

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ТВЁРДОГО ТЕЛА ИМЕНИ
Ю.А. ОСИПЬЯНА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Ионин Александр Сергеевич

**Практическая реализация и экспериментальное
исследование прототипов сверхпроводящих нейронов**

Специальность 1.3.8 —
«Физика конденсированного состояния»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
к. ф.-м. н. Больгинов Виталий Валериевич

Черноголовка — 2026

Оглавление

	Стр.
Введение	4
Глава 1. Литературный обзор	11
1.1 Сверхпроводящее состояние	11
1.1.1 Микроскопическая теория сверхпроводимости	11
1.1.2 Феноменологическая теория сверхпроводимости	13
1.2 Джозефсоновский переход	16
1.2.1 SIS-переход (сверхпроводник–изолятор–сверхпроводник)	16
1.2.2 Резистивная модель (RSJ) джозефсоновского перехода	18
1.2.3 Резистивно-ёмкостная модель (RCSJ)	20
1.3 Простейшие сверхпроводящие интерферометры	23
1.3.1 Одноконтный интерферометр	24
1.3.2 Двухконтный интерферометр	26
1.4 Сверхпроводящие нейроны	31
1.4.1 σ -нейрон	31
1.4.2 G-нейрон	33
1.5 Индуктивность сверхпроводящей линии	34
Глава 2. Технические аспекты эксперимента и численных расчетов	38
2.1 Изготовление образцов	38
2.2 Численные методы расчёта индуктивностей многослойных структур	41
2.3 Экспериментальная установка	43
Глава 3. Экспериментальное исследование	46
3.1 Проектирование образцов	46
3.1.1 Конструкция экспериментального σ -нейрона	46
3.1.2 Конструкция экспериментального G-нейрона	53
3.2 Метод измерения выходного сигнала	56
3.2.1 Считывание выходного сигнала	56
3.2.2 Характеризация измерительного СКВИДа	59
3.3 Передаточные функции нейронов	62

	Стр.
3.3.1 Сигма-нейрон	62
3.3.2 Гаусс-нейрон	68
3.4 Выводы	73
Глава 4. Анализ передаточных функций	75
4.1 Не диагональные элементы матрицы индуктивностей	75
4.1.1 Взаимодействие через сверхпроводящий экран	75
4.1.2 Полная матрица индуктивностей	76
4.2 Расширенный подход к расчёту сигма-нейрона	83
4.2.1 Учет дополнительных элементов	83
4.2.2 Расчёт передаточных функций	87
4.3 Расширенный подход к расчёту гаусс-нейрона	91
4.3.1 Численный метод	91
4.3.2 Расчёт характеристики нейрона	99
4.4 Выводы	106
Заключение	107
Благодарности	109
Список литературы	110

Введение

Аппаратные и алгоритмические решения в области нейроморфных вычислений находят всё более широкое применение в различных областях современной науки и техники — от компьютерных систем до биофизики, нейрофизиологии, химии и материаловедения, особенно в задачах, требующих оперативной обработки больших и неоднородных массивов данных [1–13]. В настоящее время аппаратная реализация нейроморфных архитектур базируется преимущественно на классических полупроводниковых технологиях [14–16]. При этом необходимость интеграции нейроморфных вычислительных блоков с криогенными и квантовыми устройствами (в частности, со сверхпроводниковыми кубитными системами) требует функционирования такой электроники непосредственно в криостате при температурах 4 К и ниже [17; 18]. В этих условиях традиционные полупроводниковые решения сталкиваются с рядом фундаментальных и технических ограничений: замерзание носителей заряда, рост порогового напряжения, ухудшение подпороговой крутизны, большая рассеиваемая мощность [19–21]. Переход к туннельным полевым транзисторам не позволяет полностью преодолеть указанные проблемы, что стимулирует поиск альтернативных физических принципов построения вычислительных устройств [22]. Одним из перспективных направлений для реализации подобной архитектуры является использование эффекта Джозефсона в сверхпроводниковых гетероструктурах, на основе которых создаются сверхпроводящие интерферометры [23–25]. Такие элементы позволяют реализовывать как цифровые, так и аналого-нейроморфные вычислительные решения непосредственно на холодных плитах криостата (при температурах 4 К или даже милликельвинового уровня). Более того, они характеризуются временами переключения, существенно меньшими по сравнению с полупроводниковыми аналогами, а применение концепции адиабатических вычислений даёт возможность снизить энергопотребление на порядки, приближая его к фундаментальному термодинамическому пределу $k_B T \ln 2$ на одну логическую операцию [26].

