рис. 1.8. Динамика интенсивностей фотовозбуждаемой (a, b) и рассеянных (c, d) мод [A5]. Интенсивность внешнего поля $|f|^2$ линейно возрастает в течение 1 нс от 0 до $\sim 0.22 f_P^2$. Панели (b) и (d) представляют установившееся решение с более детальным масштабом времени.

внешнего поля $|f|^2$ увеличивается от нуля до заданной величины в течение довольно длинного интервала времени. Из графиков видно, что в самом начале этого процесса $I_s \propto I_p \propto |f|^2$, поскольку рэлеевское рассеяние является линейным по амплитуде. Превышение величиной $|f|$ параметрического порога вызывает значительный рост I_s при $t \gtrsim 0.8$ нс. Этот эффект характерен для первой стадии режима с обострением, когда в систему рассеянных мод поступает много энергии, несмотря на то что сам конденсат усиливается еще не очень заметно (см. также рис. 1.3 и 1.4). Однако в случае пониженной симметрии в процесс рассеяния вовлечена только небольшая часть площади мезы. Поэтому, в отличие от рис. 1.3, накопленная величина I_s недостаточна для появления “глобальной” одномодовой неустойчивости конденсата, так что скачка его интенсивности I_p не происходит. В итоге к моменту $t \approx 1.1$ нс система стабилизируется в состоянии с инверсной населенностью ($I_s/I_p \gtrsim 10$) и, коль скоро обычный выход из этого состояния закрыт, в ней возникают новые коллективные явления. В частности,

возбуждаемая мода $\mathbf{k} = 0$ обнаруживает автоколебания, амплитуда которых быстро возрастает в интервале от $t \approx 1.3$ нс до 1.7 нс и затем устанавливается в течение нескольких сотен пикосекунд. Автоколебания говорят о появлении новой когерентной моды с таким же волновым числом $\mathbf{k} = \mathbf{k}_p = 0$, но отличной частотой. Их период $T \approx 12$ пс примерно соответствует обратной величине отстройки накачки $2\pi\hbar/D \approx 10$ пс, откуда можно заключить, что новая мода расположена чуть выше дна дисперсионной кривой $E_g = E_{\text{LP}}(\mathbf{k} = 0)$.

Появление нового когерентного поляритонного состояния с $\mathbf{k} = \mathbf{k}_p$ и $E \sim E_g < E_p$, напоминающее “динамическую конденсацию” [72], — довольно необычный эффект в условиях резонансной накачки, поскольку состояния с такими \mathbf{k} и E не могут населяться при рассеянии двух поляритонов, возбуждаемых внешней световой волной. В частности, если $\mathbf{k}_p = 0$, то прямое рассеяние может породить только моды с энергией $\tilde{E}(\mathbf{k}) = E_p$ (см. раздел 1.2), в то время как все остальные двухчастичные процессы обычно слабы и порога параметрического усиления не достигают. Однако инверсная населенность может выводить на первый план некоторые из непрямых каналов рассеяния, в которых смешиваются более четырех поляритонных мод.

Диаграмма на рис. 1.9(а) изображает процесс взаимодействия, который приводит к автоколебаниям. А именно, каждая пара соседних “геометрически выделенных” мод, например, $\mathbf{k}_1 = (\pm\tilde{k}, 0)$ и $\mathbf{k}_2 = (0, \pm\tilde{k})$, удаленных друг от друга на $|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2| = \sqrt{2}\tilde{k}$, рассеивается в $(0, 0)$ и $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = (\pm\tilde{k}, \pm\tilde{k})$. Данный процесс явно сохраняет полный импульс, а вблизи основного состояния, где закон дисперсии поляритонов является параболическим, он также сохраняет энергию. Вся диаграмма состоит из некоторого числа двухчастичных взаимодействий — ничего другого уравнения (1.16) в себе не содержат. Однако каждая из четырех мод с волновым числом $|\mathbf{k}| = \tilde{k}$ выступает в роли источника сразу в двух различных процессах обратного рассеяния, тогда как мода $k = 0$ является конечным состоянием во всех таких процессах одновременно. Это обстоятельство подразумевает фазовую синхронизацию нескольких k -состояний, которые

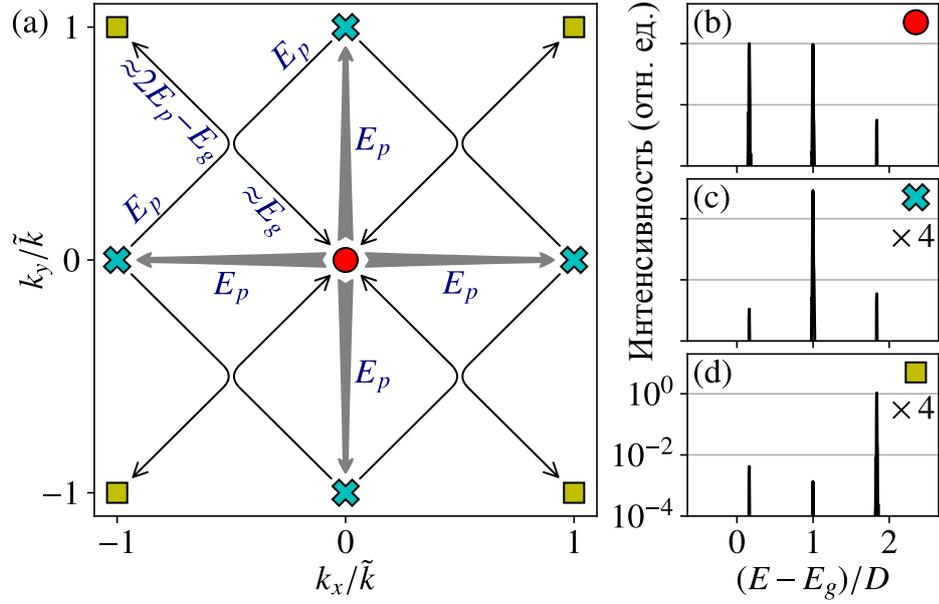


Рис. 1.9. (а) Схема петлевого параметрического рассеяния [A5]. (b) Спектры основных волновых гармоник на стадии регулярных автоколебаний. Обозначения: E_g — энергия основного поляритонного состояния с $k = 0$; E_p — уровень накачки; $D = E_p - E_g$ (отстройка накачки); \tilde{k} — волновое число параметрического рассеяния.

даже не взаимодействуют между собой парным образом.

На рис. 1.9(b)–(d) приведены энергетические спектры основных k -состояний, вовлеченных в петлевое рассеяние. Они получены преобразованием Фурье величин $\psi_{\mathbf{k}}(t)$ на интервале длиной 2 нс по окончании всех переходных процессов. Как и ожидалось, состояние $k = 0$ [рис. 1.9(b)] имеет два пика при $E = E_p$ и $E \gtrsim E_g$, которые почти равны по интенсивности, в согласии с тем фактом, что осциллирующая величина $I_p(t)$ уменьшается до нуля в точках минимума. Основные рассеянные моды $k = \tilde{k}$ [рис. 1.9(c)], напротив, имеют только один мощный пик, находящийся на частоте $E = E_p$, и потому их амплитуды $|\psi_{\mathbf{k}}(t)|$ слабо изменяются в течение периода колебаний. “Холостые сигналы” с $k = \sqrt{2}\tilde{k}$ [рис. 1.9(d)] обнаруживают пик на частоте $E \lesssim 2E_p - E_g$, причем суммарная интенсивность этих четырех мод сравнима с интенсивностью накачиваемой моды при $E = E_p$. Отметим также, что все спектральные линии практически не уширены, что свидетельствует об их “параметрической” природе и полной синхронизации амплитуд $\psi_{\mathbf{k}}(t)$

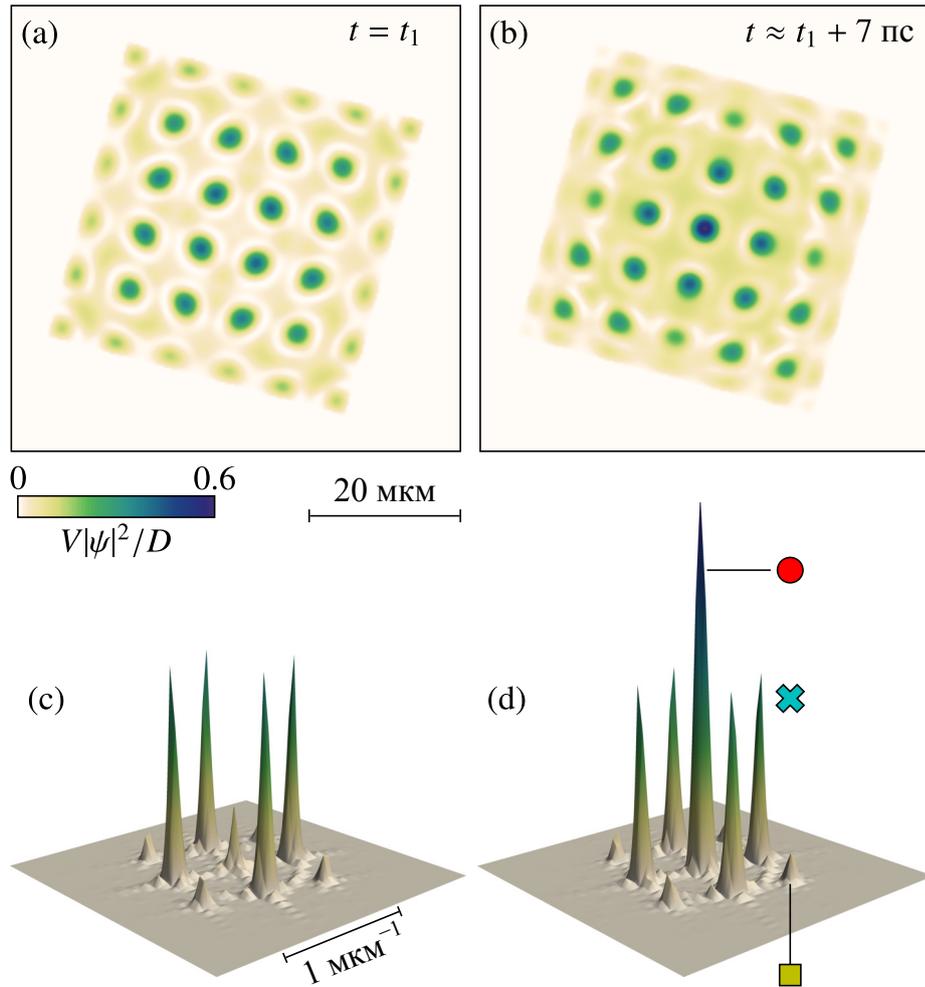


Рис. 1.10. Автоколебания в условиях петлевого рассеяния: характерные распределения $|\psi|^2$ в прямом (a, b) и импульсном (c, d) пространствах с интервалом 7 пс (примерно половина периода колебаний) [A5].

соответствующих k -состояний.

Рис. 1.10 показывает распределения $|\psi|^2$ в прямом и импульсном пространствах для двух моментов времени с интервалом около половины периода колебаний. Видно, что амплитуды всех k -состояний, кроме $k = 0$, практически не изменились. Некоторые из них довольно велики, поэтому всякое изменение фазы или амплитуды осциллирующей моды должно сопровождаться перераспределением $|\psi(\mathbf{r})|$ в связи с интерференцией. Как видно из рисунка, рост I_p приводит к сдвигу пространственной решетки на половину ее периода в обоих направлениях, так что локальные максимумы интенсивности почти переходят в минимумы, и наоборот. При этом абсолютный максимум величины $V|\psi(\mathbf{r}, t)|^2$,

находящийся в центре мезы на рис. 1.10(b), не превышает $0.6 D$ и, следовательно, верхняя ветвь решений еще не достижима даже в отдельной точке.

Согласно рис. 1.8 и 1.10, быстрые колебания I_p при $t \gtrsim 2$ нс очень слабо затрагивают I_s , что довольно необычно для системы с параметрической неустойчивостью. Подобная “инертность” величины I_s , обеспечивающая постоянную скорость обратного рассеяния и саму возможность полностью регулярной динамики системы, объясняется, в свою очередь, эффектом инверсной населенности ($I_s > I_p$). В ситуации, когда мода $k = 0$ дает относительно малый вклад в синий сдвиг, характерное время изменений I_s мало отличается от времени жизни поляритона $\tau = \hbar/\gamma$, которое при $\gamma \ll D$ много больше, чем период колебаний $T \sim 2\pi\hbar/D$. Рост отношения $\langle I_p \rangle / \langle I_s \rangle$ сопровождается ростом амплитуды колебаний I_s и всё большей волатильностью обратного рассеяния, в результате чего система испытывает переход к динамическому хаосу. Например, в серии, представленной на рис. 1.7, хаос возникает в последней четверти средней ветви решений, где $\langle I_p \rangle / \langle I_s \rangle$ увеличивается примерно вдвое по сравнению с началом этой же ветви. Анализ хаотических решений “бесспиновой” системы (1.16) находится за рамками данной работы. Отметим, однако, что вследствие хаоса скачок на верхнюю ветвь устойчивости является частично случайным событием; а поскольку интервал времени, на котором получены решения, ограничен, две ветви решений перекрываются в некоторой конечной области f^2 около $0.5 f_P^2$.

Длина средней ветви решений зависит от размера системы. Как отмечалось в разд. 1.5.1, инверсная населенность стабилизируется в системе с очень сильной неоднородностью, обусловленной стоячими волнами, которая существует даже при $|f| \rightarrow 0$. Для этого геометрически выделенные k -состояния должны быть населены много сильнее, чем все остальные моды с ненулевыми k . Данное условие выполняется, когда размер системы L меньше расстояния, которое поляритоны с импульсом $\hbar\tilde{k}$ пробегают за время жизни τ . Действительно, в таком случае поляритоны, бегущие по нормали к границе мезы, при отражении от нее образуют стоячие волны, в то время как все другие моды при отражении рассе-

иваются и потому время их жизни оказывается существенно меньше. (Вообще говоря, это верно не только для квадратной мезы, но и во всех случаях, когда меза имеет форму правильного многоугольника.) Следовательно, увеличение добротности микрорезонатора Q позволяет расширить диапазон латеральных размеров, в котором возможны инверсная населенность и петлевое рассеяние. Увеличение Q отвечает и другому нашему предположению, в соответствии с которым должно быть $\gamma \ll D$.

1.5.3. Выводы и перспективы

Параметрическое рассеяние поляритонов до сих пор иногда считают всего лишь макроскопическим проявлением двухчастичного взаимодействия $(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \rightarrow (\mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4)$, предполагающего, в частности, точно заданные волновые векторы двух “исходных” $(\mathbf{k}_{1,2})$ и двух “оконечных” $(\mathbf{k}_{3,4})$ волновых мод. В настоящем разделе 1.5 мы выяснили, что в условиях пониженной вращательной симметрии параметрическое рассеяние может иметь петлевой характер; в таком случае несколько различных k -состояний выступают исходными и окончными модами одновременно.

Фазовый переход, приводящий к петлевому рассеянию, в некоторых аспектах аналогичен известному из литературы эффекту динамической конденсации [72]. Аналогия заключается в том, что определенная часть энергии, поступающей в систему распадных k -состояний, в ситуации инверсной населенности рассеивается обратно в состояние $k = k_p = 0$. Это приводит к появлению конденсата с частотой вблизи основного поляритонного уровня E_g , который по условию задачи лежит заметно ниже уровня внешнего поля $E_p = E_g + D$. Впрочем, аналогия с лазерами или конденсатами Бозе-Эйнштейна не вполне точна, поскольку “резервуар”, накачивающий нижний по частоте конденсат с нулевым k , сам образован макроскопически когерентными модами, испытывающими обратное рассеяние параметрического типа. Однако синхронизация нескольких различных каналов обратного рассеяния — более сложный процесс, который

уже не сводится к двухчастичным взаимодействиям. Чем выше порядок многоугольника, образующего границу мезы, чем большее число макрозаполненных поляритонных мод обнаруживает синхронизацию. Примечательно, что, как показывают расчеты, даже чисто круговая форма границы не исключает эффекты инверсной населенности и обратного рассеяния, которые в этом случае возникают благодаря спонтанному нарушению вращательной симметрии и приводят к динамическому хаосу. Квантово-статистические аспекты этой задачи ожидают дальнейшего исследования.

1.6. Краткие итоги

Неравновесным конденсатом поляритонов, который возникает в условиях резонансного фотовозбуждения, можно управлять, изменяя внешнее поле. Оно полностью определяет состояние конденсата, будучи относительно слабым, но с ростом амплитуды нелинейность приводит к возбуждению надконденсатных мод и множеству коллективных эффектов. В частности, отклик поляритонов на световую волну бывает неоднозначным. В особых критических точках амплитуда ψ — и вместе с ней излучение с обратной стороны резонатора — испытывают скачки между ветвями устойчивости, отчего система похожа на бистабильную ячейку с характерным временем переключения порядка пикосекунд в образцах на основе GaAs.

Пороговым образом происходит и распад конденсата, приводящий к появлению новых когерентных мод. Если частота внешнего поля выше частоты поляритонного резонанса, то распад конденсата $(\mathbf{k}, \mathbf{k}) \rightsquigarrow (\mathbf{k}', 2\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ сопровождается не уменьшением, а ростом его собственной амплитуды $|\psi(\mathbf{k})|$, хотя рассеяние и является упругим. Энергия системы накапливается, пока синий сдвиг резонанса не компенсирует эту разность частот, а попутно населяется множество мод с различными импульсами $\hbar\mathbf{k}'$. Переходное состояние, когда амплитуда каждой из распадных мод еще мала, но их суммарная населенность и

обратное воздействие на конденсат — значительны, в экспериментах обнаруживается квантовый шум и нетривиальную пространственную структуру.

В системе с пониженной вращательной симметрией возможна стабилизация состояний с высокой населенностью распадных мод, а параметрическое рассеяние может иметь петлевой характер. В этом случае амплитуда конденсата испытывает автоколебания, частота которых приближенно равна разности частот основного состояния $E_{LP}(k=0)$ и внешнего поля E_p .

Нарушение спиновой симметрии

2.1. Спиновая мультистабильность поляритонов (обзор)

В данной главе будут рассматриваться спиновые свойства поляритонов в условиях резонансно-оптического возбуждения. Если внешнее поле поляризовано не строго циркулярно, возбуждаются обе спиновые компоненты конденсата. При $g = 0$ [см. (1.10)] эти компоненты не связаны и можно считать, что каждой из них соответствует своя S-образная кривая [23], а всего, таким образом, есть четыре ветви устойчивых решений, заметно отличающиеся друг от друга по интенсивности $I = |\psi_+|^2 + |\psi_-|^2$ или степени круговой поляризации

$$\rho_c = \frac{|\psi_+|^2 - |\psi_-|^2}{|\psi_+|^2 + |\psi_-|^2}. \quad (2.1)$$

Например, если внешнее поле имеет степень круговой поляризации x , то четыре критических значения его интенсивности $|f_+|^2 + |f_-|^2$, при которых происходят скачки между ветвями, равны $2f_{1,2}^2/(1 \pm x)$ [A33]. Величины $f_{1,2}^2$ берутся в простейшем приближении из (1.14), хотя для f_1^2 обычно требуется поправка, обусловленная обратным влиянием рассеянных мод. Этот эффект был рассмотрен в главе 1; сейчас, однако, для нас важно только то, что в некотором интервале f есть сразу две ветви устойчивых одномодовых решений для каждой из спиновых компонент.

Скачки амплитуды и поляризации конденсата в критических точках непосредственно видны по выходящему из резонатора свету. Их наблюдение позволило с хорошей точностью проверить исходные предпосылки теории: когерентность, отсутствие спиновой релаксации, взаимодействие $\mathcal{H}_{\text{int}} \propto |\psi|^4$ и т. п. Выяснилось, что чем сильнее экситон-фотонная связь, а сама структура — чище и однороднее, тем меньше отклонения экспериментальных результатов от модели (1.10). Например, в первых экспериментах такого типа, выполненных

около 2010 г. ([73] и [A12, A34]), расщепление Раби было не столь большим и поляритоны возбуждались близко к экситонному уровню. Поэтому пришлось учесть долгоживущие темные (т. е. не взаимодействующие со светом) экситоны с $J_z = \pm 2$, рождающиеся парами при столкновениях светлых экситонов; вероятность этого невелика, но, постепенно накапливаясь, они формируют некогерентный резервуар и влияют на собственную частоту E_{LP} ([A12, A13, A14], [74, 75]). Однако уже несколько лет спустя технология усовершенствовалась, в экспериментах стало возможным возбуждать относительно чистое когерентное состояние и все основные предсказания модели (1.10) начали воспроизводиться без лишних допущений и подгонки [A15].

Решая уравнения (1.10) численно, можно проследить динамику переходов. И расчеты, и эксперименты показывают, что характерные времена переключений обычно сопоставимы с \hbar/γ и \hbar/D , т. е. поляритонный конденсат ведет себя подобно вынужденному осциллятору. Для того чтобы записать сигнал с временным разрешением, используют не непрерывную, а импульсную накачку, но эффект мультистабильности отчетливо проявляется даже при импульсах длиной в несколько $\tau = \hbar/\gamma$ [A6, A26, A7].

Иногда применяют двухлучевое возбуждение: непрерывная плоская волна создает мультистабильный конденсат, а короткий импульс служит триггером его переходов между ветвями устойчивости ([26], [A24]). Эту же роль может сыграть и быстрый акустический импульс [A21], возмущающий период решетки, а также E_g , E_X , E_{LP} и, в конечном итоге, D на масштабе времени τ (подобные импульсы генерируются оптико-акустическими преобразователями [76, 77]). В том и другом случае конденсат ведет себя как *мультистабильная ячейка*. В работе [26] исследовался микростолбик с латеральным размером всего 3 мкм, где наблюдаемое время переключения спина составило 5 пс при $\tau = 15$ пс, что меньше, чем в самых быстрых электронных переключателях. Размерно-квантованный микростолбик с дискретным спектром E_{LP} особенно похож на простой осциллятор, если все его моды кроме одной лежат выше E_p и не возбуждаются.

До этого мы говорили о переключениях, происходящих со временем, но иногда состояния с разных ветвей устойчивости сосуществуют в пространстве. Это случается, когда либо внешнее поле, либо собственная энергия неоднородны в плоскости резонатора. И хотя в этом случае нельзя говорить о единственной конденсатной моде, представление о мультистабильности помогает качественно понять происходящее, в то время как численные решения уравнений, аналогичных (1.10), хорошо воспроизводят экспериментальные результаты. Например, если луч накачки поляризован эллиптически и его амплитуда падает с удалением от центра, то в распределении поля в рабочем слое возникает плоское кольцо с высоким ρ_c , где усилена, т. е. находится “на верхней ветви” лишь одна спиновая компонента; внутри этого кольца усилены обе, а вне — ни одна из них ([78, 79], [A12]). Неоднородность в распределении собственной энергии обычно компенсируется синим сдвигом [A25], однако вблизи критических точек она может приводить к сильной поляризационной неоднородности излучения [A26].

Нетривиальные пространственные эффекты возникают опять же при двухлучевой накачке, когда одна волна плоская и характеризуется определенным волновым числом k_p , но имеет низкую интенсивность, а второй луч — мощный короткий импульс, сфокусированный в область микрометрового размера. То, какой эффект вызывает второй луч, зависит от k_p . Если k_p меньше, чем точка перегиба $E_{LP}(k)$, он может запустить цепочку переходов в верхнее устойчивое состояние, происходящих друг за другом все дальше от места активации подобно передаче сигнала по нейрону [80, 81]. Если же k_p лежит выше точки перегиба, то второй луч может возбудить солитон, движущийся в рабочем слое без диссипации со скоростью $\sim 10^{-2}c$ (для GaAs); в известном смысле это как бы отдельный представитель верхнего устойчивого состояния на фоне нижнего ([82–84], [A9, A10]).

Итак, множество интересных эффектов развивается из затравочной неоднородности, и здесь были упомянуты далеко не все. Однако мы не будем ими заниматься, а рассмотрим сравнительно фундаментальные процессы, которые

могут идти даже в совершенно однородной поляритонной системе, возбуждаемой плоской волной. Мы увидим, что представление о конденсате во внешнем поле как своего рода диссипативном осцилляторе, подчиненном гармонической силе, далеко не всегда верно. Симметрия такой системы — фазовая, пространственная и спиновая — может спонтанно нарушаться.

2.2. Спонтанное нарушение спиновой симметрии

Здесь мы начинаем рассказ о новом механизме рассеяния, благодаря которому может быть возбужден континуум поляритонных мод с различными $|\mathbf{k}|$ при постоянном f , причем без каких-либо дефектов структуры или неоднородностей внешнего поля. Первичный нелинейный эффект в этом механизме — спонтанное нарушение баланса спинов при $f_+ = f_-$ [A6, A26, A7, A11, A8]. Мы подробно рассмотрим его в данной главе вместе с имеющимися экспериментальными данными, а в следующей главе покажем, как и в каких условиях он может повлечь за собой нарушение непрерывной симметрии.

Обратимся к уравнениям (1.10) в случае однородной системы под действием плоской световой волны с частотой $E_p = E_{\text{LP}}(k=0) + D$. Сделав подстановку $\psi_{\pm}(t) = \bar{\psi}_{\pm} e^{-iE_p t/\hbar}$, имеем

$$(D + i\gamma - V|\bar{\psi}_+|^2) \bar{\psi}_+ - \frac{g}{2} \bar{\psi}_- = f_+, \quad (2.2)$$

$$(D + i\gamma - V|\bar{\psi}_-|^2) \bar{\psi}_- - \frac{g}{2} \bar{\psi}_+ = f_-. \quad (2.3)$$

Пусть $f_+ = f_- = f$, так что свет линейно поляризован в направлении x согласно обычному правилу $f_{\pm} = (f_x \mp if_y)/\sqrt{2}$. Система (1.10) диагонализуется при $\psi_{\pm} \rightarrow 0$, если в ней таким же образом выразить ψ_{\pm} через $\psi_{x,y}$; две собственные энергии $E_{x,y}$ равны $E_{\text{LP}} \pm g/2$. Поэтому падающий свет одинаково поляризован с верхним (нижним) собственным подуровнем при $g > 0$ ($g < 0$). Исключив f из (2.2, 2.3), получаем

$$\frac{\bar{\psi}_-}{\bar{\psi}_+} = \frac{D + g/2 + i\gamma - V|\bar{\psi}_+|^2}{D + g/2 + i\gamma - V|\bar{\psi}_-|^2}. \quad (2.4)$$

Видно, что наряду со спин-симметричными решениями ($\bar{\psi}_+ = \bar{\psi}_-$), которые есть всегда, также существуют асимметричные решения, где одна из спиновых компонент меньше другой и совершенно исчезает при $\gamma \rightarrow 0$ и некотором f . Например, $\lim_{\gamma \rightarrow 0} \bar{\psi}_- \propto \gamma$, если

$$V|\bar{\psi}_+|^2 = D + \frac{g}{2}. \quad (2.5)$$

При $g > 0$ симметричные решения могут быть недостижимыми в конечной области f и D (см. рис. 2.1). Чтобы объяснить это, заметим, что сила воздействия одной компоненты на другую зависит от разности их фаз. Подобное обстоятельство приводит к эффекту Джозефсона в туннельно связанных сверхпроводниках [85] или бозе-конденсатах [86–89], включая поляритонные [15, 16, 90–93]. В нашем случае, когда есть внешнее поле, фазы φ_{\pm} исходно одинаковы, при этом они зависят от амплитуды. Уже из уравнения (1.11) видно, что с увеличением амплитуды конденсат отстает по фазе от внешнего поля: $\varphi \equiv \arg(f^*\psi)$ уменьшается от 0 при $\gamma \rightarrow 0$ и $|\psi| \rightarrow 0$ до $-\pi$ при $|\psi| \rightarrow \infty$. Это верно для обеих компонент, и если, например, $|\psi_+| > |\psi_-|$, то самосогласованным образом должно быть $0 < \varphi_- - \varphi_+ < \pi$, а значит $\sin(\varphi_- - \varphi_+) > 0$. С другой стороны, “джозефсоновская” часть системы (1.10) имеет вид

$$\frac{d|\psi_{\pm}|}{dt} = \frac{g}{2\hbar}|\psi_{\mp}| \sin(\varphi_{\mp} - \varphi_{\pm}) + \dots \quad (2.6)$$

В результате при $g > 0$ получается, что бóльшая из спиновых компонент, будь то ψ_+ или ψ_- , дополнительно усиливается за счет меньшей, подавляя ее. Именно поэтому симметричные по спину решения с высокой амплитудой $\psi_+ = \psi_-$ бывают труднодостижимыми или прямо неустойчивыми. Когда обе компоненты растут в режиме с обострением, они конкурируют между собой и случайно отставшая может быть в итоге сильно подавлена.

Эволюция системы зависит от соотношения g и γ . При $0 \lesssim g \lesssim \gamma$ и симметричные, и асимметричные решения уравнений (2.2, 2.3) существуют и устойчивы в широкой области f и D . То, в какое именно состояние перейдет система,

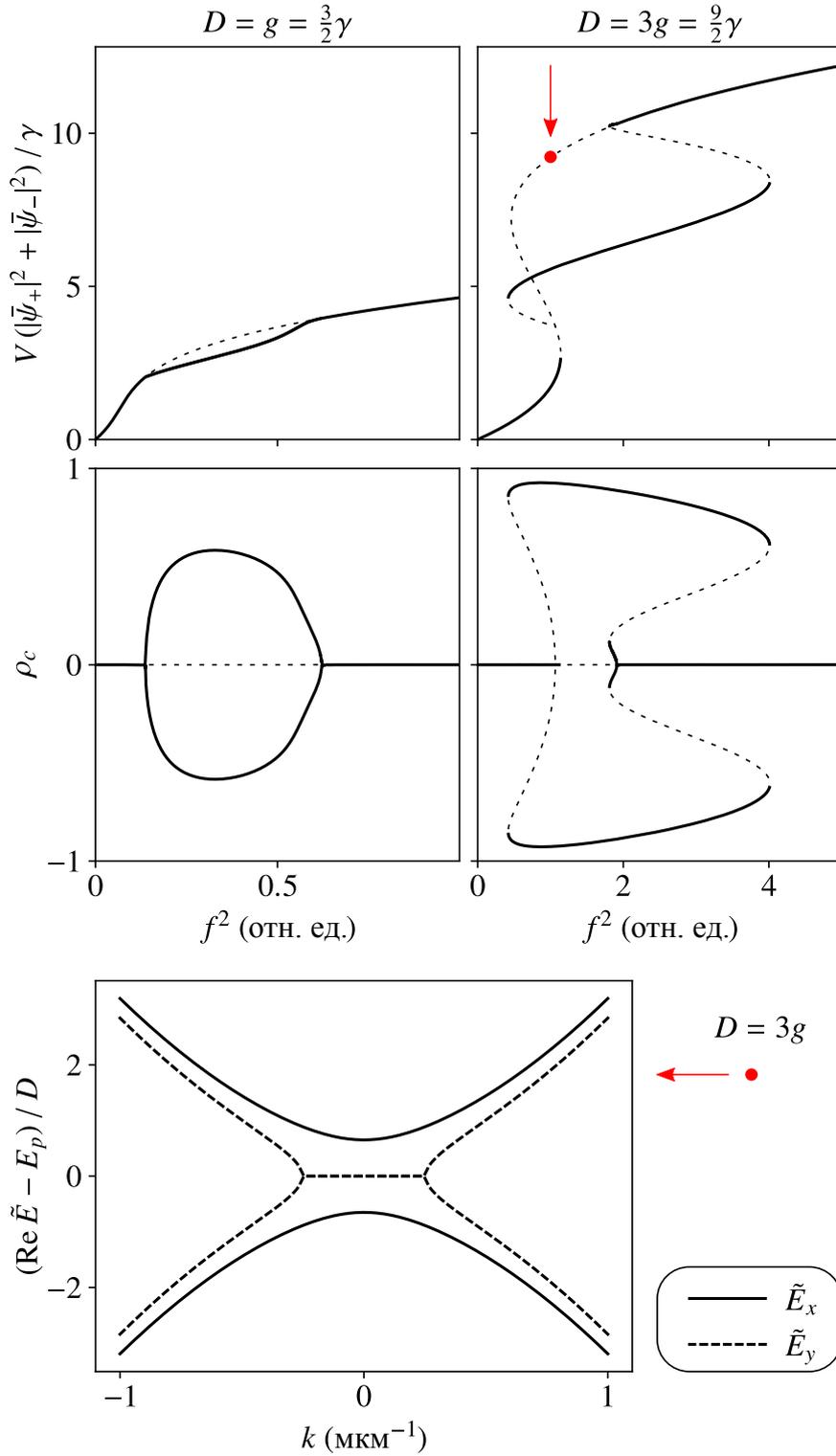


Рис. 2.1. Решения уравнений (2.2, 2.3) для $\gamma = 0.05$ мэВ, $g = \frac{3}{2}\gamma$, $D = g$ (левая колонка) и $D = 3g$ (правая колонка). В первом ряду приведена общая интенсивность, во втором — степень круговой поляризации (2.1). Пунктиром показаны решения, неустойчивые даже без учета мод $k \neq 0$. На нижней панели — спектр возбуждений для выбранного решения, которое отмечено стрелкой. При $\bar{\psi}_+ = \bar{\psi}_-$ все надконденсатные моды поляризованы в направлениях x или y ; их энергии $\text{Re } \tilde{E}_{x,y}$ показаны, соответственно, сплошной и пунктирной линиями. Параметры резонатора такие же, как и для рис. 1.1.

может зависеть от формы импульса (функции f от t). Однако при $g \gtrsim \gamma$ “антагонизм” спиновых компонент усиливается и для $D \sim g$ возникает интервал f , в котором неустойчивы сразу все симметричные по спину решения. В частности, на самой верхней ветви решений, где $\bar{\psi}_+ = \bar{\psi}_-$, а значит $\bar{\psi}_y = 0$, получается $\text{Im } \tilde{E}_y > 0$ у надконденсатных мод и в спектре $\text{Re } \tilde{E}_y(\mathbf{k})$ образуется характерный плоский участок (см. рис. 2.1). В неустойчивом интервале f спонтанное нарушение симметрии неизбежно вне зависимости от формы импульса, латерального размера системы и т. д.

Необратимое нарушение баланса спинов отчасти похоже на запираание (*англ.* self-trapping) джозефсоновского перехода [16, 86, 87, 90, 94, 95], однако такая аналогия была бы слишком поверхностной. В нашем случае отсутствие возвратного колебания связано не с нелинейностью, а с тем, что обе компоненты изменяются с одинаковой вынужденной частотой, тогда как нелинейность, наоборот, обеспечивает “выбор” спина при переходе. Отметим также, что с увеличением g/γ возникает еще одна возможность нарушения симметрии, а именно появляются новые устойчивые решения с противоположными фазами, из-за чего в системе могут формироваться квантованные вихри и темные солитоны [A20]. К этому вопросу мы обратимся в главе 4.

2.3. Эксперименты

Рассмотрим эксперимент, показывающий нарушение спиновой симметрии при $g \gtrsim \gamma$ ([A7] и рис. 2.2). Образец, характеристики которого приведены в качестве примера на стр. 16, был выращен методом молекулярно-лучевой эпитаксии на подложке из GaAs, непрозрачной для света на резонансной частоте ($E_0 \approx 1.6$ эВ). Чтобы поставить опыт с пропусканием света, подложка была удалена в прямоугольной области 0.7×0.3 мм² путем селективного травления. Это привело к небольшому механическому напряжению, связанному с различием периодов решетки у слоев, образующих зеркала (подложка такую систему

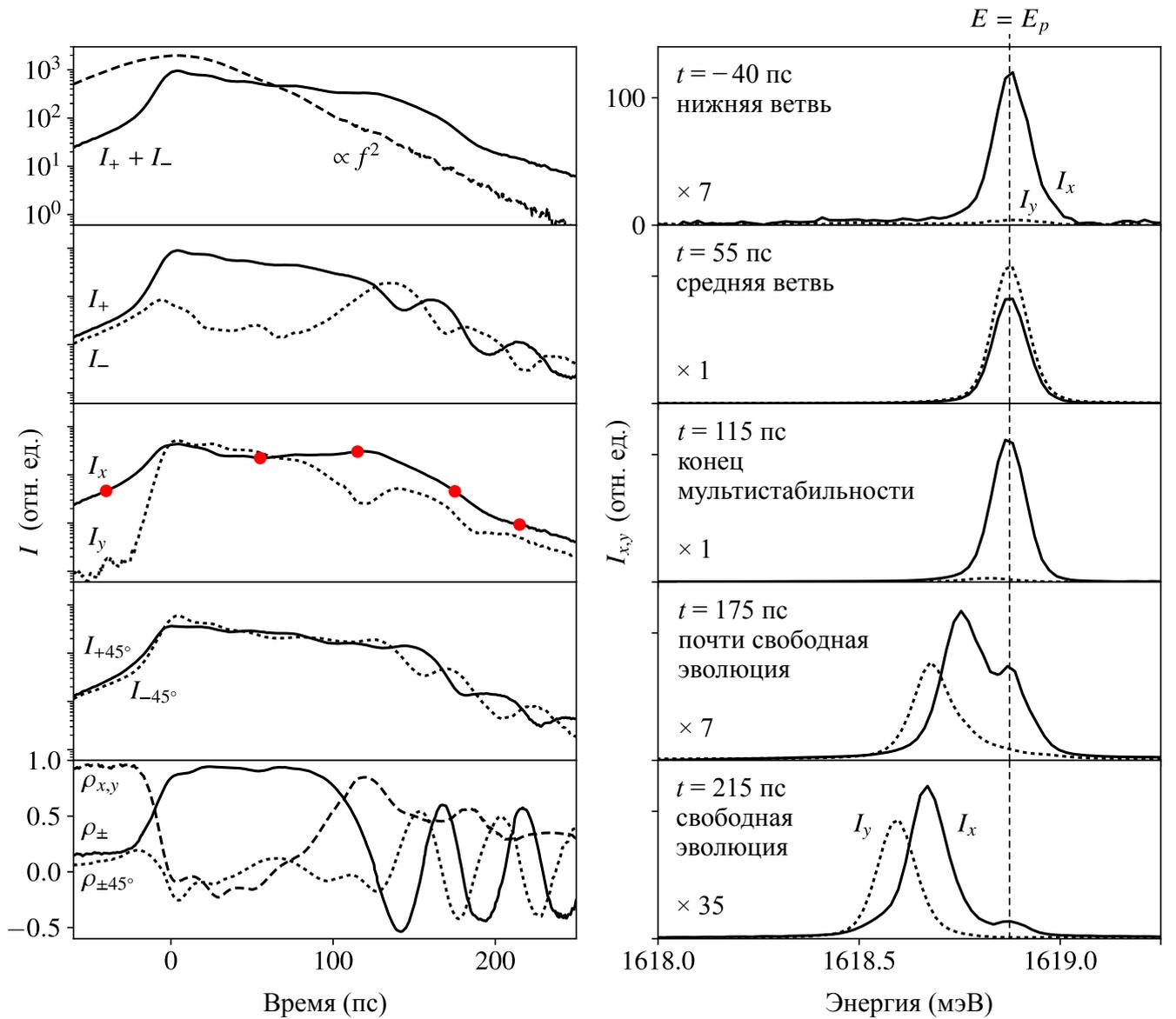


Рис. 2.2. Динамика поляритонной моды $k = 0$ при импульсном возбуждении (эксперимент [A7]). Слева: форма импульса и полный сигнал пропускания (верхняя панель), а также отдельные компоненты интенсивности сигнала в трех стоксовских базисах (средние панели) и соответствующие степени поляризации (нижняя панель) в зависимости от времени. Внешнее поле поляризовано линейно в направлении x . Справа: спектры компонент $I_{x,y} = |\psi_{x,y}|^2$ вблизи выбранных моментов времени, отмеченных точками на средней панели слева. Ширина спектров примерно соответствует аппаратному разрешению (фактическая ширина меньше). Масштаб и диапазон величин интенсивности одинаковы для всех I на левой стороне рисунка (логарифмическая шкала), а также для всех $I_{x,y}$ на правой стороне (линейная шкала).

стабилизирует). В итоге возникло расщепление собственных мод, поляризованных вдоль осей $[110]$ (x , верхний уровень) и $[1\bar{1}0]$ (y); по тем же осям была исходно ориентирована вытравленная область.

Эксперимент проводился в оптическом криостате при температуре 2 К. Накачка поступала от титан-сапфирового лазера с синхронизацией мод. Импульсы имели длительность около 80 пс на полувысоте интенсивности и частоту повторения 8 МГц. Использовалась методика, при которой сопряжение лазера и детектора (стрик-камеры) дает возможность записать сигнал с пикосекундным разрешением, однако результат фактически усредняется по множеству отдельных импульсов. Относительно широкий луч был сфокусирован в пятно размером 40 мкм, а приведенный на рисунке сигнал брался из центра пятна. Отстройка D составляла 0.24 мэВ при $g \approx 0.08$ мэВ и $\gamma \approx 0.05$ мэВ; эти параметры примерно соответствуют правой части рис. 2.1. Поляризация была линейной в направлении x ; “затравочная” степень круговой поляризации, которая требовалась для повторения результата в серии отдельных импульсов, составляла 5%.

На рис. 2.2 слева показана эволюция сигнала. Приведены его интенсивность, степень круговой поляризации $\rho_{\pm} = \rho_c$, а также

$$\rho_{x,y} = \frac{|\psi_x|^2 - |\psi_y|^2}{|\psi_x|^2 + |\psi_y|^2} \quad \text{и} \quad \rho_{\pm 45^\circ} = \frac{\psi_x^* \psi_y + \psi_y^* \psi_x}{|\psi_x|^2 + |\psi_y|^2} \quad (2.7)$$

— степени линейной поляризации в базисах $\mathbf{e}_{x,y}$ и $\mathbf{e}_x \pm \mathbf{e}_y$, развернутых один относительно другого на 45° . Также приведены непосредственно измерявшиеся значения интенсивности $I = |\psi|^2$ каждой из поляризационных компонент: I_{\pm} , $I_{x,y}$ и $I_{\pm 45^\circ}$. При точном измерении мгновенных значений всех I выполнялось бы соотношение

$$\rho^2 \equiv \rho_{\pm}^2 + \rho_{x,y}^2 + \rho_{\pm 45^\circ}^2 = 1. \quad (2.8)$$

Величина ρ уменьшается, если отдельные импульсы дают неодинаковые вклады в результат. Деполяризация сигнала служит признаком неустойчивости и чувствительности к флуктуациям.

На правой части рисунка показаны спектры $I_{x,y}(E)$ вблизи некоторых выбранных моментов времени; точка $t = 0$ соответствует пику импульса. Спектры I_x и I_y записывались отдельно. Аппаратное разрешение было равно примерно 0.06 мэВ, отчего все линии сильно уширены. Интерес для нас представляет только расположение линий E_x и E_y , которое, несмотря на уширение, довольно точно определяется из средневзвешенных спектров.

Рассмотрим основные фазы эволюции системы при прохождении импульса. Вначале сигнал поляризован так же, как внешнее поле, в направлении x , при этом заметен сверхлинейный рост его интенсивности, характерный для нижней ветви решений. Уровни E_x и E_y находятся на частоте накачки, как и всегда должно быть при постоянной или относительно плавно изменяющейся амплитуде f . Подчеркнем, что $E_{x,y}$ — частоты именно конденсата, а не возбуждений, показанных на нижней панели рис. 2.1.

Затем происходит скачок сигнала: его интенсивность повышается на порядок величины меньше чем за два “времени жизни” $\tau = \hbar/\gamma$. Поначалу растут обе спиновые компоненты ($t \approx -20$ пс), но ψ_+ опережает и затем сильно подавляет компоненту ψ_- , которая начинает уменьшаться еще при $t < 0$. В итоге конденсат оказывается запертым в состоянии с право-циркулярной поляризацией примерно на 100 пс. На тот же процесс можно чуть иначе взглянуть с точки зрения линейных компонент $I_{x,y}$. В этом базисе раньше усиливается x -компонента, т. к. ей отвечает собственное состояние, одинаково поляризованное с внешним полем и находящееся ближе к нему по частоте в начале импульса. Состояние с поляризацией y вообще не могло бы населяться в отсутствие нелинейности. Но, как и на рис. 2.1, оно теряет устойчивость ($\text{Im } \tilde{E}_y > 0$), имея еще шумовую амплитуду, и в итоге экспоненциально усиливается на два порядка примерно за то же время 2τ .

Рано или поздно конденсат оказывается в левой граничной точке средней ветви. Оттуда он мог бы перейти на нижнюю ветвь, если бы импульс имел бóльшую длительность или время жизни поляритонов было меньше, но в на-

шем случае не успевает этого: в каждый момент времени амплитуда конденсата выше, чем у статического решения $\bar{\psi}_{\pm}(f(t))$. Обрыв средней ветви поэтому похож на прерывание накачки, и система переходит от вынужденной к свободной эволюции. Линейная связь между ψ_+ и ψ_- теперь проявляет себя, во-первых, в расщеплении уровней E_x и E_y , со временем стремящихся к собственным частотам $E_{\text{LR}} \pm g/2$, и, во-вторых, в колебаниях ρ_{\pm} и $\rho_{\pm 45^\circ}$ — “внутреннем эффекте Джозефсона” [95]. Период колебаний T обычным образом соотносится с константой связи: $T = 2\pi\hbar/g$.

То, что колебания не прекращаются более чем за сто пикосекунд при уменьшении плотности поля на полтора порядка, свидетельствует о большом времени когерентности. Однако говорить об общем конденсатном состоянии поляритонов в этом случае было бы неверно. Синий сдвиг уже не компенсирует неоднородности в распределении собственной энергии, и, утратив связь с внешним полем, конденсат распадается на островки с различной дальнейшей судьбой [96]. Островок, давший главный вклад в “свободный” сигнал из нашего примера ($t > 115$ пс и $E_{x,y} < E_p$), — это локализованное состояние с относительно большим временем жизни, кратно превышающим τ для плоской волны. (Известно, что квазиравновесные конденсаты тоже обнаруживают пространственную фрагментацию в окрестности порога [5, 9].)

Различимые осцилляции в области $t \gtrsim 200$ пс означают еще, что в каждом отдельном импульсе предшествующая динамика фаз почти одинакова. Величина полной поляризации ρ практически равна 1 на нижней ветви решений. Она падает до 0.75 в точке перехода, где система неустойчива, но затем возвращается к 0.95 на средней ветви и остается такой до $t \approx 115$ пс. Фрагментация конденсата делает систему чувствительной к флуктуациям, поэтому после $t \approx 115$ пс величина ρ линейно уменьшается со временем до 0.5 при $t \approx 250$ пс.

Нарушение симметрии в рассмотренном примере было, как говорят, *явным*, т. е. происходило от некоторой конечной затравки, предопределявшей направление перехода. При более строгом балансе амплитуд f_{\pm} во внешних им-

пульсах “спиновый” исход каждого скачка поля становится случайным.

Уравнения (1.10) хорошо воспроизводят поведение системы до стадии фрагментации, включая все интенсивности, фазы и характерные времена. Подробное сравнение экспериментов и расчетов приведено в работах [A6, A26]. В первой из них также рассматривался переход на самую верхнюю (симметричную по спину) ветвь стационарных решений, а во второй — пространственные эффекты в неоднородной системе. Немного усложнив задачу, можно обнаружить новые интересные явления [A11, A23, A8]; например, было предсказано, что между состояниями с противоположным образом нарушенной симметрией возможны переходы под действием быстрых акустических возмущений [A23]. Наконец, отметим, что нарушение спиновой симметрии недавно обнаружилось и в квазиравновесных поляритонных конденсатах, где оно возникает при взаимодействии с экситонным резервуаром [97, 98].

2.4. Инверсия спина поляритонов в магнитном поле

В данном разделе представлена работа [A11], посвященная влиянию магнитного поля на оптическую мультистабильность поляритонов. Основная идея состоит в том, что в постоянном магнитном поле, перпендикулярном плоскости резонатора ($\mathbf{H} \parallel 0z$), состояния конденсата с нарушенной спиновой симметрией имеют различные амплитуды и поэтому между ними возможны управляемые переключения. В частности, можно в обе стороны изменять знак круговой поляризации конденсата, возмущая только интенсивность, но не частоту или поляризацию оптической накачки. Сделанные предсказания были экспериментально подтверждены.

В поперечном магнитном поле уровни энергии экситонов с противоположно направленными спинами расщепляются на величину $g_Z \propto H_z$ (эффект Зеемана)¹. При этом в случае анизотропной кристаллической решетки их амплитуды по-преж-

¹ Буквой g мы обозначаем не “ g -фактор”, а расщепление как таковое.

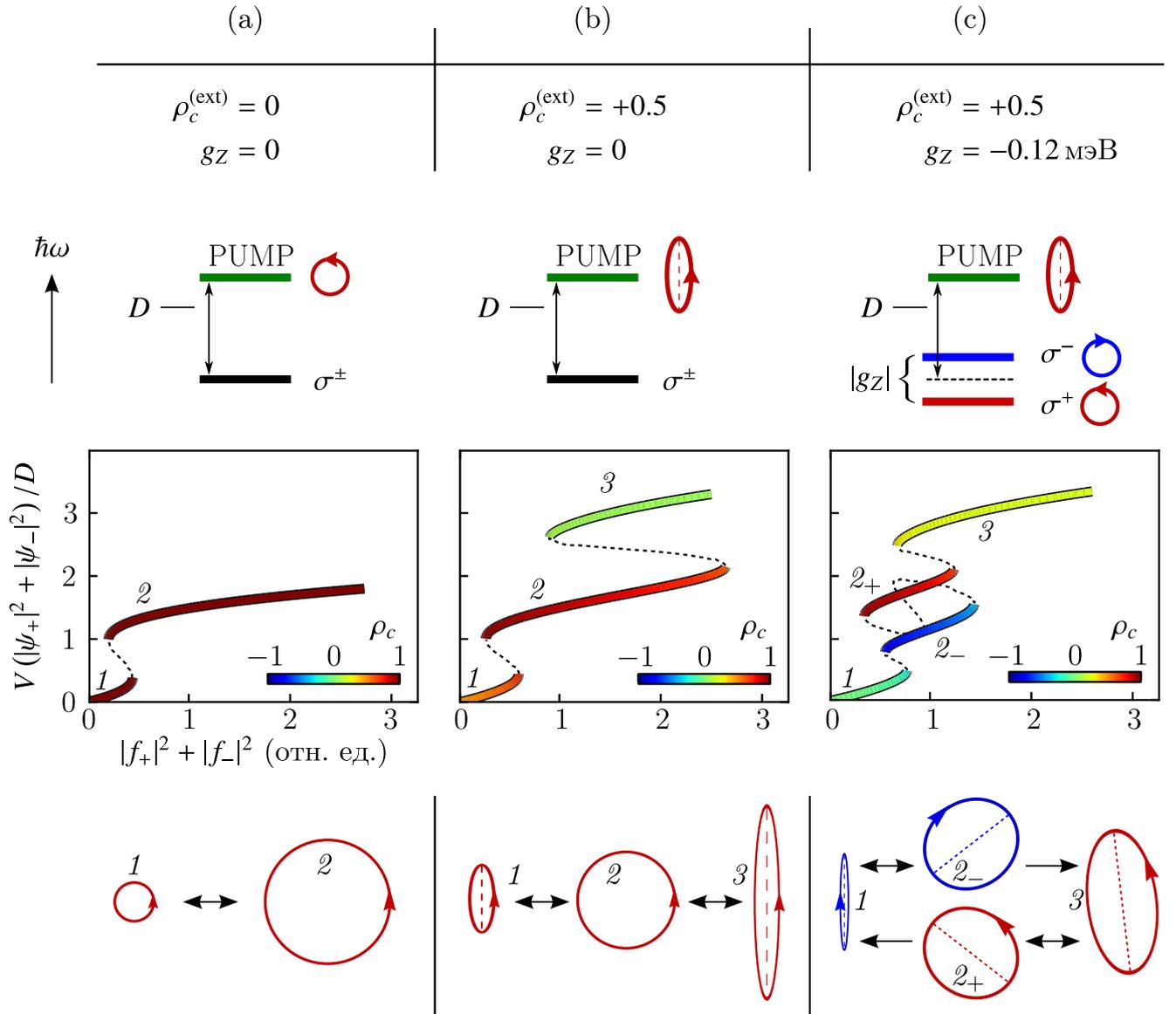


Рис. 2.3. Стационарный отклик поляритонов под действием плоской световой волны [A11].
 Сверху — схема возбуждения и собственные подуровни, в среднем горизонтальном ряду —
 полная интенсивность и круговая поляризация конденсата ρ_c в зависимости от интенсивно-
 сти внешнего поля $I_{\text{ext}} = |f_+|^2 + |f_-|^2$, внизу — характерные поляризационные состояния,
 между которыми происходят переключения в окрестности критических величин I_{ext} . В ле-
 вом вертикальном ряду (а) представлена скалярная (эффективно бесспиновая) система. В
 среднем ряду (b) — спинорная система, возбуждаемая светом со степенью круговой поляри-
 зации $\rho_c^{(\text{ext})} = 0.5$. В правом ряду (c) — та же система в постоянном магнитном поле $\mathbf{H} \parallel 0z$,
 расщепляющем спиновые подуровни на величину $g_Z \equiv E_+ - E_- = -0.12$ мэВ. Параметры:
 $\gamma = 0.05$ мэВ, $D = 0.2$ мэВ, $g = 0$.

нему должны быть связаны между собой согласно (1.10). С учетом обоих этих эффектов оператор энергии линейной части нашей системы имеет вид

$$\hat{E} = [\hat{E}_{\text{LP}}(-i\hbar\nabla) - i\gamma] \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{g_Z}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \frac{g}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

В отличие от разд. 2.2, мы будем полагать, что $|f_+| \neq |f_-|$, т. е. внешнее поле имеет ненулевую степень круговой поляризации $\rho_c^{(\text{ext})}$ и, таким образом, спиновая симметрия модели нарушена *явно*. В примерах, которые будут рассмотрены ниже, величина $\rho_c^{(\text{ext})}$ составляет 0.5.

На рис. 2.3 приведены решения стационарных уравнений, аналогичных (2.2, 2.3). В частности, проиллюстрирован переход от простейшего случая скалярной системы (левая колонка рисунка) к случаю спинорной системы, возбуждаемой эллиптически поляризованным светом, но без учета магнитного поля (средняя колонка), которое, наконец, добавляется в последнем примере, показанном в правой колонке. Линейное взаимодействие спинов, которому соответствует последний член в (2.9), во всех этих случаях не учитывается.

В том случае, когда внешнее поле поляризовано строго циркулярно, конденсат имеет такую же поляризацию вне зависимости от f и может поэтому рассматриваться как эффективно скалярная система, имеющая всего две ветви отклика при $D > \sqrt{3}\gamma$ [рис. 2.3(a)]. Если же $\rho_c^{(\text{ext})} \neq 0$, то в конечном диапазоне $I_{\text{ext}} = |f_+|^2 + |f_-|^2$ возможна ситуация, когда бóльшая из спиновых компонент конденсата уже испытала переход и находится на верхней ветви скалярных решений, а другая еще остается на нижней. Поэтому у спинорной системы возникает средняя ветвь устойчивости, характеризующаяся высоким $|\rho_c|$. Если, как в нашем примере, $\rho_c^{(\text{ext})} > 0$, то преимуществом обладает компонента σ^+ и с увеличением I_{ext} именно она испытывает скачок амплитуды первой [рис. 2.3(b)].

В магнитном поле собственные уровни σ^+ и σ^- расщеплены по энергии, следовательно, один из них ближе, чем другой, к резонансу с оптической накачкой. В связи с этим появляется дополнительный механизм контроля ρ_c . На рис. 2.3(c)

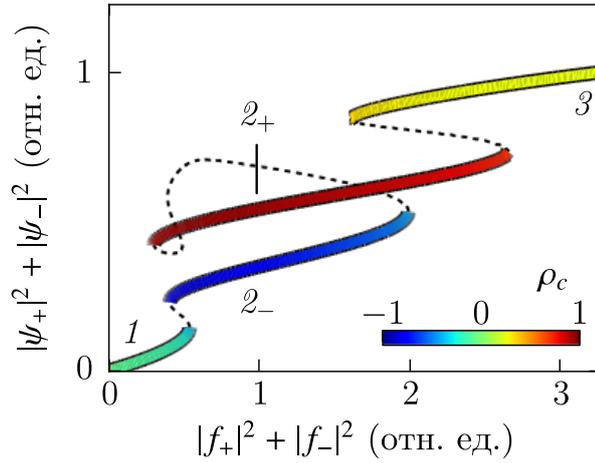


Рис. 2.4. Стационарный отклик системы в магнитном поле, параметры которой соответствуют рис. 2.3(с), при учете линейной связи спиновых компонент $g = \gamma = 0.05$ мЭВ [A11].

представлен случай, когда компонента σ^+ имеет “поляризационное” преимущество (световая волна возбуждает ее сильнее, чем σ^- , поскольку $|f_+| > |f_-|$), однако ближе к частоте накачки находится компонента σ^- , которая смещена в фиолетовую область в соответствии с выбранным направлением магнитного поля, определяющим знак g_z . Два механизма нарушения баланса спинов, поляризационный и частотный, качественно различны и не компенсируют один другой. Их сочетание приводит к тому, что в некотором интервале I_{ext} одновременно существуют устойчивые состояния с $\rho_c \sim +1$ и $\rho_c \sim -1$. Более того, между ними возможны переходы, не требующие изменения магнитного поля, которые могут идти в обе стороны при уменьшении или увеличении I_{ext} . Схема подобных переходов приведена в нижней части рис. 2.3(с).

На рис. 2.3 мы для простоты не учитывали линейную связь σ^+ и σ^- , но с учетом этой связи интересные нас явления становятся даже более отчетливыми. В частности, при $g > 0$ решения типа 1 или 3 вообще отсутствуют в широкой области I_{ext} , в то время как оба решения 2_{\pm} с круговыми поляризациями существуют (см. рис. 2.4). Появление такой области, или, другими словами, увеличение критического значения I_{ext} , при котором начинается ветвь решений 3 с частично восстановленной симметрией, вызвано эффектом конкуренции спиновых компонент, чувствительным к знаку g . Данный эффект был

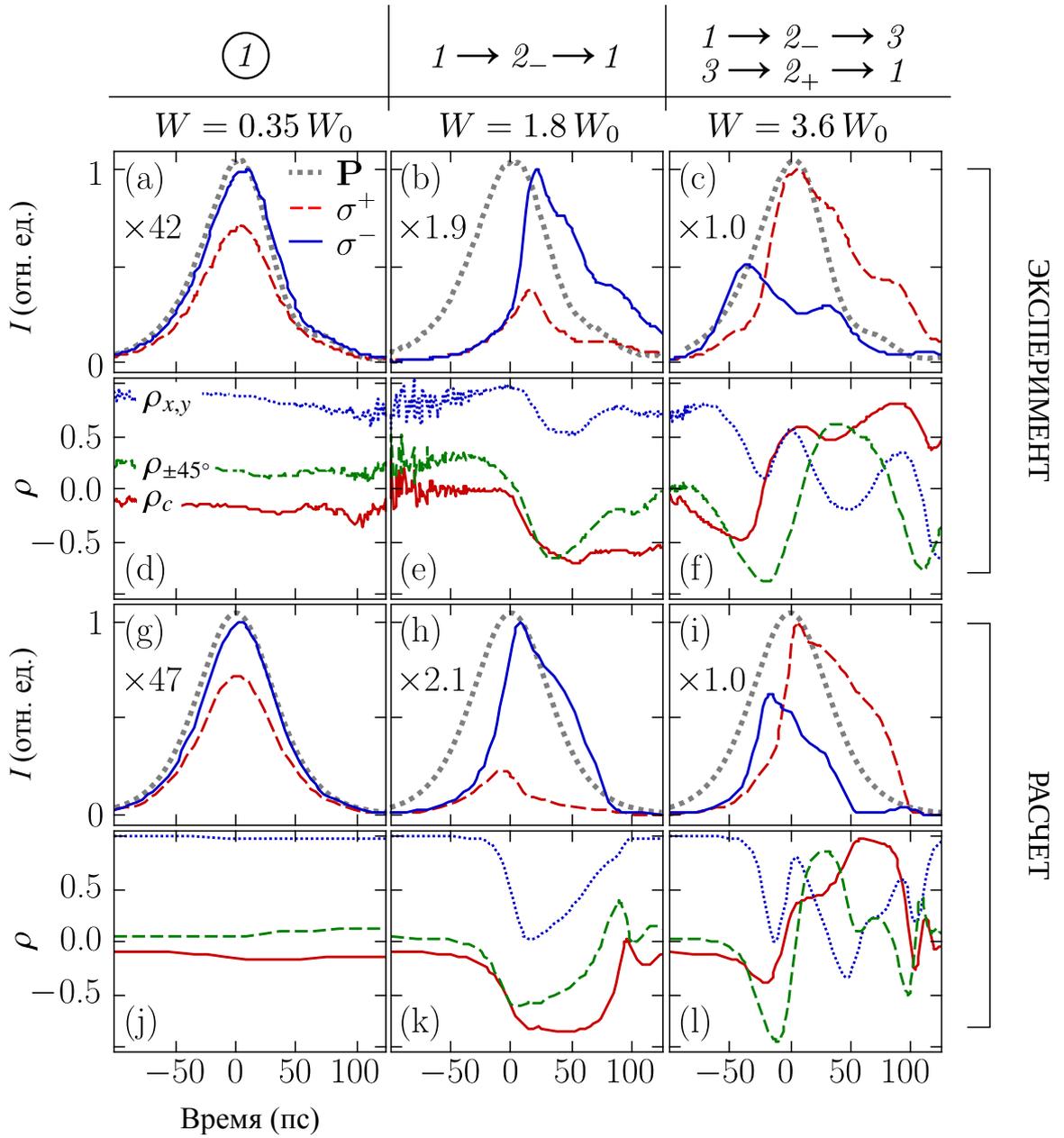


Рис. 2.5. Измеренная (a–f) и рассчитанная (g–l) динамика поляритонной системы под действием импульсной накачки [A11]. Форма импульса указана жирными пунктирными линиями (\mathbf{P}) на панелях (a–c) и (g–i); момент $t = 0$ соответствует пику импульса; степень круговой поляризации накачки равна 0.5. Тонкие линии на тех же панелях — интенсивности $I_{\pm} = |\psi_{\pm}|^2$ правой (σ^+) и левой (σ^-) компонент волновой функции поляритонов в зависимости от времени. Панели (d–f) и (j–l) показывают соответствующие величины линейной, диагонально-линейной и круговой поляризации (компоненты вектора Стокса), см. подписи к отдельным линиям на панели (d) и определения (2.1) и (2.7). Вертикальные колонки отличаются друг от друга пиковыми мощностями импульса W , приведенными сверху в единицах пороговой мощности W_0 . В самом верхнем ряду подписей указаны последовательно переключающиеся состояния $1-3$, качественный вид которых изображен на рис. 2.3. Параметры: $\gamma = 0.05$ мэВ, $D = 0.2$ мэВ, $g_Z = -0.12$ мэВ (напряженность магнитного поля равна 6 Т), $g = 0.05$ мэВ.

рассмотрен в разделе 2.2. Как и ранее, спиновые компоненты конденсата подавляют друг друга, если направление поляризации накачки (или большая ось эллипса в случае $\rho_c^{(\text{ext})} \neq 0$) соответствует верхнему собственному состоянию оператора (2.9).

На следующем рис. 2.5 приведены экспериментальные результаты, которые непосредственно сравниваются с расчетами. Эксперимент выполнен в режиме импульсного возбуждения и с технической стороны аналогичен обсуждавшемуся до этого в разд. 2.3. Длительность импульса — около 100 пс, хотя, как и ранее, все данные усреднены по множеству повторяющихся импульсов. В левой колонке рисунка мощность накачки W составляет 35% от пороговой величины W_0 , при которой наблюдался первый скачок сигнала, поэтому отклик системы близок к линейному. Действительно, видно, что динамика величин $I_{\pm}(t)$ почти повторяет форму внешнего импульса. Однако степень круговой поляризации сигнала равна примерно -0.2 (на пике импульса), в то время как у внешнего поля она равна $+0.5$. Изменившаяся поляризация вызвана синим (красным) сдвигом резонансного уровня σ^- (σ^+). Коль скоро σ^- имеет преимущество в точке потери устойчивости, именно эта компонента первой испытывает переход “на верхнюю ветвь” при увеличении внешнего поля, что видно из средней колонки рисунка ($W = 1.8 W_0$). Затем, аналогично эксперименту из разд. 2.3, система надолго запирается в определенном спиновом состоянии. Компонента σ^+ подавлена, и для ее скачка теперь необходимо заметное увеличение интенсивности внешнего поля. Второй переход наблюдается при $W = 3.6 W_0$ (третья колонка); в этом случае симметрия спиновых компонент восстанавливается в области $t \approx -20$ пс в эксперименте и $t \approx 0$ в расчете. Однако после этого — на заднем фронте импульса — подавляется уже σ^- и система переходит в состояние с почти полной право-циркулярной поляризацией. В итоге оказывается пройден полный цикл переключений $1 \rightarrow 2_- \rightarrow 3 \rightarrow 2_+ \rightarrow 1$, схематически изображенный на рис. 2.3.

Сопоставление экспериментальных и расчетных результатов, приведенных

на рис. 2.5, обнаруживает их полное качественное согласие, включающее множество независимых контрольных параметров: пороговые точки и характерные времена переходов, величины скачков как интенсивности, так и трех “степеней поляризации” (компонент вектора Стокса) выходного излучения. Дополнительный анализ [A26] показывает, что все основные количественные расхождения могут быть отнесены на счет неоднородности образца и вызванного ей рэлеевского рассеяния, а также слабых флуктуаций интенсивности внешнего поля в отдельных импульсах.

2.5. Спиновые текстуры

Обратимся к вопросу о пространственных эффектах, связанных с нарушением спиновой симметрии поляритонов. В данном разделе представлена теоретическая работа [A8], показывающая, что круговую поляризацию конденсата можно контролировать, изменяя направление строго линейной поляризации возбуждающего конденсат электромагнитного поля. В частности, если направление вектора поляризации \mathbf{e} изменяется в плоскости волнового фронта, то после прохождения света через резонатор он приобретает аналогичное распределение степени круговой поляризации.

Обсуждаемые явления вызваны тем, что при $\gamma > 0$ и $g \neq 0$ даже полностью линейно поляризованное внешнее поле возбуждает конденсат с небольшой степенью круговой поляризации ρ_c , зависящей от \mathbf{e} . Эта исходная поляризация служит малой затравкой, определяющей направление, в котором нарушается спиновая симметрия, а сам переход происходит по сценарию, описанному в разд. 2.2 и 2.3.

Вычислим ρ_c как функцию \mathbf{e} , γ и g в линейном приближении при $\psi_{\pm} \rightarrow 0$. В этом случае система уравнений (1.10) диагонализуется и имеет однородные

решения вида

$$\psi_{x,y}(t) = \frac{f_{x,y}}{E_p - E_{x,y} + i\gamma} \left(e^{-iE_p t/\hbar} - e^{-\gamma t/\hbar} e^{-iE_{x,y} t/\hbar} \right), \quad (2.10)$$

где $E_{x,y} = E_{\text{LP}}(k=0) \pm g/2$. Как обычно, по определению

$$\begin{pmatrix} \psi_x \\ \psi_y \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ 1 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_x \\ \psi_y \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Пусть теперь $\mathbf{e} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, т. е. вектор поляризации внешнего поля образует угол α с осью x . В таком случае

$$f_{x,y}^2 = \frac{1 \pm \cos 2\alpha}{2} f^2. \quad (2.12)$$

Из (2.10)–(2.12) легко найти, что в установившемся состоянии ($\gamma t/\hbar \rightarrow \infty$) степень круговой поляризации равна

$$\rho_c = \frac{|\psi_+|^2 - |\psi_-|^2}{|\psi_+|^2 + |\psi_-|^2} = \frac{2\gamma(D_y - D_x) \sin 2\alpha}{D_x^2 + D_y^2 + (D_y^2 - D_x^2) \cos 2\alpha + 2\gamma^2}, \quad (2.13)$$

где $D_{x,y} = E_p - E_{x,y}$. Аналогично получают выражения

$$\rho_{x,y} = \frac{|\psi_x|^2 - |\psi_y|^2}{|\psi_x|^2 + |\psi_y|^2} = \frac{D_y^2 - D_x^2 + (D_x^2 + D_y^2 + 2\gamma^2) \cos 2\alpha}{D_x^2 + D_y^2 + (D_y^2 - D_x^2) \cos 2\alpha + 2\gamma^2}, \quad (2.14)$$

$$\rho_{\pm 45^\circ} = \frac{\psi_x^* \psi_y + \psi_y^* \psi_x}{|\psi_x|^2 + |\psi_y|^2} = \frac{2(D_x D_y + \gamma^2) \sin 2\alpha}{D_x^2 + D_y^2 + (D_y^2 - D_x^2) \cos 2\alpha + 2\gamma^2} \quad (2.15)$$

для двух других компонент вектора Стокса, которые совместно с (2.13) удовлетворяют соотношению (2.8). Если возбуждается только одно собственное состояние, то независимо от γ имеем $\rho_c = \rho_{\pm 45^\circ} = 0$, при этом $\rho_{x,y} = +1$, если $\alpha = 0$, и $\rho_{x,y} = -1$, если $\alpha = \pm\pi/2$. Однако простой поворот \mathbf{e} относительно собственных направлений приводит к появлению небольшой круговой поляризации, величина которой пропорциональна одновременно γ и $g = D_y - D_x$.

Рассмотрим теперь обычную систему (1.10) в неоднородном внешнем поле, которое в полярных координатах (r, φ) имеет вид

$$f_{\pm}(r, \varphi, t) = f \exp \left[-\frac{(r-R)^2}{2\sigma^2} \mp i l \varphi - i \frac{E_p}{\hbar} t \right]. \quad (2.16)$$

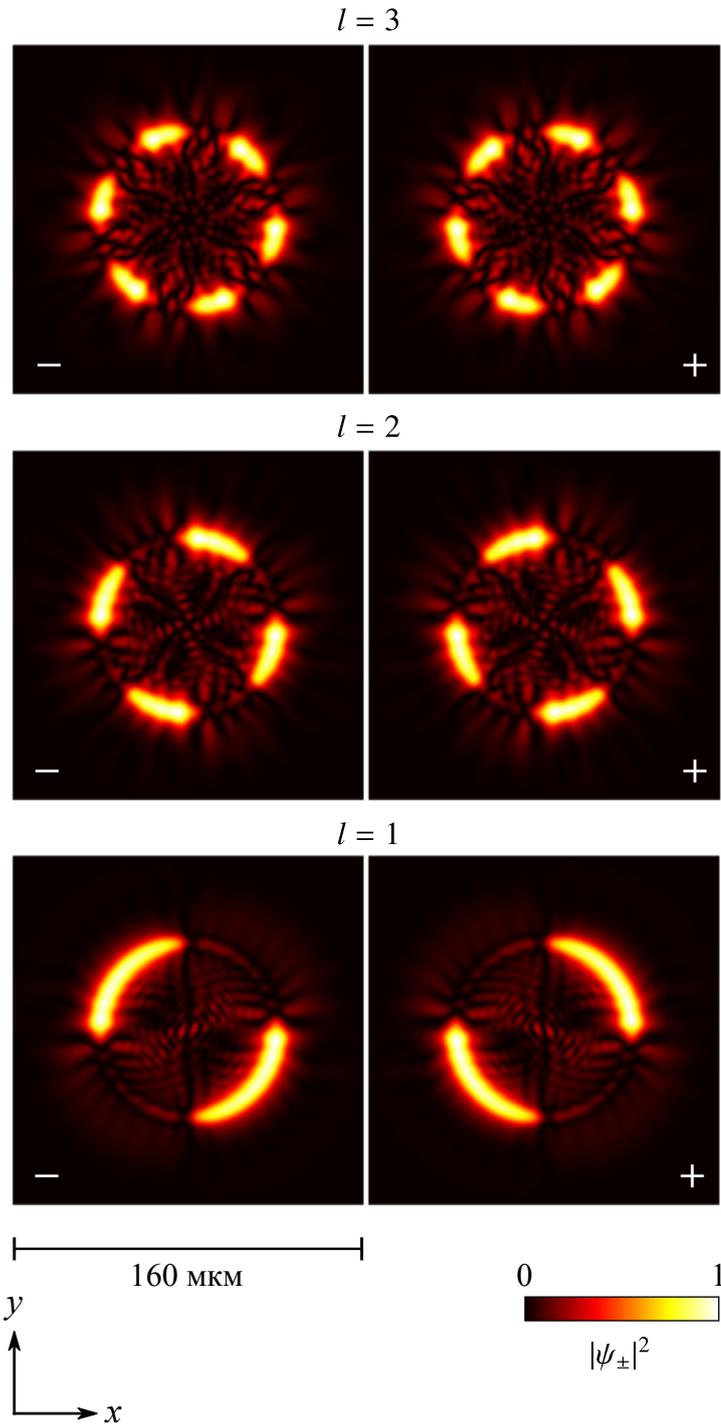


Рис. 2.6. Установившиеся стационарные решения при накачке с кольцевым распределением интенсивности, линейной поляризацией и различными “орбитальными моментами” l [A8]. Параметры: $\gamma = 0.04$ мэВ, $g = 0.15$ мэВ, $D = 0.4$ мэВ, $R = 40$ мкм, $\sigma = 3$ мкм [см. (2.16)]. Слева и справа приведены спиновые компоненты $|\psi_-|^2$ и $|\psi_+|^2$.

Распределение интенсивности $|f_+|^2 + |f_-|^2$ имеет форму плоского кольца с радиусом R и характерной толщиной σ . Разность фаз $\arg(f_- - f_+)$ изменяется на $2\pi l$ за один полный оборот φ . Угол α изменяется при этом на πl , поскольку $\alpha \equiv \arctg(f_y/f_x) = \arg(f_- - f_+)/2$ согласно правилам (2.11). Такого рода поле с “орбитальным моментом”, представляющее собой несколько упрощенный вариант пучка Гаусса-Лагерра [99], легко получить, пропуская обычный гауссов пучок через фазовую пластинку, толщина которой изменяется в зависимости от φ . Подчеркнем, однако, что в нашем случае фазы f_+ и f_- должны быть закручены по-разному.

На рис. 2.6 представлены результаты численного эксперимента для различных l от 1 до 3. Во всех примерах величина f принимает значение, при котором в случае $\varphi = 0$ нижняя ветвь симметричных решений уже прервана, а верхняя — неустойчива, однако существуют и две устойчивые ветви с нарушенной спиновой симметрией. Существование такого интервала f (который, например, явно виден на рис. 2.1) обеспечивается соотношением $\gamma < g \lesssim D$. Из рис. 2.6 видно, что в результате нарушения симметрии спиновые компоненты конденсата почти полностью разделились в пространстве в строгом соответствии со знаком исходной круговой поляризации (2.13). Поскольку $\alpha = l\varphi$, угловой период величины ρ_c равен π/l .

В тех местах, где один “спиновый домен” переходит в другой, т.е. при $\sin 2\alpha = 0$, круговая поляризация конденсата обращается в нуль. В связи с этим интересно отметить различный характер перехода между доменами при $\alpha = \pi n$ и $\alpha = \pi(n + 1/2)$, где n целое. В первом случае возбуждается верхний собственный подуровень; в однородной системе тогда должно происходить спонтанное нарушение симметрии, а в нашем примере наблюдается резкий переход между смежными областями с $\rho_c \approx +1$ и $\rho_c \approx -1$. Во втором случае, когда $\alpha = \pi(n + 1/2)$ и, следовательно, возбуждается нижний подуровень, спиновые компоненты не подавляют, а усиливают друг друга и переход величины ρ_c через нуль происходит более плавно.

Таким образом, мы нашли, что нарушение симметрии может приводить к чередованию спиновых компонент конденсата в пространстве при условии неоднородного распределения фазы внешнего поля. Такого рода неравновесные структуры с чередующимися круговыми поляризациями в литературе часто называют “спиновыми текстурами” (напр., [100, 101]).

2.6. Поляризованные солитоны

Ранее в разд. 2.2 мы теоретически описали явление спонтанного нарушения спиновой симметрии, а затем обсудили некоторые его следствия и возможности экспериментальной проверки. Однако в рассмотренных практических ситуациях симметрия нарушалась не спонтанно, а *явно*, т. е. еще до перехода конденсат обладал ненулевой поляризацией ρ_c , которая усиливалась после того, как допустимое симметричное состояние исчезало. Ниже мы обсудим пространственный эффект, благодаря которому симметрия нарушается даже при нулевом исходном ρ_c . А именно, при возбуждении резонатора симметричным по спину ($f_+ = f_-$), но сфокусированным в относительно малое пятно лазерным импульсом спиновые компоненты конденсата могут разделяться в пространстве, приводя к образованию поляризованных светлых солитонов [A9, A10].

Рассмотрим случай “двухлучевого” возбуждения вида

$$f_+(\mathbf{r}, t) = f_-(\mathbf{r}, t) = \left(f_1 + f_2 e^{-(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)^2/\sigma^2 - (t-t_0)^2/\tau^2} \right) e^{i(\mathbf{k}_p \mathbf{r} - E_p t/\hbar)}. \quad (2.17)$$

Часть этого выражения с амплитудой f_1 — плоская волна, создающая поляритонный конденсат на нижней ветви устойчивости (как обычно, E_p находится выше резонанса и поэтому состояние конденсата является мультистабильным). Второй луч с амплитудой f_2 — гауссов пучок, который имеет размер σ и длительность импульса τ . Существует несколько сценариев отклика системы на подобное импульсное возмущение. В самом простом случае она просто возвращается в исходное состояние при $t - t_0 \gg \tau$. Как уже было сказано в разд. 2.1,

короткий локальный импульс может также инициировать переход всей системы на новую ветвь устойчивости, но и в этом случае с течением времени решение становится однородным. Этими возможностями исчерпывается случай $k_p \sim 0$. Если же величина k_p превосходит точку перегиба $E_{LP}(k)$, возникает новый тип решений, а именно свободное движение локализованного волнового пакета с относительно высокой амплитудой — *светлого солитона*. Подобные структуры могут быть полностью устойчивыми и сохранять свою форму неограниченное время. Солитоны, образующиеся в эффективно бесспиновой поляритонной системе, теоретически изучались в серии работ [82, 83, 102, 103]. В работе [84] сообщается об их прямом экспериментальном наблюдении. В свою очередь, в [A9] исследован случай “спинорной” системы и обнаружен эффект нарушения симметрии, приводящий к образованию двойных солитонов с разделенными областями правой и левой круговой поляризации. Измерения проводились с пикосекундным временным разрешением, однако динамика системы усреднялась по множеству отдельных импульсов и поэтому эффект спонтанного нарушения симметрии не мог наблюдаться непосредственно (в каждом импульсе симметрия нарушалась по-разному). Тем не менее, при помощи корреляционных измерений были получены косвенные свидетельства о двойной поляризационной структуре солитонов. Кроме того, усредненный сигнал обнаруживал деполаризацию вблизи движущегося максимума интенсивности, что также является свидетельством о пространственном разделении спиновых компонент, взаимное расположение которых имеет два равновероятных варианта и не повторяется от импульса к импульсу.

В недавней работе [A10] был найден еще один тип неоднородных решений с нарушенной спиновой симметрией, у которых интенсивность не затухает и не остается постоянной, а возрастает со временем за счет того, что размер волнового пакета постепенно увеличивается. Аналогично солитонам, такой волновой пакет движется с постоянной скоростью, но имеет более сложную внутреннюю структуру с множеством отдельных пиков. Характерное решение для

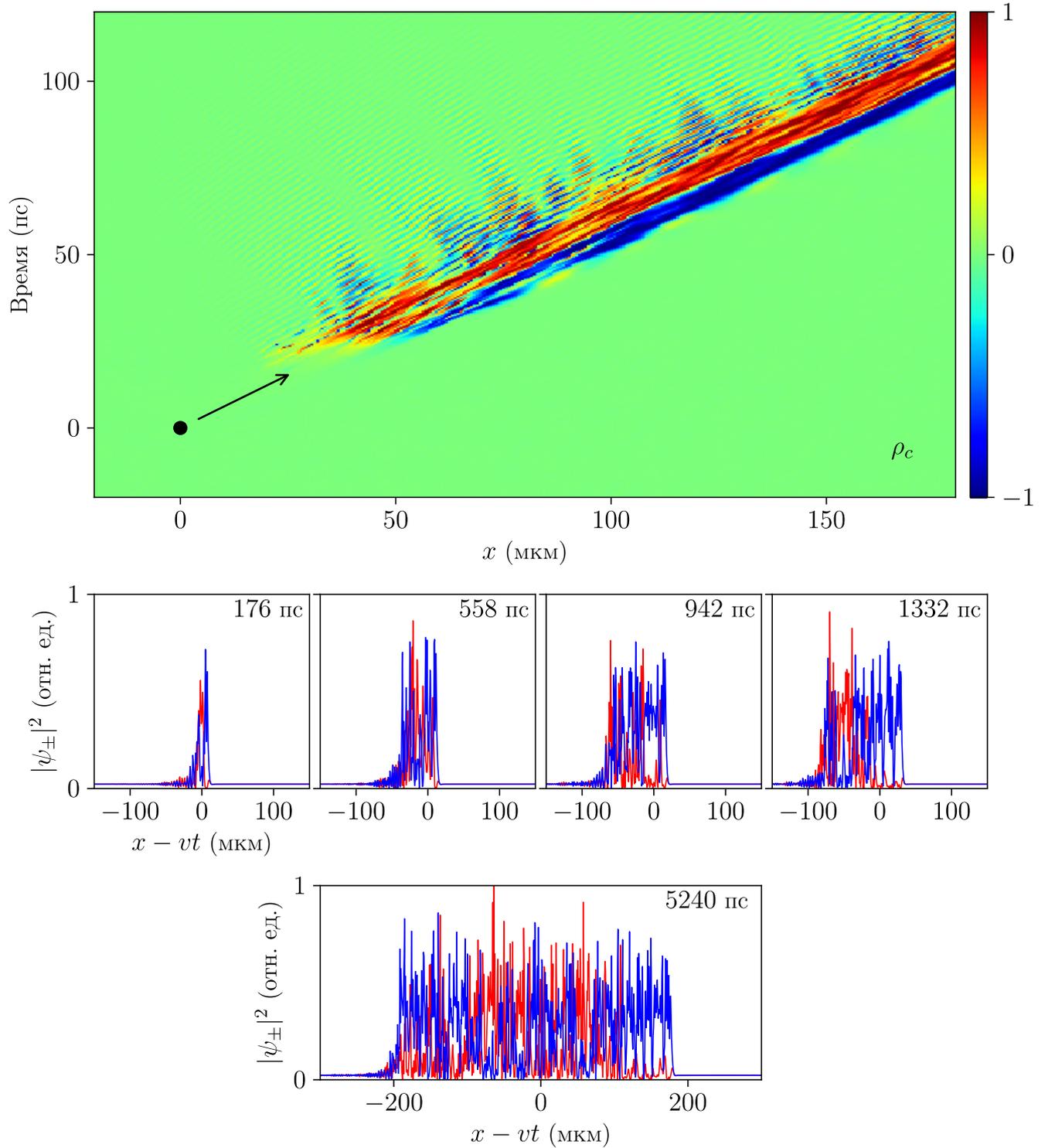


Рис. 2.7. Эволюция одномерного поляризованного солитона ([A10], см. также [A9]). Сверху: степень круговой поляризации в зависимости от координаты x и времени t в течение первых 100 пс после короткого внешнего импульса. Черная точка показывает время и место прихода импульса. Внизу: интенсивности $|\psi_{\pm}|^2$ в зависимости от $x - vt$, где $v \approx 1.7$ мкм/пс — скорость солитона, для некоторых выбранных моментов времени t . Параметры: $\gamma = 0.05$ мэВ, $g = 0.2$ мэВ, $k_p = 1.9$ мкм $^{-1}$, $D = E_p - E_{LP}(k_p) = 0.4$ мэВ, $f_1 = f_2 = 3.62 \cdot 10^{-3}$ отн. ед. [см. (2.17)], $\mathbf{r}_0 = 0$, $\sigma \approx 2.4$ мкм, $t_0 = 0$, $\tau \approx 4.8$ пс.

$k_p = 1.9 \text{ мкм}^{-1}$ представлено на рис. 2.7. Вначале система находится на нижней ветви устойчивости, а затем при $t = 0$ возбуждается дополнительным импульсом ($\sigma \approx 2.4 \text{ мкм}$, $\tau \approx 4.8 \text{ пс}$), что приводит к рождению светлого солитона. Примерно через 20 пс происходит нарушение спиновой симметрии и образуется двойная структура, полностью аналогичная решениям из статьи [A9]. Она, однако, нестабильна и медленно расширяется со скоростью, которая на примерно порядок меньше скорости ее движения.

Наблюдаемый рост возбуждений отчасти напоминает переходные решения, рассмотренные в главе 1, но, в отличие от них, этот рост происходит по линейному, а не экспоненциальному или гиперболическому закону. Кроме того, режим с обострением в итоге приводил систему к новому одномодовому состоянию, в то время как на рис. 2.7 поле все время остается неоднородным. Видно, что, увеличившись даже до макроскопических размеров (400 мкм), волновой пакет демонстрирует узкие солитонные пики, у которых круговая поляризация изменяется хаотическим образом. Подобная неустойчивость вызвана бóльшей величиной константы спиновой связи относительно ширины резонансов, а именно $g = 4\gamma$. Полученное решение действительно является переходным, однако оно приводит не к однородному состоянию, а к совершенно новому классу решений, которому посвящена следующая глава данной работы. В частности, мы встретимся с ситуацией, когда образование нестационарных или периодических по спину распределений поля происходит совершенно спонтанно даже при $k_p = 0$.