Основные принципы цифровой сверхпроводниковой электроники были заложены в начале 1990-х годов с развитием быстрой одноквантовой логики (БОК или от англ. RSFQ - Rapid Single Flux Quantum) [27]. Физической основой кодирования информации в таких устройствах служит эффект квантования

магнитного потока в сверхпроводящем кольце, обусловленный однозначностью макроскопической волновой функции. При достаточной индуктивности контура в нём могут существовать метастабильные состояния с различным числом квантов потока (флаксонов). Логической операции ставится в соответствие рождение или уничтожение флаксона, что приводит к изменению фазы волновой функции на величину, кратную 2π . Согласно нестационарному уравнению Джозефсона, такое изменение сопровождается появлением напряжения на элементе. При этом скорость изменения фазы определяется характеристическим напряжением $U_c = I_c R_N$. Диссипация энергии в RSFQ-ячейке (её динамическая часть) определяется произведением тока смещения и напряжения, что ограничивает энергоэффективность значением порядка 1 аДж на переключение. Это примерно на пять порядков меньше, чем у современных CMOS-схем [28; 29]. Однако технологические сложности воспроизводимости устройств и маленькая плотность интеграции логических элементов на чипе — всё это не позволило RSFQ-логике составить конкуренцию полупроводниковым транзисторам.

За прошедшие десятилетия был проделан значительный объём работ по миниатюризации и повышению энергоэффективности быстрой одноквантовой логики. Основные усилия были направлены на минимизацию статической диссипации, связанной с протеканием токов питания. Среди разработанных подходов можно выделить: LR-RSFQ — уменьшение сопротивления резисторов смещения и добавление индуктивностей для распределения токов [30]; LV-RSFQ — снижение напряжения питания и критических токов джозефсоновских переходов [31; 32]; ERSFQ — полная замена резисторов в цепях питания на индуктивности и джозефсоновские переходы [33–36]. Дальнейшее развитие привело к появлению семейств RQL (от англ. Reciprocal Quantum Logic) и AQFP-логики [26; 37; 38]. В этих подходах бит информации кодируется парой положительного и отрицательного квантов магнитного потока, что позволяет исключить резисторы смещения. Ключевым элементом AQFP (от англ. Adiabatic Quantum Flux Parametron) является адиабатический потоковый параметрон, работающий на переменном токе [26; 38] и представляющий собой сверхпроводящую петлю с одним или несколькими джозефсоновскими переходами. Совокупность этих исследований привела к созданию наиболее энергоэффективной на сегодняшний день концепции — адиабатических сверхпроводниковых вычислений [39]. В ней информация представлена направлением магнитного потока в контуре, что позволяет выполнять переключения без перехода джозефсоновского

контакта в резистивное состояние и существенно снижает требования к источникам питания.

Адиабатические вычисления, удовлетворяющие требованию физической обратимости (когда в каждый момент времени система находится в квазистационарном состоянии) [40], легли в основу предложенных в работах [41–43] концепций сверхпроводниковых нейроморфных систем. Ключевым элементом таких систем является искусственный нейрон, выполняющий функцию нелинейного преобразования (нормировки) входного сигнала. В работе будут рассмотрены две возможные функции активации: сигмоидальная (для σ -нейрона), необходимая для создания сверхпроводящего персептрона, и гауссоподобная (для G -нейрона) — для реализации так называемых сетей радиальных базисных функций, где требуется передаточная функция, близкая к производной некоторой сигмоидальной зависимости.

Важно отметить, что нейроморфная архитектура подразумевает реализацию не только искусственного нейрона, но и интегрированного сумматора (элемента, складывающего входные сигналы). В роли такого элемента в рамках концепции AQFP может выступать простой сверхпроводящий контур. Также необходима реализация синоптических связей нейронов, в задачи которых входит управление амплитудой сигналов, передаваемых от нейрона к нейрону. Для этих целей может быть использована ячейка гаусс-нейрона, где весовой коэффициент нейронной сети определяется разностью критических токов джозефсоновских переходов [42]. При этом в работе [44] теоретически рассмотрен вопрос об объединении сигма-нейронов в единую нейросеть, использующую постоянные синоптические связи, реализованные через трансформаторы. А в статье [45] рассматривалась возможность использования сигма-нейронов в квантовом режиме, что открывает перспективы синергии двух принципов вычислений.

С учётом вышеперечисленного, практическая реализация и исследование сверхпроводящих интерферометров, реализующих сигмоидальную и гауссоподобную передаточные функции, является перспективным направлением, и данная тема является **актуальной**.

Целью работы является практическая реализация и экспериментальное исследование прототипов сверхпроводящих нейронов, реализующих сигмоидальную и гауссоподобную передаточные функции.