2.7. Влияние резервуара долгоживущих экситонов на эффекты мультистабильности

Во всех предыдущих расчетах мы полагали, что парным образом между собой взаимодействуют только поляритоны в одинаковом спиновом состоянии. Это приближение отвечает ранним теоретическим исследованиям, показавшим, что взаимодействие двумерных экситонов имеет в основном обменную

природу [37]. Следовательно, взаимодействие между экситонами с противоположно направленными спинами, у которых электроны, как и дырки, находятся в различных квантовых состояниях, должно быть относительно слабым. Данный вопрос также неоднократно рассматривался с экспериментальной точки зрения. В работе [104] в режиме короткого импульсного возбуждения были исследованы биения расщепленных спиновых состояний. Было найдено, что поляритоны с противоположными спинами *притягиваются* ($V' < 0$), однако коэффициент этого взаимодействия V' по абсолютной величине примерно на порядок меньше, чем V . То обстоятельство, что V' имеет отрицательный знак, вскоре нашло подтверждение в режиме непрерывной накачки. Выяснилось, что к знаку V' чувствительна поляризация сигнала параметрического рассеяния при возбуждении поляритонов в окрестности “магического угла” (см. разд. 1.4.3): в случае отрицательного V' вектор поляризации сигнала должен разворачиваться на 90° , что действительно наблюдалось в экспериментах [105, 106].

Некоторое время спустя были сделаны предсказания о спиновой мультистабильности поляритонов [23]. Этот эффект тоже должен быть очень чувствителен к V' . В качестве контрольного параметра может выступать соотношение R полных мощностей непрерывной накачки $I_p = |f_+|^2 + |f_-|^2$, при которых происходят скачки на верхнюю ветвь устойчивости в случаях строго линейной ($\rho_p = 0$) или циркулярной ($\rho_p = 1$) поляризации. Очевидно, что при $V' = V$ переходы вообще не зависят от поляризации и это соотношение должно быть равно 1. Ясно также, что в случае $V' = 0$ должно быть $R = 2$ (см., например, пояснение ниже формулы (2.1) на стр. 56). Аналогично получается $R < 2$ при $V' > 0$ и $R > 2$ при $V' < 0$: в первом случае спиновые компоненты эффективно усиливают, а во втором — подавляют одна другую.

Результаты экспериментов получились довольно неожиданными. Измерения обнаружили $R \approx 1$, как если бы между противоположно направленными спинами имело место не притяжение, а довольно интенсивное отталкивание ($V' \approx V$). Этот результат был получен в условиях “длинного” импульсного возбуждения

на масштабе наносекунды [A34, A13]; однако вскоре он подтвердился и в режиме непрерывной накачки [A12]. Тем более странным оказалось то, что поляризация рассеянного сигнала при k_p в области магического угла была по-прежнему развернута на 90° , как и в случае $V' < 0$. Стало ясно, что относительно простая модель, в которой взаимодействие экситонов с противонаправленными спинами является двухчастичным и описывается определенной константой V' , не соответствует действительности. К аналогичным выводам пришли авторы статьи [38], в которой непосредственно измерялись сдвиги резонансных энергий. В теоретической части этой работы рассмотрены различные не прямые механизмы взаимодействия.

В работе [A12] была предложена модель, удовлетворительно описывающая наблюдаемые неравновесные переходы в условиях мультистабильности. Для каждой точки пространства вместо одной амплитуды ψ используется три переменных: электрическое поле \mathcal{E} , экситонная поляризация \mathcal{P} и “населенность резервуара” \mathcal{N} , которая по аналогии с уравнениями Максвелла-Блоха имеет смысл атомной переменной, принимающей вещественные значения. Величины \mathcal{E}_\pm и \mathcal{P}_\pm имеют по две спиновые компоненты, выражающиеся комплексными числами. Пренебрегая для простоты пространственными степенями свободы, уравнения можно записать в виде

$$i\hbar\dot{\mathcal{E}}_\pm = (E_C - i\gamma)\mathcal{E}_\pm + \beta\mathcal{P}_\pm + \mathcal{F}_\pm, \quad (2.18)$$

$$i\hbar\dot{\mathcal{P}}_\pm = [E_X + V|\mathcal{P}_\pm|^2 + V'|\mathcal{P}_\mp|^2 + (V + V')\mathcal{N}/2 - iV_r|\mathcal{P}_\mp|^2] \mathcal{P}_\pm + \beta\mathcal{E}_\pm, \quad (2.19)$$

$$\dot{\mathcal{N}} = -\gamma_r\mathcal{N} + 4V_r|\mathcal{P}_+|^2|\mathcal{P}_-|^2. \quad (2.20)$$

Здесь \mathcal{F}_\pm — внешнее поле, β — сила экситон-фотонной связи, V_r — коэффициент нелинейного поглощения, обусловленного рассеянием экситонов в резервуар, γ_r — очень малый коэффициент затухания частиц в резервуаре. Особенность этой модели состоит в том, что частицы с противоположными спинами могут уходить в резервуар только парами (например, при переходе пары светлых экситонов в темные). Поэтому резервуар населен сильнее всего при линейно поляри-

зованном состоянии системы. Резервуар, в свою очередь, обеспечивает дополнительный синий сдвиг $(V + V')\mathcal{N}/2$ для частиц, находящихся в когерентном состоянии, причем этот сдвиг одинаков для обеих поляризационных компонент и эффективно выравнивает их резонансные уровни.

Модель (2.18)–(2.20) обнаружила очень хорошее согласие с экспериментами. Она позволила объяснить не только соотношение $R \sim 1$ при линейной поляризации накачки $\rho_p = 0$, но и рассчитать отклик системы для всего ряда промежуточных значений ρ_p в работе [A12] и даже время-разрешенную динамику в работах [A13] и [A14]. Впоследствии эта же модель применялась для объяснения поляризационной динамики в микростолбиках [75] и для анализа спектров элементарных возбуждений в микрорезонаторах с относительно слабой экситон-фотонной связью [107].

Модель (2.18)–(2.20) также объясняет различный характер взаимодействия на разных масштабах времени. Вероятность рассеяния частиц в резервуар, выражающаяся коэффициентом V_r , очень мала; резервуар заполняется только потому, что частицы могут в нем накапливаться благодаря большому времени жизни \hbar/γ_r . Поэтому эффективное отталкивание между σ^+ и σ^- проявляется только при длинных возбуждающих импульсах или в непрерывном режиме, а на малом временном масштабе действует обычное притяжение, как в статье [104]. В статье [A15] мы специально обсудили зависимость эффективной константы V' от длительности импульсов τ и даже оценили эту константу при $\tau \approx 10$ ps, исходя из экспериментальных данных; получившийся результат оказался близок к [104].

Экситонный резервуар практически не обнаруживает себя в современных высокочастотных образцах по крайней мере при длительности импульсов в области сотен пикосекунд, как в разд. 2.3 и 2.4, иначе спиновые компоненты не могли бы подавлять друг друга при линейно поляризованном возбуждении. Из этого предположения мы и будем исходить в дальнейшем.

2.8. Краткие итоги

- Спиновая симметрия фотовозбуждаемого конденсата может нарушаться спонтанно, если константа линейной связи двух спиновых компонент поляритонов сравнима с коэффициентом затухания. В таком случае свет, излучаемый поляритонами, с ростом амплитуды f в какой-то момент приобретает почти полную правую или левую круговую поляризацию. При неоднородном оптическом возбуждении образуются “спиновые текстуры” и солитоны с пространственно разделенными спиновыми компонентами [A6, A7, A8, A9, A10].
- Благодаря эффекту Зеемана в постоянном магнитном поле конденсатные состояния с нарушенной спиновой симметрией различаются по амплитуде и между ними возможны управляемые переключения. В статье [A11] было теоретически предсказано и экспериментально подтверждено, что знак циркулярной поляризации конденсата можно контролировать, изменяя только интенсивность оптической накачки.
- Все эффекты, связанные с оптической мультистабильностью, существенно изменяются при наличии экситонного резервуара. Уровни энергии двух спиновых компонент поляритонов в результате взаимодействия с резервуаром частично выравниваются [A12, A13, A14, A15].

Переход к хаосу и вторичное упорядочение

3.1. Турбулентность в оптике (обзор)

В состояниях с динамическим хаосом эволюция системы предопределена начальными условиями, но практически непредсказуема, т. к. близкие траектории быстро расходятся. Тем не менее *аттрактор* в фазовом пространстве, к которому они все стремятся, существует и представляет собой сложный объект с дробной размерностью. Хаотические решения были найдены Лоренцом в модели атмосферной конвекции всего с тремя степенями свободы [108]. Хакен обнаружил аналогию между моделью Лоренца и системой уравнений Максвелла-Блоха для сред с инверсной населенностью [109]. С тех пор было создано множество видов хаотических излучателей, например, на основе лазерных диодов [110]. Недавно выяснилось, что в их излучении даже степень круговой поляризации может хаотически изменяться [111, 112].

Сложнее получить пространственно-временной хаос, состояние, в котором свет похож на турбулентную жидкость. В когерентной оптике оно не возникает так же легко, как в гидродинамике, если иметь в виду не стохастические, а строго детерминированные процессы. При переходе через порог генерации в лазерах неустойчивые моды конкурируют между собой и только небольшое их число становится в итоге *параметрами порядка*, а в протяженной системе от этого появляются статические диссипативные структуры [43, 45]. Более высокую степень сложности можно обеспечить внешней обратной связью, когда хаотический сигнал, вышедший из активной среды, возвращается туда с задержкой во времени [113]. Примерами таких систем служат кольцевые резонаторы с фотоусиливающим элементом, где впервые наблюдалось “турбулентное” излучение [114], или современные лазеры с внешним резонатором [115–117]. Но

обратные связи приводят и к дополнительным корреляциям в структуре выходного сигнала, понижающим его сложность [118]. Пространственно-временной хаос недавно обнаружили также в плоском микрорезонаторе с насыщающимся поглотителем [119, 120], где еще раньше наблюдались [121] солитоны и автоколебания; при этом хаос наблюдался только в квазиодномерной полосе на образце.

Все упомянутые системы относятся к “лазерному” типу устройств с активной средой, в которой свет генерируется или усиливается. Известен и более простой путь к оптической неустойчивости: самофокусировка когерентного поля в пассивной нелинейной среде, уже упоминавшаяся нами в качестве возможной причины режимов с обострением. Известно, что диссипативные структуры [122] и хаос [123] возникают в системе (1.16) с $V < 0$. Однако, предсказывая бесконечную самофокусировку за конечное время в двух- и трехмерных системах при $f \rightarrow 0$ и $\gamma \rightarrow 0$ ([47]), такая модель носит скорее иллюстративный характер, если говорить о газе частиц с положительной эффективной массой.

Для поляритонной системы, когда $V > 0$ и теория точна в пределе низкой плотности, появление хаоса сильно затруднено именно в связи с тем, что частицы отталкиваются. Случайные неоднородности в их распределении не вырастают, а стремятся выровняться за время жизни частицы, тогда как характерного для “лазеров” усиления ($\text{Im } V$), как и обратных связей, попросту нет. Также нет явного механизма генерации новых частотных гармоник, как в уравнении Дуффинга с вещественной нелинейностью вида $(\psi + \psi^*)^3$. И если система внутренне однородна и возбуждается плоской волной, долгое время казалось, что единственным непереходным коллективным эффектом в ней может быть только парный распад конденсата. До некоторой степени модель можно усложнить, введя сильную неоднородность. Например, был предсказан переход к хаосу в джозефсоновском контакте с туннельной связью двух конденсатов при определенном нелинейном взаимодействии их спиновых компонент [124]. Однако всякую неоднородность вроде барьера между конденсатами трудно или невозможно масштабировать в пространстве, если только речь не идет о создании

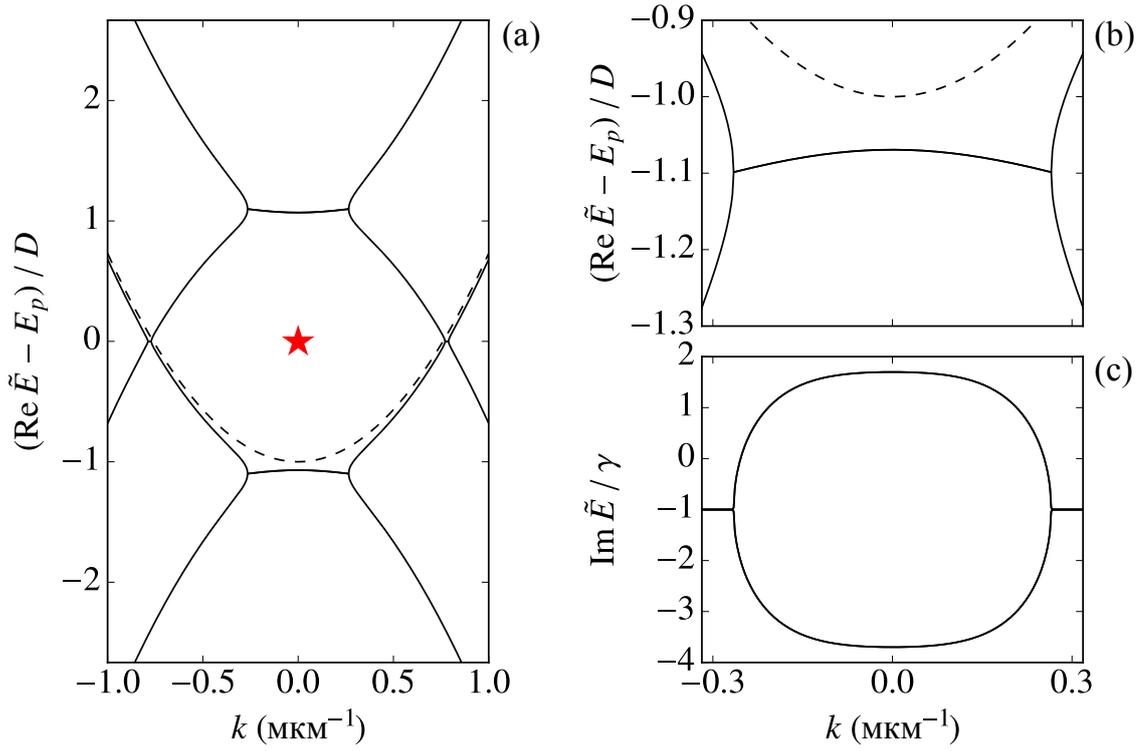


Рис. 3.1. Вещественная (a, b) и мнимая (c) части энергии боголюбовских квазичастиц, $\text{Re } \tilde{E}(k)$ и $\text{Im } \tilde{E}(k)$, в состоянии с нарушенной спиновой симметрией [A16]. Панель (b) показывает увеличенный фрагмент (a). Звездочка на панели (a) — конденсатная мода. Параметры: $\gamma = 0.02$ мэВ, $g = 10\gamma$, $D = E_p - E_{\text{LP}}(0) = 15\gamma$, $\bar{\psi}_- = 0$ и $V\bar{\psi}_+^2 = D + g/2$ в соответствии с формулой (2.5); спектр $E_{\text{LP}}(k)$ показан пунктиром.

Определим спектр надконденсатных мод в стационарном состоянии $\psi_{\pm}(t) = \bar{\psi}_{\pm} e^{-iE_p t/\hbar}$. Повторив все рассуждения раздела 1.2 с учетом двух спиновых компонент, вместо системы уравнений (1.20) имеем

$$\begin{pmatrix} 2V|\bar{\psi}_+|^2 + s - \lambda & V\bar{\psi}_+^2 & g/2 & 0 \\ -V\bar{\psi}_+^{*2} & -2V|\bar{\psi}_+|^2 - s - \lambda & 0 & -g/2 \\ g/2 & 0 & 2V|\bar{\psi}_-|^2 + s - \lambda & V\bar{\psi}_-^2 \\ 0 & -g/2 & -V\bar{\psi}_-^{*2} & -2V|\bar{\psi}_-|^2 - s - \lambda \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \tilde{\psi}_{+|+\mathbf{k}} \\ \tilde{\psi}_{+|-\mathbf{k}}^* \\ \tilde{\psi}_{-|+\mathbf{k}} \\ \tilde{\psi}_{-|-\mathbf{k}}^* \end{pmatrix} = \vec{0}, \quad (3.4)$$

где

$$s = E_{\text{LP}}(\mathbf{k}) - E_p, \quad \lambda = \tilde{E} - E_p + i\gamma \quad (3.5)$$

и $\tilde{E} = \tilde{E}(\mathbf{k})$ — искомая функция. Характеристическое уравнение $\det(\cdot) = 0$ является биквадратным относительно λ , что приводит к решениям вида

$$\tilde{E} = E_p - i\gamma \pm \sqrt{\frac{P \pm \sqrt{Q}}{2}}. \quad (3.6)$$

Говоря о состояниях с нарушенной спиновой симметрией (см. раздел 2.2), будем считать, что одна из компонент $\bar{\psi}_{\pm}$ исчезает полностью, а для оставшейся введем обозначение $\chi^2 = V|\bar{\psi}|^2$; тогда [A16]

$$P = 2s^2 + 4s\chi^2 + 3\chi^4 + \frac{g^2}{2}, \quad (3.7)$$

$$Q = (4s\chi^2 + 3\chi^4)^2 + g^2(4s^2 + 8s\chi^2 + 3\chi^4). \quad (3.8)$$

В общем случае однородное состояние конденсата неустойчиво, если в нем $\text{Im } \tilde{E} > 0$ для какого-либо k . Согласно (3.6), есть два типа неустойчивости:

$$(1) \quad Q > 0, \quad \text{но} \quad P \pm \sqrt{Q} < 0; \quad (3.9)$$

$$(2) \quad Q < 0. \quad (3.10)$$

Неустойчивость первого типа — это прямой парный распад конденсата. Ей обусловлены все спонтанные эффекты, обсуждавшиеся в литературе ранее, включая и те, которые чувствительны к спину ([106, 125]), и само нарушение четности (рис. 2.1). Но если четность *уже* нарушена, в этом последнем оставшемся однородном состоянии может возникнуть неустойчивость второго типа, связанная с рассеянием более высокого порядка. Видно, например, что в формуле (3.8) только один член $8sg^2\chi^2$ бывает меньше нуля и он пропорционален одновременно V и g^2 . Распадные моды теперь могут быть расщеплены по энергии, но при этом иметь импульс, равный импульсу конденсата. Кроме того, населяясь, они возвращают в систему исчезнувшую из нее при нарушении симметрии спиновую компоненту, даже если в самом конденсате эта компонента подавлена полностью. Вычислив собственные состояния, можно, например, найти, что для нижней распадной моды на рис. 3.1 получается $\rho_c(k=0) \approx -0.6$, хотя в конденсате $\bar{\psi}_- = 0$.

Вид нового закона дисперсии (3.6)–(3.8) [рис. 3.1(а)] легко уяснить себе, наложив друг на друга спектры “скалярной” системы, приведенные на рис. 1.2 для точек 1 (минимальная амплитуда, соответствующая теперь подавленной спиновой компоненте) и 6 (высокая амплитуда основной компоненты). Ветви $\text{Re } \tilde{E}(k)$ от двух компонент на общей картине сближаются около $k = 0$ и $E = E_p \pm D$, а при $g > 0$ они в этих местах *объединяются* и образуют почти плоские участки, как на рис. 3.1(а). Для этого в общем случае нужно, чтобы парные процессы (3.1) со спинами “+” и “–” подходили друг другу по энергии вблизи $k_{1,2,3,4} = 0$, причем соединяющиеся линии должны быть с разными знаками “выпуклости” d^2E/dk^2 . Именно так и получается по крайней мере при $\chi^2 = D + g/2$, т. е. в состояниях с предельной спиновой асимметрией [формула (2.5)], если g и D близки по величине.

Выясним, в какой области параметров такие решения возможны. Решив уравнение $Q = 0$ относительно s и полагая для простоты, что закон дисперсии

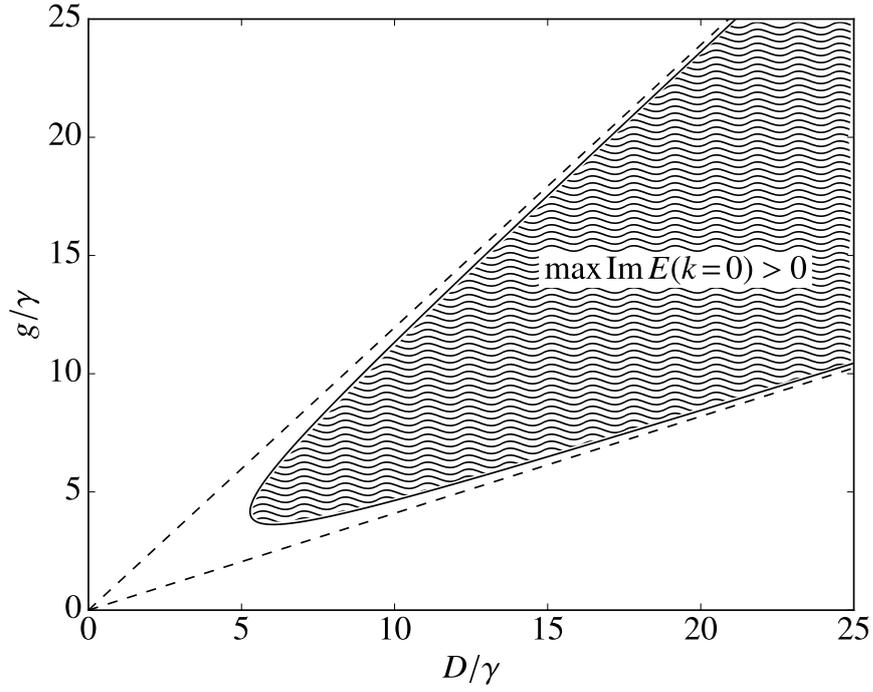


Рис. 3.2. Параметры D и g в единицах γ , при которых неустойчивы асимметричные состояния $\chi^2 = D + g/2$ [A16].

поляритонов в окрестности $k = 0$ является параболическим, имеем

$$\frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} = D - \frac{\pm g \chi^2 \sqrt{g^2 + 3\chi^4} + 2g^2 \chi^2 + 6\chi^6}{2g^2 + 8\chi^4}. \quad (3.11)$$

Условия $g > 0$ и $k_0^2 \geq 0$ составляют критерий появления мод с $Q < 0$ где-либо в k -пространстве. Выполнимость второго из них в действительности не зависит от закона дисперсии, который влияет только на протяженность неустойчивой области. Видно, что выражение (3.11) может иметь одно или два положительных значения или же не иметь их вовсе. В первом случае неустойчивой оказывается круговая область с $|k| < k_0$, а во втором — кольцо $k_0^{(1)} < |k| < k_0^{(2)}$, что бывает при сравнительно меньших χ .

Найдем теперь, как должны быть связаны между собой g и D , чтобы состояние конденсата могло стать неустойчивым для каких-либо $\chi^2 > D$. Если взять плотность конденсата в виде $\chi^2 = D + \alpha g$ с произвольным α , можно убедиться, что условие $k_0^2 \geq 0$ сводится к неравенству типа $\sum_{n=0}^N c_n(\alpha) g^n D^{N-n} \geq 0$. Поскольку в его левой части стоит симметричный многочлен, решения, если они существуют, имеют вид $a_1(\alpha)g < D < a_2(\alpha)g$, где $a_{1,2}(\alpha)$ — некоторые числа.

На рис. 3.2 показан результат для $\alpha = 1/2$: область с $Q < 0$ ограничена двумя прямыми. При этом условие $Q < 0$ необходимо, но не достаточно для появления неустойчивости. В общем случае нужно, чтобы мнимая часть λ не просто стала положительной, а превзошла γ , тогда получается $\text{Im } E > 0$ согласно второму из определений (3.5). Фактическая область неустойчивости для $\chi^2 = D + g/2$ и $k = 0$ на рисунке заштрихована. Мы находим, что возможность спонтанного рассеяния в состоянии с $k = 0$ и $|\text{Re } E_{1,2} - E_p| \gtrsim D$ открывается начиная с $g/\gamma \approx 4$.

3.3. Автоколебания и динамический хаос

Начав с анализа спонтанного нарушения четности [раздел 2.2], мы обнаружили еще один процесс распада уже в асимметричном состоянии. В итоге устойчивых однородных решений в конечном интервале f не остается вовсе и мы приходим к ситуации, когда неизбежно появление либо неоднородных структур, либо колебаний с новыми частотами $E \neq E_p$, не затухающих при $t \rightarrow \infty$. Вторую возможность рассмотрим на примере нульмерного микростолбика, когда у системы есть только три степени свободы: $|\psi_+|$, $|\psi_-|$ и разность фаз $\arg \psi_+^* \psi_-$ ([A17], рис. 3.3 и 3.4). Первый расчет был выполнен для $\gamma = 0.02$ мэВ, $g = 10\gamma$ и относительно низкой отстройки $D = 7.5\gamma$. При одной интенсивности накачки $f^2 = f_0^2$ [рис. 3.3(a,c)] система ведет себя хаотически, тогда как при $f^2 = 2.5f_0^2$ [рис. 3.3(b,d)] колебания становятся регулярными и приобретают высокую частоту. На следующем рис. 3.4 приведен пример решения с “высоко-частотным” хаосом, полученный при более высокой отстройке $D = g$.

В примере на рис. 3.3(a,c) динамический хаос возникает от сочетания нелинейных эффектов двух типов (3.9) и (3.10), чередующихся между собой. А именно, нарушение спиновой симметрии и скачок $|\rho_c|$, механизм которых описан в разделе 2.2, вызывают петлевое рассеяние $E_p \rightsquigarrow E_p \pm D$, которое частично восстанавливает баланс спинов, после чего он может снова нарушаться в ту или

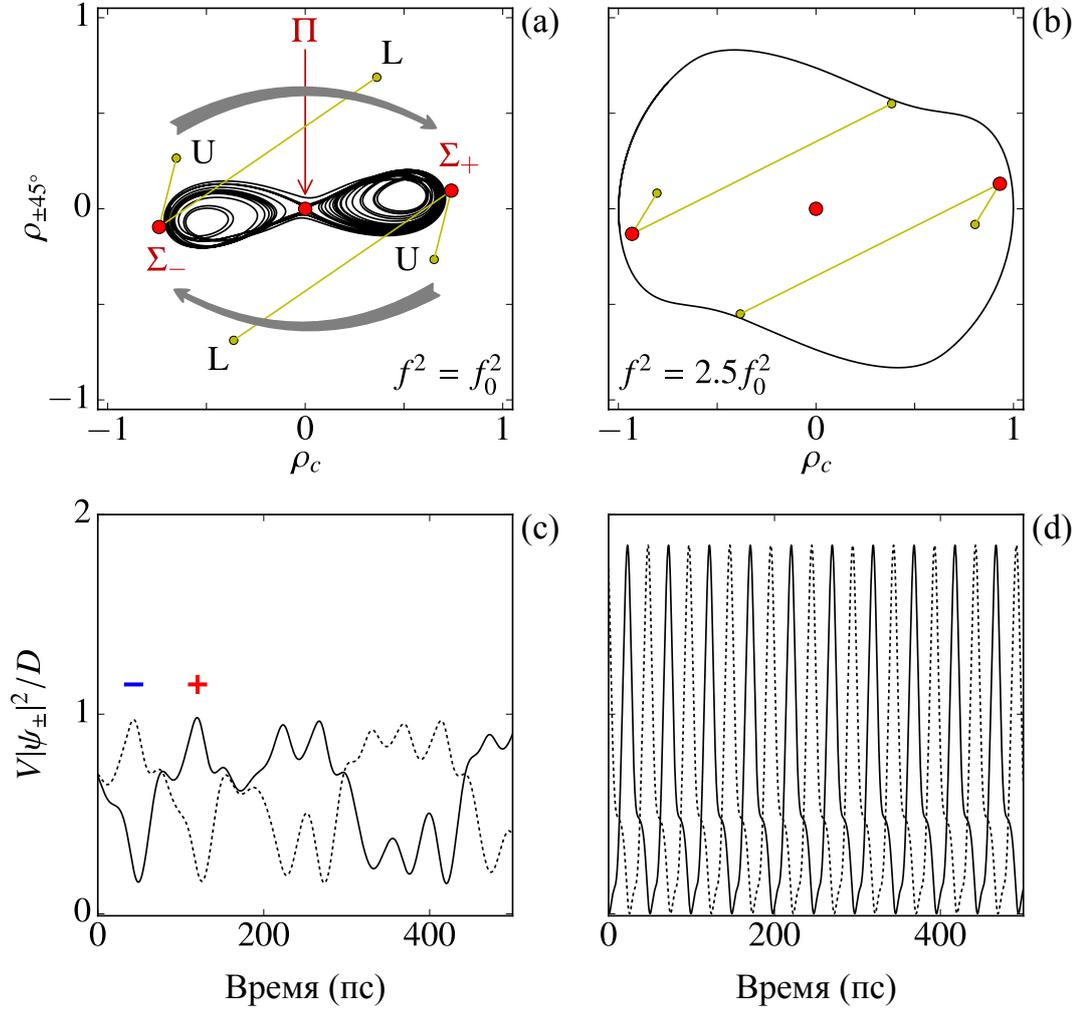


Рис. 3.3. Фрагменты установившихся состояний одномодовой системы с $k = 0$ [A17]. Слева (а, с) и справа (b, d) представлены решения с различными f^2 [см. подписи]. Сверху (а, b): траектории в координатах ρ_c и $\rho_{\pm 45^\circ}$ [см. формулы (2.1) и (2.7)] в течение 2000 пс; снизу (с, d): явные функции $|\psi_{\pm}(t)|^2$. Точки Π и Σ_{\pm} на рис. (а) — симметричное и два асимметричных решения статических уравнений (2.2, 2.3); L, U — нижнее и верхнее собственные состояния квазичастиц в точках Σ_{\pm} : $\text{Re } \tilde{E}_{L,U} \approx E_p \mp D$. Параметры: $\gamma = 0.02$ мэВ, $g = 10\gamma$ и $D = 7.5\gamma$.

иную сторону. Из аналогии со спонтанным нарушением симметрии ясно, что такая система чувствительна к малым отклонениям. Две ее траектории, будучи сколь угодно близкими около точки равновесия (Π), быстро расходятся. Но поскольку после этого симметрия стремится восстановиться, система эволюционирует хаотически. Характерный период колебаний поляризации определяется временем заполнения неустойчивых мод $E = E_p \pm D$, т. е. величиной $\max \text{Im } \tilde{E}$, которая в рассматриваемом примере сопоставима с γ . Уровни $E_p \pm D$ населяются в асимметричном по спину состоянии системы и затем опустошаются, когда симметрия частично восстанавливается.

С увеличением интенсивности внешнего поля колебания становятся регулярными [рис. 3.3(b,d)]. В этом случае величина $\max \text{Im } \tilde{E}$ намного превосходит γ , поэтому уровни петлевого рассеяния населяются настолько быстро, что уже не могут опустошиться за отведенную часть периода. Когда их средняя населенность становится заметной на фоне главной моды $E = E_p$, возникают колебания с частотой порядка $2\pi\hbar/D$. При этом, как видно из рис. 3.3(b), система уже не возвращается к симметричному состоянию Π , в окрестности которого она особенно чувствительна к флуктуациям. Все это делает возможным формирование полностью периодического режима. Колебания, однако, являются ангармоническими, поскольку населенность мод петлевого рассеяния сама изменяется регулярным образом на протяжении каждого периода.

Дальнейшее увеличение энергии системы, которого можно добиться, подняв отстройку D , опять приводит динамическому хаосу. Соответствующее решение, полученное при $D = g$, изображено на рис. 3.4. Как и в предыдущем примере, моды $E = E_p \pm D$ все время населены, но вследствие сильной неустойчивости их амплитуды уже не могут изменяться регулярным образом. В результате мы приходим к “быстрому” хаосу с характерной частотой спиновых переключений в области $2\pi\hbar/D$, которая может достигать 10^{11} Гц для структур на основе GaAs. Следует отметить, однако, что в этом случае уже нельзя говорить о модах петлевого рассеяния как некоторых выделенных уровнях в

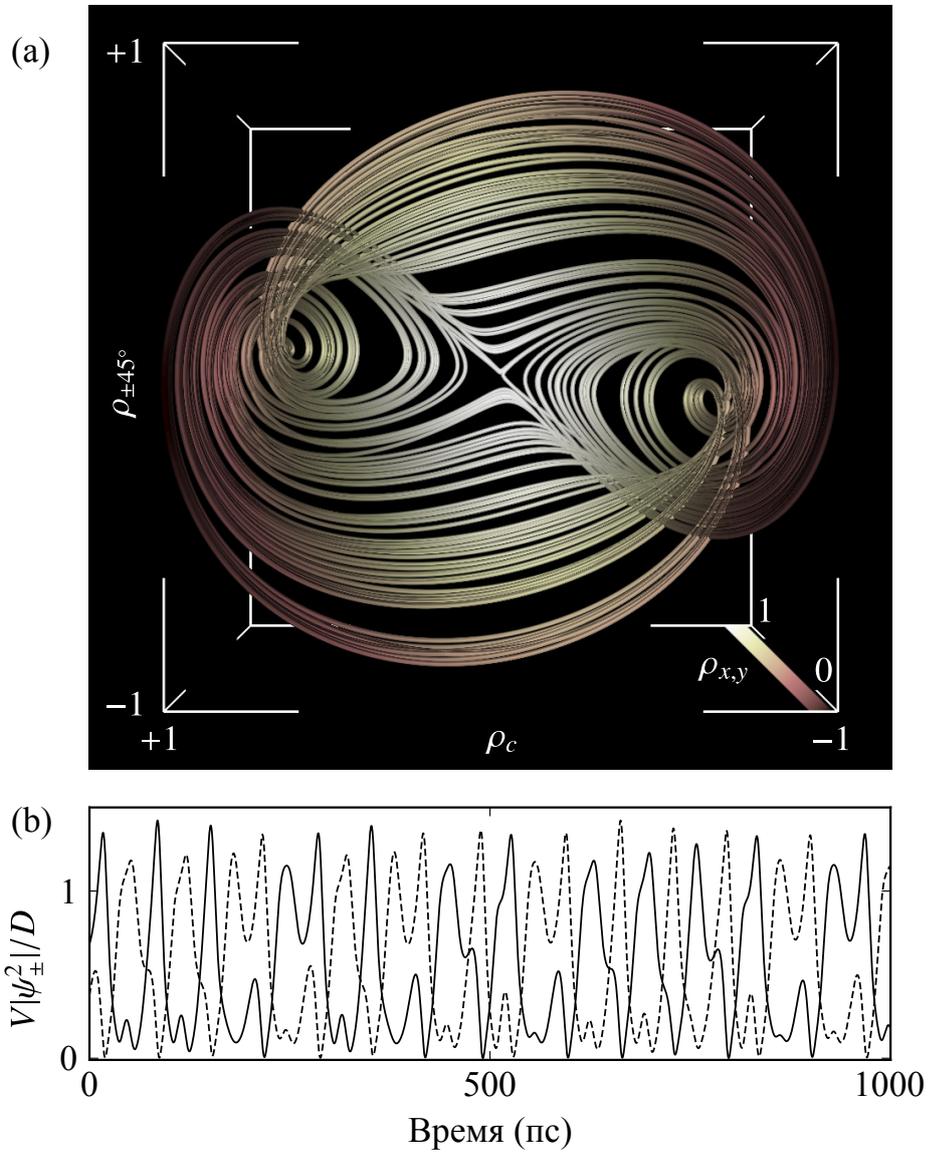


Рис. 3.4. Фазовая траектория (a) и явная эволюция спиновых компонент $|\psi_{\pm}(t)|^2$ (b) хаотической поляритонной системы [A17]. На осях рис. (a) отложены степени круговой, линейной и диагонально-линейной поляризации — компоненты вектора Стокса. Параметры соответствуют рис. 3.3, за исключением несколько бóльшей величины частотной отстройки $D = g = 10\gamma$.

спектре $\psi_{\mathbf{k}=0}(t)$, поскольку спектр хаотической системы является крзинепрерывным. Также отметим, что фазовая траектория, приведенная на рис. 3.4(a), обнаруживает два пути переключений между Σ_+ и Σ_- . Один из них обусловлен петлевым рассеянием и проходит вблизи симметричного решения Π , тогда как другой связан в большей степени с интерференцией рассеянных мод и идет далеко в обход Π аналогично рис. 3.3(b). Относительная интенсивность этих процессов все время изменяется, поэтому рис. 3.4(a) содержит также множество промежуточных путей перехода между Σ_+ и Σ_- .

Рассмотренные решения получены для нульмерной системы, но они также характерны для микростолбика размером в несколько микрометров. Увеличение размера приводит к новым явлениям, которые обусловлены пространственными степенями свободы. Уже из рис. 3.1 видно, что неустойчивые моды распределены в k -пространстве на протяжении 0.5 мкм^{-1} , причем в этой области величина $\text{Im } \tilde{E}$ изменяется относительно медленно. Поэтому можно ожидать появления множества распадных состояний с ненулевыми k и, следовательно, бегущих волн, поляризации которых отличаются от поляризации неподвижного конденсата. Такое внутреннее движение приводит к спонтанному нарушению пространственной симметрии системы.

На рис. 3.5 приведен пример поляритонной системы в круглом микростолбике радиусом 10 мкм . Параметры γ , g и D такие же, как для рис. 3.4. Модель как таковая обладает круговой симметрией, которая нарушилась вследствие неустойчивости. В системе спонтанным образом возникли два выделенных направления, вдоль которых наблюдаются максимумы полной интенсивности. Соответственно тому, что пространственная симметрия не исчезла полностью, а только понизилась до дискретной симметрии C_2 , эволюция системы во времени также оказывается не произвольной, а строго периодической. Таким образом, решение обнаруживает пространственно-временные колебания, в которых неоднородные распределения поля [рис. 3.5(a–d)] регулярно повторяются. Рис. 3.5(e) показывает, что решение остается неоднородным даже после усреднения по пе-

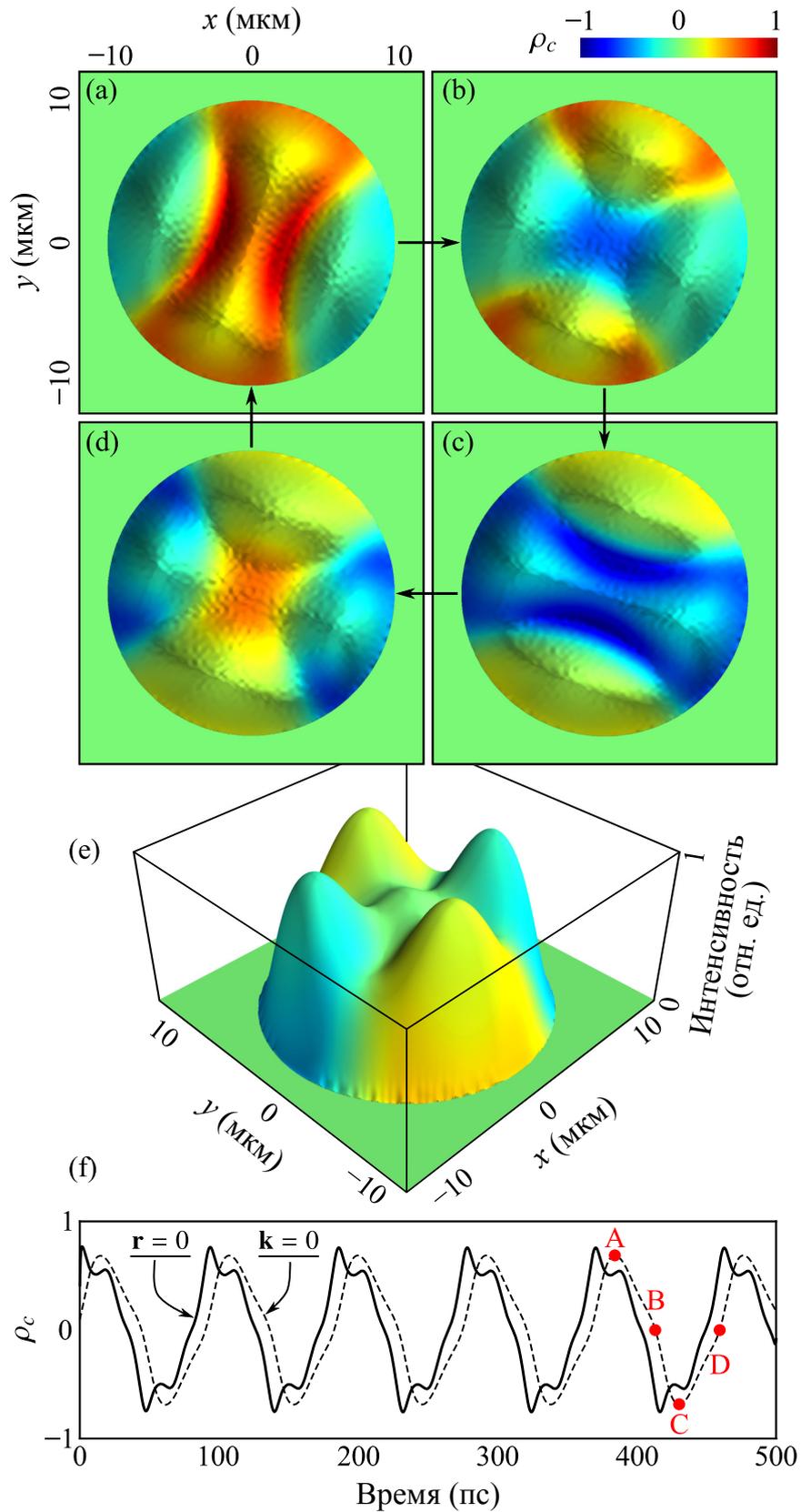


Рис. 3.5. Пространственно-временные осцилляции в квантовой яме радиусом 10 мкм [A17]. (a–d) Характерные мгновенные распределения ρ_c с интервалом в четверть периода; (e) состояние системы, усредненное по периоду; (f) явная эволюция ρ_c для центральной точки квантовой ямы ($\mathbf{r} = 0$) и фотовозбуждаемой волновой моды ($\mathbf{k} = 0$); точки A–D соответствуют рис. (a–d).

риоду колебаний, причем оно имеет тот же тип симметрии, что и в каждый отдельный момент времени. На рис. 3.5(f) показана динамика ρ_c для определенной точки — центра микростолбика $\mathbf{r} = 0$, — а также для конденсатной моды $\mathbf{k} = 0$ в импульсном пространстве. Видно, что колебания происходят с периодом около 90 пс, при этом в точке $\mathbf{r} = 0$ сигнал имеет относительно сложную структуру со спектральной компонентой более высокой частоты.

Отметим, что автоколебания на рис. 3.5 не сводятся к простому перераспределению частиц в пространстве, которое наблюдалось бы в консервативной системе наподобие джозефсоновского контакта. В частности, поляризация всего микростолбика

$$\langle \rho_c \rangle = \frac{\langle I_+ \rangle - \langle I_- \rangle}{\langle I_+ \rangle + \langle I_- \rangle}, \quad \text{где} \quad \langle I_{\pm} \rangle = \int |\psi_{\pm}(\mathbf{r})|^2 d^2\mathbf{r}, \quad (3.12)$$

не остается нулевой, но также осциллирует с амплитудой около 0.25, тогда как полная интенсивность $\langle I_+ \rangle + \langle I_- \rangle$ изменяется в течение периода на 10%. Однако эти колебания меньше, а период их — больше, чем в системе без пространственного протяжения. Дальнейшее увеличение размера системы может привести к полной стабилизации решений одновременно с повышением их пространственной сложности.