Научную новизну работы определяют следующие впервые полученные результаты:

- Практически реализованы и экспериментально охарактеризованы прототипы сверхпроводящих нейронов сигмоидального (сигма-нейрон) и гауссоподобного (гаусс-нейрон) типов, выполненные на основе туннельных джозефсоновских переходов Nb/AlO_x/Nb.
- Экспериментально обнаружены и систематизированы физические эффекты, не учитывавшиеся в существующих теоретических моделях и влияющие на форму передаточных функций: перекрестные наводки между управляющим и приемным сверхпроводящими контурами, а также влияние начального тока смещения в линии обратной связи приемного контура. Показано, что эти эффекты приводят к искажению характеристик на величину, соизмеримую с выходным сигналом нейронов.
- Разработаны аналитические и численные методы расчета передаточных функций сигма- и гаусс-нейронов, учитывающие полную матрицу взаимных индуктивностей между всеми элементами схемы (включая управляющие и считывающие контуры), что позволяет повысить точность предсказания характеристик на этапе проектирования по сравнению с классическими приближениями независимых элементов.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Одноконтактный джозефсоновский интерферометр с индуктивным шунтом демонстрирует периодическую поток-потокую передаточную функцию, которая в рамках одного периода аппроксимируется монотонной функцией активации сигмоидального вида.
2. Двухконтактный джозефсоновский интерферометр, шунтированный индуктивностью, демонстрирует периодическую поток-потокую передаточную характеристику, форма которой в пределах периода аппроксимируется функцией Гаусса, что позволяет реализовать нейрон с функцией активации, обеспечивающей локальную чувствительность к входному сигналу и подавление отклика при отклонении от рабочей точки.
3. Взаимные индуктивности между элементами сигма- и гаусс-нейронов вносят искажения в передаточные функции, соизмеримые по амплитуде с полезным выходным сигналом.

4. Изменение передаточных функций сверхпроводящих нейронов, обусловленное взаимной индуктивностью составляющих их элементов, а также начальным магнитным потоком в приёмном контуре, учитывается в рамках решения системы линейных уравнений, описывающих стационарное состояние сверхпроводящих интерферометров.

Практическая ценность работы связана, в целом, с расширением компонентной базы устройств сверхпроводниковой электроники. В частности, созданы прототипы сверхпроводящих нейронов двух видов, которые демонстрируют принципиальную возможность реализации сложных сверхпроводниковых нейроморфных архитектур. Проведен анализ влияния взаимных индуктивностей элементов конструкции нейронов, начального потока в считывающем контуре, а также вклада асимметрии джозефсоновских переходов в передаточные функции. Разработан и реализован метод численного расчета, позволяющий предсказывать передаточные функции спроектированных нейронов. Данные результаты являются крайне важными с практической точки зрения, поскольку открывают возможности для проектирования перспективных конструкций искусственных нейронов, а также оптимизации их архитектуры.

Апробация результатов исследования. Результаты, полученные в рамках работы над диссертацией, представлялись и обсуждались на следующих международных конференциях и выставках:

1. Ионин, А.С. Практическая реализация сверхпроводящих нейронов / А.С. Ионин, С.В. Егоров, Л.Н. Карелина, А.Н. Россоленко, В.В. Больгинов // 26-й Международный симпозиум "Нанозифика и наноэлектроника": сб. тр. (14 - 17 марта 2022) / Нижний Новгород. – 2022. – С. 74–75.
2. Ионин, А.С. Численное моделирование конструкции сверхпроводящего сигма-нейрона / А.С. Ионин, С.В. Егоров, М.С. Сидельников, Л.Н. Карелина, Н.С. Шуравин, М.М. Хапаев, В.В. Больгинов // 28-й Международный симпозиум "Нанозифика и наноэлектроника": сб. тр. (11 – 15 марта 2024) / Нижний Новгород. – 2024. – № 1. – С. 56–57.
3. Ионин, А.С. Реализация элементов сверхпроводящих нейроморфных систем / А.С. Ионин, Ф.А. Разоренов, С.В. Егоров, Л.Н. Карелина, Н.С. Шуравин, И.Е. Тарасова, В.В. Больгинов // 39-я Международная

- конференция «Совещание по физике низких температур» ФНТ-2024 : сб. тр. (3 – 7 июня 2024) / Черноголовка. – 2024. – С. 91.
4. Ионин, А.С. Применение программы 3D-MLSI для проектирования сверхпроводниковых нейронов / А.С. Ионин, Ф.А. Разорёнов, Е.Н. Жардецкий, В.В. Больгинов, И.Е. Тарасова, Л.Н. Карелина, Н.С. Шуравин, М.М. Хапаев // 4-я Международная конференция «Физика конденсированных состояний» ФКС-2025 : сб. тр. (2 – 6 июня 2025) / Черноголовка. – 2025. – С. 88.
 5. Ионин, А.С. Обобщение матричного метода проектирования сверхпроводящих нейронов / А.С. Ионин, В.В. Больгинов, Ф.А. Разорёнов // 30-й симпозиум «Нанозифика и нанозлектроника» : сб. тр. (09 – 13 марта 2026) / Нижний Новгород. – 2026. – С. 44.