3.4. Статические решения с нарушенной пространственной симметрией

В протяженной системе с непрерывным спектром $E_{\text{LP}}(k)$ хаос приводит к потере однородности, после чего иногда возникают новые статические решения. Конденсат в этом случае распадается на множество мод и его импульс становится неопределенным по крайней мере в одном направлении. Для оценки масштаба неоднородности примем во внимание, что частоты распадных мод при неустойчивости типа (3.9) равны E_p , поэтому их импульсы ограничены. А

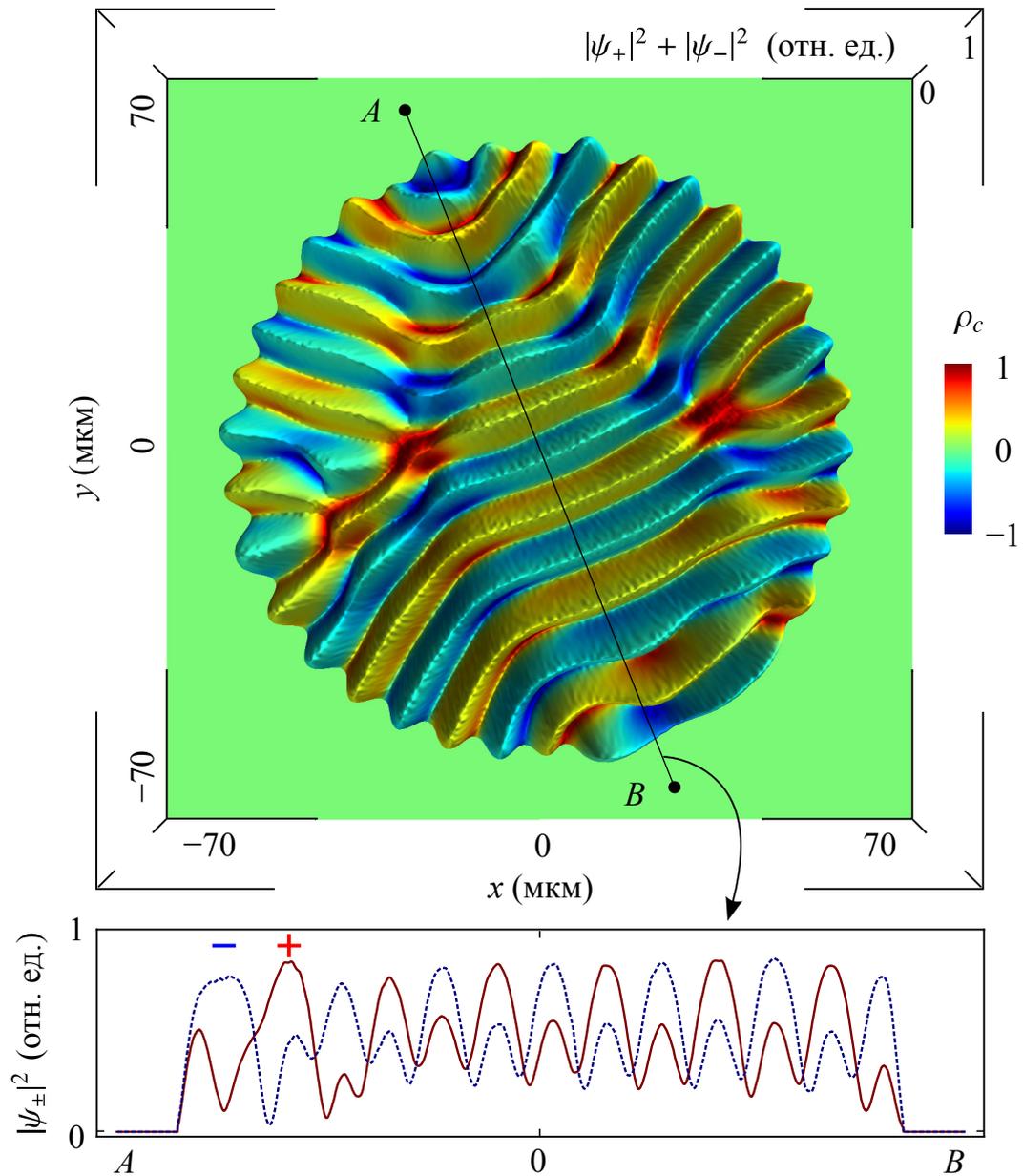


Рис. 3.6. Пример установившегося статического состояния [A17]. Параметры γ , g и D такие же, как для рис. 3.3 ($D = g = 10\gamma$). Нулевые граничные условия обеспечены резким повышением γ при $|\mathbf{r}| = 60$ мкм. Внизу: распределение $|\psi_{\pm}|^2$ вдоль выбранного отрезка AB .

именно, запрещен прямой распад конденсата на моды $|\mathbf{k}| \geq k_{\max}$, где

$$E_{\text{LP}}(k_{\max}) - \frac{|g|}{2} = E_p. \quad (3.13)$$

Второй тип неустойчивости границу k_{\max} не сдвигает. Если характерная ширина Δk распределения $|\psi|$ в k -пространстве много меньше k_{\max} , состояние конденсата и мера его устойчивости практически такие же, как в одномодовом (строго однородном) случае, т. е. решение неустойчиво. И наоборот, стабилизация возможна, только когда Δk и k_{\max} сопоставимы по величине. Поэтому нижний предел масштаба пространственной неоднородности a_{\min} можно грубо оценить как $2/k_{\max}$ [A19]. Вблизи $k = 0$ закон дисперсии имеет параболический вид $E_{\text{LP}}(k) \approx E_{\text{LP}}(0) + \hbar^2 k^2 / 2m_{\text{LP}}$, следовательно,

$$a_{\min} = \frac{2}{k_{\max}} = \frac{2\hbar}{\sqrt{m_{\text{LP}}(g + 2D)}}. \quad (3.14)$$

Ширина a характерных полос, образующих статические решения, как на рис. 3.6, обычно находится в интервале от $2a_{\min}$ до $4a_{\min}$. Расчеты показывают, что если распределение $|\psi|$ содержит более однородные участки, то оно изменяется во времени [A17, A19]. Пример такой системы, обнаруживающей пространственно-временной хаос, изображен на рис. 3.7.

Отметим, что филаменты (нитевидные структуры) возникают в сверхпроводниках и конденсатах с квантованными вихрями [126], обычных жидкостях с конвекцией [127, 128] и реакционно-диффузных системах [129]. В оптике они могут появляться от самофокусировки света в пассивной [122, 123] или усиливающей [130] нелинейной среде, а кроме того в лазерах с пространственно переменной накачкой [131, 132].

“Спиновые нити” в нашем случае — это компромисс между стремлением системы к однородности (в силу *дефокусировки*, т. е. отталкивания частиц) и тем обстоятельством, что статические однородные решения теперь запрещены во всякой двумерной области, масштаб которой существенно больше a_{\min} . Будучи неоднородным по интенсивности, решение не может быть однородным по спину,

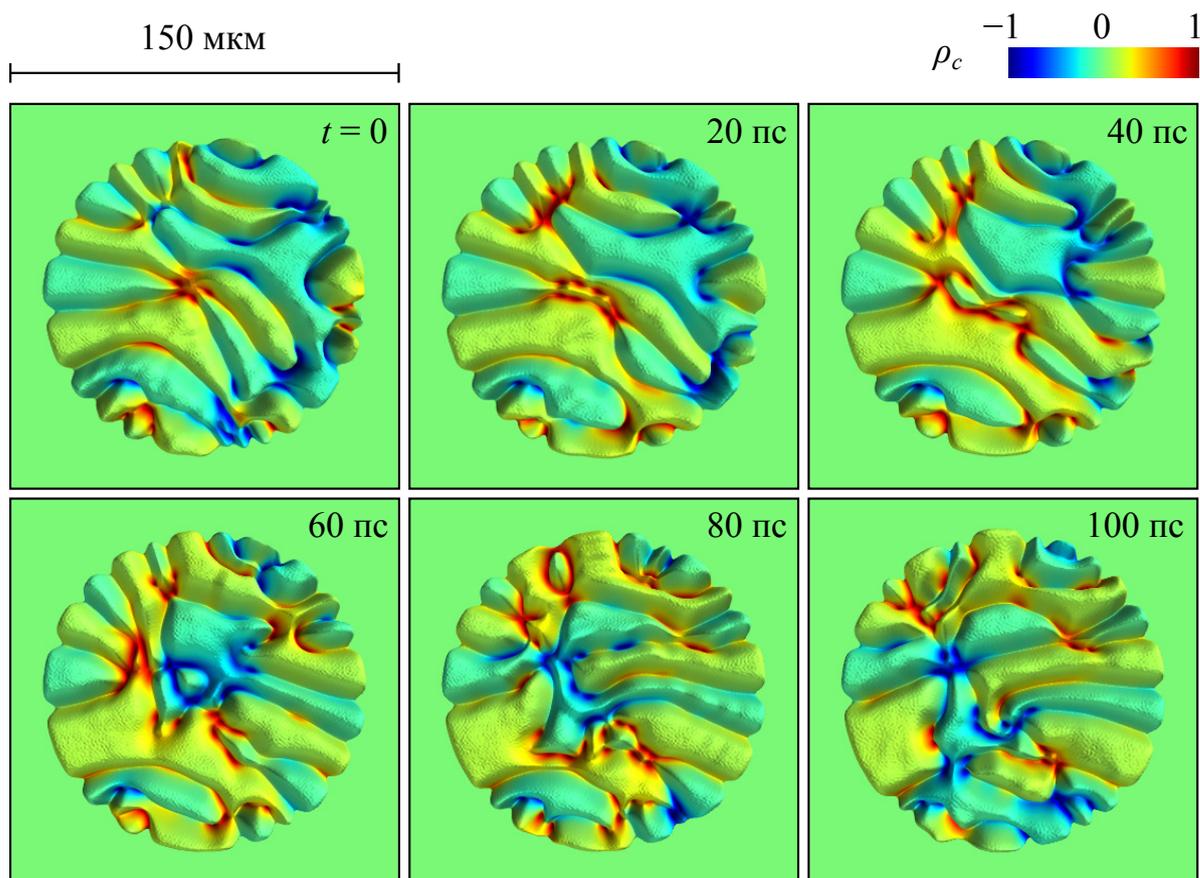


Рис. 3.7. Фрагмент “установившегося” хаотического состояния [A17]. Представлены несколько моментов времени с интервалом 20 пс. Параметры: $g = 15 \gamma$, $D = 12.5 \gamma$.

иначе мы вернулись бы к режиму с обострением, описанному в главе 1. Но, как показывают расчеты, решение стабилизируется, когда филаменты с противоположными поляризациями чередуются между собой. Их толщина не зависит от размера всей системы, однако с увеличением размера в их распределении возникают по-разному ориентированные домены. Этим поляритонная система отличается от реакционно-диффузных моделей со спиральными волнами (в нашем случае волны “прямые”), а с другой стороны — от жидкостей, в которых геометрия филаментов, как правило, кардинально зависит от граничных условий [129]. В двумерной поляритонной системе дальний порядок отсутствует.

3.5. Диполярная спиновая цепочка

Та же самая неустойчивость, которая в случае двумерной системы приводит к филаментам, в одномерной системе порождает периодическую структуру. Теперь, когда у поляритонов нет даже одного свободного направления, статическое решение может получиться, только если все неоднородности одинаковы и точно уравнивают друг друга. Буквальная одномерность для этого не требуется; периодическая цепочка возникает и в плоской системе, но возбуждаемой не по всей площади, а вдоль полосы с малым поперечным размером $\sigma \lesssim a_{\min}$. На рис. 3.8 приведен пример решения при кольцевой накачке: исходная вращательная симметрия нарушилась, но взамен возникла вторично упорядоченная замкнутая спиновая цепочка. Поляризации в ней чередуются, при этом в промежутках между узлами, где $\rho_c = 0$, интенсивность поля заметно ниже, чем в точках максимума $|\rho_c|$.

Вторичный, или внутренний, порядок в квазиодномерной системе получается *жестким*. В частности, можно не просто описать ее, зная период и $|\psi_{\pm}|$ в каком-либо отдельном месте, но и действительно контролировать всю цепочку, воздействуя на любой узел, — например, при помощи второго луча, сфокусированного в пятно с диаметром меньше a_{\min} . В нижней части рисунка 3.8 показан

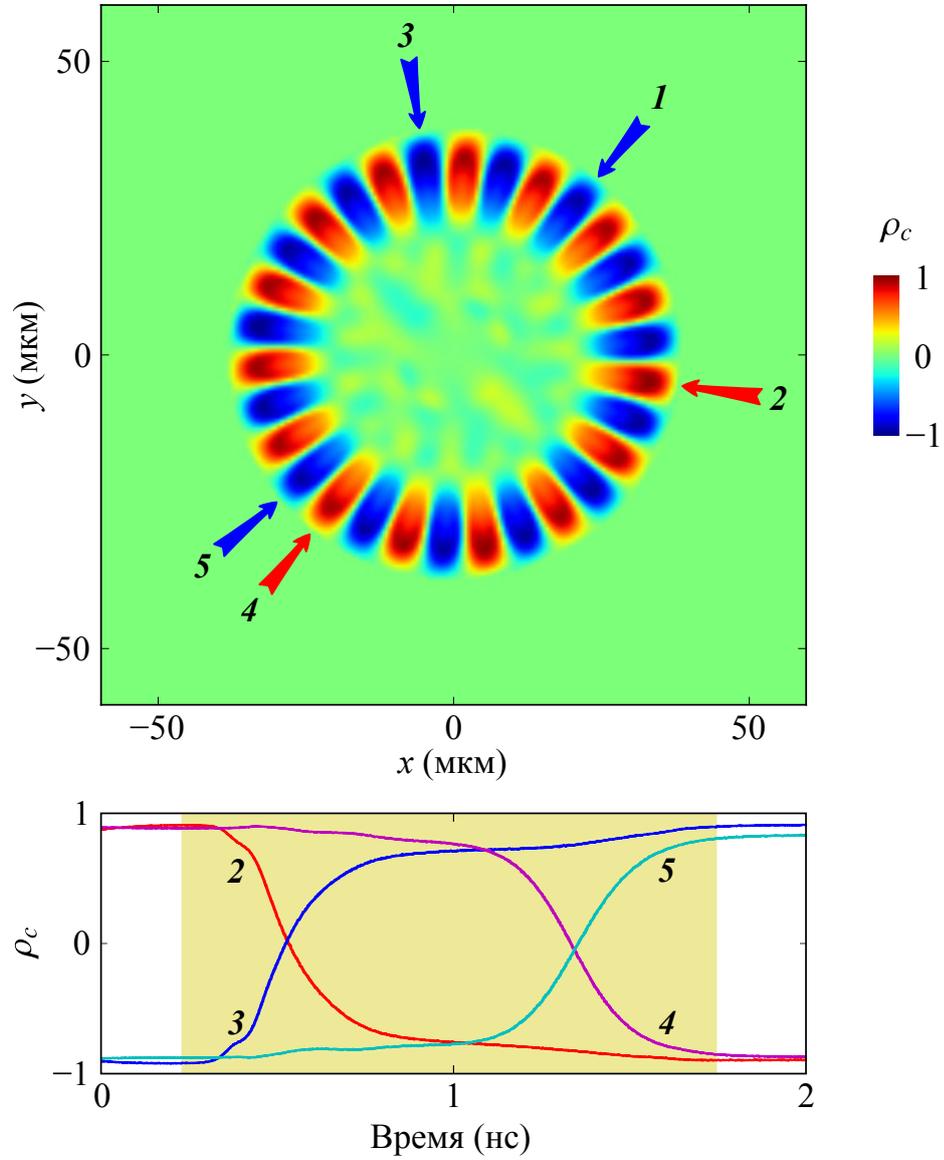


Рис. 3.8. Вверху: установившееся решение при кольцевом распределении амплитуды внешнего поля $f_+(\mathbf{r}) = f_-(\mathbf{r}) \propto e^{(|\mathbf{r}-R_0|)^2/2\sigma^2}$, где $R_0 = 30$ мкм и $\sigma = 5$ мкм [A19]. Внизу: инверсия спинов в результате действия второго луча с право-циркулярной поляризацией, сфокусированного в пятно диаметром 1 мкм в точке 1. Показана эволюция ρ_c в контрольных точках 2–5; затенен интервал времени, в течение которого действует второй луч. Параметры γ , g и D такие же, как для рис. 3.3 и 3.6.

результат такого численного эксперимента. Мощный второй луч, действие которого не распространяется дальше одного узла, инвертирует в нем ρ_c , после чего спины во всех узлах тоже поочередно переворачиваются. Подобный процесс, напоминающий передачу сигнала, замедляется с увеличением отношения σ/a_{\min} и исчезает, когда система теряет периодичность.

Дальний порядок совершенно не характерен для систем с отталкиванием частиц и конечным временем жизни. Упорядочение во внешнем поле тривиально, а нелинейность не меняет дела, даже если какая-либо флуктуация запускает переход между ветвями решений, — именно потому, что это только переходный процесс, а сами решения однородные. Но, несколько парадоксальным образом, сильный дальний порядок возникает совместно с хаосом, во всяком случае предпосылки для появления обоих этих типов решений одинаковы и заключаются в запрете однородных состояний с определенным импульсом.

Система упорядочивается вследствие компенсирующих друг друга неустойчивостей на границах узлов с противоположными спинами. Тем самым конденсат напоминает уже не газ, а твердое тело: дипольный кристалл. Подобные структуры могли бы возникнуть в периодическом внешнем поле, формирующем связанную решетку атомных конденсатов. Говоря о таких системах, в литературе используют термин *supersolid*. Раньше его понимали (и переводили) как *сверхтекучее твердое тело*, имея в виду распространение вакансий, возникающих в настоящем кристалле от нулевых колебаний и движущихся без диссипации [133]. Убедительных доказательств этого еще не получено, но зато активно исследуется похожий перенос возбуждений в наведенных решетках [134, 135].

В поляритонной системе, где уже сама решетка спонтанно образуется из однородной среды, также идут процессы переноса, не сводящиеся к реакции на внешнее возмущение. Например, с увеличением g/γ дипольная цепочка становится *бистабильной*, т. к. симметрия спинов может нарушаться двумя способами. А именно, соседние узлы на всем протяжении цепочки могут иметь или круговые поляризации $\rho_c \sim \pm 1$, или диагонально-линейные, $\rho_{\pm 45^\circ} \sim \pm 1$ (по-

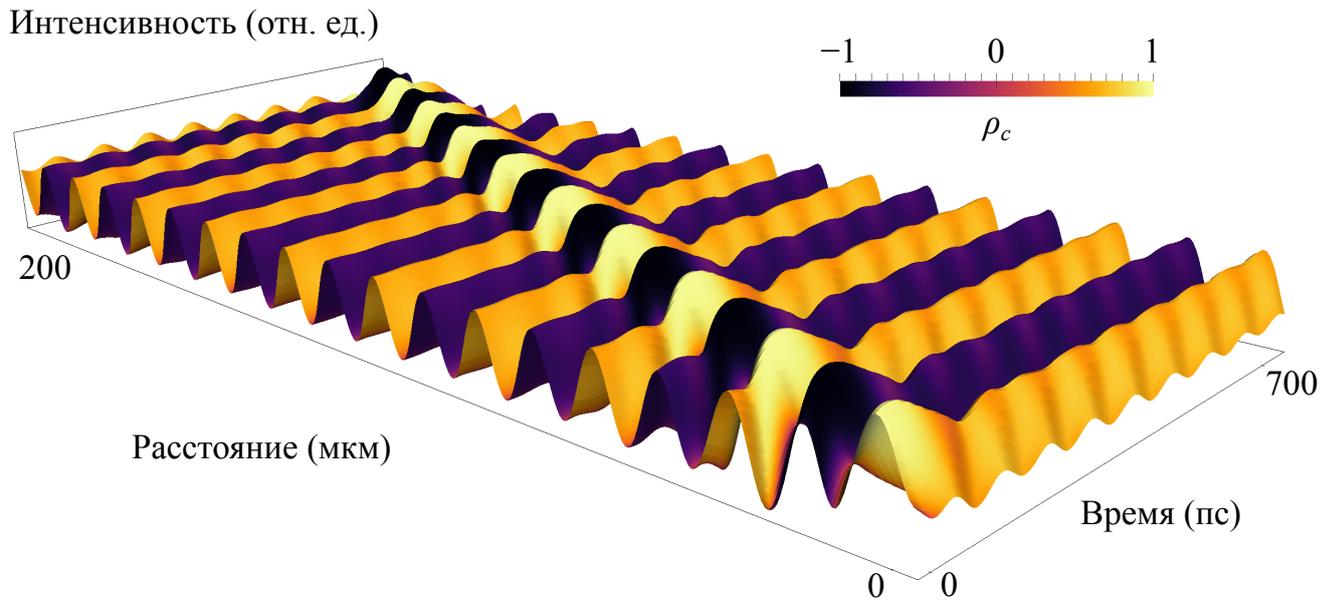


Рис. 3.9. Светлый солитон с круговой поляризацией $\rho_c = \pm 1$, бегущий по одномерной цепочке с чередующимися диагонально-линейными поляризациями $\rho_{\pm 45^\circ} = \pm 1$ [A18].

дробнее об этом — в главе 4). По цепочке первого типа могут перемещаться солитоны с поляризацией второго типа, и наоборот (см. рис. 3.9, [A18] и дополнительный материал к работе [A19]). Солитон похож на кристаллический дефект. Он спонтанно рождается в некотором узле и движется в ту или другую сторону, не затухая, с постоянной скоростью около мкм/пс, при этом на всем пути его поляризация определяется текущим узлом основной решетки по правилу $\text{sgn } \rho_c = \text{sgn } \rho_{\pm 45^\circ}$. Аналогичные эффекты существуют и в двумерной системе. Обычно в ней одна базисная пара, I_{\pm} или $I_{\pm 45^\circ}$, чередуясь, образует решетку, а вторая видна только в местах ветвления или искривления филаментов, как на рис. 3.6. Подобные дислокации могут перемещаться, как и солитоны, приводя к пространственно-временному хаосу (рис. 3.7).

3.6. Химерные состояния

Мы выяснили, что если решение устойчиво, то по меньшей мере в одном направлении импульс поляритонов не определен: $\Delta k \sim k_{\max}$. В этом смысле спиновые диполи похожи на простейший электрический диполь, атом водорода,

который существует благодаря неопределенности электронного импульса. Но устойчивые состояния образуются не всегда, а только при относительно низкой энергии. Чтобы получить устойчивую периодическую цепочку в системе с некоторым g , следует выбрать $D(g)$ и затем $f(g, D)$ вблизи нижней границы области $Q < 0$, где действует петлевое рассеяние (см. раздел 3.2). Повышая энергию, можно, наоборот, перейти от устойчивого состояния к пространственно-временной турбулентности, причем для этого есть разные пути.

Самый простой путь — повышение f . Тогда поляритоны всё сильнее отталкиваются друг от друга, их распределение стремится стать более однородным и от этого теряет устойчивость. В спиновой цепочке рождаются солитоны. Умножаясь и сталкиваясь, они вызывают дрожание всех узлов. Сами узлы объединяются в кластеры, в которых одна амплитуда $|\psi_+|$ или $|\psi_-|$ в среднем больше другой. Неустойчивый интервал f ограничен с обеих сторон, и в конце его система плавно переходит к какому-либо из однородных решений, а если увеличить f еще больше, восстановится спиновая симметрия. Таким образом, с увеличением f система теряет дальний порядок вследствие размывания границ между соседними узлами, которое аналогично нагреванию и плавлению кристалла.

С другой стороны, энергию можно увеличивать, повышая отстройку D . Чтобы при этом не выйти за границы интересующей нас области $Q < 0$, следует одновременно повышать g [рис. 3.2] и f [(2.5) и (2.2, 2.3)]. С увеличением g спиновые компоненты сильнее подавляют друг друга, поэтому дискретная структура цепочки долго сохраняется даже несмотря на возрастание $|\psi|$. На рис. 3.10 приведена серия решений, в которой совпадающие между собой D и g постепенно увеличиваются (числа на панелях указывают отношение g/γ).

Все узлы цепочки делятся теперь на две группы. В одной они устойчивы и полностью синхронизированы. Частота осцилляций поля во всяком узле равна E_p/\hbar , причем если в двух из них совпадают поляризации, совпадают и фазы. Узлы, образующие вторую группу, колеблются хаотически. Примечательно то, что две подсистемы существуют вместе, не смешиваясь и не подавляя од-

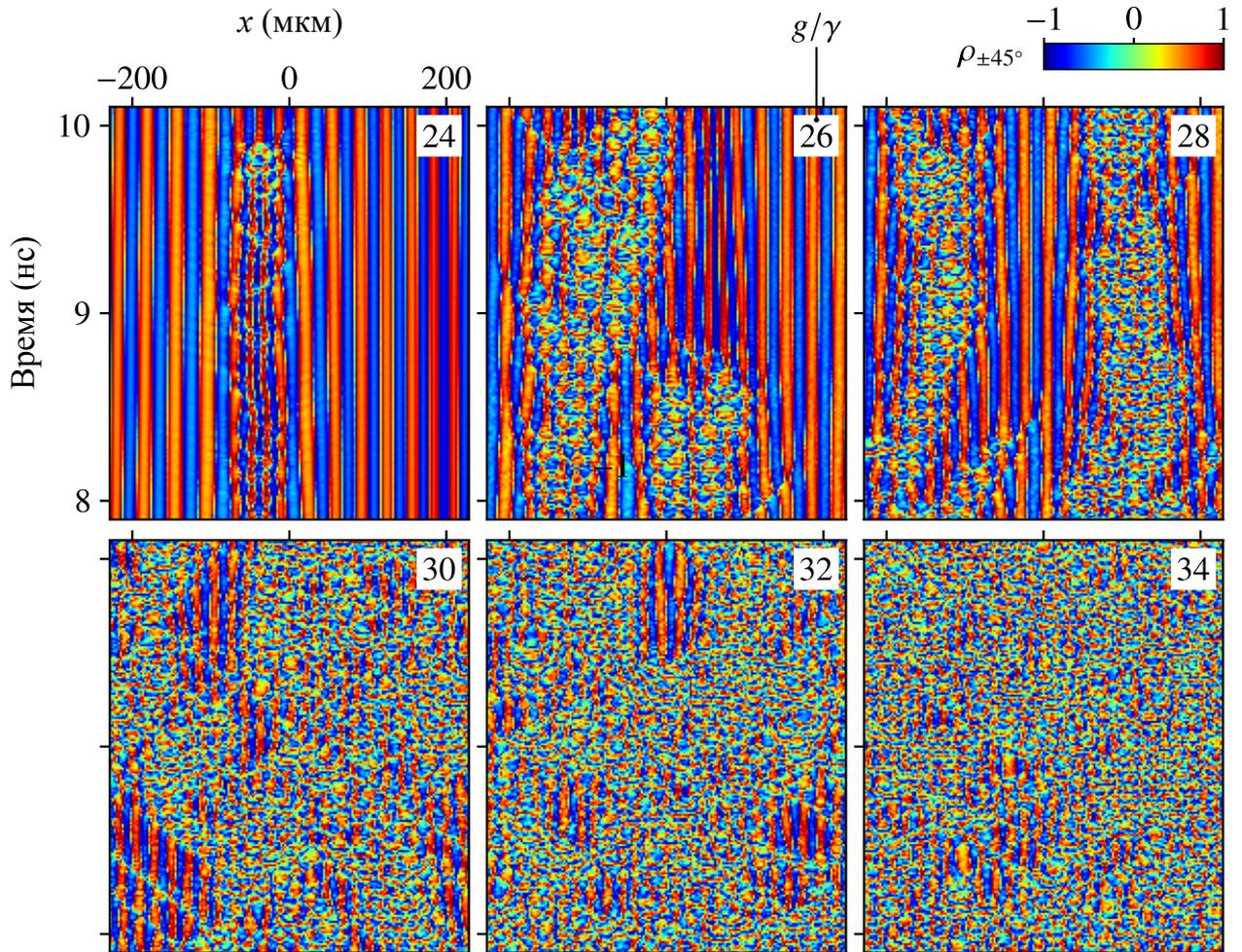


Рис. 3.10. Серия решений одномерных уравнений (1.10) с циклическими граничными условиями, полученная при одновременном повышении совпадающих между собой величин g и D [A19]. Числа на каждой панели указывают отношение g/γ , при том что $\gamma = 5$ мкэВ. Интенсивность внешнего поля f^2 во всех случаях устанавливалась в середине неустойчивого интервала. Цветовая шкала соответствует степени диагонально-линейной поляризации. Эволюция показана начиная с 8 нс, чтобы исключить переходные эффекты, связанные с установлением решений.

на другую. На первых графиках длина одноцветных вертикальных полос, т. е. время когерентности, почти везде оказывается или предельно малой ($\sim \hbar/g$), или неопределенно большой. В начале серии дефазированные узлы выглядят случайными дефектами в периодической решетке, а в конце только небольшие фрагменты самой решетки ненадолго возникают из турбулентной среды, но даже тогда они синхронизированы с хорошей точностью.

Известен эффект *перемежаемости*, или чередования порядка и беспорядка при переходе к хаосу [136]. Однако, чередуясь для отдельных узлов, в нашем случае порядок и беспорядок уравновешены на масштабе системы как целого. Расчеты показывают, что соотношение размеров двух подсистем стабилизируется с увеличением длины цепочки, т. е. решение с определенной долей беспорядка структурно устойчиво. Равновесие при этом является подвижным, так что отдельные звенья или их небольшие группы иногда непредсказуемо уходят из одной подсистемы в другую. Соотношение размеров подсистем зависит от g , D и γ ; в частности, увеличивая g/γ при $D = g$, можно проследить непрерывный переход от периодической решетки со спонтанно возникшим жестким дальним порядком к развитой турбулентности [A19].

Состояния с очень похожими свойствами — так называемые химерные состояния, сочетающие полную синхронизацию между элементами одной своей подсистемы и беспорядок в другой — были обнаружены в самых разных условиях и привлекают растущий интерес. Их появление было предсказано Курamoto в 2002 г. в контексте одномерной модели связанных фазовых осцилляторов [137–141]

$$\frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial t} = \omega - \int G(x - x') \sin [\varphi(x, t) - \varphi(x', t) + \alpha] dx' \quad (3.15)$$

с нелокальным взаимодействием, например, $G(d) \propto e^{-\alpha|d|}$. Как выяснилось, аналогичные свойства имеет излучение лазеров с оптоэлектронной обратной связью [142, 143]. Последняя система характеризуется уже не пространственной, а временной “нелокальностью”: в отличие от (3.15), ее модель включает

интеграл по времени. Тем не менее, решения тоже обнаруживают две подсистемы, структурно устойчивы и допускают переход от глобального порядка к турбулентности при изменении параметров. Химерные состояния были найдены и в различных других системах с нелокальными связями (см., например, [144–147] и обзоры [140, 141]). В нашем случае они обнаружились в бозонном газе — системе, для которой на уровне модели все действующие связи предполагаются локальными и “мгновенными”, однако в качестве решений иногда возникают дискретные структуры с жестким дальним порядком (рис. 3.8). В настоящий момент не ясно, можно ли такую эффективно нелокальную связь смоделировать явным образом наподобие (3.15) и тем самым свести некоторую упрощенную задачу о поляритонах к модели Курамото.

3.7. Краткие итоги

Если $g > 4\gamma$, то два канала взаимодействия поляритонов — парное рассеяние и линейная связь спиновых компонент — образуют гибридный петлевой процесс (3.3). Поэтому в конечном интервале f у системы (1.10) уже не остается устойчивых одномодовых состояний типа $\psi_{\pm}(t) = \bar{\psi}_{\pm} e^{-iE_p t/\hbar}$, в результате чего пространственная симметрия системы нарушается, в ней возникают неоднородные диссипативные структуры или наступает хаос. Отметим, что оптический хаос применяется в области защищенной коммуникации [110, 115]. Известные сегодня источники хаотического излучения устроены относительно сложно и подразумевают активную среду с генерацией или усилением света, внешними обратными связями и т. п. Поляритонная система значительно проще и позволяет получать хаотический сигнал, всего лишь пропуская световую волну через очень тонкую (0.1 мм) гетероструктуру. В результате характерная частота колебаний интенсивности и поляризации света может достигать 10^{11} Гц, что заметно больше, чем в лазерных излучателях, если иметь в виду детерминированный и непрерывный, а не случайный сигнал.

Пространственно-временной хаос напоминает турбулентность. Решения уравнений (1.10) для двумерных систем обнаруживают периодическую нитевидную структуру, в которой нити (филаменты) с противоположными поляризациями чередуются между собой. Совершенно новое явление возникает в одномерных системах такого же типа. В этом случае образуется периодическая цепочка, в которой чередуются области микрометрового размера со спинами $+1$ и -1 , отделенные друг от друга узкими промежутками с малой общей интенсивностью $|\psi_+|^2 + |\psi_-|^2$. Независимо от спина, одна часть звеньев такой цепочки осциллирует в фазе друг с другом и внешним полем, а другая часть колеблется беспорядочно. Изменяя параметры, можно проследить непрерывный переход от полностью упорядоченной периодической цепочки к турбулентному состоянию.

Вихри и темные солитоны

Принято считать, что квантованные вихри, образующиеся в когерентных бозонных жидкостях или газах, являются “возбуждениями” и как таковые не должны возникать в одномодовом бозе-конденсате при нулевой температуре. Чтобы возбудить вихрь, требуются, как правило, или неоднородности (дефекты, вращение системы и т.д.), или конечные флуктуации. В данной главе рассматривается возможность полностью спонтанного формирования вихрей в системе двумерных поляритонов под действием плоской электромагнитной волны. Мы покажем, что в результате нарушения симметрии в такой системе образуются домены с противоположными фазами, на границе которых возникают вихри и темные солитоны. Несмотря на отсутствие равновесия, система испытывает переход типа Березинского-Костерлица-Таулеса между одиночными и связанными вихревыми состояниями в диапазоне от диполей до макроскопических прямолинейных филаментов, приобретая в результате дальний порядок [A20].

4.1. Квантованные вихри в поляритонных системах (обзор)

Рассмотрим известные из литературы механизмы появления вихрей в двумерных поляритонных системах. Прежде всего отметим, что при понижении температуры поляритоны образуют квазиравновесные конденсаты Бозе-Эйнштейна и поэтому допускают появление вихревых состояний обычным для таких систем образом [34, 148–150]. Равновесные уравнения Гросса-Питаевского имеют вид

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V|\psi|^2 \right) \psi, \quad (4.1)$$

где спиновые степени свободы для простоты не учитываются, а закон дисперсии частиц предполагается квадратичным. Для того чтобы сравнить подобную си-

стему с обычными жидкостями, комплексный параметр порядка ψ записывают в виде

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{n(\mathbf{r}, t)} e^{i\alpha(\mathbf{r}, t)}. \quad (4.2)$$

Тогда из (4.1) получается уравнение непрерывности для плотности числа частиц n :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \mathbf{j} = 0, \quad (4.3)$$

где векторная величина

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = -\frac{i\hbar}{2m} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) = \frac{n\hbar}{m} \nabla \alpha \quad (4.4)$$

имеет смысл *плотности тока* и, следовательно,

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{j}}{n} = \frac{\hbar}{m} \nabla \alpha \quad (4.5)$$

есть *скорость течения* конденсата. Поскольку скорость выражается в виде градиента α , она обладает нулевым ротором, $\nabla \times \mathbf{v} = 0$ (что, вообще говоря, характерно для сверхтекучих жидкостей [34]). Для того чтобы удовлетворить этому правилу при вращении конденсата с угловой скоростью $\boldsymbol{\Omega} \parallel 0z$, зависящей от r , должно быть $\Omega_z \propto 1/r^2$, а это, в свою очередь, означает, что линейная скорость $v = |\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}| \propto 1/r$ обращается в бесконечность при $r \rightarrow 0$. Тем не менее, решения уравнений (4.1) с подобными свойствами существуют. Они имеют вид [148, 149]

$$\psi(r, \varphi) = \sqrt{n_\infty} \zeta(r/\xi) e^{is\varphi}, \quad (4.6)$$

где n_∞ — плотность вдали от вихря (при $r \rightarrow \infty$), а $\xi = \hbar/\sqrt{2mVn_\infty}$ — характерная длина, на масштабе которой когерентность поля восстанавливается. Величина $\zeta(r/\xi)$ равна 1 при $r \gg \xi$ и убывает по мере приближения к центру: $\lim_{r \rightarrow 0} \zeta(r/\xi) \propto (r/\xi)^s$. Согласно (4.6), s есть количество полных оборотов фазы α при обходе вокруг центра вихря. Чтобы поле ψ определялось однозначно, число s должно быть целым, поэтому его также иногда называют топологическим зарядом.

Важным свойством уравнения (4.1) является инвариантность относительно сдвига фазы $\psi \mapsto \psi e^{i\chi}$. Ясно, что само по себе появление когерентного состояния в равновесной системе сопровождается спонтанным нарушением симметрии, после которого все частицы имеют общую фазу. Однако даже тогда симметрия исходной модели может определенным образом проявляться, что случается в ситуации, когда возникает вихрь и фаза изменяется на $2\pi s$ в окрестности его центра.

Спустя более сорока лет после теоретического предсказания квантованные вихри действительно были обнаружены в атомных конденсатах Бозе-Эйнштейна при сверхнизких температурах [151–153]. Очень похожие структуры образуются и в других макроскопически когерентных системах, включая квантовые жидкости [34, 154], сверхпроводники [155], оптические резонаторы [156, 157] и поляритонные конденсаты, образующиеся квазиравновесным образом из резервуара горячих частиц [17–19, 158, 159]. Общим свойством всех этих систем с теоретической точки зрения является фазовая инвариантность, которая обеспечивается однородностью уравнений эволюции относительно амплитуды ψ .

Долгое время полагали, что в условиях резонансного возбуждения однородной поляритонной системы плоской электромагнитной волной вихри не образуются, поскольку фаза конденсата в этом случае непосредственно определяется внешним полем. Тем не менее, известно несколько способов возбуждения вихрей при некотором усложнении системы.

Самый простой из них с принципиальной точки зрения — **инжекция вихрей короткими лазерными импульсами**. В этом случае роль внешней накачки сводится к созданию определенных начальных условий, а последующая эволюция системы остается свободной. Если микрорезонатор имеет высокую добротность ($\sim E_0/\gamma$), фотоиндуцированные вихри ведут себя так же, как если бы они возникали в полностью равновесной системе. Для их возбуждения используются пучки Гаусса-Лагерра, у которых фаза испытывает один или несколько оборотов при обходе вокруг оси симметрии аналогично формуле (4.6).

(Похожие световые пучки уже обсуждались в разд. 2.5.) Возможность полностью управляемой импульсной инъекции квантованных вихрей может применяться для изучения особенностей их взаимодействия и поляризационных свойств [32, 160, 161]. Структуры, в чем-то аналогичные квантованным вихрям, возникают и при непрерывном возбуждении, если внешнее поле и/или поляризация собственных состояний периодически изменяются в зависимости от φ [162, 163]. Однако, в отличие от “равновесного” случая, подобные структуры уже не обладают характерным размером $\xi \propto n_\infty^{-1/2}$ и не могут свободно эволюционировать.

Определенная “фазовая свобода” у поляритонной системы появляется **в режиме оптического параметрического осциллятора**, когда волновое число внешнего поля k_p находится вблизи точки перегиба $E_{LP}(k)$. В таком случае при распаде конденсата предопределена только сумма фаз двух волновых мод — “сигнала” ($\mathbf{k} = \mathbf{k}_s \approx 0$) и “холостого сигнала” ($\mathbf{k} = 2\mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s$) — в то время как сами эти фазы выбираются системой спонтанно. Следовательно, появление макроскопического рассеянного сигнала, как и образование конденсата в равновесных условиях, сопровождается спонтанным нарушением фазовой инвариантности. Это не приводит автоматически к формированию вихрей. Однако в результате “искусственного” возбуждения вихря на частоте “сигнала” E_s образуется устойчивая коррелированная пространственная структура на частоте “холостого сигнала” $2E_p - E_s$ [164], т. е. вихри оказываются параметрически связанными. Благодаря этому возникают интересные коллективные явления, которые активно исследуются [165–168].

Самостоятельный интерес представляет **формирование поляритонных вихрей при рассеянии на компактных неоднородностях**. Это происходит, если возбуждается конденсат с ненулевым импульсом, который движется по образцу и при этом в области, уже свободной от прямой накачки, испытывает рассеяние на неоднородностях потенциала. В результате могут возникать не только вихри, но и “гидродинамические” темные солитоны [14, 169–171]. Требуемая для этого

фазовая свобода обусловлена тем, что поляритоны покидают область прямого внешнего возбуждения. В последнее время также сообщалось о более тонком механизме формирования вихрей **в условиях бистабильности**, когда внешнее поле действует непрерывно и возбуждает всю плоскость образца, однако искусственно ослабляется в некоторой узкой промежуточной области. По причине поляритонной бистабильности небольшая часть системы оказывается неустойчивой и обладает свободным выбором фазы. Говоря о пространственных диссипативных структурах, возникающих в подобных условиях, используют термин *snake instability* [172–174].

В основе каждого из перечисленных способов образования вихрей в резонансном поле находится тот или иной вариант перехода от прямой накачки к свободному движению поляритонов. Но, как уже отмечалось, и образование вихрей, и свободное движение ранее считались невозможными в идеально однородной системе. Это обстоятельство подчеркивается, например, в работе [169]: *“Under a monochromatic and spatially homogenous plane-wave pump, no vortices can be observed in the polariton fluid, nor solitons. The local phase of the polariton field is in fact fixed by the pump phase, which inhibits the appearance of topological defects such as vortices or solitons.”* Аналогичные утверждения встречаются и во многих других статьях, например, [14] или [171], выражая собой определенную предпосылку в понимании природы поляритонных конденсатов. Однако недавно выяснилось, что для спинорного конденсата эта предпосылка неверна [A20]. Далее мы увидим, что даже полностью однородная и симметричная поляритонная система, возбуждаемая плоской волной, допускает образование солитонов и вихрей. Сам по себе распад однородности в такой системе происходит по сценарию, описанному в главе 3. Но для того, чтобы после этого мог образоваться вихрь, необходимо появление принципиально новых устойчивых состояний с нарушенной спиновой симметрией, к описанию которых мы теперь переходим.

4.2. Топологически нетривиальные мультистабильные состояния

В данном разделе рассматривается новый вид оптической мультистабильности поляритонов. Когда отношение g/γ особенно велико, возникают два новых устойчивых однородных решения системы (1.10) [при $f_+ = f_-$], у которых спиновая симметрия нарушена противоположным образом. У них могут быть одинаковые амплитуды и даже бесконечно близкие поляризации, но в таком случае фазы оказываются строго противоположными. Следовательно, два таких состояния погашают друг друга в областях пространственного контакта, где конденсат испытывает переворот фазы. Именно в этих областях — на границе фазовых доменов — образуются топологические возбуждения со свойствами квантованных вихрей (в двумерной поляритонной системе) или серых солитонов (в одномерной системе) [A20].