Личный вклад автора является значительным и связан с разработкой конструкции экспериментальных образцов, внедрением метода измерения передаточных функций, проведением экспериментальных исследований, анализом и аппроксимацией экспериментальных кривых.

Публикации. У автора имеется 9 научных работ в области физики конденсированного состояния в рецензируемых изданиях. Основные результаты диссертации были опубликованы в 4 публикациях из них:

1. Экспериментальное исследование прототипа сверхпроводящего сигма-нейрона для адиабатических нейронных сетей / А.С. Ионин, Н.С. Шуравин, Л.Н. Карелина, А.Н. Россоленко, М.С. Сидельников, С.В. Егоров, В.И. Чичков, М.В. Чичков, М.В. Жданова, А.Е. Щеголев, В.В. Больгинов // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2023. — Т. 164. — С. 1008.
2. Экспериментальное исследование передаточной функции прототипа сверхпроводящего гаусс-нейрона / А.С. Ионин, Л.Н. Карелина, Н.С. Шуравин, М.С. Сидельников, Ф.А. Разоренов, С.В. Егоров, В.В. Больгинов // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2023. — Т. 118, № 10. — С. 761—768.
3. Обобщенная модель сверхпроводникового сигма-нейрона / Н.С. Шуравин, Л.Н. Карелина, А.С. Ионин, Ф.А. Разоренов, М.С. Сидельников, С.В. Егоров, В.В. Больгинов // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2024. — Т. 120, № 11. — С. 863—870.

4. Численное моделирование конструкции сверхпроводящего сигма-нейрона / А.С. Ионин, С.В. Егоров, М.С. Сидельников, Л.Н. Карелина, Н.С. Шуравин, М.М. Хапаев, В.В. Больгинов // Физика твердого тела. — 2024. — Т. 66, № 7. — С. 1019–1025.

Объем и структура диссертации: Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка публикаций и библиографии. Во введении обоснованы актуальность темы, сформулированы цель и задачи работы, представлены научная новизна, практическая ценность, достоверность полученных результатов, сведения об апробации, а также основные положения, выносимые на защиту. В первой главе приведен литературный обзор, посвященный теории сверхпроводящего состояния, эффекту Джозефсона в туннельных контактах, интерферометрическим структурам на их основе, а также концепции сверхпроводящих нейронов. Вторая глава содержит описание технологии изготовления образцов, экспериментальных методик и программных средств для численного расчета индуктивностей сверхпроводящих пленок. В третьей главе представлены конструкции экспериментальных ячеек сигма- и гаусс-нейронов, описана методика измерения малых выходных магнитных потоков с помощью СКВИД-магнитометра и приведен анализ экспериментальных кривых. В четвертой главе рассмотрен механизм линейной передачи входного сигнала в измерительную цепь, приведены численно рассчитанные матрицы индуктивностей нейронных ячеек, включая взаимную индуктивность измерительного СКВИДа и сигнальной линии. Представлены аналитические выражения, численная реализация которых позволяет с высокой точностью аппроксимировать передаточные функции нейронов на основе учета всех взаимных индуктивностей. Показано, как изменяются передаточные функции нейронов при различных значениях начального магнитного потока в измерительном интерферометре. В заключении подведены итоги работы. Общий объем диссертации составляет 118 страниц, включая 51 рисунок; библиография насчитывает 90 наименований.

Глава 1. Литературный обзор

1.1 Сверхпроводящее состояние

Сверхпроводимость, с феноменологической точки зрения, представляет собой макроскопическое квантовое явление, обусловленное когерентным поведением ансамбля электронов. Макроскопическими проявлениями этого когерентного состояния являются эффект Мейснера (абсолютный диамагнетизм) и бездиссипативное протекание электрического тока [46]. Когерентность также находит красивое проявление в интерференционных эффектах на структурах со слабой связью — джозефсоновских переходах. Существование таких эффектов было впервые предсказано Б. Д. Джозефсоном [47].

Джозефсоновский переход (ДП) представляет собой структуру, состоящую из двух массивных сверхпроводящих берегов, разделённых слабой связью (рис. 1.1). В зависимости от типа слабой связи различают туннельные переходы (с изолятором), переходы типа «сэндвич», а также микромостики и точечные контакты. В данной работе в качестве слабой связи используется туннельный барьер. Физическое описание таких переходов может быть выполнено как в рамках микроскопической теории Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) [48], так и с использованием феноменологического подхода Гинзбурга–Ландау [46]. Настоящий раздел посвящён последовательному изложению обеих теорий в той мере, в какой это необходимо для понимания принципов работы исследуемых устройств.

1.1.1 Микроскопическая теория сверхпроводимости

Микроскопическое описание сверхпроводимости опирается на теорию Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) [49; 50], в основе которой лежит концепция образования куперовских пар — бозе-подобных квазичастиц из фермионных электронов. Что в свою очередь позволяет выполнить условие Ландау на спектр элементарных возбуждений для бездиссипативного коллективного движения

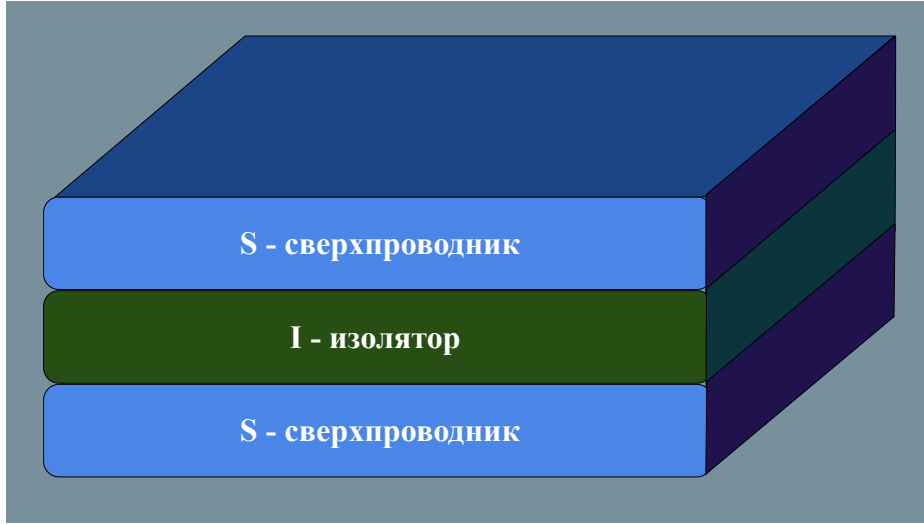


Рисунок 1.1 — Схематичное изображение джозефсоновского перехода типа «сэндвич» с туннельным барьером в качестве слабой связи.

[51]:

$$\frac{\varepsilon(\mathbf{p})}{p} > 0. \quad (1.1)$$

Как показано в работах Абрикосова, Горькова и Дзялошинского [48], эффективное притяжение между электронами, необходимое для спаривания, может быть обусловлено взаимодействием посредством фононов в кристаллической решётке. Во втором порядке теории возмущений это взаимодействие приводит к поправке к энергии системы, которая имеет *отрицательный* знак, что соответствует эффективному притяжению. В материалах, где это фононоопосредованное притяжение превосходит прямое кулоновское отталкивание, становится энергетически выгодным образование связанных электронных пар (куперовских пар), которые в целом подчиняются статистике Бозе.

Для описания конденсированного состояния таких пар используется подход самосогласованного среднего поля. Применение к гамильтониану приближения среднего поля Хартри–Фока с последующим преобразованием Боголюбова приводит к ключевому уравнению самосогласования для щели $\Delta(T)$ в спектре возбуждений:

$$1 = N(0)V \int_{|\Delta|}^{\hbar\Omega_D} \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2}}{2k_B T}\right)}{\sqrt{\xi^2 + \Delta^2}} d\xi, \quad (1.2)$$

где $N(0)$ — плотность состояний на уровне Ферми, ξ — энергия электрона относительно уровня Ферми, $\hbar\Omega_D$ — дебаевская энергия, играющая роль естественного обрезания. Численное решение уравнения (1.2) для параметров,

характерных для ниобия (Nb), даёт зависимость $\Delta(T)$, представленную на рис. 1.2. Щель монотонно уменьшается с ростом температуры и обращается в ноль при критической температуре T_c , что качественно и количественно описывает фазовый переход в сверхпроводящее состояние в рамках модели БКШ.