Вернемся к условию стационарности $\psi_{\pm}(t) = \bar{\psi}_{\pm} e^{-iE_p t/\hbar}$. Амплитуды $\bar{\psi}_+$ и $\bar{\psi}_-$ удовлетворяют уравнениям (2.2, 2.3), которые мы, как обычно, будем рассматривать при $f_+ = f_- = f$. Из разд. 2.2 известно, что эти уравнения имеют симметричное решение, у которого $\bar{\psi}_+ = \bar{\psi}_-$ для всех f , а также пару асимметричных решений, у которых при $\gamma \rightarrow 0$ одна спиновая компонента исчезает, а другая имеет высокую интенсивность $V|\bar{\psi}|^2 \sim D + g/2$ в некоторой области f . Теперь, однако, мы будем искать решения нового типа, а именно

$$V|\bar{\psi}_{\pm}|^2 = D + \frac{g}{2} \pm \delta, \quad (4.7)$$

где δ — некоторый параметр. Подстановка (4.7) в формулу (2.4) дает

$$\frac{\bar{\psi}_-}{\bar{\psi}_+} = \frac{i\gamma - \delta}{i\gamma + \delta}. \quad (4.8)$$

Выразим $\bar{\psi}_-$ через $\bar{\psi}_+$ с помощью (4.8) и подставим это выражение в (2.3), после чего умножим обе части уравнения на комплексно сопряженные с ними величины и, наконец, выразим $|\bar{\psi}_+|^2$ через D , g и δ согласно (4.7). В результате

получается вещественное уравнение пятой степени относительно δ :

$$\left(\gamma^2 + \delta^2 + \frac{\gamma^2 g^2}{\gamma^2 + \delta^2} \right) \left(D + \frac{g}{2} + \delta \right) = V f^2. \quad (4.9)$$

Будем теперь считать, что величина δ мала по сравнению с $D + g/2$. Это позволяет перейти от (4.9) к приближенному уравнению

$$\left(\gamma^2 + \delta^2 + \frac{\gamma^2 g^2}{\gamma^2 + \delta^2} \right) \left(D + \frac{g}{2} \right) = V f^2, \quad (4.10)$$

которое является квадратным относительно $\gamma^2 + \delta^2$ и легко решается:

$$\gamma^2 + \delta^2 = F^2 \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{\gamma^2 g^2}{F^4}} \right), \quad \text{где} \quad F^2 = \frac{V f^2}{2D + g}. \quad (4.11)$$

Вещественные корни существуют только при $F^2 \geq \gamma g$. Соответственно, величина f имеет пороговое значение

$$f_1^2 = \frac{2\gamma g}{V} \left(D + \frac{g}{2} \right). \quad (4.12)$$

При $f = f_1$ корни имеют вид

$$\delta_{\pm} = \pm \sqrt{g\gamma - \gamma^2}. \quad (4.13)$$

Очевидно, что

$$\lim_{\substack{\gamma/g \rightarrow 0 \\ f \rightarrow f_1^+}} \frac{\delta_{\pm}}{g} = 0, \quad \text{но при этом} \quad (4.14)$$

$$\lim_{\substack{\gamma/g \rightarrow 0 \\ f \rightarrow f_1^+}} \frac{\delta_{\pm}}{\gamma} = \pm \infty. \quad (4.15)$$

Нулевой предел (4.14) означает, что в случае $\gamma \ll g$ предположение о малости δ , на основании которого мы перешли от (4.9) к (4.10), является самосогласованным и, таким образом, формулы (4.7) и (4.11) действительно представляют решения уравнений (2.2, 2.3) по крайней мере в близкой окрестности пороговой точки f_1 . Условие $\gamma \ll g$ будет все время предполагаться на протяжении данной главы.

В свою очередь, из (4.15) следует, что в точке $f = f_1$ отношение $\bar{\psi}_-/\bar{\psi}_+$ [формула (4.8)] стремится к -1 . Согласно обычным правилам (2.11), это означает, что конденсат поляризован вдоль оси Oy , т. е. ортогонально вектору поляризации внешнего поля, ориентированному вдоль оси Ox . Этот вывод не зависит от знака δ и верен для обоих корней (4.13). Соответствующие им решения уравнений (2.2, 2.3) имеют не только одинаковые интенсивности, но и одинаковые поляризации. Однако они противоположны *по фазе*, что можно установить прямым вычислением их y -компонент. Такой же результат следует из простых соображений симметрии. Действительно, два решения, существующие в точке f_1 , переходят друг в друга при замене δ на $-\delta$. Согласно (4.8), эта операция эквивалентна замене $\bar{\psi}_+$ на $\bar{\psi}_-$ т. е.

$$\bar{\psi}_+^{(\delta)} = \bar{\psi}_-^{(-\delta)} \quad \text{и} \quad \bar{\psi}_-^{(\delta)} = \bar{\psi}_+^{(-\delta)}. \quad (4.16)$$

Поэтому сложив друг с другом спиноры, соответствующие двум отдельным решениям,

$$\begin{bmatrix} \bar{\psi}_+^{(\delta)} \\ \bar{\psi}_-^{(\delta)} \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad \begin{bmatrix} \bar{\psi}_+^{(-\delta)} \\ \bar{\psi}_-^{(-\delta)} \end{bmatrix}, \quad (4.17)$$

мы должны получить симметричное состояние, в котором плюс- и минус-компоненты равны. В соответствии с правилами (2.11), всякое такое состояние имеет поляризацию, ориентированную вдоль оси Ox , если только его амплитуда не равна нулю. Но мы установили, что каждое из двух решений в отдельности поляризовано вдоль оси Oy при $f = f_1$. Следовательно, в результате сложения эти решения должны полностью компенсировать друг друга; таким образом, их фазы противоположны и

$$\bar{\psi}_y^{(\delta)} = -\bar{\psi}_y^{(-\delta)}, \quad \bar{\psi}_x^{(\delta)} = \bar{\psi}_x^{(-\delta)} = 0. \quad (4.18)$$

Сказанное выше относилось непосредственно к пороговой точке f_1 . При $f > f_1$ решения образуют уже не пару, а *две пары* решений согласно (4.11). Рассмотрим вначале ту из них, которой в этом выражении соответствует знак

минус. Если $F^2 \gg \gamma g$, то, раскладывая радикал, получаем

$$\delta \approx \pm \gamma \sqrt{\frac{f_2^2}{f^2} - 1}, \quad (4.19)$$

где

$$f_2^2 = \frac{g^2}{V} \left(D + \frac{g}{2} \right) = \frac{g}{2\gamma} f_1^2 \quad (4.20)$$

— верхнее пороговое значение величины f , при котором δ обращается в нуль и рассматриваемые ветви решений исчезают. Оказалось, таким образом, что величина $|\delta|$ лишь уменьшается по мере увеличения f , следовательно, приближенное уравнение (4.10) сохраняет силу на всем интервале от f_1 до f_2 , если только $\gamma \ll g$. Поскольку в этом случае $f_2/f_1 = \sqrt{g/2\gamma} \gg 1$, разложение радикала в (4.11) было оправданным и формула (4.19) практически точна при больших f/f_1 .

Определим при помощи (4.19) поляризационное состояние (т. е. компоненты вектора Стокса \mathbf{S}) рассматриваемых решений в зависимости от f . Для степени линейной поляризации в соответствии с (2.11) и (4.8) находим

$$S_1 \equiv \rho_{x,y} = \frac{\gamma^2 - \delta^2}{\gamma^2 + \delta^2} = 2 \frac{f^2}{f_2^2} - 1. \quad (4.21)$$

Эта величина линейно зависит от интенсивности внешнего поля f^2 и принимает значение $+1$ в граничной точке $f = f_2$. Становится ясно, что обе ветви, соответствующие корням (4.19), сливаются в этой точке со спин-симметричной ветвью решений исходной задачи (после чего формулы (4.11), (4.19) и (4.21) применяться, конечно, не могут). Степень круговой поляризации

$$S_3 \equiv \rho_c = \frac{\delta}{D + g/2} \quad (4.22)$$

пренебрежимо мала на всем интервале от f_1 до f_2 . Наконец, степень диагонально-линейной поляризации можно вычислить, зная, что вектор Стокса имеет единичную длину:

$$S_2 \equiv \rho_{\pm 45^\circ} = \pm \sqrt{1 - S_1^2 - S_3^2} \approx \pm \sqrt{1 - S_1^2} = \pm \frac{2f}{f_2} \sqrt{1 - \frac{f^2}{f_2^2}}. \quad (4.23)$$

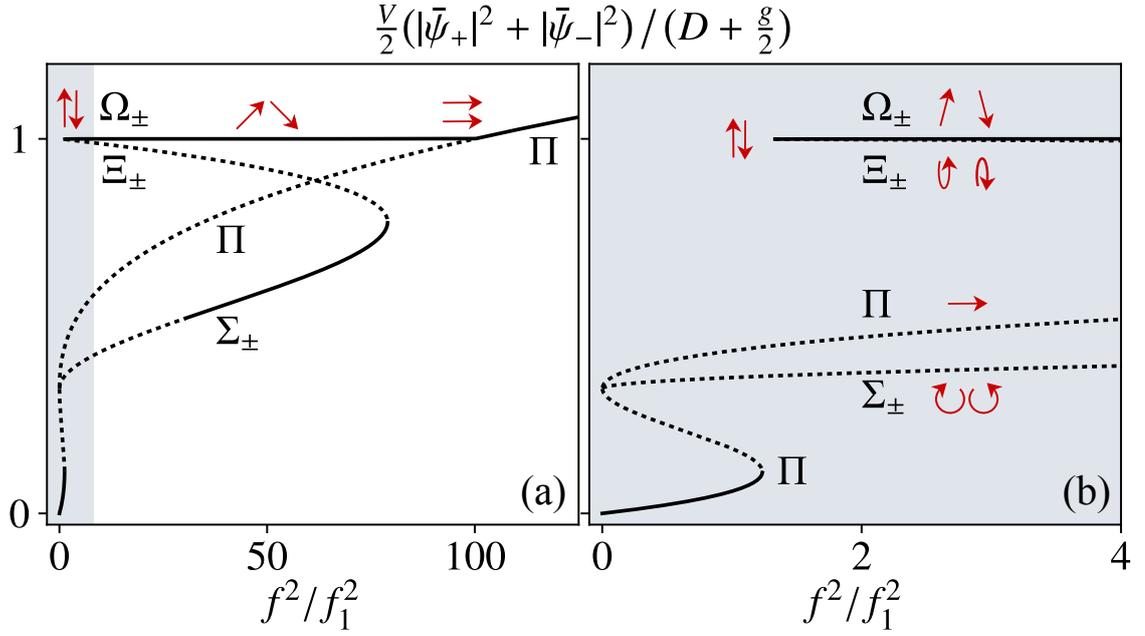


Рис. 4.1. Решения стационарных уравнений (2.2, 2.3), полученные при $\gamma = 5$ мкэВ и $g = D = 1$ мэВ (так что $f_2^2/f_1^2 = g/2\gamma = 100$). Решения, изображенные пунктиром, неустойчивы даже в одномодовом приближении для $k = 0$. Правая панель (b) показывает увеличенный фрагмент (a) в области малых f . Стрелки и эллипсы схематически указывают поляризационные состояния.

Если же вычислять величину S_2 в соответствии с ее определением [ср., например, (2.15)], можно найти, что ее знак всегда совпадает со знаками δ и S_3 .

Итак, рассмотренные решения существуют в очень широком интервале f . Полная интенсивность конденсата $|\bar{\psi}_+|^2 + |\bar{\psi}_-|^2$ в этом интервале не изменяется, но происходит поворот вектора поляризации на $\pi/2$ (от оси, перпендикулярной вектору поляризации внешнего поля, к оси, ему параллельной). Данную пару решений мы в дальнейшем будем обозначать символами Ω_+ и Ω_- в зависимости от знака δ .

У второй пары решений, которой соответствует знак плюс в формуле (4.11) и которую мы будем обозначать символами Ξ_{\pm} , величина $|\delta|$ возрастает с f , а значит приближенное уравнение (4.10) довольно скоро становится несамосогласованным. На рис. 4.1 приведено численное решение исходных уравнений (2.2, 2.3) при $\gamma = 0.005$ мэВ и $g = D = 1$ мэВ. Видно, что Ξ -состояния с увеличением f перестают удовлетворять даже (4.7): их полная интенсивность не остается по-

стоянной, а уменьшается, при этом круговая поляризация $|S_3|$ увеличивается. В некоторой поворотной точке ветви Ξ_{\pm} изменяют характер наклона и переходят в устойчивый дублет решений с нарушенной спиновой симметрией Σ_{\pm} , исследованный во второй главе этой работы. В противоположность им, ветви Ω_{\pm} переходят при $f = f_2$ в синглетную ветвь симметричных решений Π , о чем уже говорилось ранее.

Если отношение g/γ велико, то в определенном интервале f^2 единственный вид устойчивых одномодовых состояний представлен дублетом Ω . На рис. 4.1 этот интервал начинается там, где исчезает нижняя ветвь симметричных решений ($f^2/f_1^2 \approx 1.2$) и оканчивается в точке, где состояния Σ_{\pm} становятся устойчивыми ($f^2/f_1^2 \approx 30$). Состояния Ω_{\pm} устойчивы всегда, т. к. в них отстройка даже нижнего резонансного подуровня E_y от частоты накачки E_p компенсирована синим сдвигом, а значит конденсат находится внутри спектральной щели и у него нет каналов параметрического рассеяния (ср. с рис. 1.2 или 2.1). Решения Ξ_{\pm} , имеющие меньшую полную интенсивность I , напротив, всегда неустойчивы, что, вообще говоря, характерно для ветвей с отрицательной производной dI/df .

Переход системы в состояние Ω не похож на фазовые переходы, обсуждавшиеся ранее. В главе 2 мы видели, что направление перехода $\Pi \rightarrow \Sigma_{\pm}$ определяется знаком малой величины S_3 в точке потери устойчивости и только при выполнении строгого условия $S_3 = 0$ этот переход может считаться спонтанным. Дальнейший распад Σ -состояний, как выяснилось уже в главе 3, приводит к возбуждению большого числа волновых гармоник и хаосу. Существование новых устойчивых решений типа Ω само по себе не изменяет характер распада Σ . Установление Ω -состояний с течением времени происходит только потому, что эти состояния стабильны и должны так или иначе появляться в результате самоорганизации. Но, в отличие от простого перехода $\Pi \rightarrow \Sigma$, ничто не предопределяет результат перехода $\Sigma \rightarrow \Omega$ на его ранней стадии, когда возбуждено множество мод с различными \mathbf{k} . В результате система случайным образом делится на фазовые домены, в которых устанавливается то или иное Ω_{\pm} -состояние. Если $f \approx f_1$,

то на границе между соседними доменами фаза конденсата скачком изменяется на π .

4.3. Фазовые домены, солитоны и вихри

Следующие численные расчеты [A20] выполнены для резонатора на основе GaAs. Уровни экситона и фотона при нулевом k мы считаем одинаковыми, расщепление Раби $R = 10$ мэВ, масса экситона неопределенно велика по сравнению с массой двумерного фотона $\varepsilon E/c^2$, где $\varepsilon = 12.5$ и $E = 1.5$ мэВ. Константа взаимодействия V задает порог f_1 согласно (4.12) и может быть выбрана произвольно. Параметры γ , g , D и f/f_1 приводятся в подписях к иллюстрациям. Как обычно, правая часть уравнений (1.10) содержит небольшой шумовой источник, который позволяет смоделировать флуктуации. Однако его амплитуда может быть выбрана сколь угодно малой; она определяет только время, в течение которого нарушается исходная симметрия системы, и не оказывает качественного влияния на результаты. Накачка плавно включается в течение 0.1 нс и затем остается постоянной. Граничные условия эффективно задаются при помощи скачка потенциала (как в разд. 1.5) или коэффициента затухания. В “Дополнительном материале” к [A20] и ниже в разд. 4.4 рассмотрен менее реалистичный, но более ясный с принципиальной точки зрения случай циклических граничных условий, когда система может считаться идеально однородной.

На рис. 4.2 представлена одномерная поляритонная система длиной 400 мкм с высокими потенциальными барьерами на границах. Нарушение симметрии приводит к хаосу, и в течение первых 1.5 нс решение полностью аналогично турбулентным химерам (рис. 3.10) с большим g/γ . Но теперь величина γ особенно мала. В связи с тем, что $f^2 > f_1^2 \propto \gamma$, появляются устойчивые решения Ω_{\pm} . Поэтому период беспорядка постепенно проходит и в конце его система почти достигает динамического равновесия, однако остается двухкомпонентной. В ней существуют домены Ω_+ и Ω_- , разделенные серым солитоном

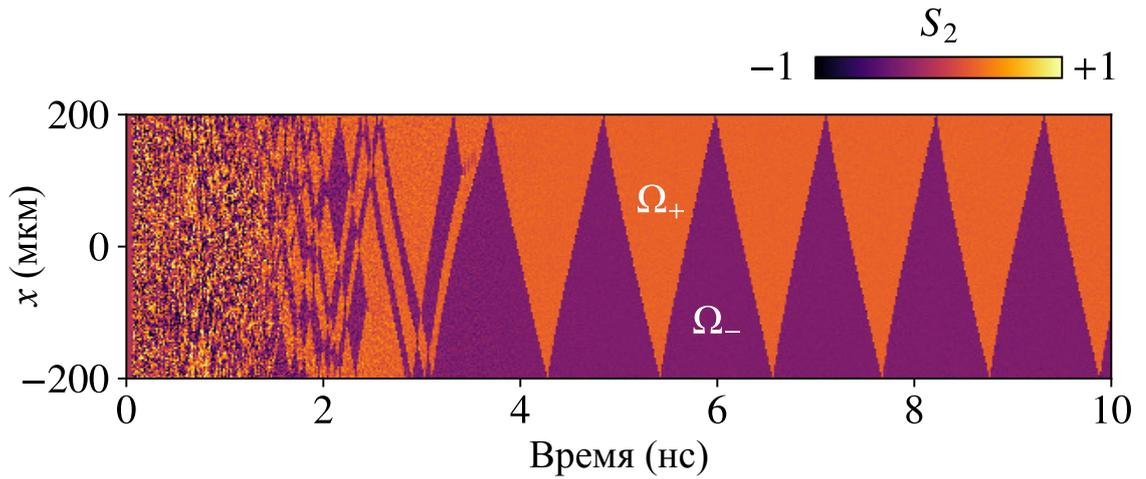


Рис. 4.2. Эволюция одномерной поляритонной системы при $\gamma = 1$ мкэВ, $g = D = 1$ мэВ и $f^2/f_1^2 = 11$ с нулевым начальным условием [A20]. Граница между доменами Ω и Ω_- имеет свойства “серого” солитона, который движется с постоянной скоростью и отражается от барьеров высотой 2 мэВ в точках $x = \pm 200$ мкм.

— узкой переходной областью, в которой полная интенсивность I понижается. Когда величина f близка к f_1 , солитон движется с постоянной скоростью и отражается от потенциальных барьеров. Сталкивающиеся солитоны взаимно уничтожаются, что эквивалентно вырождению отдельного домена. Поэтому если, как в нашем примере, система пространственно ограничена, с течением времени выжить в ней может не больше одного солитона; как видно из рисунка, это приводит к пространственно-временным автоколебаниям.

С увеличением f солитоны становятся неподвижными. Поскольку состояния Ω_+ и Ω_- уже не полностью погашают друг друга, интерфейс между доменами может быть их простой суперпозицией, симметричной и в силу симметрии — статической. Но при $f \approx f_1$ такие Ω -нейтральные интерфейсы имели бы почти нулевую амплитуду и от этого оказались нестабильными. Расчеты показывают, что в качестве компромисса при малых f солитон приобретает конечную амплитуду вместе с определенной асимметрией по отношению к фазовым доменам, которая и приводит его в движение.

Случай двумерной системы существенно сложнее. Сейчас нас прежде всего интересуют свойства границы между доменами, поэтому в первом примере мы

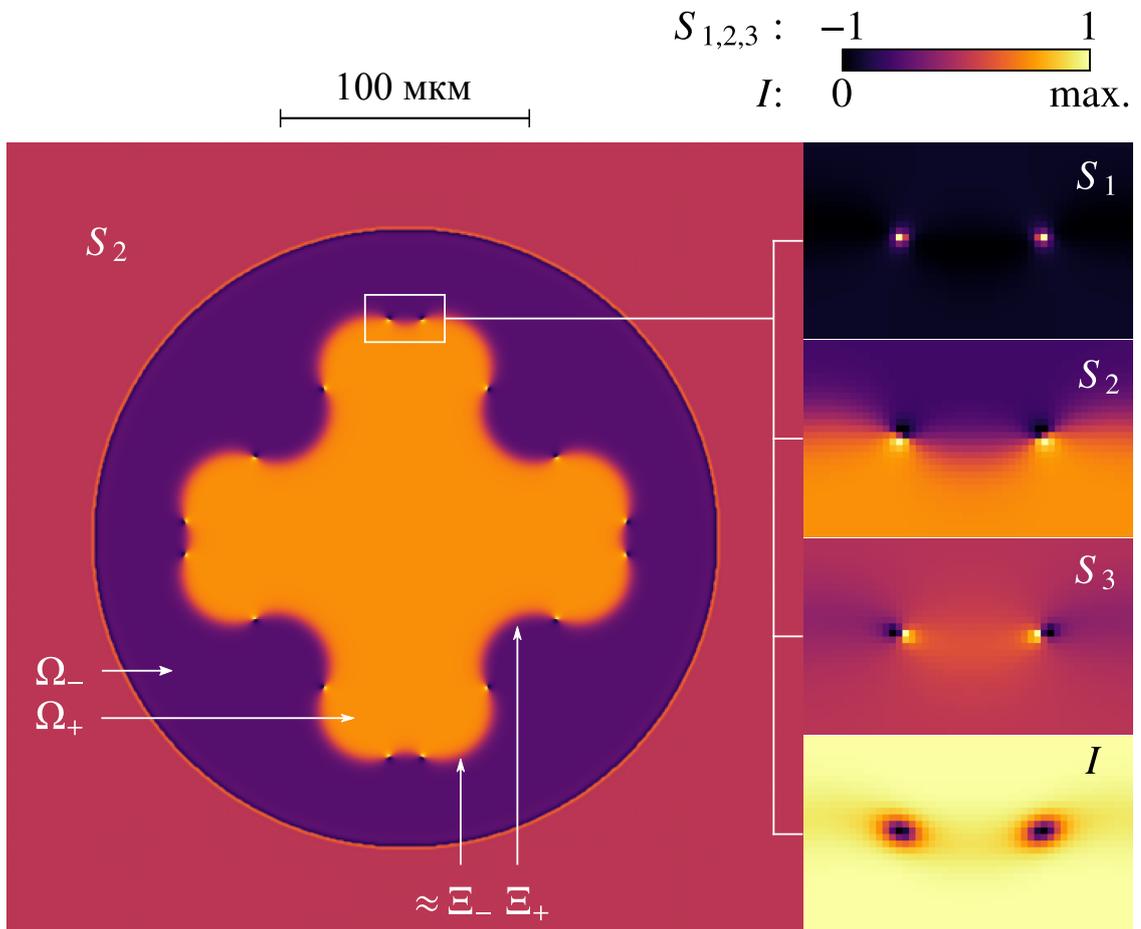


Рис. 4.3. Интенсивность I и компоненты вектора Стокса $S_{1,2,3}$ установившегося решения при $f^2/f_1^2 \approx 6.8$ [A20]. Параметры γ , g и D соответствуют рис. 4.1. Начальное состояние системы было задано вблизи Ω_+ и Ω_- при $|\mathbf{r}| \leq 20$ мкм и $|\mathbf{r}| > 20$ мкм, соответственно. Чтобы обеспечить нулевые граничные условия, величина γ увеличивается до 4 мэВ при $|\mathbf{r}| = 125$ мкм. Вставки показывают фрагмент решения с более детальным пространственным масштабом.

для простоты исключим хаотическую стадию эволюции, задав такое начальное состояние, что поле в одной части системы уже исходно близко к Ω_+ а в другой к Ω_- . Граница между этими областями проходит по окружности, симметричной относительно центра расчетной сетки. Ещё одна окружность бóльшего радиуса фактически ограничивает область возбуждения. (Таким образом, несмотря на специальный характер начальных и граничных условий, модель обладает вращательной симметрией.) В связи с тем, что заданы начальные условия, внешнее поле не “включается” плавно, а все время имеет фиксированную интенсивность $f^2 \approx 6.8f_1^2 = 0.068f_2^2$. Рис. 4.3 изображает стационарное решение, установившееся после эволюции такой системы в течение ~ 1 нс.

Из рисунка видно, что число доменов (два) в итоге не изменилось, однако граница между ними представляет собой уже не окружность, а сложную фигуру из 16 сегментов с неодинаковой кривизной. Как показывает расчет, у этих сегментов интенсивность и поляризация очень близки к однородным решениям Ξ_{\pm} , обсуждавшимся в разд. 4.2. Известно, что такие решения неустойчивы и асимметричны по отношению к Ω_{\pm} : спиноры Ω_+ и Ω_- входят с разными весами как в Ξ_+ , так и в Ξ_- . Образующие доменную границу сегменты типа Ξ_{\pm} движутся обычно в противоположных направлениях от Ω_{\mp} к Ω_{\pm} , соответственно¹. Поэтому вблизи каждой точки перехода между сегментами Ξ_+ и Ξ_- возникает вихрь, в центре которого полная интенсивность I минимальна. Соседние вихри с противоположными направлениями вращения могут уравнивать друг друга и эффективно стабилизировать некоторый участок границы. Но решения с полностью стабильной границей, как на рис. 4.3, возникают относительно случайно и тем реже, чем больше площадь системы. В рассмотренном примере появлению устойчивого решения способствовал выбор специальных начальных условий.

¹ Это обстоятельство, как и само появление состояний Ξ на границе между доменами, пока не нашло строгого теоретического обоснования, однако подтверждается численными экспериментами.

Компоненты вектора Стокса, приведенные на рис. 4.3, позволяют установить распределение фаз вокруг центра вихря. Видно, что $S_3 \sim \pm 1$ и $S_2 \sim \pm 1$ соответственно вдоль касательной и вдоль нормали к границе между доменами. Знаки величин S_2 и S_3 по разные стороны от центра вихря строго соответствуют Ω_{\pm} -доменам и Ξ_{\pm} -сегментам границы. В случае полностью круговой поляризации ($S_3 = \pm 1$) разность фаз между x - и y -компонентами поля, $\Delta\alpha = \arg(\psi_x^* \psi_y)$, равна $\pi/2$ или $3\pi/2$, тогда как $S_2 = \pm 1$ означает, что $\Delta\alpha = 0$ или π . Таким образом, величина $\Delta\alpha$ изменяется на 2π или -2π при обходе вокруг центра вихря. В то же время ориентация полюсов $S_{2,3}$, отражающая взаимное расположение фазовых доменов и Ξ -сегментов, полностью определена.

4.4. Вихревые диполи и филаменты

Если вихри с противоположными зарядами $+1$ и -1 сближаются на малое расстояние, их вращение компенсируется, что косвенно следует уже из рис. 4.3, где в окрестности близко расположенных вихрей доменная граница искривлена относительно слабо. Как показывают расчеты, множество таких вихрей могут выстроиться в ряд и образовать связанное состояние. В нем все “касательные” полюса $S_3 = \pm 1$ взаимно компенсированы на центральной линии, где в итоге получается $S_1 = +1$ (т. е. $\psi_+ = \psi_-$), тогда как полюса $S_2 = +1$ и $S_2 = -1$ выровнены по обе стороны от нее. Образуется тройная линейная структура, полностью симметричная относительно разделяемых ею фазовых доменов². При сравнительно больших f/f_1 , когда симметричные состояния $\Omega_+ + \Omega_-$ имеют заметную амплитуду и могут быть статическими, этот тип доменной границы встречается чаще, чем чередующиеся сегменты Ξ_{\pm} . Устойчивые прямолинейные филаменты, чья длина, как будет показано ниже, может достигать сотен микрометров, аналогичны неподвижным солитонам в одномерной системе.

² Напомним, что суперпозиция решений Ω_+ и Ω_- всегда дает симметричное по спину состояние с $S_1 = +1$.

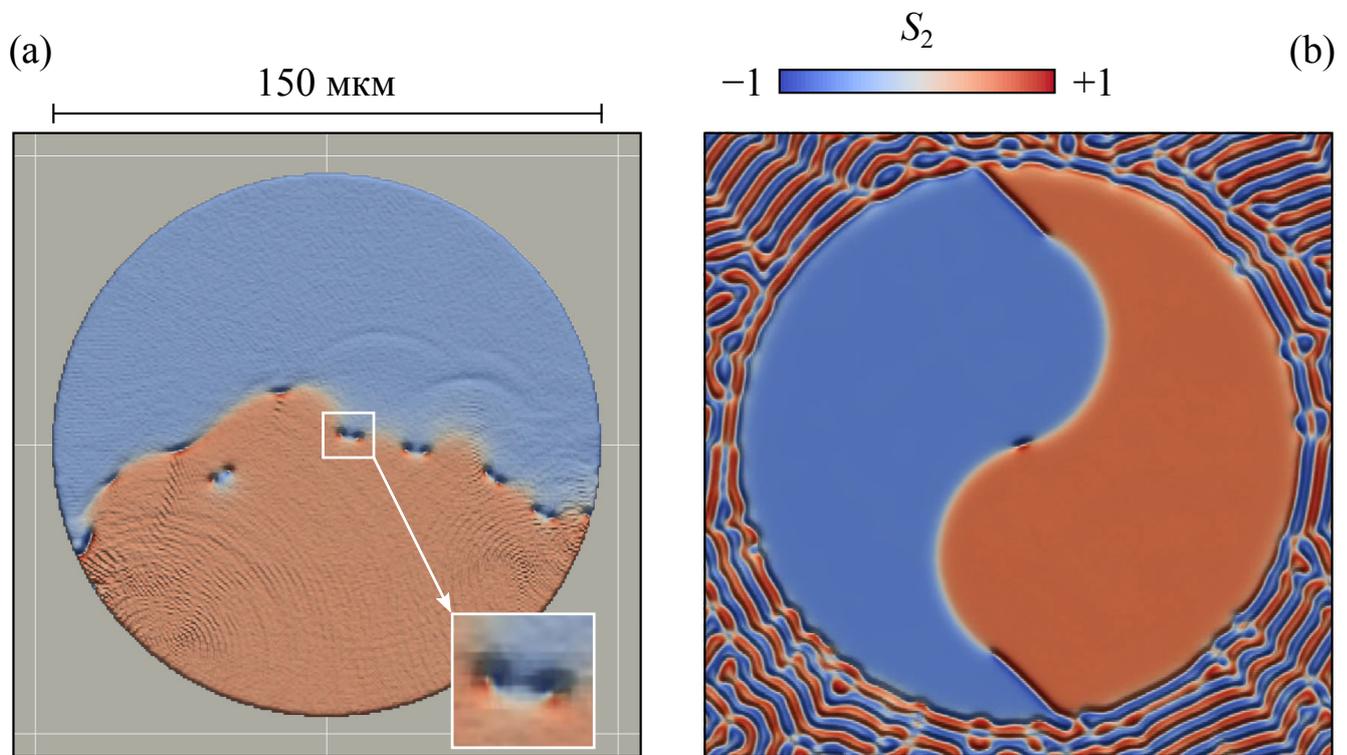


Рис. 4.4. Примеры нестационарных состояний [A20]. Параметры γ , g и D соответствуют рис. 4.1. Величина f^2/f_1^2 равна 6.8 для (a) и 13 для (b). В обоих случаях начальные условия нулевые. В примере на рис. (a) при $|\mathbf{r}| = 75$ мкм происходит большой скачок потенциала, что эффективно задает нулевые граничные условия. На рис. (b) при том же $|\mathbf{r}|$ происходит увеличение γ от 5 до 200 мкэВ, а граничные условия являются периодическими; в области $|\mathbf{r}| > 75$ мкм однородные решения отсутствуют и образуются филаменты по аналогии с рис. 3.6. Структура, возникшая во внутренней круговой области на рис. (b), вращается с постоянной угловой скоростью, делая один оборот за 2.6 нс. Динамика обоих примеров явным образом показана в видеофайлах, которые доступны в качестве “Дополнительных материалов” к статье [A20].

Рисунок 4.4 иллюстрирует переход между одиночными и связанными вихревыми состояниями, аналогичный переходу Березинского-Костерлица-Таулеса в равновесных конденсатах и сверхпроводниках [159, 175–179]. Оба решения (а) и (б) образовались спонтанно при нулевых начальных условиях и не являются стационарными (рисунки представляют только некоторые моменты времени). В случае (а) движение поляритонов ограничено круговым потенциальным барьером. Граница между доменами неустойчива, имеет тип Ξ и движется, отражаясь от барьера подобно солитону на рис. 4.2. Однако время от времени движущаяся доменная граница замедляется и изменяет свою структуру, обнаруживая в отдельных местах симметричные филаменты. Поскольку амплитуда f сравнительно мала, филаменты нестабильны и распадаются на вихревые диполи, которые уже не привязаны к границе и могут проникать внутрь Ω -доменов, но тоже имеют конечное время жизни. На рис. 4.4(а) видны диполи, возникшие в некоторый момент времени при распаде филаментов. В целом динамика является довольно иррегулярной, однако в связи с тем, что размер системы ограничен, рано или поздно в ней может образоваться сбалансированное устойчивое состояние наподобие рис. 4.3, в котором находится четное число вихрей.

В примере на рис. 4.4(б) при переходе через границу $|\mathbf{r}| = 75$ мкм испытывает скачок уже не собственная энергия, а коэффициент затухания γ , который увеличивается в этой точке от 5 до 200 мкэВ. Во внешней области величина f^2 оказывается ниже порога f_1^2 , который пропорционален γ , однако и Π -, и Σ_{\pm} -состояния в ней по-прежнему нестабильны. Следовательно, вообще все одномодовые состояния конденсата запрещены, а статические решения, если они существуют, должны быть неоднородными на масштабе (3.14). Установившееся во внешней области распределение поля обнаруживает характерные спиновые нити. Как и на рис. 3.6, у них $S_2 \sim \pm 1$ в областях максимумов интенсивности и $S_1 = +1$ в областях минимумов, поэтому такие структуры подобны вихревым филаментам, в которых все вихри тесно связаны и не могут проявлять себя по отдельности.

Внутренняя круговая область на рис. 4.4(b) содержит один вихрь в центре, два криволинейных сегмента Ξ_+ и Ξ_- , у которых $S_1 \sim -1$, а также два прямых филамента, у которых $S_1 = +1$ вдоль обедненной центральной линии и $S_2 = \pm 1$ с обеих сторон от нее. Такая структура, напоминающая даосский символ дуальности Инь и Ян, вращается с постоянной угловой скоростью и представляет собой пример нестационарного, но полностью сбалансированного решения. В рассмотренном случае оно образовалось после ~ 9 нс иррегулярной эволюции, когда в центре внутренней области случайно оказался один непарный вихрь, топологический заряд которого и задает направление вращения всей этой крупномасштабной структуры. В движение ее приводит неустойчивость Ξ_{\pm} -сегментов, все время смещающихся в противоположных линейных, но одинаковых угловых направлениях.

Центральный вихрь не может, конечно, непосредственно управлять филаментами, удаленными от него на 50 мкм. Решение, приведенное на рис. 4.4(b) — очень характерный пример *внутреннего упорядочения*, происходящего в результате нарушения симметрии. Вообще говоря, свойства системы таковы, что состояния Ω являются ее наиболее “долгоживущими” модами и, следовательно, одинаковые по знаку Ω -домены стремятся консолидироваться. Поэтому при одном варианте эволюции — а именно, когда отношение f/f_1 велико — число отдельных доменов постепенно уменьшается, пока не достигает одного или двух, и если в результате образуется сбалансированное распределение поля, оно самопроизвольно поддерживается. Тогда поведение даже удаленных друг от друга частей системы оказывается коррелированным. Однако подобной “тенденции к самоорганизации” противостоит локальная динамическая неустойчивость, вследствие которой при малых f/f_1 упорядочения не происходит (если не задавать симметричные начальные условия, как на рис. 4.3). Оба решения, приведенные на рис. 4.4, являются в этом смысле переходными: уже для сколь угодно близких параметров они могут как упорядочиваться, так и оставаться иррегулярными в течение неопределенно большого периода времени.

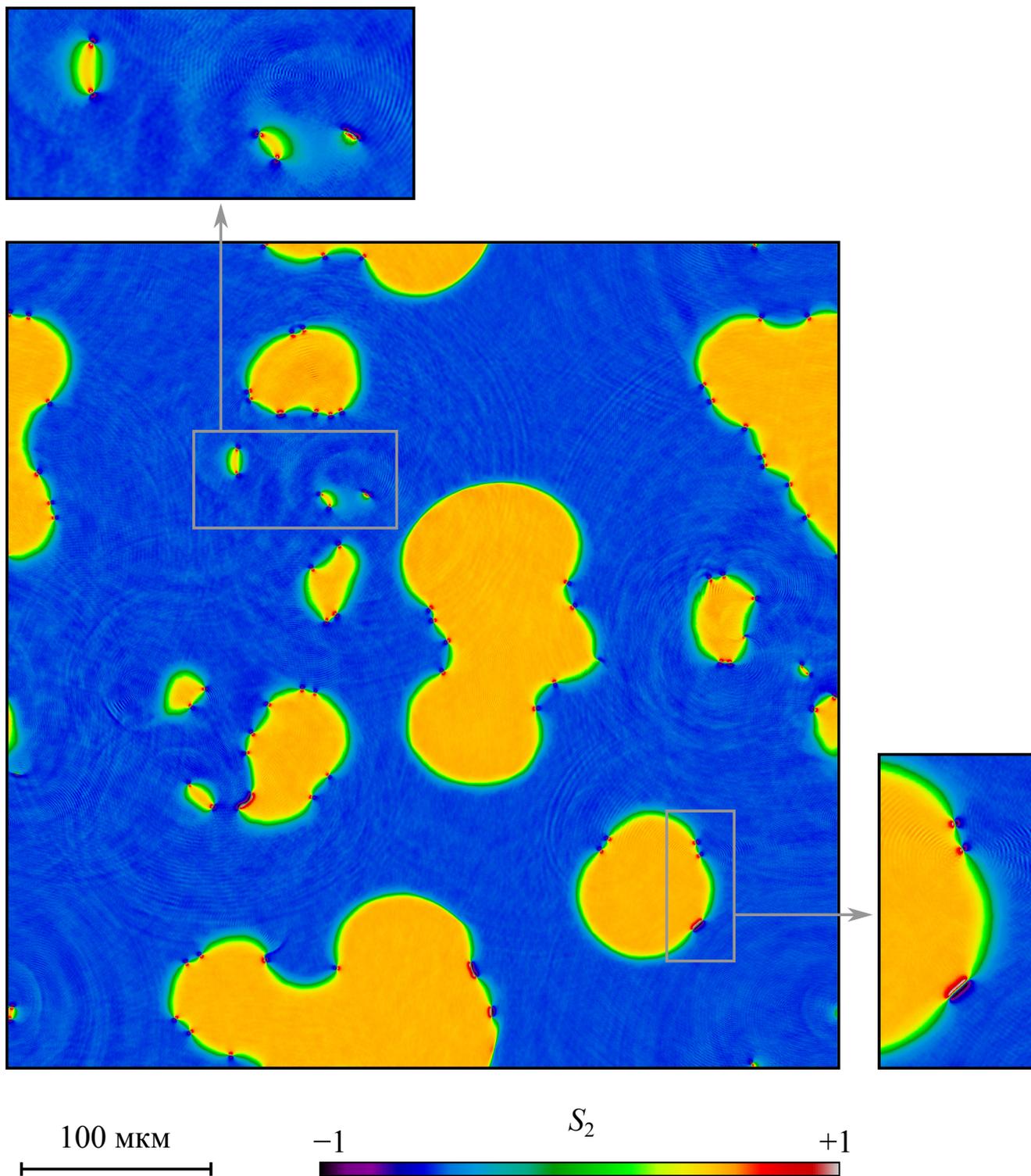


Рис. 4.5. Вихри в системе с периодическими граничными условиями (дополнительный материал к статье [A20]). Интенсивность внешнего поля f^2 равна $8f_1^2$, остальные физические параметры соответствуют рис. 4.1, 4.3 и 4.4. Увеличенный фрагмент решения, приведенный на верхней вставке, иллюстрирует движущиеся вихревые диполи. На боковой вставке — вихри, расположенные на границе между доменами, а также короткий участок границы со свойствами симметричного филамента.

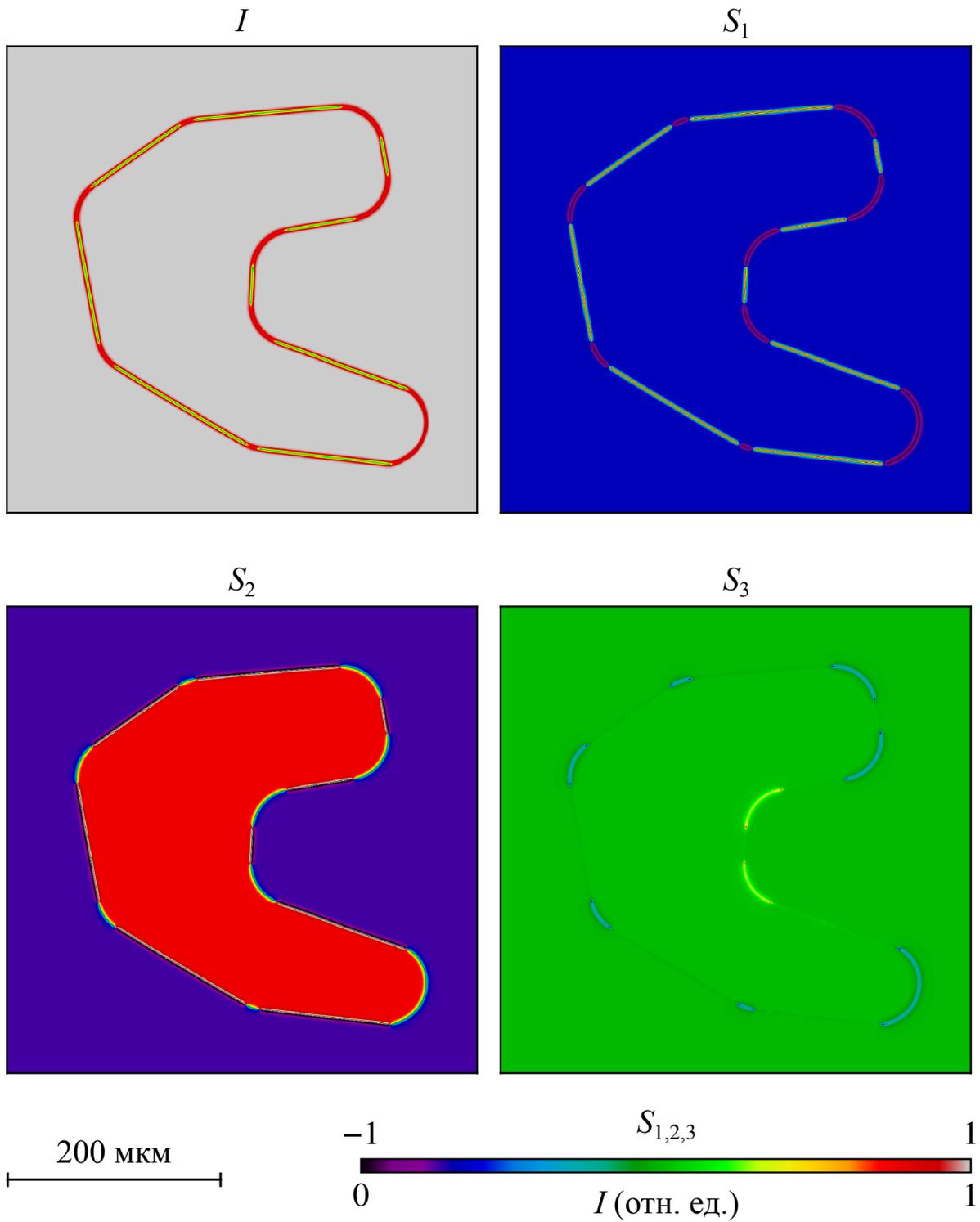


Рис. 4.6. Устойчивые филаменты в системе, полностью аналогичной рис. 4.5, за исключением бóльшей интенсивности внешнего поля $f^2 = 16.6f_1^2$ (дополнительный материал к статье [A20]). Данное состояние системы спонтанно образовалось в течение 1.7 нс. На графиках приведены полная интенсивность I и все компоненты вектора Стокса.