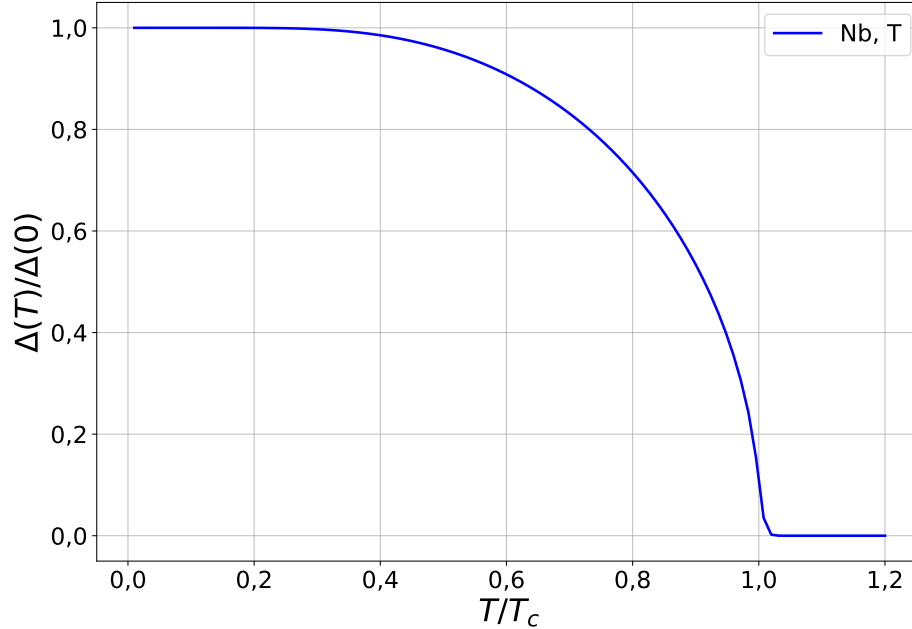


Рисунок 1.2 — Зависимость энергетической щели Δ от температуры T , рассчитанная по уравнению (1.2) для параметров, характерных для сверхпроводника Nb.

1.1.2 Феноменологическая теория сверхпроводимости

В то время как микроскопическая теория БКШ даёт глубокое понимание природы сверхпроводимости, для описания пространственно-неоднородных структур и поведения сверхпроводников во внешних полях часто более удобным оказывается феноменологический подход, развитый В. Л. Гинзбургом и Л. Д. Ландау [52; 53]. Основой этого подхода служит рассмотрение перехода в сверхпроводящее состояние как фазового перехода второго рода. Это означает, что вблизи критической температуры T_c можно применить теорию фазовых переходов Ландау, разлагая свободную энергию системы в ряд по степеням параметра порядка. В случае сверхпроводимости таким параметром порядка является мак-

роскопическая волновая функция куперовских пар $\Psi(\mathbf{r})$, причём $|\Psi(\mathbf{r})|^2 = n_s/2$ пропорционально плотности сверхпроводящих электронов n_s .

Разложение свободной энергии F_s сверхпроводника вблизи T_c и последующая вариация функционала Гиббса:

$$G_s = G_n + \int \left[\alpha |\Psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\Psi|^4 + \frac{1}{4m} \left| \left(-i\hbar\nabla - \frac{2e}{c} \mathbf{A} \right) \Psi \right|^2 + \frac{(\nabla \times \mathbf{A})^2}{8\pi} - \frac{\mathbf{H}_0 \cdot (\nabla \times \mathbf{A})}{4\pi} \right] dV, \quad (1.3)$$

где \mathbf{A} — векторный потенциал, \mathbf{H}_0 — внешнее магнитное поле, G_n — энергия Гиббса нормального состояния; приводит к первому уравнению Гинзбурга–Ландау (для вариации по $\delta\Psi^*$):

$$\xi^2 \left(i\nabla + \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A} \right)^2 \psi - \psi + \psi |\psi|^2 = 0, \quad (1.4)$$

с естественным граничным условием на границе сверхпроводника с вакуумом или диэлектриком:

$$\left(i\nabla + \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A} \right) \psi \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (1.5)$$

где \mathbf{n} — нормаль к поверхности и использован нормированный параметр порядка $\psi = \Phi/\Phi_0$ ($|\Psi|^2 = -\alpha/\beta$). Вариация же функционала по $\delta\mathbf{A}$ приводит ко второму уравнению Гинзбурга–Ландау, которое выражает плотность сверхтока через параметр порядка и векторный потенциал:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \frac{|\psi|^2}{\lambda^2} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla\theta - \mathbf{A} \right). \quad (1.6)$$

где θ — фаза параметра порядка: $\psi = |\psi|e^{i\theta}$.

В уравнениях (1.4)–(1.6) использованы следующие параметры:

- $\xi^2 = \frac{\hbar^2}{4m|\alpha|}$ — длина когерентности, характеризующая пространственный масштаб изменения параметра порядка;
- $\Phi_0 = \frac{\pi\hbar c}{e}$ — квант магнитного потока;
- $\lambda^2 = \frac{e}{8\pi e^2 |\alpha|} mc^2 \beta$ — лондоновская глубина проникновения, определяющая характерную длину затухания магнитного поля в сверхпроводнике.

Для иллюстрации физического смысла введённых масштабов ξ и λ рассматриваются две модельные одномерные задачи.

Поведение параметра порядка вблизи границы. Рассматривается полупространство $x > 0$, занятое сверхпроводником, граничащее с вакуумом при $x = 0$. В отсутствие магнитного поля ($\mathbf{A} = 0$) первое уравнение ГЛ (1.4) для одномерного случая и вещественного ψ принимает вид:

$$-\xi^2 \partial_{xx}^2 \psi - \psi + \psi^3 = 0. \quad (1.7)$$

Нетривиальное решение, удовлетворяющее граничным условиям $\psi(0) = 0$ (для жёсткой границы с вакуумом в приближении изотропной теории) и $\psi(\infty) = 1$, имеет форму кинка:

$$\psi(x) = \tanh\left(\frac{x}{\sqrt{2}\xi}\right), \quad (1.8)$$

что явно демонстрирует: параметр ξ задаёт характерный масштаб, на котором параметр порядка восстанавливается от нуля на границе до своего объёмного значения.

Проникновение магнитного поля. Рассматривается та же геометрия, но теперь прикладывается параллельное границе магнитное поле $\mathbf{H} = (0, 0, H(x))$. Если считать параметр порядка постоянным ($\psi = 1$), что справедливо вдали от границы для сверхпроводников с $\xi \ll \lambda$. Тогда второе уравнение ГЛ (1.6) сводится к уравнению для магнитного поля:

$$\partial_{xx}^2 H - \frac{H}{\lambda^2} = 0. \quad (1.9)$$

Его решение, затухающее вглубь сверхпроводника:

$$H(x) = H_0 e^{-x/\lambda}, \quad (1.10)$$

непосредственно подтверждает, что λ есть глубина проникновения магнитного поля. На рис. 1.3 схематически показаны оба решения — (1.8) и (1.10), иллюстрирующие два фундаментальных масштаба теории сверхпроводимости.

Отношение двух фундаментальных длин $\kappa = \lambda/\xi$ является ключевым параметром теории Гинзбурга–Ландау. Оно разделяет сверхпроводники на два типа: при $\kappa < 1/\sqrt{2}$ (сверхпроводники I рода) энергетически выгодно полное вытеснение магнитного поля вплоть до H_c ; при $\kappa > 1/\sqrt{2}$ (сверхпроводники II рода) возникает промежуточное состояние — магнитное поле начинает проникать в образец в виде вихрей Абрикосова при полях, меньших H_c . Материалы, используемые в данной работе (ниобий и его соединения), относятся к сверхпроводникам II рода.

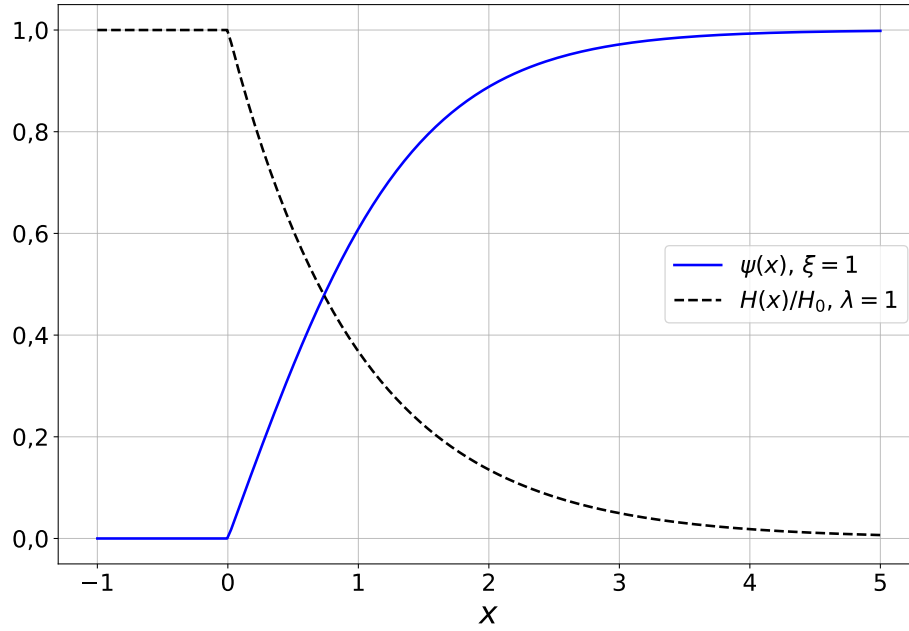


Рисунок 1.3 — Пространственное поведение нормированного параметра порядка $\psi(x)$ (сплошная линия) и магнитного поля $H(x)$ (пунктирная линия) вблизи границы сверхпроводник-вакуум ($x = 0$). Хорошо видны характерные масштабы: длина когерентности ξ и лондоновская глубина проникновения λ .

1.2 Джозефсоновский переход

1.2.1 SIS-переход (сверхпроводник–изолятор–сверхпроводник)

Рассмотрим теперь систему из двух сверхпроводников, слабо связанных через тонкий диэлектрический барьер. Такая структура, известная как SIS-переход (superconductor–insulator–superconductor), является классической реализацией джозефсоновского перехода [54–56]. Для её анализа используется уравнение Гинзбурга–Ландау, дополненное граничными условиями, учитывающими наличие слабой связи.