В заключение мы обсудим два расчета, сделанные при периодических граничных условиях в отсутствие каких-либо потенциальных барьеров, скачков γ и т. п. Система, таким образом, является теперь совершенно однородной. Ее площадь $0.44 \times 0.44 \text{ мм}^2$, размерность сетки $2^{10} \times 2^{10}$. Параметры γ , g и D такие же, как в прошлых примерах, представленных на рис. 4.1, 4.3 и 4.4; начальные условия нулевые. Величина отношения f^2/f_1^2 равна 8 и 16.6 для рис. 4.5 и 4.6, соответственно. В первом случае решение является нестационарным. В распределении поля видны крупные фазовые домены, малые вихревые диполи и объекты промежуточного размера. Все они находятся в непрерывном движении, так что система весьма далека от равновесия и в ходе эволюции практически никогда не оказывается устроенной *проще*, чем на данном рисунке. В противоположность этому, решение на рис. 4.6 является устойчивым и состоит из двух фазовых доменов. Граница между доменами включает в себя сегменты трех типов: криволинейные участки Ξ_+ и Ξ_- (имеющие $S_1 \sim -1$ и высокую интенсивность I , но отличающиеся друг от друга знаком S_3 и характером выпуклости по отношению к фазовым доменам), а также симметричные филаменты, структура которых была объяснена в начале этого раздела. Видно, что при образовании устойчивого решения филаменты оказываются совершенно прямыми, а их длина может достигать 0.2 мм. Эта картина уже не содержит свободных вихрей, однако на концах всех филаментов находятся несбалансированные полюса $S_3 = \pm 1$.

4.5. Краткие итоги и общие замечания

- Подчеркнем, что фазовые домены, солитоны и вихри возникают даже тогда, когда система в своем начальном состоянии полностью однородна, симметрична по спину и возбуждается плоской электромагнитной волной.
- Вследствие нарушения спиновой, а затем пространственной симметрии исходное однородное состояние системы делится на домены, которые отлича-

ются по фазе и частично или полностью погашают друг друга в областях пространственного контакта.

- В одномерном случае граница между доменами ведет себя аналогично “серому” солитону, который может быть устойчивым или перемещаться в пространстве без диссипации.
- В двумерном случае образуются квантованные вихри, у которых разность фаз двух компонент с ортогональными поляризациями $[\Delta\alpha = \arg(\psi_x^* \psi_y)]$ изменяется на $\pm 2\pi$ при обходе вокруг центра.
- С точки зрения поляризационных свойств найденные возбуждения не похожи на спиновые вихри [32], полувихри [158, 180] или другие спинорные вихревые состояния, известные из литературы.
- Вращательная симметрия даже у одиночных вихрей нарушена, поскольку их поляризационные полюса ($S_2 = \pm 1$ и $S_3 = \pm 1$) определенным образом ориентированы по отношению к фазовым доменам и сегментам доменной границы.
- По мере увеличения внешнего поля система испытывает переход типа Березинского-Костерлица-Таулеса от одиночных к связанным вихрям. Такой переход выглядит свидетельством в пользу существования определенного “принципа минимума”, управляющего связыванием вихрей по аналогии с равновесными системами. Ясно, однако, что такой принцип не имеет ничего общего с обычной термодинамикой.
- Существуют исследования, в которых говорится о вихрях, возникающих на границе поляризационных доменов в равновесных условиях (см., например, недавнюю работу [178] с участием Л. П. Питаевского). Однако наша система, по всей видимости, не допускает перехода к “равновесной” теории с $f = 0$ и $\gamma = 0$. Хотя в разд. 4.1 и предполагалось, что $\gamma \ll g$, одновре-

менно с этим мы считали, что Ω -состояния осциллируют на вынужденной частоте; таким образом, непрерывного перехода к $\gamma = 0$ у полученных решений нет. Вопрос об аналогии этих решений с равновесными системами остается открытым.

Акустооптические явления

5.1. Введение и обзор

Известно, что если внешнее поле является когерентным и его частота превосходит собственную частоту поляритонов, отклик возбуждаемой поляритонной моды может оказаться бистабильным в конечной области плотностей возбуждения [7, 22, 23, 25]. Простейшим примером такой системы является классический одномодовый осциллятор с кубической нелинейностью, характеризующийся S-образной формой зависимости амплитуды от возбуждающей силы. В критических точках, где изменяются количество или устойчивость возможных стационарных решений, малые флуктуации поля могут приводить к быстрым неравновесным переходам между ветвями устойчивости. О наблюдении таких переключений отклика поляритонной системы при медленном изменении мощности или поляризации квазистационарной накачки неоднократно сообщалось ([22, 73, 79], [A12] и множество более поздних работ).

Отстройка частоты накачки от резонанса является важнейшим, наряду с мощностью возбуждения, управляющим параметром бистабильной поляритонной моды. В частности, переходы между ветвями устойчивости возможны в том числе и за счет изменения отстройки при постоянных интенсивности и поляризации внешнего поля. Однако динамическая перестройка частоты накачки технически неудобна даже для лазеров, работающих в непрерывном режиме, и практически неосуществима для импульсных лазеров. С другой стороны, в экспериментальных работах [76, 77, 181] была показана возможность динамически изменять частоту *поляритона* посредством акустических (деформационных) импульсов пикосекундной длительности, распространяющихся перпендикулярно плоскости рабочего слоя и обратимо возмущающих энергию экситонного

перехода. Подобные импульсы возникают при поглощении фемтосекундных лазерных импульсов в подложке микрорезонатора. На основе этой возможности нами быстрых предложена схема быстрых управляемых переключений между ветвями устойчивости бистабильной поляритонной системы, которая нашла экспериментальное подтверждение (раздел 5.2 ниже).

Второе направление исследований акустооптических эффектов в поляритонной системе связана с возбуждением поверхностных акустических волн непосредственно в плоскости рабочего слоя микрорезонатора. Поскольку такие волны движутся относительно медленно, их возбуждение равносильно модуляции экситонного потенциала в одном или двух пространственных направлениях. Свойства такого рода наведенных решеток вызывают большой самостоятельный интерес ([182–184] и [A25, A27]). Далее в разд. 5.3 мы рассмотрим их связь с явлениями, которым была посвящена основная часть этой работы: оптической мультистабильностью и параметрическим рассеянием. К этому кругу вопросов примыкает исследование неравновесных переходов при полностью статической модуляции экситонного потенциала [A26].

5.2. Переключение состояний мультистабильного конденсата с помощью пикосекундных акустических импульсов

5.2.1. Двусторонние переходы между ветвями устойчивости в скалярной системе

Представленная в данном разделе работа [A21] посвящена теоретическому исследованию неравновесных переходов в поляритонной системе под действием комбинированного акусто-оптического возбуждения: деформационных импульсов пикосекундной длительности, обратимо возмущающих энергию экситонного перехода, и стационарной оптической накачки в направлении нормали к поверхности. Установлено, что импульсное акустическое возбуждение

может приводить к переключению режима оптического отклика, связанному с переходом между ветвями устойчивости бистабильной системы.

Теоретическая модель. Для анализа динамики экситон-фотонной¹ системы в условиях когерентной оптической накачки применяется квазиклассическая модель, представляющая собой систему уравнений Максвелла и Гросса-Питаевского для электрического поля \mathcal{E} и экситонной поляризации \mathcal{P} в рабочем слое микрорезонатора [40]:

$$[i\hbar\partial_t - E_C(\mathbf{k})]\mathcal{E}(\mathbf{k}, t) = \beta(\mathbf{k})\mathcal{P}(\mathbf{k}, t) + \alpha(\mathbf{k})\mathcal{F}(\mathbf{k}, t) e^{-i\omega_p t}, \quad (5.1)$$

$$[i\hbar\partial_t - E_X(t)]\mathcal{P}(\mathbf{k}, t) = \beta(\mathbf{k})\mathcal{E}(\mathbf{k}, t) + V \iint_{\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2} \mathcal{P}^*(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 - \mathbf{k}, t) \mathcal{P}(\mathbf{q}_1, t) \mathcal{P}(\mathbf{q}_2, t) d\mathbf{q}_1 d\mathbf{q}_2. \quad (5.2)$$

Здесь t и \mathbf{k} — время и квазиволновой вектор в плоскости рабочего слоя, \mathcal{F} и $\omega_p = E_p/\hbar$ — амплитуда и частота накачки, $E_{C,X} = \hbar\omega_{C,X}$ — собственные энергии уровней квазидвумерных фотона и экситона (комплексные числа, мнимые части которых определяют коэффициенты затухания), α и V — константы экситон-фотонного и экситон-экситонного взаимодействий. Коэффициент α , определяющий отклик электрического поля в рабочем слое на внешнюю накачку, можно рассчитать при помощи метода матриц переноса [185]. Для простоты рассматривается модель скалярной (бесспиновой) экситон-фотонной системы; такое приближение оправдано в случае циркулярно поляризованного возбуждения. Более полная модель экситон-фотонная модель, учитывающая поляризационные степени свободы, представлена, например, в работе [A33]. Будем также считать, что накачка действует перпендикулярно поверхности ре-

¹ В отличие от глав 1–4, здесь мы используем более точную модель, в которой электрическое поле и экситонная поляризация представлены отдельными переменными. Такие уравнения обычно записываются в импульсном пространстве, поскольку α и β зависят от \mathbf{k} . В связи с переходом от поляритонного к экситон-фотонному представлению ниже нам придется уточнить стационарные решения, в частности, область их бистабильности и устойчивости по отношению к параметрическому рассеянию. Однако эти уточнения носят в основном технический характер.

зонатора и потому имеет нулевой волновой вектор в плоскости рабочего слоя ($\mathcal{F}(\mathbf{k}, t) = \delta(\mathbf{k})\mathcal{F}(t)$).

Стационарные решения. Вначале рассмотрим задачу о стационарном отклике возбуждаемой моды $\mathbf{k} = 0$ при постоянных накачке $\mathcal{F} = \mathcal{F}_0$ и энергии экситона E_X . Сделав в уравнениях (5.1)–(5.2) подстановку

$$\mathcal{E}(\mathbf{k}, t) = \delta(\mathbf{k}) \mathcal{E}_0 e^{-i\omega_p t}, \quad \mathcal{P}(\mathbf{k}, t) = \delta(\mathbf{k}) \mathcal{P}_0 e^{-i\omega_p t}, \quad (5.3)$$

имеем систему не зависящих от времени уравнений для стационарных амплитуд \mathcal{E}_0 и \mathcal{P}_0 . Далее, исключив \mathcal{E}_0 , получаем соотношение

$$[(E_p - E_C)(E_p - E_X - V|\mathcal{P}_0|^2) - \beta^2]\mathcal{P}_0 = \alpha\beta\mathcal{F}_0, \quad (5.4)$$

выражающее связь экситонной поляризации с амплитудой волны накачки. Взяв квадраты абсолютных значений левой и правой частей последнего соотношения, имеем

$$\tilde{\alpha}^2 \mathcal{F}_0^2 = |\mathcal{P}_0|^2 |Z - V|\mathcal{P}_0|^2|^2, \quad (5.5)$$

где

$$Z = E_p - E_X - \frac{\beta^2}{E_p - E_C} = \frac{(E_p - E_{LP})(E_p - E_{UP})}{E_p - E_C} \quad (5.6)$$

и

$$\tilde{\alpha} = \left| \frac{\alpha\beta}{E_p - E_C} \right|. \quad (5.7)$$

Выражения (5.5)–(5.7) справедливы при $E_p \neq E_C$, что не ограничивает общности дальнейших рассуждений, относящихся к случаю накачки вблизи резонанса нижней поляритонной ветви. Уравнение (5.5) имеет по сути тот же вид, что и (1.12), при этом положение накачки относительно фактических резонансов нижней и верхней поляритонных ветвей учитывается выражением (5.6).

В определенном диапазоне параметров зависимость $|\mathcal{P}_0|^2$ от \mathcal{F}_0^2 , определяемая решением уравнения (5.5), имеет вид S-образной кривой (рис. 5.1). Условие существования области бистабильного отклика (т. е. области, в которой отобра-

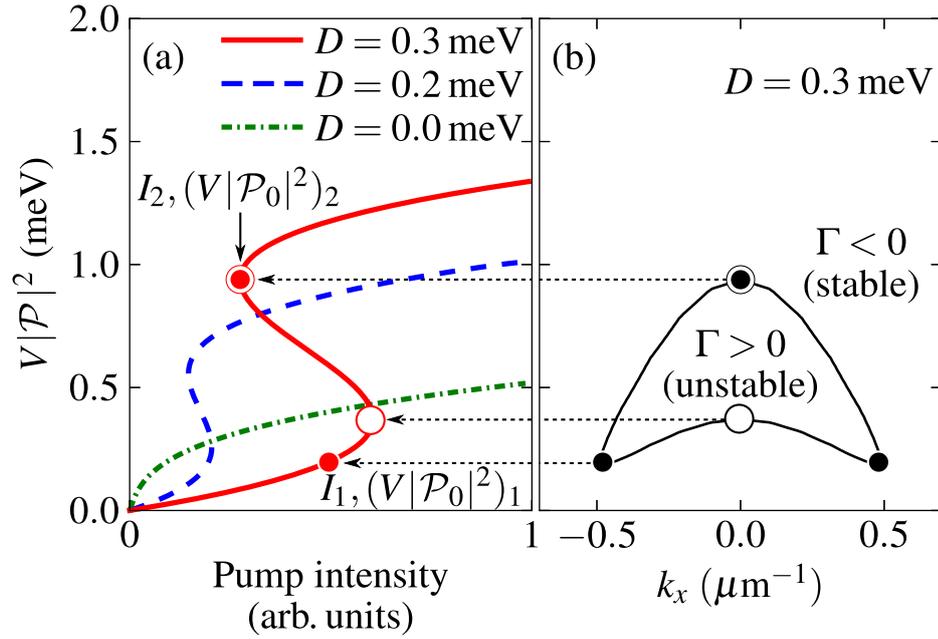


Рис. 5.1. (а) Функции стационарного отклика фотовозбуждаемой поляритонной моды ($\mathbf{k} = 0$) при разных величинах отстройки D частоты накачки от резонанса нижней поляритонной ветви. (б) Граница области неустойчивости стационарного решения при $D = 0.3$ мэВ относительно флуктуаций с различными волновыми числами. Точки бифуркации $(I_{1,2}, (V|\mathcal{P}|^2)_{1,2})$ при $D = 0.3$, вычисленные с учетом возможности распада возбуждаемой моды, отмечены символами ●; точки бифуркации строго одномодового решения указаны пустыми маркерами (○).

жение $\mathcal{F}_0^2 \mapsto |\mathcal{P}_0|^2$ является неоднозначным) сводится к наличию двух несовпадающих вещественных корней квадратного уравнения

$$\frac{d(\mathcal{F}_0^2)}{d(|\mathcal{P}_0|^2)} = 0. \quad (5.8)$$

Из (5.5) находим, что это имеет место при

$$\operatorname{Re} Z > \sqrt{3} \operatorname{Im} Z \quad (5.9)$$

(см. также [7, 22]), а сами корни имеют вид

$$(V|\mathcal{P}_0|^2)_{1,2} = \frac{2}{3} \operatorname{Re} Z \mp \frac{1}{3} \sqrt{(\operatorname{Re} Z)^2 - 3(\operatorname{Im} Z)^2}. \quad (5.10)$$

Соответствующие значения интенсивности накачки можно рассчитать по формуле (5.5):

$$I_{1,2} \equiv \mathcal{F}_{1,2}^2 = \frac{1}{V\tilde{\alpha}^2} (V|\mathcal{P}_0|^2)_{1,2} |Z - (V|\mathcal{P}_0|^2)_{1,2}|^2. \quad (5.11)$$

Таким образом, если интенсивность накачки $I_p = |\mathcal{F}_0|^2$ лежит в диапазоне от I_2 до I_1 , существуют три стационарных решения, определяющих величину интенсивности поля в рабочем слое. Все решения с отрицательным наклоном $d|\mathcal{P}_0|/d\mathcal{F}_0 < 0$ являются асимптотически неустойчивыми. Кроме того, нужно учесть возможность распада возбуждаемой моды $\mathbf{k} = 0$ на состояния с ненулевыми \mathbf{k} . Процедура анализа устойчивости, подробно рассмотренная в статьях [25] и [A33], предполагает линеаризацию системы (5.1)–(5.2) по амплитудам $\tilde{\mathcal{P}}$ возмущений “сигнала” и “холостого сигнала”, связанных законами сохранения энергии и планарного квазиимпульса. Решение такой линейной задачи позволяет определить комплексные собственные частоты $\Omega = \Omega(\mathbf{k}, |\mathcal{P}_0|^2)$ возмущений: $\tilde{\mathcal{P}}(\mathbf{k}, t) \propto e^{-i\Omega t}$. Область стационарных решений, в которой величина $\Gamma = \operatorname{Im} \Omega(\mathbf{k}, |\mathcal{P}_0|^2)$ принимает положительные значения для каких-либо \mathbf{k} , является асимптотически неустойчивой. Характерный пример области неустойчивости приведен на рис. 5.1b. Следует заметить, что нижняя граница этой области может быть меньше, чем величина $(V|\mathcal{P}_0|^2)_1$, определенная в одномодовом приближении по формуле (5.10), и, соответственно, критическая амплитуда

накачки I_1 оказывается ниже точки бифуркации строго одномодового решения (см. рис. 5.1). Аналогичные эффекты рассматривались в главе 1 для более простого случая однокомпонентной системы (без верхнего поляритонного уровня или явным образом учтенного экситон-фотонного взаимодействия).

Общеизвестный сценарий переключения бистабильной системы предполагает плавное увеличение интенсивности накачки I_p вплоть до критического значения I_1 , в котором исчезает нижнее устойчивое решение и система оказывается в области притяжения верхней ветви устойчивости. С другой стороны, тот же неравновесный переход может быть осуществлен путем изменения частоты резонанса при постоянной накачке. А именно, если исходно $I_p < I_1$, $I_p = \text{const}$ и система находится на нижней ветви устойчивости, плавное увеличение частоты резонанса E_{LP} может привести к уменьшению критической интенсивности $I_1 = I_1(E_{\text{LP}})$ вплоть до I_p , после чего система также испытает быстрое переключение состояния.

Динамика переходов между ветвями устойчивости. В дальнейших примерах рассматривается микрорезонатор с добротностью $Q \approx 9 \cdot 10^3$, энергией экситона $\text{Re } E_X^{(0)} = 1.45$ эВ, однородной шириной экситонного резонанса $|\text{Im } E_X^{(0)}| = 0.1$ мэВ, экситон-фотонным рассогласованием $E_X^{(0)} - E_C(\mathbf{k} = 0) = -1$ мэВ и расщеплением Раби $2\beta = 3.4$ мэВ. Выбранные параметры близки к параметрам структур, использованным в работах [77, 181]. Отстройка частоты накачки, действующей в направлении нормали к поверхности резонатора, составляет $E_p - \text{Re } E_{\text{LP}}(\mathbf{k} = 0) = 0.3$ мэВ.

Будем считать, что, в дополнение к постоянной оптической накачке, частота экситонного перехода возмущается последовательными импульсами деформации,

$$E_X(t) = E_X^{(0)} + \sum_i \tilde{E}_X^{(i)}(t), \quad (5.12)$$

а возмущение от отдельного импульса запишем в виде производной функции

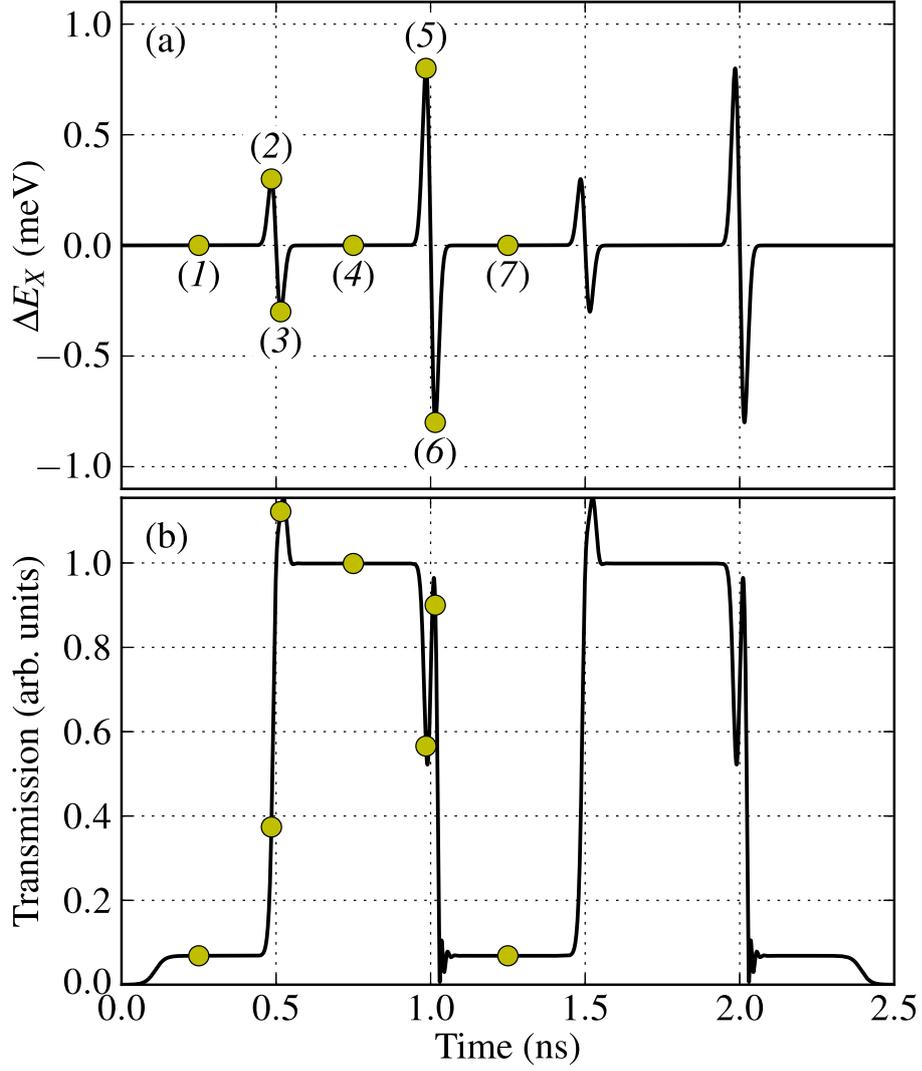


Рис. 5.2. (a) Выбранная зависимость возмущения частоты экситонного перехода от времени. (b) Рассчитанная динамика интенсивности сигнала пропускания.

Гаусса:

$$\tilde{E}_X^{(i)}(t) = -\mathcal{A}_i \left(\frac{t - t_s^{(i)}}{\tau_i} \right) \exp \left(-\frac{(t - t_s^{(i)})^2}{2\tau_i^2} + \frac{1}{2} \right), \quad (5.13)$$

так что

$$\tilde{E}_X^{(i)}(t_s^{(i)} \mp \tau_i) = \pm \mathcal{A}_i. \quad (5.14)$$

Положительный и отрицательный сдвиги E_X отвечают сжатию и растяжению вещества рабочего слоя микрорезонатора, последовательно возникающим при прохождении деформационного импульса [77, 181]. Заметим, что для простоты все сдвиги E_X считаются пространственно однородными.

Выбранная зависимость $\Delta E_X(t) = E_X(t) - E_X^{(0)}$ показана на рис. 5.2а. Им-

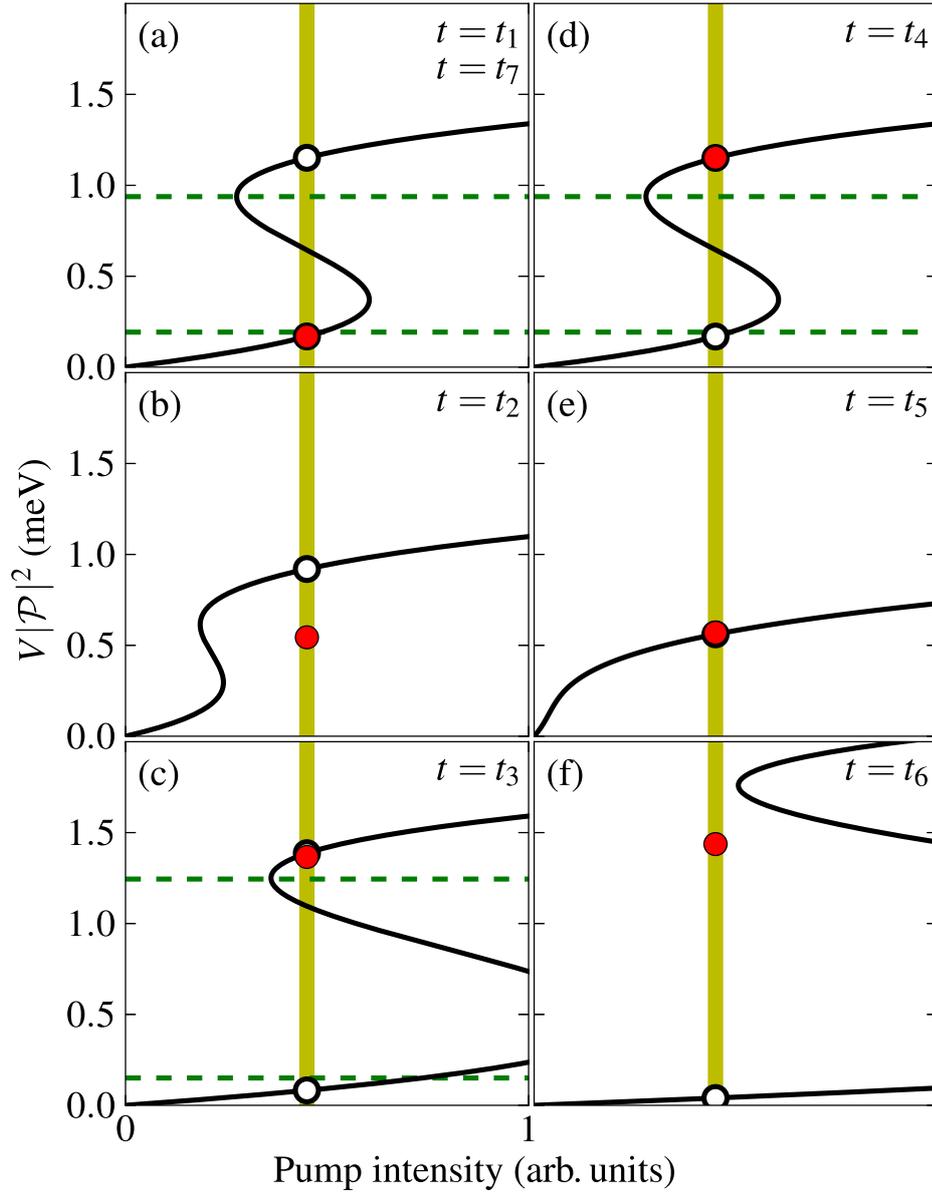


Рис. 5.3. Мгновенные функции отклика поляритонной моды ($\mathbf{k} = 0$), определяемые различными значениями энергии экситона. Моменты времени t_1, t_2, \dots, t_7 указаны на рис. 5.2а. Жирная вертикальная линия указывает заданную интенсивность накачки. Значения $V|\mathcal{P}_0|^2$, ожидаемые в стационарном пределе и соответствующие аттракторам фазовой траектории системы, отмечены пустыми маркерами (\circ). Темные маркеры (\bullet) указывают фактические, т. е. полученные прямым решением многомодовых уравнений эволюции (5.1)–(5.2), значения $V|\mathcal{P}(\mathbf{k}=0, t)|^2$ в выбранные моменты времени. Горизонтальные пунктирные линии ограничивают области неустойчивости стационарных решений (также вычисленные в многомодовом приближении).

пульсы имеют ширину $2\tau = 30$ пс и амплитуды $\mathcal{A}_1 = 0.3$ мэВ и $\mathcal{A}_2 = 0.8$ мэВ, что находится в пределах экспериментальных возможностей [77, 181]. Интервал между соседними импульсами (0.5 нс) намного больше, чем время установления равновесия в полностью когерентной поляритонной системе, описываемой уравнениями (5.1)–(5.2). Интенсивность оптической накачки I_p медленно нарастает за 0.1 нс, после чего остается постоянной в промежутке от 0.2 до 2.3 нс. Зависимость интенсивности сигнала пропускания от времени, полученная путем численного решения уравнений (5.1)–(5.2), представлена на рис. 5.2b. Видно, что первый из акустических импульсов ($\mathcal{A} = \mathcal{A}_1$) приводит к усилению прошедшего поля более чем на порядок величины, а второй импульс ($\mathcal{A} = \mathcal{A}_2$) возвращает систему в исходное состояние. Для наглядности показан эффект от третьего и четвертого импульсов, которые последовательно повторяют первые два.

Для того чтобы объяснить наблюдаемые переключения, рассмотрим поведение функций стационарного отклика $|\mathcal{P}_0^2|(\mathcal{F}_0^2)$ и, в частности, положения точек бифуркации $I_{1,2}$, определяемые по формуле (5.11), в зависимости от мгновенных величин возмущения энергии экситона $\Delta E_X(t) = E_X(t) - E_X^{(0)}$ (рис. 5.3). В исходный момент времени $t = t_1 = 0.25$ нс (рис. 5.3a)

$$\Delta E_X(t_1) = 0 \quad \text{и} \quad I_2(0) < I_p < I_1(0); \quad (5.15)$$

истинное значение $|V\mathcal{P}(t_1)|^2$, найденное путем решения уравнений (5.1)–(5.2), принадлежит нижней ветви устойчивости. При $t = t_2 = t_s^{(1)} - \tau = 485$ пс (рис. 5.3b)

$$\Delta E_X(t_2) = \mathcal{A}_1 \quad \text{и} \quad I_p > I_1(\mathcal{A}_1). \quad (5.16)$$

К этому времени система оказывается в области притяжения верхней ветви S-контура. Импульс проходит настолько быстро, что фактическое решение $|V\mathcal{P}(t_2)|^2$ не совпадает со стационарным, которое, однако, является мгновенным аттрактором фазовой траектории системы и потому указывает текущее направление ее эволюции. Далее, при $t = t_3 = t_s^{(1)} + \tau = 515$ пс (рис. 5.3c)

$$\Delta E_X(t_3) = -\mathcal{A}_1 \quad \text{и} \quad I_2(-\mathcal{A}_1) < I_p < I_1(-\mathcal{A}_1). \quad (5.17)$$

В этом случае система не имеет шансов покинуть верхнюю ветвь S-контура, поскольку фактическое значение $|V\mathcal{P}(t_3)|^2$ теперь отделено от нижнего стационарного решения областью параметрической неустойчивости. В итоге после прохождения первого импульса решение остается зафиксированным в верхнем (высокоэнергетическом) одномодовом состоянии ($t = t_4$, рис. 5.3d). Отметим, что заселенности рассеянных мод с $\mathbf{k} \neq 0$ могут быть отличны от нуля только во время переходов между ветвями устойчивости.

В начале второго импульса ($t = t_5 = t_s^{(2)} - \tau = 985$ пс, рис. 5.3e) рост частоты экситона полностью компенсирует отстройку частоты накачки $E_p - \text{Re } E_{\text{LP}}$, за счет чего условие (5.9) перестает выполняться и бистабильная область исчезает. Напротив, при $t = t_6 = t_s^{(2)} + \tau = 1015$ пс (рис. 5.3f) мгновенное значение отстройки является настолько большим, что фактическая интенсивность накачки оказывается ниже области бистабильности:

$$\Delta E_X(t_6) = -\mathcal{A}_2 \quad \text{и} \quad I_p < I_2(-\mathcal{A}_2). \quad (5.18)$$

В этом случае единственный аттрактор фазовой траектории расположен на нижней ветви S-контура, и в итоге ($t = t_7$) система возвращается в состояние, не отличимое от исходного ($t = t_1$).

Общие замечания. Как следует из формул (5.6), (5.11) и (5.15)–(5.18), амплитуды возмущений $\mathcal{A}_{1,2}$, достаточные для осуществления прямого и обратного переходов между ветвями устойчивости, определяются параметрами резонатора, а также амплитудой и частотой оптической накачки, но не зависят от выбранной длительности τ и конкретной формы импульсов деформации. В этом смысле соотношения (5.16)–(5.18) имеют смысл условий переключения: (5.16) обеспечивает переход на верхнюю ветвь устойчивости, (5.17) — фиксацию решения в области верхней ветви, а (5.18) определяет условие обратного перехода. Однако данные правила перестают работать при малых τ , сравнимых со временем жизни возбуждаемого поляритона $\hbar/|\text{Im } E_{\text{LP}}|$. В этом случае система не успевает следовать за стационарным решением. В приведенном примере

прямой и обратный переходы возможны для всех $\tau \gtrsim 15$ пс.

Во-вторых, нужно заметить, что полностью когерентная модель типа (5.1)–(5.2) может быть недостаточной для количественного описания отклика экситон-фотонной системы. В общем случае нужно учитывать резервуар долгоживущих экситонов, сдвигающий энергию резонанса в зависимости от интегральной заселенности экситонных мод [A12, A13]. Таким образом, формула (5.6) может нуждаться в эмпирической поправке, различной для низко- и высокоэнергетического состояний бистабильной системы.

5.2.2. Экспериментальное наблюдение перехода в верхнее устойчивое состояние

Описанный в предыдущем разделе эффект перехода между ветвями устойчивости, который был теоретически предсказан в 2012 г. [A21], был недавно подтвержден экспериментально [A22]. Использовался микрорезонатор на основе GaAs с добротностью 5×10^4 . Деформационные импульсы генерировались при поглощении фемтосекундных лазерных импульсов в подложке микрорезонатора. На рис. 5.4 представлены схема эксперимента (а), характерные S -образные кривые (с), а также пространственные (b) и временные (в) профили движущихся деформационных импульсов.

Результаты эксперимента приведены на следующем рис. 5.5. Красная линия внизу указывает профиль оптической накачки; импульс имел длительность около 100 нс, что много больше, чем любые характерные времена в поляритонной системе. Далее показана интенсивность сигнала пропускания в зависимости от времени при нескольких различных мощностях акустического импульса W . Видно, что при $W = 1.6$ мДж/см² в ответ на обратимое возмущение энергии экситонного перехода (указано стрелкой) происходит скачкообразное изменение состояния системы, при котором интенсивность сигнала пропускания возрастает более чем на порядок величины и остается высокой в течение нескольких десятков наносекунд. Измерение с $W = 1.6$ мДж/см² повторено при отличаю-

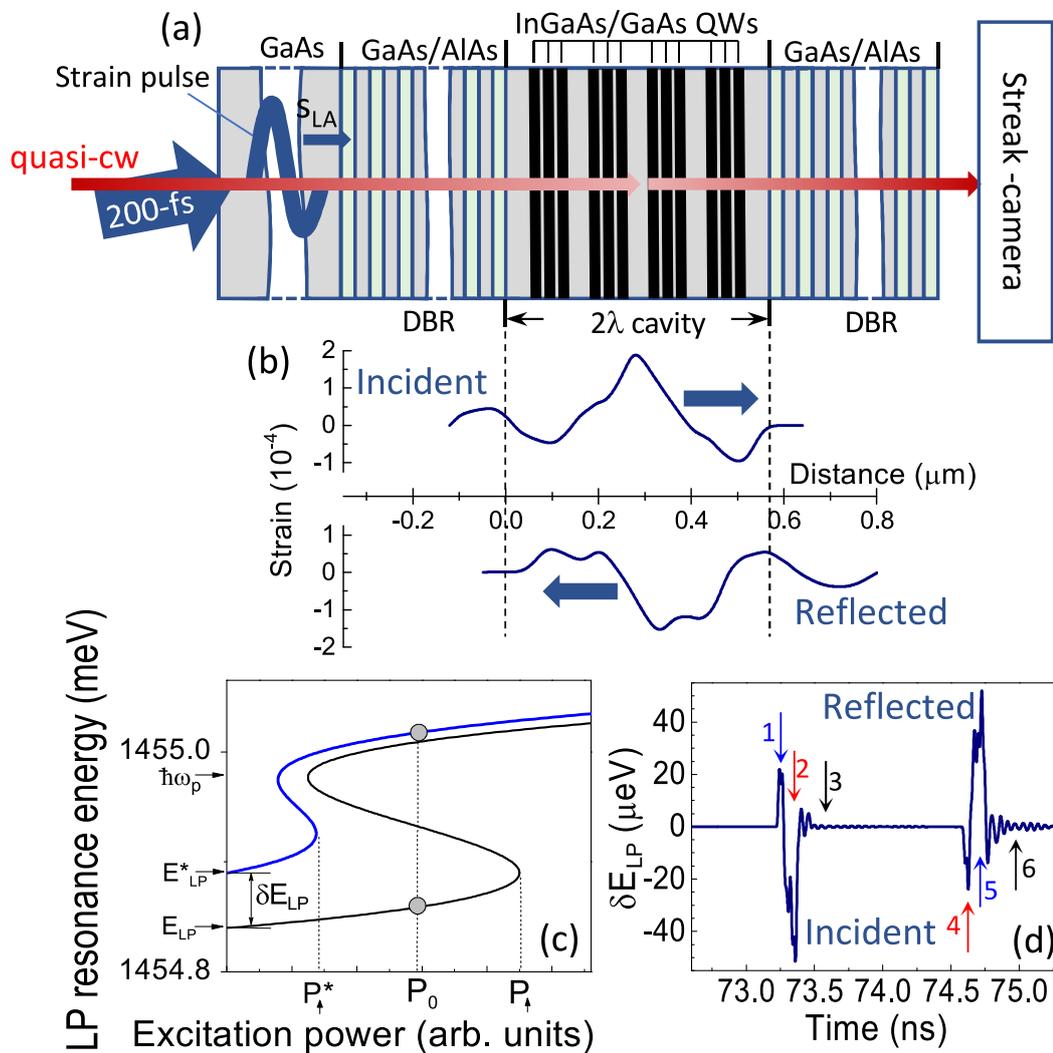


Рис. 5.4. (а) Схема эксперимента для наблюдения переходов между ветвями устойчивости би-стабильной поляритонной системы под действием коротких импульсов деформации [A22]. (б) Пространственные профили прямого и отраженного деформационных импульсов, записанные при $t = 73.2$ и 74.7 нс после возбуждения подложки лазерным импульсом. (в) S -образная зависимость положения эффективного резонанса от мощности возбуждения, рассчитанная без учета действия акустических импульсов. (г) Теоретически оцененная зависимость возмущения энергии поляритона от времени.

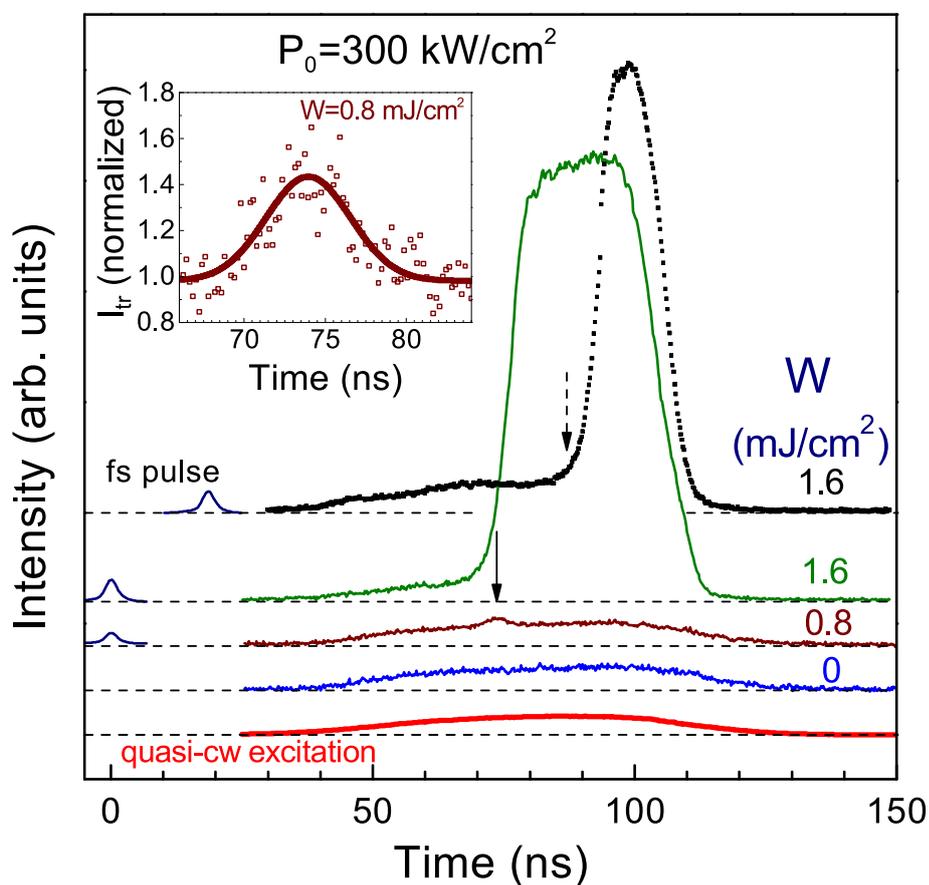


Рис. 5.5. Серия измерений с различными мощностями деформационного импульса W , обнаруживающая пороговый переход с нижней на верхнюю ветвь устойчивости бистабильной поляритонной системы [A22]. Стрелками указаны моменты прихода акустических импульсов в рабочий слой микрорезонатора; отмечены также моменты времени $t = 0$ или 20 пс, в которые фемтосекундный лазерный импульс действует на подложку. Вставка сверху иллюстрирует короткое *обратимое* воздействие акустического импульса на сигнал пропускания при субпороговой мощности импульса $W = 0.8$ мДж/см², которая еще не достаточна для переключения системы между ветвями устойчивости.

щейся временной задержке между оптическим и акустическим импульсами; в результате скачок состояния системы обнаруживает такой же временной сдвиг. Это показывает, что переход между ветвями устойчивости происходит в ответ именно на акустическое возмущение. На верхней вставке проиллюстрирован также обратимый кратковременный эффект от акустического импульса при W ниже порога.

Таким образом, явление перехода между ветвями устойчивости бистабильной системы под действием коротких акустических импульсов подтверждено экспериментально.

5.2.3. Переходы между состояниями с нарушенной спиновой симметрией

В статье [A23] рассматривается вопрос о перспективе акустооптического контроля спиновых состояний поляритонного конденсата. Основным результатом состоит в том, что при помощи быстрых акустических импульсов можно переключать поляритонную систему не только между состояниями с высокой и низкой интенсивностью оптического отклика, но и между состояниями с линейной и обеими круговыми поляризациями, левой и правой. Оптическая накачка при этом по-прежнему является плоской волной со строго постоянными поляризацией и амплитудой. Обсуждаемые здесь явления тесно связаны с эффектом спонтанного нарушения спиновой симметрии, рассмотренным в главе 2. В этом смысле можно сказать, что акустические импульсы переключают систему между состояниями, в которых спиновая симметрия нарушена противоположным образом. Ради простоты все рассуждения опять проводятся в терминах однокомпонентной модели, пренебрегающей существованием верхней поляритонной ветви. Это упрощение не оказывает качественного влияния на результаты.

Зависимость среднего спина конденсата от отстройки частоты возбуждения. Известно, что, согласно уравнению (1.10), плотность поля в резонаторе уменьшается с ростом разности частот накачки и поляритонного резонанса $D = E_p - E_{LP}$. Следовательно, в зависимости от D заданная интенсивность

накачки $I_p = |f_+|^2 + |f_-|^2$ может быть как под-, так и надпороговой для оптически бистабильного конденсата. Если же средний спин конденсата отличается на разных ветвях устойчивости (при $g \neq 0$), то при фиксированном I_p различные D соответствуют состояниям с различными средними спинами.

Рассмотрим микрорезонатор на основе GaAs со следующими стандартными характеристиками. Расщепление Раби $R = 10$ мэВ; основные уровни фотона и экситона $\text{Re } E_C(k=0) = \text{Re } E_X = E_0 = 1.5$ эВ, коэффициенты затухания $\text{Im } E_C = \text{Im } E_X = 0.05$ мэВ для всех k ; закон дисперсии фотонной моды $\text{Re } E_C(k) = E_0 + \hbar^2 k^2 / 2m_C$; эффективная масса квазидвумерного фотона $m_C = \varepsilon E_0 / c^2$, где $\varepsilon = 12.2$. Расщепление линии поляритона вследствие латерального сжатия $g = E_x - E_y = 0.075$ мэВ (верхний уровень поляризован в направлении оси x). Данные параметры близки к характеристикам микрорезонатора, использованного в работах [A6, A11, A26]. Управляющими параметрами в расчетах служат отстройка частоты возбуждения $D = E_p - E_{\text{LP}}(\mathbf{k}_p)$ и интенсивность накачки $I_p = |f_+|^2 + |f_-|^2$, при этом считается, что накачка поляризована почти линейно [$\rho_p = (|f_+|^2 - |f_-|^2) / (|f_+|^2 + |f_-|^2) \leq 0.1$] в x -направлении и падает перпендикулярно поверхности резонатора ($k_p = 0$).

На рис. 5.6 приведены функции стационарного отклика системы при $\rho_p = 0.1$ и разных значениях D . Видно, что при $D = 0$ поле в резонаторе остается почти линейно поляризованным для всех плотностей накачки. Однако при $D = 0.3$ и 0.4 мэВ существуют две промежуточные ветви устойчивости (2_+ и 2_-) с почти совпадающими интенсивностями, но взаимно противоположными круговыми поляризациями ($\rho \approx \pm 1$), при этом самая нижняя и самая верхняя ветви отклика (соответственно 1 и 3) по-прежнему поляризованы линейно. Какое именно из возможных состояний реализуется при заданном I_p зависит от истории процесса возбуждения. Например, если интенсивность внешнего поля плавно нарастает от нуля до некоторого I_p и затем остается постоянной, то естественно предположить, что установившееся поле в резонаторе будет соответствовать нижней из возможных ветвей устойчивости 1 , 2 или 3 . В таком

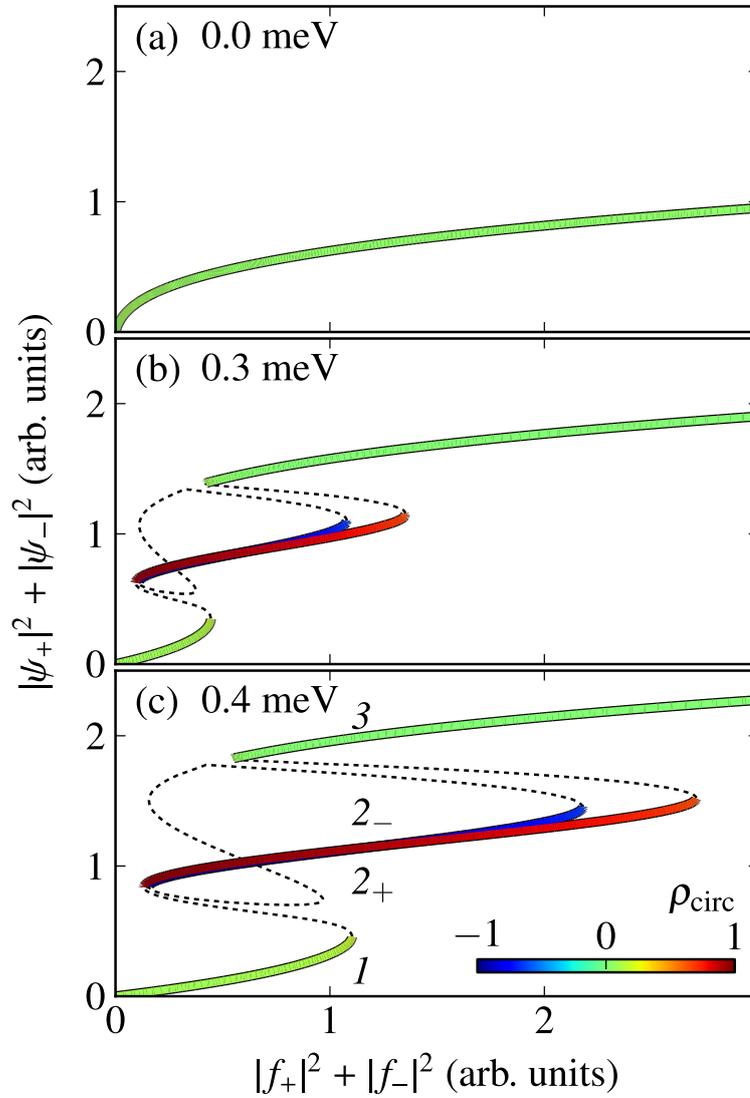


Рис. 5.6. Функции стационарного отклика фотовозбуждаемой моды для $D = 0$ (a), $D = 0.3$ мэВ (b) и $D = 0.4$ мэВ (c) при $\rho_p = 0.1$. Пунктирные линии показывают асимптотически неустойчивые решения. Цветом указана степень циркулярной поляризации поля в резонаторе. Ветви отклика 2_+ и 2_- почти совпадают по интенсивности, но имеют противоположные круговые поляризации; ветви 1 и 3 имеют линейную поляризацию.

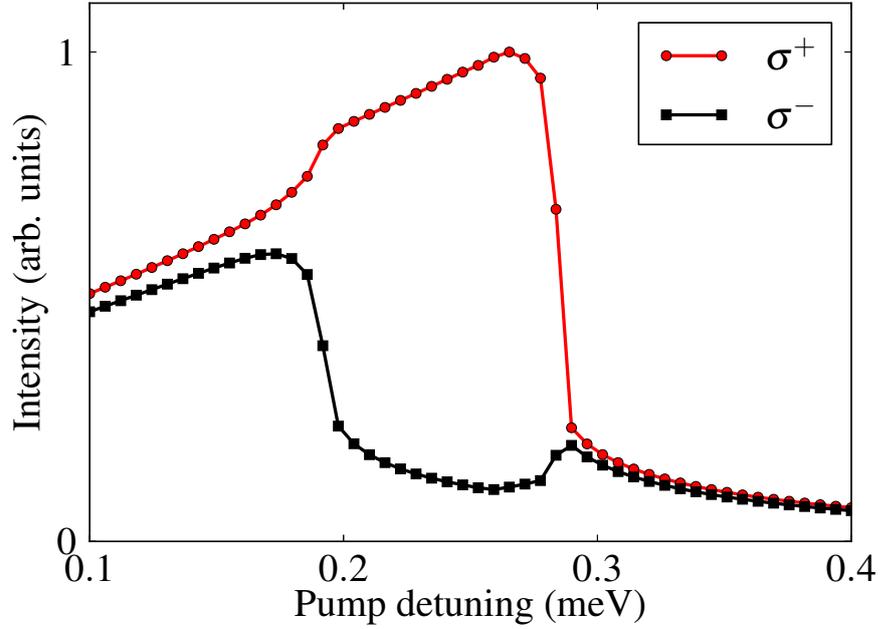


Рис. 5.7. Интенсивности право- и левоциркулярных (σ^\pm) компонент поля в резонаторе в зависимости от отстройки частоты возбуждения D при фиксированной плотности и поляризации накачки ($I_p = 0.5$, $\rho_p = 0.05$).

случае средний спин конденсата зависит от D . Так, для $I_p = 1$ отн. ед. конденсат поляризован циркулярно при $D = 0.3$ мэВ и линейно при $D = 0.4$ мэВ, тогда как для $I_p = 2$, наоборот, поляризация оказывается линейной при $D = 0.3$ мэВ и циркулярной при $D = 0.4$ мэВ. Знак циркулярной поляризации конденсата на ветви \mathcal{L} определяется знаком циркулярной поляризации внешнего поля при $\rho_p \neq 0$ и является случайным (определяется флуктуациями) при $\rho_p = 0$.

Выводы, сделанные в рамках одномодового стационарного приближения, можно проверить, решая численно уравнение Гросса-Питаевского (1.10) с обычным законом дисперсии $E_{\text{LP}}(k)$ (см. (1.4)). Расчеты проводились на двумерной дискретной сетке размерности 81×81 в пространственной области 60×60 мкм². В каждом расчете накачка с $\rho_p = 0.05$ плавно нарастала за 250 пс и затем оставалась постоянной в течение следующих 250 пс, когда и записывались установившиеся характеристики поля.

На рис. 5.7 приведены рассчитанные зависимости право- и левоциркулярных компонент поля в резонаторе от D при $I_p = 0.5$ отн. ед. Для данной плотности накачки область $D \gtrsim 0.3$ мэВ отвечает нижней, а область

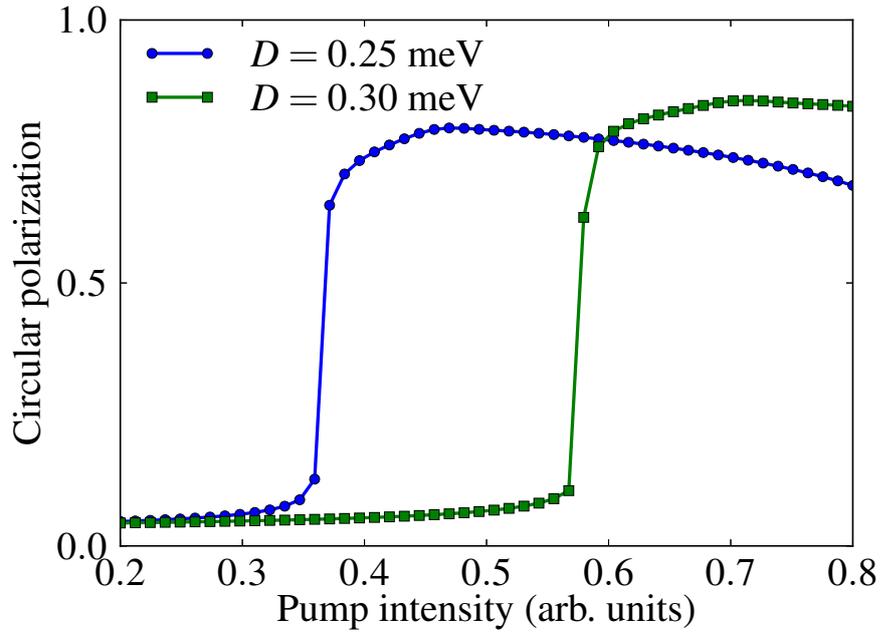


Рис. 5.8. Степень циркулярной поляризации поля в резонаторе в зависимости от плотности накачки при $\rho_p = 0.05$.

$D \lesssim 0.2$ мэВ — самой верхней ветви устойчивости системы, в обоих этих случаях поляризация конденсата почти линейна. Однако в промежуточной области $0.2 \lesssim D \lesssim 0.3$ мэВ конденсат имеет почти полную круговую поляризацию. Ее знак обусловлен небольшим перевесом право-циркулярной компоненты внешнего поля ($\rho_p = +0.05$). Если же внешнее поле поляризовано строго линейно, круговая поляризация конденсата остается столь же высокой, однако знак ее случайным образом изменяется от расчета к расчету.

На рис. 5.8 показаны зависимости степени циркулярной поляризации конденсата от интенсивности накачки при $D = 0.25$ и 0.3 мэВ. Видно, что даже сравнительно малое (на 20%) изменение отстройки частоты накачки приводит к значительному изменению пороговой интенсивности, при которой поляризация конденсата изменяется с линейной на циркулярную.

Переключение среднего спина конденсата короткими акустическими импульсами. Особый интерес представляет управление спином за счет сдвига поляритонного уровня на масштабе времени, сопоставимом со временем жизни поляритона. Такая возможность обеспечивается короткими деформационными импульсами, обратимо возмущающими энергию экситонного перехода на вели-

чину 0.1–2 мэВ за времена 1–50 пс [76, 77]. Отметим, что в недавней теоретической работе [A21] было показано, что обратимое возмущение частоты резонанса может приводить к переходам между ветвями устойчивости “бесспиновой” бистабильной системы поляритонов.

Исследуем поведение решений уравнения Гросса-Питаевского (1.10) с зависящей от времени энергией экситона E_X , изменяющейся по закону (5.13). Параметры системы такие же, как и в предыдущих примерах, отстройка частоты накачки выбрана равной 0.35 мэВ, а ее полная интенсивность $I_p = 0.5$ в единицах рис. 5.6.

На рис. 5.9а приведена временная зависимость спиновых компонент поля в резонаторе, изменяющихся в результате серии коротких возмущений энергии экситона; явный вид $\Delta E_X(t)$ показан на рис. 5.9b. Все импульсы имеют длительность $\tau = 15$ пс и разделены промежутками 0.5 нс, в середине которых экситонный уровень практически не возмущен. В начальный момент времени конденсатная мода находится на ветви 1 (см. рис. 5.6с) и имеет почти линейную поляризацию.

Расчет показывает, что обратимое возмущение энергии поляритона на $\Delta E_X = 0.15$ мэВ (первый импульс, $t = 0.5$ нс на рис. 5.9) достаточно для перехода на среднюю ветвь устойчивости 2_+ с почти полной круговой поляризацией. В отсутствие дальнейших возмущений и при той же оптической накачке система пребывала бы в состоянии 2_+ неограниченное время. Однако последующее возмущение энергии экситона на $\Delta E_X = 1.4$ мэВ (второй импульс, $t = 1$ нс) приводит к инверсии среднего спина конденсата, $2_+ \rightarrow 2_-$. Обратный переход $2_- \rightarrow 2_+$ при $t = 1.5$ нс (третий импульс) обеспечивается импульсом той же амплитуды.

Физический механизм переходов с инверсией спина ($2_+ \leftrightarrow 2_-$) связан с поляритон-поляритонным взаимодействием. Следует подчеркнуть, что хотя акустический импульс смещает частоты обеих σ^\pm -компонент одинаково, для каждой из них смещение частоты суммируется с вкладом от перенормировки, обу-

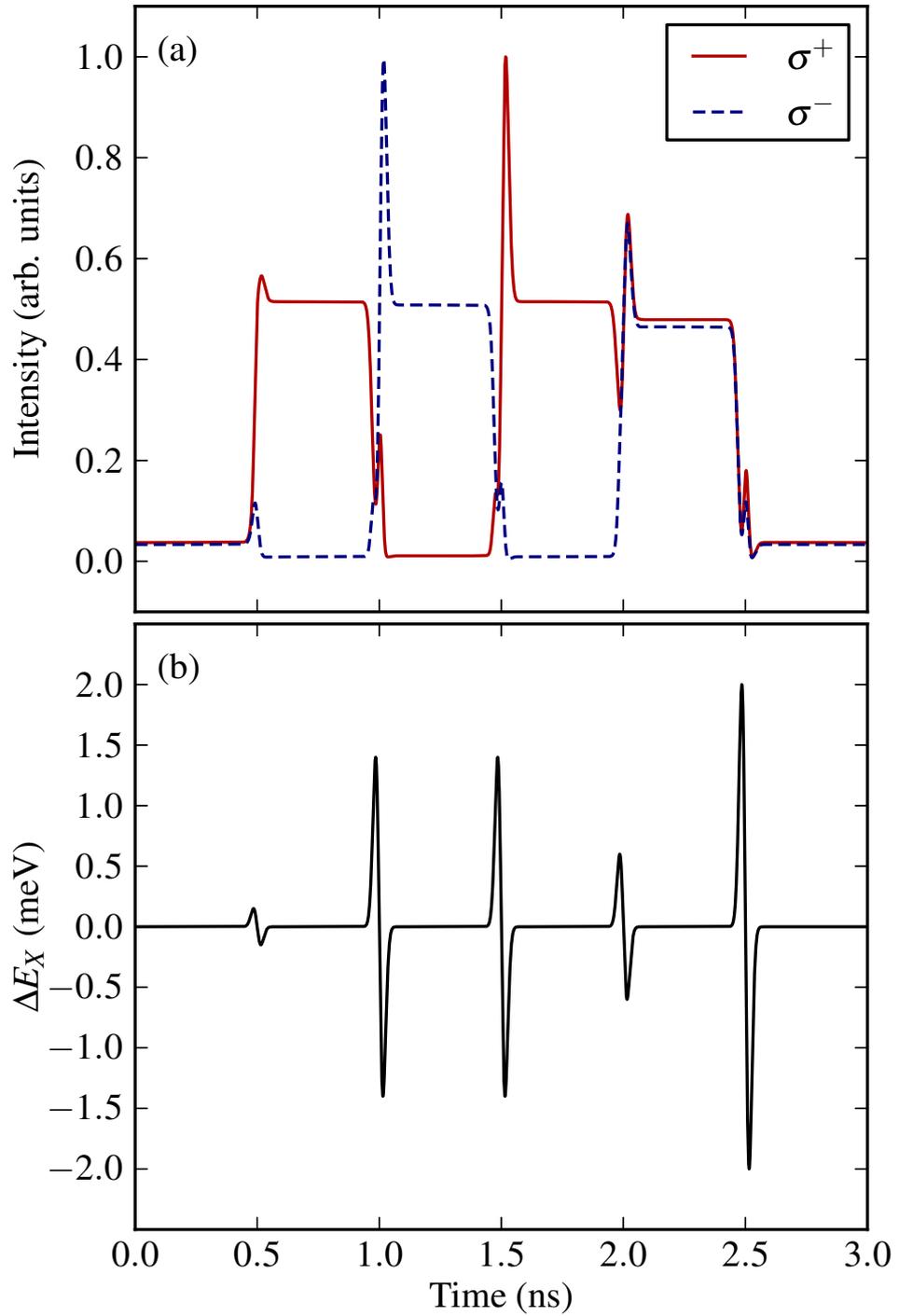


Рис. 5.9. (а) Интенсивности право- и левоциркулярных (σ^\pm) компонент поля в резонаторе в зависимости от времени. (б) Соответствующая форма возмущения энергии экситонного уровня $\Delta E_X(t)$.

словленной межчастичным взаимодействием. Различие в величинах перенормировки $\Delta E_{\pm} \propto |\psi_{\pm}|^2$ для σ^+ и σ^- компонент поля, которое особенно велико в состояниях \mathcal{Z}_{\pm} , приводит к различию в положении их резонансных уровней (E_{\pm}) относительно частоты накачки. А именно, до прохождения импульса уровень доминирующей компоненты превышает E_p , в то время как отстающая σ -компонента находится на частоте невозмущенного поляритона. Вследствие этого эффект от дополнительного синего сдвига частоты экситона акустическим импульсом (на переднем его фронте) оказывается противоположным для σ^+ - и σ^- -компонент поля. Доминирующая σ -компонента значительно удаляется от E_p в фиолетовую область, вследствие чего она ослабляется; напротив, компонента, имевшая малую интенсивность, смещается в направлении оптического резонанса и потому усиливается. В результате разность интенсивностей $|\psi_+|^2 - |\psi_-|^2$ изменяет знак. После того, как возмущение энергии экситона $\Delta E_X(t)$ достигает максимума $+\mathcal{A}$ в момент $t = t_s - \tau$, оно начинает уменьшаться, резонансные уровни смещаются назад и по мере роста величин $E_p - E_{\pm}$ вновь проявляется эффект спиновой мультистабильности. На этом этапе расщепление собственных состояний ($g \neq 0$) приводит к тому, что новая доминирующая σ -компонента продолжает усиливаться уже за счет подавления “отстающей” компоненты вследствие прямых переходов между ними, чувствительных к разности фаз [A6]. В итоге в новом устойчивом состоянии средний спин конденсата имеет обратный знак по отношению к состоянию до прохождения импульса.

Для перехода на самую верхнюю (симметричную по спину) ветвь устойчивости \mathcal{Z} требуется подать акустический импульс сравнительно меньшей амплитуды. Соответствующее возмущение энергии экситона ($\Delta E_X = 0.6$ мэВ, $t = 2$ нс) достаточно, чтобы привести к резонансу с накачкой и тем самым резко усилить “отстающую” спиновую компоненту поля, но недостаточно для того, чтобы дополнительный сдвиг частоты доминирующей компоненты привел к критическому уменьшению ее плотности. Наконец, чтобы вернуть систему на нижнюю ветвь устойчивости 1 , необходим импульс с большой амплитудой

($\Delta E_X = 2$ мэВ, $t = 2.5$ нс), который смещает частоты обеих σ -компонент настолько сильно, что исходные различия между ними становятся несущественными и обе компоненты необратимо выходят из резонанса.

Анализ решений уравнения Гросса-Питаевского показывает, что рассматриваемые переходы возможны при одновременном выполнении следующих условий. Во-первых, отстройка частоты накачки должна в несколько раз превосходить спектральную ширину поляритонной линии $\text{Im } E_{\text{LP}} = \gamma$, что приводит к эффекту спиновой мультстабильности. Во-вторых, расщепление g между собственными состояниями должно быть сопоставимо или превосходить γ , что приводит к наличию σ -поляризованных состояний в широком диапазоне плотностей внешнего поля с линейной поляризацией. Наконец, в-третьих, длительность акустических импульсов должна быть сравнима с собственным временем жизни поляритонного состояния $\tau = \hbar/\gamma$. Это сочетание условий, реализуемое в современных гетероструктурах, делает возможным эффект управляемой инверсии спина конденсата акустическими импульсами при постоянной оптической накачке. Предсказанные явления открывают перспективу создания источников когерентного излучения, в которых поляризация света может управляемо и за времена порядка нескольких пикосекунд переключаться между линейной и право- и лево-циркулярными.

5.3. Поверхностные акустические волны и эффекты статической модуляции энергии экситонов: сводка результатов

1. Существует возможность переключений отклика бистабильной системы, которая обеспечивается зависимостью эффективной частоты поляритонного резонанса от амплитуды поверхностной акустической волны. Под действием акустической волны резонансная частота распределена в плоскости рабочего слоя периодическим образом. Возможна ситуация, когда условия бистабильности выполняются в областях минимума резонансной частоты (там, где эффективная

отстройка частоты накачки является наибольшей) и не выполняются в областях максимума (где отстройка оказывается малой или отрицательной). В этом случае достижение критической амплитуды возбуждения приводит к усилению поля только в бистабильных областях вблизи минимумов резонансной частоты. Такой переход сопровождается смещением пространственного распределения сигнала на половину периода. Исходное периодическое распределение частоты резонанса оказывается при этом частично экранированным за счет синего сдвига в областях бистабильности. Длительность такого неравновесного перехода составляет несколько времен жизни поляритона (десятки пикосекунд), что намного меньше, чем временной период акустической волны (наносекунды), определяющийся скоростью звука в веществе рабочего слоя.

2. Свойства поляритонной системы при возбуждении в ней поверхностных акустических волн можно исследовать и в режиме непрерывной оптической накачки, т. е. без временного разрешения. Для этого нужно измерять распределение поля не в прямом пространстве (это распределение постоянно изменяется), а в импульсном пространстве. Особый интерес представляет конфигурация оптического параметрического осциллятора (ОПО) [A25]. Согласно разд. 1.4.3, режим ОПО реализуется при накачке в области точки перегиба нижней поляритонной ветви; при этом по достижении порога происходит распад фотовозбуждаемого k -состояния на “сигнальную” и “холостую” моды, первая из которых расположена вблизи дна поляритонного спектра. В условиях смешанного акустооптического возбуждения существует возможность образования сразу нескольких коррелированных между собой когерентных “сигналов”. В частности, если импульс оптической накачки в плоскости рабочего слоя ортогонален импульсу акустической волны, в близкой окрестности порога ОПО из-за дифракции возникают сразу два сигнальных состояния, волновые числа которых отличаются на величину волнового числа акустической волны.

3. По причине экранирования потенциала вскоре после достижения порога ОПО происходит изменение направлений рассеяния. Вблизи порога фото-

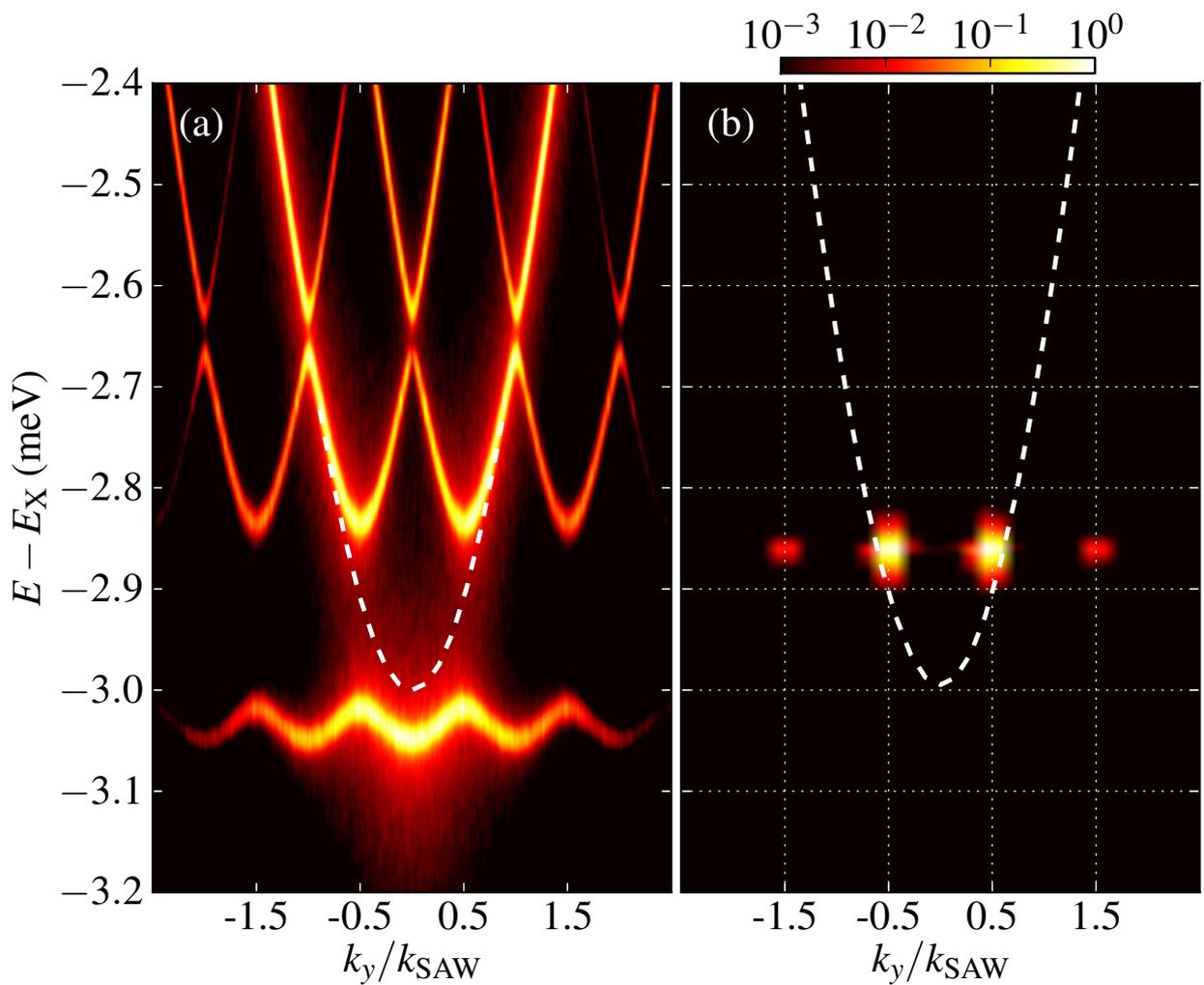


Рис. 5.10. Спектры поляритонной системы при возбуждении в ней поверхностных акустических волн [A25]. Ниже порога рассеяния система характеризуется бриллюэновским спектром (слева) из-за периодической модуляции энергии экситона; вблизи порога (справа) возникают макроскопически заполненные поляритонные моды в области дна нижней поляритонной ветви.

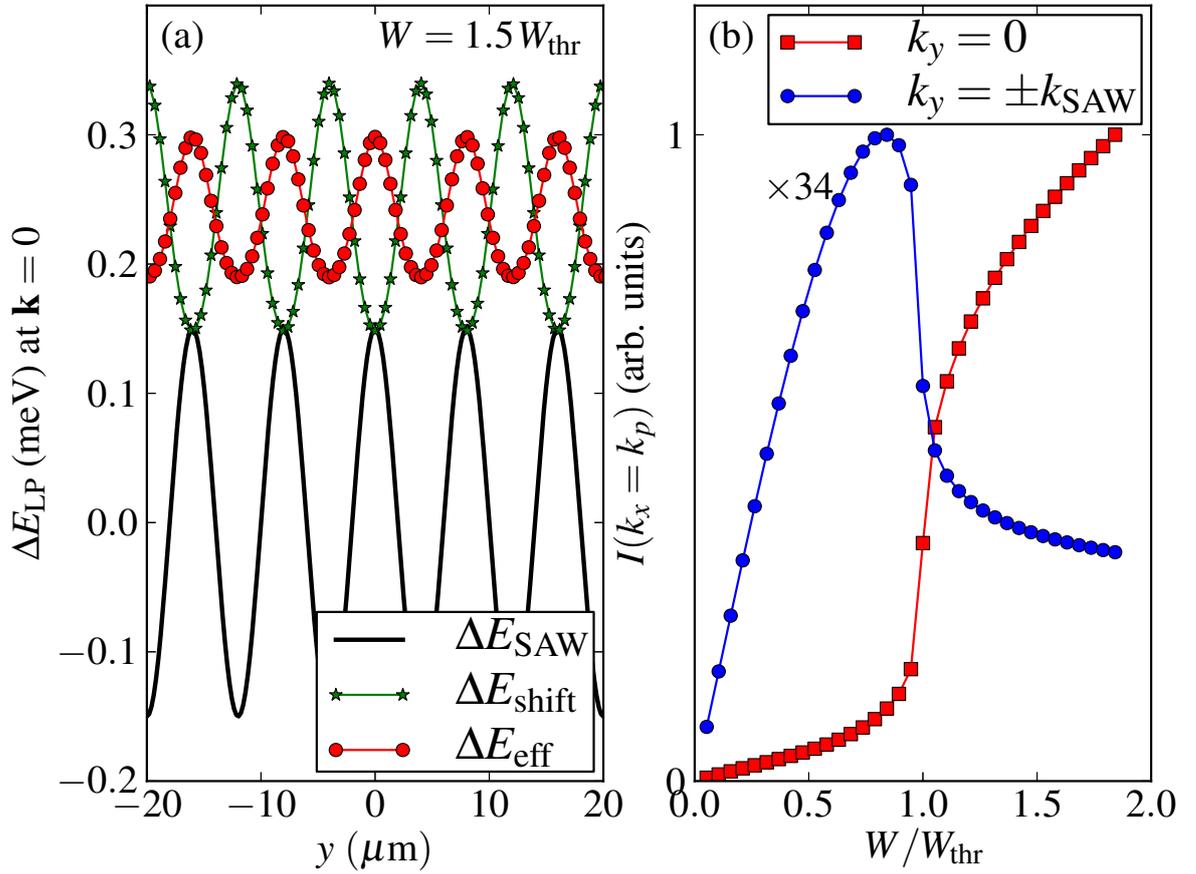


Рис. 5.11. Распределение потенциала (а) и сигнал рассеяния в режиме ОПО (б) при возбуждении поверхностных акустических волн [A25]. На рис. (а) черная линия указывает акустоиндуцированный потенциал, зеленая линия — пространственное распределение интенсивности поля, красная линия — результирующий потенциал, который имеет намного меньшую глубину модуляции. Вследствие экранирования потенциала скачком уменьшается интенсивность дифракционных реплик волны накачки (синяя линия на рисунке справа) и возникает интенсивный сигнал параметрического рассеяния в области $k = 0$ (красная линия).

возбуждаемая мода обнаруживает дифракцию на периодическом потенциале. Достижение порога приводит к резкому росту интенсивности в областях бистабильности (вблизи минимумов потенциала), а одновременно с этим — к межмодовому поляритон-поляритонному рассеянию. Пространственная модуляция резонансной частоты частично экранируется, отчего скачком уменьшаются и расщепление бриллюэновских подзон, и интенсивность дифракции возбуждаемой моды, но при этом усиливается обычный сигнал в области дна нижней поляритонной ветви (см. рис. 5.10 и 5.11) [A25].

5.4. Краткие итоги

- Исследованы неравновесные переходы в поляритонной системе под действием комбинированного акусто-оптического возбуждения: деформационных импульсов пикосекундной длительности, обратимо возмущающих энергию экситонного перехода, и стационарной оптической накачки в направлении нормали к поверхности. Установлено, что импульсное акустическое возбуждение может приводить к переключению режима оптического отклика, связанному с переходом между ветвями устойчивости бистабильной системы [A21].
- Возможность переходов с нижней на верхнюю ветвь бистабильного отклика под действием пикосекундных импульсов деформации была подтверждена экспериментально [A22].
- Предсказано, что в латерально анизотропных системах при фиксированных интенсивности и поляризации волны накачки возможны переключения между состояниями с линейной, право- и лево-циркулярной поляризацией конденсата, осуществляющиеся на масштабе пикосекунд и приводящие к столь же быстрым изменениям поляризации проходящего света [A23].

- Исследование акустооптических явлений при возбуждении поверхностных акустических волн показало, что по причине сдвига резонансной энергии поляритонов происходит экранирование поверхностной акустической волны (также наблюдавшееся в случае статически распределенного потенциала [A26]). При возбуждении конденсата в области “магического угла” экранирование потенциала приводит к изменению направлений рассеяния [A25].

Полученные результаты могут послужить созданию перестраиваемых источников когерентного излучения, характеристиками которого (интенсивностью, поляризацией и пространственным распределением) можно управлять при помощи пикосекундных деформационных импульсов или поверхностных акустических волн.

Заключение

Поляритонные системы интересны в связи с макроскопически когерентными состояниями, которые возникают двумя путями: квазиравновесным образом или в резонансном поле. Поскольку время жизни поляритонов невелико, оптическая накачка требуется и в первом случае, но она не возбуждает поляритоны непосредственно, а создает экситонный резервуар, из которого частицы переходят в основное состояние. Такой конденсат образуется с нарушением калибровочной симметрии, и уже в нем самом спонтанно возникают квантованные вихри — возбуждения, очень давно предсказанные и обнаруженные сначала в сверхпроводниках и атомных газах. Можно сказать, что в этом случае конденсат внутренне упорядочен.

У конденсата, возбуждаемого резонансной световой волной, напротив, фаза и все свойства обычно определяются внешним полем и всюду, за исключением нескольких особых точек, он ведет себя как вынужденный осциллятор. Долгое время полагали, что сам по себе такой конденсат — очень простая система, которую, однако, легко усложнить, задав произвольным образом накачку $f_{\pm}(\mathbf{r}, t)$ или потенциал $E_{\text{LP}}(\mathbf{r}, -i\hbar\nabla, t)$. В реальных образцах потенциал можно контролировать акустическими волнами, магнитным полем, создавать туннельно связанные ловушки, решетки и т. д. На этом пути встречается множество красивых нелинейных эффектов, хотя они, как правило, отличны от поведения атомных или экситонных бозе-эйнштейновских конденсатов со свободными фазами.

Но, как показал ряд представленных в диссертации работ, иногда даже совершенно однородная поляритонная система, возбуждаемая плоской волной, переходит от вынужденных колебаний к относительно свободной эволюции. В *режиме с обострением* в ней возникают корреляции в поведении большого числа волновых гармоник. Если же учесть внутреннюю (спиновую) степень свободы, то может оказаться, что однородные состояния в принципе запрещены в конечном интервале f ; тогда импульс конденсата становится неопределенным

и свойства системы кардинально изменяются. Она обнаруживает дальний порядок и турбулентность, автоколебания, решетки, филаменты и химерные состояния; также в ней могут спонтанно рождаться солитоны и вихри. *Вторично упорядоченная* поляритонная система действительно напоминает скорее конденсат, чем набор вынужденных осцилляторов, поскольку порядок и беспорядок в ней уравновешены, но при этом источник беспорядка имеет не тепловую, а чисто динамическую природу.

Я искренне признателен В. Д. Кулаковскому, Н. А. Гишпиусу и С. Г. Тиходееву за всестороннюю поддержку.

Список публикаций

- A1. Гаврилов, С. С. Неравновесные переходы, хаос и химерные состояния в системах экситонных поляритонов / С. С. Гаврилов // *Усп. физ. наук.* — 2020. — Т. 190. — С. 137–159.
- A2. Gavrilov, S. S. Blowup dynamics of coherently driven polariton condensates / S. S. Gavrilov // *Phys. Rev. B.* — 2014. — Vol. 90. — P. 205303.
- A3. Blowup dynamics of coherently driven polariton condensates: Experiment / S. S. Gavrilov, A. S. Brichkin, Ya. V. Grishina [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Vol. 92. — P. 205312.
- A4. Polariton Pattern Formation and Photon Statistics of the Associated Emission / C. E. Whittaker, B. Dzurnak, O. A. Egorov [et al.] // *Phys. Rev. X.* — 2017. — Vol. 7. — P. 031033.
- A5. Gavrilov, S. S. Loop parametric scattering of cavity polaritons / S. S. Gavrilov // *Phys. Rev. B.* — 2021. — Vol. 103. — P. 184304.
- A6. Polariton multistability and fast linear-to-circular polarization conversion in planar microcavities with lowered symmetry / S. S. Gavrilov, A. V. Sekretenko, S. I. Novikov [et al.] // *Appl. Phys. Lett.* — 2013. — Vol. 102. — P. 011104.
- A7. Nonlinear route to intrinsic Josephson oscillations in spinor cavity-polariton condensates / S. S. Gavrilov, A. S. Brichkin, S. I. Novikov [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 2014. — Vol. 90. — P. 235309.
- A8. Gavrilov, S. S. Controlled spin pattern formation in multistable cavity-polariton systems / S. S. Gavrilov, V. D. Kulakovskii // *JETP Lett.* — 2016. — Vol. 104. — P. 827.
- A9. Effects of Spin-Dependent Interactions on Polarization of Bright Polariton Solitons / M. Sich, F. Fras, J. K. Chana [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 112. — P. 046403.
- A10. Gavrilov, S. S. Spinor soliton arrays in cavity-polariton wires /

- S. S. Gavrilov // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2019. — Vol. 1164. — P. 012014.
- A11. Spin multistability of cavity polaritons in a magnetic field / S. S. Gavrilov, A. V. Sekretenko, N. A. Gippius [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 2013. — Vol. 87. — P. 201303.
- A12. Polarization Bistability and Resultant Spin Rings in Semiconductor Microcavities / D. Sarkar, S. S. Gavrilov, M. Sich [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Vol. 105. — P. 216402.
- A13. Поляризационная неустойчивость в поляритонной системе в полупроводниковых микрорезонаторах / С. С. Гаврилов, А. С. Бричкин, А. А. Дородный [и др.] // *Письма в ЖЭТФ.* — 2010. — Т. 92. — С. 194.
- A14. Bistability and nonequilibrium transitions in the system of cavity polaritons under nanosecond-long resonant excitation / S. S. Gavrilov, A. S. Brichkin, A. A. Demenev [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 2012. — Vol. 85. — P. 075319.
- A15. Sekretenko, A. V. Polariton-polariton interactions in microcavities under a resonant 10 to 100 picosecond pulse excitation / A. V. Sekretenko, S. S. Gavrilov, V. D. Kulakovskii // *Phys. Rev. B.* — 2013. — Vol. 88. — P. 195302.
- A16. Гаврилов, С. С. О новом механизме поляритон-поляритонного рассеяния / С. С. Гаврилов // *Письма в ЖЭТФ.* — 2017. — Т. 105. — С. 187.
- A17. Gavrilov, S. S. Towards spin turbulence of light: Spontaneous disorder and chaos in cavity-polariton systems / S. S. Gavrilov // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 94. — P. 195310.
- A18. Gavrilov, S. S. Bright solitons in spontaneously formed polariton networks / S. S. Gavrilov // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2020. — Vol. 1461. — P. 012044.
- A19. Gavrilov, S. S. Polariton Chimeras: Bose-Einstein Condensates with Intrinsic Chaoticity and Spontaneous Long-Range Ordering / S. S. Gavrilov // *Phys. Rev. Lett.* — 2018. — Vol. 120. — P. 033901.
- A20. Gavrilov, S. S. Spontaneous formation of vortices and gray solitons in a spinor polariton fluid under coherent driving / S. S. Gavrilov // *Phys.*

- [Rev. B.](#) — 2020. — Vol. 102. — P. 104307.
- A21. Gavrilov, S. S. Pulsed acousto-optic switching of a bistable cavity polariton system / S. S. Gavrilov, N. A. Gippius // [Phys. Rev. B.](#) — 2012. — Vol. 86. — P. 085317.
- A22. Ultrafast strain-induced switching of a bistable cavity-polariton system / A. A. Demenev, D. D. Yaremkevich, A. V. Scherbakov [et al.] // [Phys. Rev. B.](#) — 2019. — Vol. 100. — P. 100301.
- A23. Гаврилов, С. С. О перспективе акустооптического контроля спиновых состояний поляритонного конденсата / С. С. Гаврилов, А. А. Деменев, В. Д. Кулаковский // Письма в ЖЭТФ. — 2014. — Т. 100. — С. 923.
- A24. Stochastic and deterministic switches in a bistable polariton micropillar under short optical pulses / A. V. Uvarov, S. S. Gavrilov, V. D. Kulakovskii, N. A. Gippius // [Phys. Rev. A.](#) — 2019. — Vol. 99. — P. 033837.
- A25. Effect of polariton-polariton interactions on the excitation spectrum of a nonequilibrium condensate in a periodic potential / D. N. Krizhanovskii, E. A. Cerda-Méndez, S. S. Gavrilov [et al.] // [Phys. Rev. B.](#) — 2013. — Vol. 87. — P. 155423.
- A26. Spin and density patterns of polariton condensates resonantly excited in strained planar microcavities with a nonuniform potential landscape / A. V. Sekretenko, S. S. Gavrilov, S. I. Novikov [et al.] // [Phys. Rev. B.](#) — 2013. — Vol. 88. — P. 205302.
- A27. Exciton-Polariton Gap Solitons in Two-Dimensional Lattices / E. A. Cerda-Méndez, D. Sarkar, D. N. Krizhanovskii [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2013. — Vol. 111. — P. 146401.
- A28. Гаврилов, С. С. Параметрическое рассеяние в системе квазидвумерных экситонных поляритонов при фотовозбуждении вблизи дна верхней поляритонной ветви / С. С. Гаврилов, С. Г. Тиходеев // Письма в ЖЭТФ. — 2011. — Т. 94. — С. 690.
- A29. Спектроскопия околосконденсатных мод в системе экситон-поляритонов в

- полупроводниковом микрорезонаторе / С. С. Гаврилов, С. И. Новиков, В. Д. Кулаковский [и др.] // Письма в ЖЭТФ. — 2015. — Т. 101. — С. 9.
- A30. Transient optical parametric oscillations in resonantly pumped multistable cavity polariton condensates / A. S. Brichkin, S. G. Tikhodeev, S. S. Gavrilov [et al.] // *Phys. Rev. B*. — 2015. — Vol. 92. — P. 125155.
- A31. Demenev, A. A. Stimulated parametric polariton-polariton scattering in GaAs microcavities with a shallow polariton band under resonant excitation of exciton mode / A. A. Demenev, S. S. Gavrilov, V. D. Kulakovskii // *Phys. Rev. B*. — 2011. — Vol. 84. — P. 085305.
- A32. Деменев, А. А. Стимулированное параметрическое поляритон-поляритонное рассеяние и динамическая бозе-эйнштейновская конденсация поляритонов в GaAs микрорезонаторах при возбуждении в области экситонного резонанса / А. А. Деменев, С. С. Гаврилов, В. Д. Кулаковский // Письма в ЖЭТФ. — 2012. — Т. 95. — С. 42.
- A33. Мультистабильность оптического отклика системы квазидвумерных экситонных поляритонов / С. С. Гаврилов, Н. А. Гиппиус, С. Г. Тиходеев, В. Д. Кулаковский // ЖЭТФ. — 2010. — Т. 137. — С. 943.
- A34. Demenev, A. A. Kinetics of stimulated polariton scattering in planar GaAs microcavities resonantly excited with a linearly polarized light / A. A. Demenev, S. S. Gavrilov, V. D. Kulakovskii // *Phys. Rev. B*. — 2010. — Vol. 81. — P. 035328.

Цитированная литература

1. Hopfield, J. J. Theory of the Contribution of Excitons to the Complex Dielectric Constant of Crystals / J. J. Hopfield // *Phys. Rev.* — 1958. — Vol. 112. — P. 1555–1567.
2. Observation of the coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity / C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa, Y. Arakawa // *Phys. Rev. Lett.* — 1992. — Vol. 69. — P. 3314.
3. Yamamoto, Y. Semiconductor Cavity Quantum Electrodynamics / Y. Yamamoto, T. Tassone, H. Cao. — Berlin : Springer, 2000. — ISBN: 3-540-67520-5.
4. Microcavities / A. V. Kavokin, J. J. Baumberg, G. Malpuech, P. Laussy. — 2 edition. — New York : Oxford University Press, 2017. — ISBN: 978-0-19-878299-5.
5. Deng, H. Exciton-polariton Bose-Einstein condensation / Hui Deng, Hartmut Haug, Yoshihisa Yamamoto // *Rev. Mod. Phys.* — 2010. — Vol. 82. — P. 1489.
6. Келдыш, Л. В. Когерентные состояния экситонов / Л. В. Келдыш // *Усп. физ. наук.* — 2017. — Т. 187. — С. 1273–1279.
7. Elesin, V. F. Bose condensation of excitons in a strong electromagnetic field / V. F. Elesin, Yu. V. Kopaev // *Sov. Phys. JETP.* — 1973. — Vol. 36. — P. 767.
8. Quantum Degeneracy of Microcavity Polaritons / A. Baas, J.-Ph. Karr, M. Romanelli [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Vol. 96. — P. 176401.
9. Bose-Einstein condensation of exciton polaritons / J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann [et al.] // *Nature.* — 2006. — Vol. 443. — P. 409.
10. Bose-Einstein Condensation of Microcavity Polaritons in a Trap / R. Balili, V. Hartwell, D. Snoke [et al.] // *Science.* — 2007. — Vol. 316. — P. 1007.
11. Room-temperature Bose-Einstein condensation of cavity exciton-polaritons

- in a polymer / Johannes D. Plumhof, Thilo Stöferle, Lijian Mai [et al.] // [Nat. Mater.](#) — 2014. — Vol. 13. — P. 247.
12. Nonlinear interactions in an organic polariton condensate / K. S. Daskalakis, S. A. Maier, R. Murray, S. Kéna-Cohen // [Nat. Mater.](#) — 2014. — Vol. 13. — P. 271.
 13. Тимофеев, В. Б. Бозе-конденсация экситонных поляритонов в микрорезонаторах / В. Б. Тимофеев // [ФТП.](#) — 2012. — Т. 46. — С. 865.
 14. Carusotto, I. Quantum fluids of light / Iacopo Carusotto, Cristiano Ciuti // [Rev. Mod. Phys.](#) — 2013. — Vol. 85. — P. 299–366.
 15. Coherent Oscillations in an Exciton-Polariton Josephson Junction / K. G. Lagoudakis, B. Pietka, M. Wouters [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2010. — Vol. 105. — P. 120403.
 16. Macroscopic quantum self-trapping and Josephson oscillations of exciton polaritons / M. Abbarchi, A. Amo, V. G. Sala [et al.] // [Nat. Phys.](#) — 2013. — Vol. 9. — P. 275–279.
 17. Quantized vortices in an exciton-polariton condensate / K. G. Lagoudakis, M. Wouters, M. Richard [et al.] // [Nat. Phys.](#) — 2008. — Vol. 4. — P. 706–710.
 18. Keeling, J. Spontaneous Rotating Vortex Lattices in a Pumped Decaying Condensate / Jonathan Keeling, Natalia G. Berloff // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2008. — Vol. 100. — P. 250401.
 19. Geometrically locked vortex lattices in semiconductor quantum fluids / G. Tosi, G. Christmann, N. G. Berloff [et al.] // [Nat. Commun.](#) — 2012. — Vol. 3. — P. 1243.
 20. Realizing the classical XY Hamiltonian in polariton simulators / Natalia G. Berloff, Matteo Silva, Kirill Kalinin [et al.] // [Nat. Mater.](#) — 2017. — Vol. 16. — P. 1120.
 21. Келдыш, Л. В. Когерентные состояния экситонов / Л. В. Келдыш // Проблемы теоретической физики, Памяти И.Е. Тамма (Отв. ред. В.И. Ритус). — [Б. м.] : М.: Наука, 1972. — С. 433.

22. Optical bistability in semiconductor microcavities / A. Baas, J. Ph. Karr, H. Eleuch, E. Giacobino // [Phys. Rev. A](#). — 2004. — Vol. 69. — P. 023809.
23. Polarization Multistability of Cavity Polaritons / N. A. Gippius, I. A. She-lykh, D. D. Solnyshkov [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2007. — Vol. 98. — P. 236401.
24. Ciuti, C. Theory of polariton parametric interactions in microcavities / C. Ciuti, P. Schwendimann, A. Quattropani // [Semicond. Sci. Technol.](#) — 2003. — Vol. 18. — P. S279.
25. Nonlinear dynamics of polariton scattering in semiconductor microcavity: Bistability vs. stimulated scattering / N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev, V. D. Kulakovskii [et al.] // [Europhys. Lett.](#) — 2004. — Vol. 67. — P. 997.
26. Ultrafast tristable spin memory of a coherent polariton gas / R. Cerna, Y. Léger, T. K. Paraíso [et al.] // [Nat. Commun.](#) — 2013. — Vol. 4. — P. 2008.
27. All-optical polariton transistor / D. Ballarini, M. De Giorgi, E. Cancellieri [et al.] // [Nat. Commun.](#) — 2013. — Vol. 4. — P. 1778.
28. Келдыш, Л. В. Коллективные свойства экситонов в полупроводниках / Л. В. Келдыш, А. Н. Козлов // [ЖЭТФ](#). — 1968. — Т. 54. — С. 978.
29. Snoke, D. Bose-Einstein condensation of excitons in Cu₂O: progress over 30 years / David Snoke, G. M. Kavoulakis // [Rep. Prog. Phys.](#) — 2014. — Vol. 77. — P. 116501.
30. Quantum theory of quantum-well polaritons in semiconductor microcavities / V. Savona, Z. Hradil, A. Quattropani, P. Schwendimann // [Phys. Rev. B](#). — 1994. — Vol. 49. — P. 8774–8779.
31. Parametric Polariton Amplification in Semiconductor Microcavities / G. Messin, J. Ph. Karr, A. Baas [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2001. — Vol. 87. — P. 127403.
32. Interactions and scattering of quantum vortices in a polariton fluid / Lorenzo Dominici, Ricardo Carretero-González, Antonio Gianfrate [et al.] // [Nat. Commun.](#) — 2018. — Vol. 9. — P. 1467.

33. Хакен, Х. Квантовополевая теория твердого тела / Х. Хакен. — Москва : Наука, 1980.
34. Pitaevskii, L. Bose-Einstein Condensation and Superfluidity / L. Pitaevskii, S. Stringari. — New York : Oxford University Press, 2016. — ISBN: 978-0-19-875888-4.
35. Direct measurement of polariton-polariton interaction strength / Yongbao Sun, Yoseob Yoon, Mark Steger [et al.] // *Nat. Phys.* — 2017. — Vol. 13. — P. 870.
36. Сибельдин, Н. Н. Электронно-дырочная жидкость в полупроводниках и низкоразмерных структурах / Н. Н. Сибельдин // *Усп. физ. наук.* — 2017. — Т. 187. — С. 1236–1270.
37. Role of the exchange of carriers in elastic exciton-exciton scattering in quantum wells / C. Ciuti, V. Savona, C. Piermarocchi [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 1998. — Vol. 58. — P. 7926.
38. Polariton-polariton interaction constants in microcavities / M. Vladimirova, S. Cronenberger, D. Scalbert [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Vol. 82. — P. 075301.
39. Polariton polarization-sensitive phenomena in planar semiconductor microcavities / I. A. Shelykh, A. V. Kavokin, Yuri G. Rubo [et al.] // *Semicond. Sci. Technol.* — 2010. — Vol. 25. — P. 013001.
40. Жесткий режим возбуждения поляритон-поляритонного рассеяния в полупроводниковых микрорезонаторах / Н. А. Гиппиус, С. Г. Тиходеев, Л. В. Келдыш, В. Д. Кулаковский // *Усп. физ. наук.* — 2005. — Т. 175. — С. 327.
41. Voronova, N. S. Detuning-Controlled Internal Oscillations in an Exciton-Polariton Condensate / N. S. Voronova, A. A. Elistratov, Yu. E. Lozovik // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 115. — P. 186402.
42. Gibbs, H. M. Optical bistability: controlling light with light / H. M. Gibbs. Quantum electronics—principles and applications. — [S. l.] : Academic Press,

1985. — ISBN: [9780122819407](#).
43. Haken, H. Synergetics, An Introduction. Nonequilibrium Phase Transitions & Self-Organization in Physics, Chemistry & Biology / H. Haken. — [S. l.] : Springer, 1983.
 44. Боголюбов, Н. Н. К теории сверхтекучести / Н. Н. Боголюбов // Изв. АН СССР, сер. физ. — 1947. — Т. 11. — С. 552–564.
 45. Haken, H. Cooperative phenomena in systems far from thermal equilibrium and in nonphysical systems / H. Haken // [Rev. Mod. Phys.](#) — 1975. — Vol. 47. — P. 67–121.
 46. Focusing singularity of the cubic Schrödinger equation / D. W. McLaughlin, G. C. Papanicolaou, C. Sulem, P. L. Sulem // [Phys. Rev. A.](#) — 1986. — Vol. 34. — P. 1200–1210.
 47. Rate of blowup for solutions of the nonlinear Schrödinger equation at critical dimension / M. J. Landman, G. C. Papanicolaou, C. Sulem, P. L. Sulem // [Phys. Rev. A.](#) — 1988. — Vol. 38. — P. 3837–3843.
 48. Flayac, H. Nonclassical statistics from a polaritonic Josephson junction / H. Flayac, V. Savona // [Phys. Rev. A.](#) — 2017. — Vol. 95. — P. 043838.
 49. Liew, T. C. H. Quantum exciton-polariton networks through inverse four-wave mixing / T. C. H. Liew, Y. G. Rubo // [Phys. Rev. B.](#) — 2018. — Vol. 97. — P. 041302.
 50. Strong micro-macro entanglement from a weak cross-Kerr nonlinearity / Tian Wang, Hon Wai Lau, Hamidreza Kaviani [et al.] // [Phys. Rev. A.](#) — 2015. — Vol. 92. — P. 012316.
 51. Squeezing in semiconductor microcavities in the strong-coupling regime / J. Ph. Karr, A. Baas, R. Houdré, E. Giacobino // [Phys. Rev. A.](#) — 2004. — Vol. 69. — P. 031802.
 52. Angle-Resonant Stimulated Polariton Amplifier / P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, R. M. Stevenson [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2000. — Vol. 84. — P. 1547.

53. Theory of the angle-resonant polariton amplifier / C. Ciuti, P. Schwendimann, B. Deveaud, A. Quattropani // *Phys. Rev. B.* — 2000. — Vol. 62. — P. R4825–R4828.
54. Parametric oscillation in a vertical microcavity: A polariton condensate or micro-optical parametric oscillation / J. J. Baumberg, P. G. Savvidis, R. M. Stevenson [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 2000. — Vol. 62. — P. R16247–R16250.
55. Continuous Wave Observation of Massive Polariton Redistribution by Stimulated Scattering in Semiconductor Microcavities / R. M. Stevenson, V. N. Astratov, M. S. Skolnick [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Vol. 85. — P. 3680.
56. Nonlinear effects in a dense two-dimensional exciton-polariton system in semiconductor microcavities / V. D. Kulakovskii, A. I. Tartakovskii, D. N. Krizhanovskii [et al.] // *Nanotechnology.* — 2001. — Vol. 12. — P. 475.
57. Whittaker, D. M. Classical treatment of parametric processes in a strong-coupling planar microcavity / D. M. Whittaker // *Phys. Rev. B.* — 2001. — Vol. 63. — P. 193305.
58. Ciuti, C. Parametric luminescence of microcavity polaritons / Cristiano Ciuti, Paolo Schwendimann, Antonio Quattropani // *Phys. Rev. B.* — 2001. — Vol. 63. — P. 041303.
59. Dependence of stimulated scattering in semiconductor microcavities on pump power, angle, and energy / R. Butté, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 2003. — Vol. 68. — P. 115325.
60. Gippius, N. A. Multiple-polariton scattering in a semiconductor microcavity / N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev // *J. Phys. Condens. Matter.* — 2004. — Vol. 16. — P. S3653.
61. Жесткий режим стимулированного рассеяния в системе квазидвумерных экситонных поляритонов / С. С. Гаврилов, Н. А. Гишпиус, В. Д. Кулаковский, С. Г. Тиходеев // *ЖЭТФ.* — 2007. — Т. 131. — С. 819.

62. Kinetics of Stimulated Polariton Scattering in Planar Microcavities: Evidence for a Dynamically Self-Organized Optical Parametric Oscillator / A. A. Demenev, A. A. Shchekin, A. V. Larionov [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2008. — Vol. 101. — P. 136401.
63. Dynamics of a driven lower polariton mode in resonantly excited planar GaAs microcavities / A. A. Demenev, A. A. Shchekin, A. V. Larionov [et al.] // [Phys. Rev. B.](#) — 2009. — Vol. 79. — P. 165308.
64. [Polariton Nonlinear Dynamics: Theory and Experiments](#) / V. D. Kulakovskii, S. S. Gavrilov, S. G. Tikhodeev, N. A. Gippius // [Exciton Polaritons in Microcavities](#) / Ed. by Vladislav Timofeev, Daniele Sanvitto. — Berlin : Springer, 2012. — Vol. 172 of Springer Series in Solid-State Sciences.
65. Self-organization of multiple polariton-polariton scattering in semiconductor microcavities / D. N. Krizhanovskii, S. S. Gavrilov, A. P. D. Love [et al.] // [Phys. Rev. B.](#) — 2008. — Vol. 77. — P. 115336.
66. Dominant Effect of Polariton-Polariton Interactions on the Coherence of the Microcavity Optical Parametric Oscillator / D. N. Krizhanovskii, D. Sanvitto, A. P. D. Love [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2006. — Vol. 97. — P. 097402.
67. Maslova, N. S. Role of fluctuations in nonlinear dynamics of driven polariton system in semiconductor microcavities / N. S. Maslova, R. Johne, N. A. Gippius // [Pis'ma v Zh. Eksp. Teor. Fiz.](#) — 2007. — Vol. 86. — P. 135.
68. Johne, R. Fluctuation-induced transitions of a bistable driven polariton system in the presence of damping / Robert Johne, Natalia S. Maslova, Nikolay A. Gippius // [Solid State Commun.](#) — 2009. — Vol. 149. — P. 496–500.
69. Maslova, N. S. Coloured noise controlled dynamics of nonlinear polaritons in semiconductor microcavity / N. S. Maslova, R. Johne, N. A. Gippius // [JETP Lett.](#) — 2009. — Vol. 89. — P. 614–620.
70. Bozat, Ö. Spin multistability in dissipative polariton channels / Ö. Bozat, I. G. Savenko, I. A. Shelykh // [Phys. Rev. B.](#) — 2012. — Vol. 86. — P. 035413.

71. Probing a Dissipative Phase Transition via Dynamical Optical Hysteresis / S. R. K. Rodriguez, W. Casteels, F. Storme [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2017. — Vol. 118. — P. 247402.
72. Observation of the kinetic condensation of classical waves / Can Sun, Shu Jia, Christopher Barsi [et al.] // [Nat. Phys.](#) — 2012. — Vol. 8. — P. 470.
73. Multistability of a coherent spin ensemble in a semiconductor microcavity / T. K. Paraïso, M. Wouters, Y. Léger [et al.] // [Nat. Mater.](#) — 2010. — Vol. 9. — P. 655.
74. Multistability of cavity exciton polaritons affected by the thermally generated exciton reservoir / D. V. Vishnevsky, D. D. Solnyshkov, N. A. Gippius, G. Malpuech // [Phys. Rev. B.](#) — 2012. — Vol. 85. — P. 155328.
75. Influence of a nonradiative reservoir on polariton spin multistability / M. Wouters, T. K. Paraïso, Y. Léger [et al.] // [Phys. Rev. B.](#) — 2013. — Vol. 87. — P. 045303.
76. Ultrafast Band-Gap Shift Induced by a Strain Pulse in Semiconductor Heterostructures / A. V. Akimov, A. V. Scherbakov, D. R. Yakovlev [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2006. — Vol. 97. — P. 037401.
77. Ultrafast control of light emission from a quantum-well semiconductor microcavity using picosecond strain pulses / A. V. Scherbakov, T. Berstermann, A. V. Akimov [et al.] // [Phys. Rev. B.](#) — 2008. — Vol. 78. — P. 241302.
78. Shelykh, I. A. Spin Rings in Semiconductor Microcavities / I. A. Shelykh, T. C. H. Liew, A. V. Kavokin // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2008. — Vol. 100. — P. 116401.
79. Spin Rings in Bistable Planar Semiconductor Microcavities / C. Adrados, A. Amo, T. C. H. Liew [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2010. — Vol. 105. — P. 216403.
80. Liew, T. C. H. Optical Circuits Based on Polariton Neurons in Semiconductor Microcavities / T. C. H. Liew, A. V. Kavokin, I. A. Shelykh // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2008. — Vol. 101. — P. 016402.

81. Exciton–polariton spin switches / A. Amo, T. C. H. Liew, C. Adrados [et al.] // [Nat. Photonics](#). — 2010. — Vol. 4. — P. 361.
82. Bright Cavity Polariton Solitons / O. A. Egorov, D. V. Skryabin, A. V. Yulin, F. Lederer // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2009. — Vol. 102. — P. 153904.
83. Egorov, O. A. Parametric polariton solitons in coherently pumped semiconductor microcavities / O. A. Egorov, D. V. Skryabin, F. Lederer // [Phys. Rev. B](#). — 2011. — Vol. 84. — P. 165305.
84. Observation of bright polariton solitons in a semiconductor microcavity / M. Sich, D. N. Krizhanovskii, M. S. Skolnick [et al.] // [Nat. Photonics](#). — 2012. — Vol. 6. — P. 50.
85. Josephson, B. Possible new effects in superconductive tunnelling / B.D. Josephson // [Phys. Lett.](#) — 1962. — Vol. 1. — P. 251–253.
86. Coherent oscillations between two weakly coupled Bose-Einstein condensates: Josephson effects, π oscillations, and macroscopic quantum self-trapping / S. Raghavan, A. Smerzi, S. Fantoni, S. R. Shenoy // [Phys. Rev. A](#). — 1999. — Vol. 59. — P. 620–633.
87. Direct Observation of Tunneling and Nonlinear Self-Trapping in a Single Bosonic Josephson Junction / Michael Albiez, Rudolf Gati, Jonas Fölling [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2005. — Vol. 95. — P. 010402.
88. Josephson Junction Arrays with Bose-Einstein Condensates / F. S. Cataliotti, S. Burger, C. Fort [et al.] // [Science](#). — 2001. — Vol. 293. — P. 843–846.
89. The a.c. and d.c. Josephson effects in a Bose-Einstein condensate / S. Levy, E. Lahoud, I. Shomroni, J. Steinhauer // [Nature](#). — 2007. — Vol. 449. — P. 579–583.
90. Role of phonons in Josephson oscillations of excitonic and polaritonic condensates / E. B. Magnusson, H. Flayac, G. Malpuech, I. A. Shelykh // [Phys. Rev. B](#). — 2010. — Vol. 82. — P. 195312.
91. Read, D. Josephson coupling of Bose-Einstein condensates of exciton-polaritons in semiconductor microcavities / D. Read, Yuri G. Rubo,

- A. V. Kavokin // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Vol. 81. — P. 235315.
92. Zhang, C. Magnetic field modulated Josephson oscillations in a semiconductor microcavity / Chuanyi Zhang, Guojun Jin // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Vol. 84. — P. 115324.
93. Pavlovic, G. Pseudospin dynamics in multimode polaritonic Josephson junctions / G. Pavlovic, G. Malpuech, I. A. Shelykh // *Phys. Rev. B.* — 2013. — Vol. 87. — P. 125307.
94. Coherent dynamics and parametric instabilities of microcavity polaritons in double-well systems / Davide Sarchi, Iacopo Carusotto, Michiel Wouters, Vincenzo Savona // *Phys. Rev. B.* — 2008. — Vol. 77. — P. 125324.
95. Josephson effects in condensates of excitons and exciton polaritons / I. A. Shelykh, D. D. Solnyshkov, G. Pavlovic, G. Malpuech // *Phys. Rev. B.* — 2008. — Vol. 78. — P. 041302(R).
96. Loss of coherence in cavity-polariton condensates: Effect of disorder versus exciton reservoir / A. A. Demenev, Ya. V. Grishina, S. I. Novikov [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 94. — P. 195302.
97. Spontaneous Spin Bifurcations and Ferromagnetic Phase Transitions in a Spinor Exciton-Polariton Condensate / H. Ohadi, A. Dreismann, Y. G. Rubo [et al.] // *Phys. Rev. X.* — 2015. — Vol. 5. — P. 031002.
98. Nonresonant optical control of a spinor polariton condensate / A. Askitopoulos, K. Kalinin, T. C. H. Liew [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 93. — P. 205307.
99. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes / L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, J. P. Woerdman // *Phys. Rev. A.* — 1992. — Vol. 45. — P. 8185–8189.
100. Optical control of spin textures in quasi-one-dimensional polariton condensates / C. Antón, S. Morina, T. Gao [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Vol. 91. — P. 075305.
101. Half-skyrmion spin textures in polariton microcavities / P. Cilibrizzi, H. Sig-

- urdsson, T. C. H. Liew [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 94. — P. 045315.
102. Two-Dimensional Localization of Exciton Polaritons in Microcavities / O. A. Egorov, A. V. Gorbach, F. Lederer, D. V. Skryabin // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Vol. 105. — P. 073903.
103. Egorov, O. A. Polariton solitons due to saturation of the exciton-photon coupling / O. A. Egorov, D. V. Skryabin, F. Lederer // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Vol. 82. — P. 165326.
104. Microcavity polariton spin quantum beats without a magnetic field: A manifestation of Coulomb exchange in dense and polarized polariton systems / P. Renucci, T. Amand, X. Marie [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Vol. 72. — P. 075317.
105. Linear polarization inversion: A signature of Coulomb scattering of cavity polaritons with opposite spins / K. V. Kavokin, P. Renucci, T. Amand [et al.] // *Phys. Status Solidi C.* — 2005. — Vol. 2. — P. 763.
106. Rotation of the plane of polarization of light in a semiconductor microcavity / D. N. Krizhanovskii, D. Sanvitto, I. A. Shelykh [et al.] // *Phys. Rev. B.* — 2006. — Vol. 73. — P. 073303.
107. Dispersion relation of the collective excitations in a resonantly driven polariton fluid / Petr Stepanov, Ivan Amelio, Jean-Guy Rousset [et al.] // *Nat. Commun.* — 2019. — Vol. 10. — P. 3869.
108. Lorenz, E. N. Deterministic Nonperiodic Flow / Edward N. Lorenz // *J. Atmospheric Sci.* — 1963. — Vol. 20. — P. 130–141.
109. Haken, H. Analogy between higher instabilities in fluids and lasers / H Haken // *Phys. Lett. A.* — 1975. — Vol. 53. — P. 77–78.
110. Sciamanna, M. Physics and applications of laser diode chaos / M. Sciamanna, K. A. Shore // *Nat. Photonics.* — 2015. — Vol. 9. — P. 151–162.
111. Deterministic polarization chaos from a laser diode / M. Virte, K. Panajotov, H. Thienpont, M. Sciamanna // *Nat. Photonics.* — 2013. — Vol. 7. — P. 60.

112. Virte, M. Bifurcation to nonlinear polarization dynamics and chaos in vertical-cavity surface-emitting lasers / M. Virte, K. Panajotov, M. Sciamanna // [Phys. Rev. A](#). — 2013. — Vol. 87. — P. 013834.
113. Ikeda, K. Optical Turbulence: Chaotic Behavior of Transmitted Light from a Ring Cavity / K. Ikeda, H. Daido, O. Akimoto // [Phys. Rev. Lett.](#) — 1980. — Vol. 45. — P. 709–712.
114. Experimental evidence of chaotic itinerancy and spatiotemporal chaos in optics / F. T. Arecchi, G. Giacomelli, P. L. Ramazza, S. Residori // [Phys. Rev. Lett.](#) — 1990. — Vol. 65. — P. 2531–2534.
115. Chaos-based communications at high bit rates using commercial fibre-optic links / Apostolos Argyris, Dimitris Syvridis, Laurent Larger [et al.] // [Nature](#). — 2005. — Vol. 438. — P. 343.
116. Analysis and characterization of the hyperchaos generated by a semiconductor laser subject to a delayed feedback loop / R. Vicente, J. Daudén, P. Colet, R. Toral // [IEEE J. Quantum Electron.](#) — 2005. — Vol. 41.
117. Observing chaos for quantum-dot microlasers with external feedback / Ferdinand Albert, Caspar Hopfmann, Stephan Reitzenstein [et al.] // [Nat. Commun.](#) — 2011. — Vol. 2. — P. 366.
118. Loss of time-delay signature in the chaotic output of a semiconductor laser with optical feedback / D. Rontani, A. Locquet, M. Sciamanna, D. S. Citrin // [Opt. Lett.](#) — 2007. — Vol. 32. — P. 2960–2962.
119. Spatiotemporal Chaos Induces Extreme Events in an Extended Microcavity Laser / F. Selmi, S. Coulibaly, Z. Loghmari [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2016. — Vol. 116. — P. 013901.
120. Extreme events following bifurcation to spatiotemporal chaos in a spatially extended microcavity laser / S. Coulibaly, M. G. Clerc, F. Selmi, S. Barbay // [Phys. Rev. A](#). — 2017. — Vol. 95. — P. 023816.
121. Control of cavity solitons and dynamical states in a monolithic vertical cavity laser with saturable absorber / T. Elsass, K. Gauthron, G. Beaudoin

- [et al.] // [Eur. Phys. J. D.](#) — 2010. — Vol. 59. — P. 91–96.
122. Lugiato, L. A. Spatial Dissipative Structures in Passive Optical Systems / L. A. Lugiato, R. Lefever // [Phys. Rev. Lett.](#) — 1987. — Vol. 58. — P. 2209–2211.
123. Localized structures and spatiotemporal chaos: comparison between the driven damped sine-Gordon and the Lugiato-Lefever model / Michel A. Ferré, Marcel G. Clerc, Saliya Coulibally [et al.] // [Eur. Phys. J. D.](#) — 2017. — Vol. 71. — P. 172.
124. Chaotic Josephson oscillations of exciton-polaritons and their applications / D. D. Solnyshkov, R. Johne, I. A. Shelykh, G. Malpuech // [Phys. Rev. B.](#) — 2009. — Vol. 80. — P. 235303.
125. Dispersion of interacting spinor cavity polaritons out of thermal equilibrium / D. D. Solnyshkov, I. A. Shelykh, N. A. Gippius [et al.] // [Phys. Rev. B.](#) — 2008. — Vol. 77. — P. 045314.
126. Aranson, I. S. The world of the complex Ginzburg-Landau equation / Igor S. Aranson, Lorenz Kramer // [Rev. Mod. Phys.](#) — 2002. — Vol. 74. — P. 99–143.
127. Dynamical Systems Approach to Turbulence / T. Bohr, M. H. Jensen, G. Paladin, A. Vulpiani. — [S. 1.] : Cambridge University Press, 1998. — ISBN: [978-0-521-47514-3](#).
128. Andersen, T. D. Introduction to Vortex Filaments in Equilibrium / Timothy D. Andersen, Chjan C. Lim. — [S. 1.] : Springer, 2016. — ISBN: [1493951068](#), [9781493951062](#).
129. Cross, M. C. Pattern formation outside of equilibrium / M. C. Cross, P. C. Hohenberg // [Rev. Mod. Phys.](#) — 1993. — Vol. 65. — P. 851–1112.
130. Couairon, A. Femtosecond filamentation in transparent media / A. Couairon, A. Mysyrowicz // [Phys. Rep.](#) — 2007. — Vol. 441. — P. 47–189.
131. de Valcárcel, G. J. Excitation of phase patterns and spatial solitons via two-frequency forcing of a 1:1 resonance / Germán J. de Valcárcel, Kestutis Stal-

- iunas // [Phys. Rev. E.](#) — 2003. — Vol. 67. — P. 026604.
132. de Valcárcel, G. J. Pattern Formation through Phase Bistability in Oscillatory Systems with Space-Modulated Forcing / Germán J. de Valcárcel, Kestutis Staliunas // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2010. — Vol. 105. — P. 054101.
133. Boninsegni, M. Colloquium: Supersolids: What and where are they? / Massimo Boninsegni, Nikolay V. Prokof'ev // [Rev. Mod. Phys.](#) — 2012. — Vol. 84. — P. 759–776.
134. Supersolid formation in a quantum gas breaking a continuous translational symmetry / Julian Léonard, Andrea Morales, Philip Zupancic [et al.] // [Nature.](#) — 2017. — Vol. 543. — P. 87.
135. A stripe phase with supersolid properties in spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates / Jun-Ru Li, Jeongwon Lee, Wujie Huang [et al.] // [Nature.](#) — 2017. — Vol. 543. — P. 91.
136. Pomeau, Y. Intermittent Transition to Turbulence in Dissipative Dynamical Systems / Y. Pomeau, P. Manneville // [Commun. Math. Phys.](#) — 1980. — Vol. 74. — P. 189.
137. Kuramoto, Y. Coexistence of Coherence and Incoherence in Nonlocally Coupled Phase Oscillators / Y. Kuramoto, D Battogtokh // [Nonlinear Phenom. Complex Syst.](#) — 2002. — Vol. 5. — P. 380.
138. Abrams, D. M. Chimera States for Coupled Oscillators / Daniel M. Abrams, Steven H. Strogatz // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2004. — Vol. 93. — P. 174102.
139. Experimental observation of chimeras in coupled-map lattices / A. M. Hagerstrom, T. E. Murphy, R. Roy [et al.] // [Nat. Phys.](#) — 2012. — Vol. 8. — P. 658–661.
140. Panaggio, M. J. Chimera states: coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators / Mark J. Panaggio, Daniel M. Abrams // [Nonlinearity.](#) — 2015. — Vol. 28. — P. R67.
141. Omel'chenko, O. E. The mathematics behind chimera states / O. E. Omel'chenko // [Nonlinearity.](#) — 2018. — Vol. 31. — P. R121–R164.

142. Larger, L. Virtual Chimera States for Delayed-Feedback Systems / Laurent Larger, Bogdan Penkovsky, Yuri Maistrenko // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2013. — Vol. 111. — P. 054103.
143. Larger, L. Laser chimeras as a paradigm for multistable patterns in complex systems / Laurent Larger, Bogdan Penkovsky, Yuri Maistrenko // [Nat. Commun.](#) — 2015. — Vol. 6. — P. 7752.
144. Chimera states in mechanical oscillator networks / Erik Andreas Martens, Shashi Thutupalli, Antoine Fourrière, Oskar Hallatschek // [Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.](#) — 2013. — Vol. 110. — P. 10563–10567.
145. Tinsley, M. R. Chimera and phase-cluster states in populations of coupled chemical oscillators / M. R. Tinsley, S. Nkomo, K. Showalter // [Nat. Phys.](#) — 2012. — Vol. 8. — P. 662–665.
146. Chimera states in neuronal networks: A review / Soumen Majhi, Bidesh K. Bera, Dibakar Ghosh, Matjaž Perc // [Phys. Life Rev.](#), *accepted*. — 2018.
147. All together now: Analogies between chimera state collapses and epileptic seizures / R. G. Andrzejak, C. Rummel, F. Mormann, K. Schindler // [Sci. Rep.](#) — 2016. — Vol. 6. — P. 23000.
148. Ginzburg, V. L. On the theory of superfluidity / V. L. Ginzburg, L. P. Pitaevskii // *Sov. Phys. JETP*. — 1958. — Vol. 34. — P. 858.
149. Pitaevskii, L. P. Vortex lines in an imperfect Bose gas / L. P. Pitaevskii // *Sov. Phys. JETP*. — 1961. — Vol. 13. — P. 451.
150. Gross, E. P. Structure of a Quantized Vortex in Boson Systems / E. P. Gross // *Il Nuovo Cimento*. — 1961. — Vol. 20. — P. 454.
151. Vortices in a Bose-Einstein Condensate / M. R. Matthews, B. P. Anderson, P. C. Haljan [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 1999. — Vol. 83. — P. 2498–2501.
152. Vortex Formation in a Stirred Bose-Einstein Condensate / K. W. Madison, F. Chevy, W. Wohlleben, J. Dalibard // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2000. — Vol. 84. — P. 806–809.

153. Spontaneous vortices in the formation of Bose-Einstein condensates / Chad N. Weiler, Tyler W. Neely, David R. Scherer [et al.] // [Nature](#). — 2008. — Vol. 455. — P. 948–951.
154. Leggett, A. J. Quantum Liquids: Bose Condensation and Cooper Pairing in Condensed-Matter Systems / A. J. Leggett. — New York : Oxford University Press, 2006. — ISBN: [0-19-8526431](#).
155. Vortices in high-temperature superconductors / G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein [et al.] // [Rev. Mod. Phys.](#) — 1994. — Vol. 66. — P. 1125–1388.
156. Scheuer, J. Optical Vortices Crystals: Spontaneous Generation in Nonlinear Semiconductor Microcavities / J. Scheuer, M. Orenstein // [Science](#). — 1999. — Vol. 285. — P. 230–233.
157. Staliunas, K. [Transverse Patterns in Nonlinear Optical Resonators](#) / Kestutis Staliunas, V. J. Sánchez-Morcillo. — [S. l.] : Springer, 2003. — ISBN: [978-3-540-36416-0](#).
158. Observation of Half-Quantum Vortices in an Exciton-Polariton Condensate / K. G. Lagoudakis, T. Ostatnický, A. V. Kavokin [et al.] // [Science](#). — 2009. — Vol. 326. — P. 974.
159. Single vortex–antivortex pair in an exciton-polariton condensate / Georgios Roumpos, Michael D. Fraser, Andreas Löffler [et al.] // [Nat. Phys.](#) — 2011. — Vol. 7. — P. 129.
160. Vortex Chain in a Resonantly Pumped Polariton Superfluid / T. Boulier, H. Tergas, D. D. Solnyshkov [et al.] // [Sci. Rep.](#) — 2015. — Vol. 5. — P. 9230.
161. Vortex and half-vortex dynamics in a nonlinear spinor quantum fluid / Lorenzo Dominici, Galbadrakh Dagvadorj, Jonathan M. Fellows [et al.] // [Sci. Adv.](#) — 2015. — Vol. 1. — P. e1500807.
162. Liew, T. C. H. Excitation of vortices in semiconductor microcavities / T. C. H. Liew, A. V. Kavokin, I. A. Shelykh // [Phys. Rev. B](#). — 2007. — Vol. 75. — P. 241301(R).

163. Liew, T. C. H. Generation and Dynamics of Vortex Lattices in Coherent Exciton-Polariton Fields / T. C. H. Liew, Yuri G. Rubo, A. V. Kavokin // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2008. — Vol. 101. — P. 187401.
164. Whittaker, D. M. Vortices in the microcavity optical parametric oscillator / D. M. Whittaker // [Superlattices Microstruct.](#) — 2007. — Vol. 41. — P. 297–300.
165. Effect of Interactions on Vortices in a Nonequilibrium Polariton Condensate / D. N. Krizhanovskii, D. M. Whittaker, R. A. Bradley [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2010. — Vol. 104. — P. 126402.
166. Spontaneous and Triggered Vortices in Polariton Optical-Parametric-Oscillator Superfluids / F. M. Marchetti, M. H. Szymańska, C. Tejedor, D. M. Whittaker // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2010. — Vol. 105. — P. 063902.
167. Persistent currents and quantized vortices in a polariton superfluid / D. Sanvitto, F. M. Marchetti, M. H. Szymańska [et al.] // [Nat. Phys.](#) — 2010. — Vol. 6. — P. 527.
168. Nonequilibrium Phase Transition in a Two-Dimensional Driven Open Quantum System / G. Dagvadorj, J. M. Fellows, S. Matyjaśkiewicz [et al.] // [Phys. Rev. X.](#) — 2015. — Vol. 5. — P. 041028.
169. Pigeon, S. Hydrodynamic nucleation of vortices and solitons in a resonantly excited polariton superfluid / S. Pigeon, I. Carusotto, C. Ciuti // [Phys. Rev. B.](#) — 2011. — Vol. 83. — P. 144513.
170. Polariton Superfluids Reveal Quantum Hydrodynamic Solitons / A. Amo, S. Pigeon, D. Sanvitto [et al.] // [Science.](#) — 2011. — Vol. 332. — P. 1167–1170.
171. Pigeon, S. Sustained propagation and control of topological excitations in polariton superfluid / Simon Pigeon, Alberto Bramati // [New J. Phys.](#) — 2017. — Vol. 19. — P. 095004.
172. Stationary Quantum Vortex Street in a Driven-Dissipative Quantum Fluid of Light / S. V. Koniakhin, O. Bleu, D. D. Stupin [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2019. — Vol. 123. — P. 215301.

173. Taming the snake instabilities in a polariton superfluid / Ferdinand Claude, Sergei V. Koniakhin, Anne Maître [et al.] // [Optica](#). — 2020. — Vol. 7. — P. 1660–1665.
174. 2D quantum turbulence in a polariton quantum fluid / S. V. Koniakhin, O. Bleu, G. Malpuech, D. D. Solnyshkov // [Chaos, Solitons & Fractals](#). — 2020. — Vol. 132. — P. 109574.
175. Kosterlitz, J. M. Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems / J. M. Kosterlitz, D. J. Thouless // [J. Phys. C](#). — 1973. — Vol. 6. — P. 1181.
176. Berezinskii–Kosterlitz–Thouless crossover in a trapped atomic gas / Zoran Hadzibabic, Peter Krüger, Marc Cheneau [et al.] // [Nature](#). — 2006. — Vol. 441. — P. 1118–1121.
177. Observation of Vortex Dipoles in an Oblate Bose-Einstein Condensate / T. W. Neely, E. C. Samson, A. S. Bradley [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2010. — Vol. 104. — P. 160401.
178. Decay of the relative phase domain wall into confined vortex pairs: The case of a coherently coupled bosonic mixture / A. Gallemí, L. P. Pitaevskii, S. Stringari, A. Recati // [Phys. Rev. A](#). — 2019. — Vol. 100. — P. 023607.
179. Vortex Reconnections and Rebounds in Trapped Atomic Bose-Einstein Condensates / Simone Serafini, Luca Galantucci, Elena Iseni [et al.] // [Phys. Rev. X](#). — 2017. — Vol. 7. — P. 021031.
180. Rubo, Y. G. Half Vortices in Exciton Polariton Condensates / Yuri G. Rubo // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2007. — Vol. 99. — P. 106401.
181. Terahertz polariton sidebands generated by ultrafast strain pulses in an optical semiconductor microcavity / T. Berstermann, A. V. Scherbakov, A. V. Akimov [et al.] // [Phys. Rev. B](#). — 2009. — Vol. 80. — P. 075301.
182. Polariton Condensation in Dynamic Acoustic Lattices / E. A. Cerda-Méndez, D. N. Krizhanovskii, M. Wouters [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2010. — Vol. 105. — P. 116402.

183. Dynamic exciton-polariton macroscopic coherent phases in a tunable dot lattice / Edgar A. Cerda-Méndez, Dmitry N. Krizhanovskii, Klaus Biermann [et al.] // [Phys. Rev. B.](#) — 2012. — Vol. 86. — P. 100301.
184. Spatial Patterns of Dissipative Polariton Solitons in Semiconductor Microcavities / J. K. Chana, M. Sich, F. Fras [et al.] // [Phys. Rev. Lett.](#) — 2015. — Vol. 115. — P. 256401.
185. Quasiguidded modes and optical properties of photonic crystal slabs / S. G. Tikhodeev, A. L. Yablonskii, E. A. Muljarov [et al.] // [Phys. Rev. B.](#) — 2002. — Vol. 66. — P. 045102.