В приближении тонкого барьера его влияние может быть описано модифицированными граничными условиями для параметра порядка на границах раздела [57]. В одномерном случае для барьера толщиной d , расположенного между точками $x = 0$ и $x = d$, при условии $d \ll \xi$ и в отсутствие магнитного

поля ($\mathbf{A} = 0$) эти условия принимают вид:

$$\left. \frac{d\psi_1}{dx} \right|_{x=0} = \frac{1}{b}\psi_2(0), \quad \left. \frac{d\psi_2}{dx} \right|_{x=d} = \frac{1}{b}\psi_1(d). \quad (1.11)$$

Здесь ψ_1 и ψ_2 — нормированные параметры порядка в левом и правом сверхпроводниках соответственно, а параметр b , имеющий размерность длины, характеризует прозрачность барьера и связан с его сопротивлением в нормальном состоянии.

Для тонкого барьера параметр порядка в области диэлектрика изменяется незначительно, и его можно представить в виде $\psi \sim e^{i\theta}$, сохраняя только фазовую информацию. В этом приближении выражение для плотности сверхтока через барьер может быть получено из второго уравнения Гинзбурга–Ландау (1.6) или непосредственно из общего выражения для тока в терминах параметра порядка:

$$\mathbf{j}_s = \frac{i\hbar e}{2m}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*). \quad (1.12)$$

Если подставить сюда граничные условия (1.11) и положить амплитуды параметра порядка вблизи границы равновесными ($|\Psi_{1,2}| = |\Psi_0|$), то можно получить выражение для критической плотности тока через диэлектрический барьер:

$$j_s = \frac{\hbar e}{mb}|\Psi_0|^2 \sin(\theta_2 - \theta_1). \quad (1.13)$$

Интегрирование плотности тока по площади сечения перехода S , приводит к фундаментальному ток-фазовому соотношению для джозефсоновского перехода:

$$I_s = I_c \sin \varphi, \quad (1.14)$$

где $\varphi = \theta_2 - \theta_1$ — разность фаз параметров порядка по разные стороны барьера, а критический ток I_c определяется выражением $I_c = (\hbar e/mb)S|\Psi_0|^2$. Из оценки $|\Psi_0|^2 \sim \Delta^2$ (поскольку Δ пропорциональна равновесному значению параметра порядка) и того факта, что параметр b обратно пропорционален сопротивлению перехода в нормальном состоянии R_n , следует важная качественная зависимость: $I_c \sim \Delta^2/R_n \sim (T_c - T)$, которая указывает на линейное убывание критического тока при приближении к критической температуре T_c .

Более строгое и количественно точное выражение для критического тока SIS-перехода даёт микроскопическая теория. Если рассмотреть вывод,

основанный на туннельном гамильтониане, можно получить выражение для критического тока SIS-перехода:

$$I_c(T) = \frac{\pi\Delta(T)}{2eR_n} \tanh\left(\frac{\Delta(T)}{2k_B T}\right), \quad (1.15)$$

известное как формула Амбегаокара–Баратоффа [58]. Это фундаментальный результат микроскопической теории джозефсоновских SIS-переходов, устанавливающий связь критического тока с энергетической щелью сверхпроводника $\Delta(T)$ и нормальным сопротивлением R_n . В пределе низких температур ($T \ll T_c$, $\Delta(T) \approx \Delta_0$) формула упрощается до $I_c(0) = \pi\Delta_0/(2eR_n)$, а вблизи T_c воспроизводит линейную зависимость (полученную в рамках формализма Гинзбурга–Ландау).

1.2.2 Резистивная модель (RSJ) джозефсоновского перехода

До сих пор рассматривалось стационарное состояние, когда разность фаз φ постоянна во времени, что соответствует протеканию постоянного сверхтока. Однако фундаментальную роль играют и нестационарные эффекты. Связь между напряжением на переходе $V(t)$ и скоростью изменения разности фаз даётся вторым (нестационарным) соотношением Джозефсона:

$$\partial_t \varphi = \frac{2eV(t)}{\hbar}. \quad (1.16)$$

Это соотношение непосредственно следует из квантово-механического уравнения эволюции для разности фаз. В связи с этим для полного описания динамики перехода необходимо учитывать диссипативные процессы и, в общем случае, ёмкостные эффекты. Простейшей моделью, учитывающей диссипацию, является резистивная модель (RSJ — Resistively Shunted Junction). В этой модели переход шунтируется резистором, который описывает протекание квазичастичного тока. Ёмкостью перехода на первом этапе пренебрегают.

С учётом шунтирующего сопротивления полный ток через структуру складывается из сверхтока Джозефсона и тока через резистор:

$$I = I_c \sin \varphi + \frac{V}{R_n}, \quad (1.17)$$

где R_n — сопротивление перехода в нормальном состоянии (или эффективное сопротивление, описывающее диссипацию). Используя (1.16) для выражения напряжения через производную фазы, получается основное уравнение RSJ-модели:

$$I = I_c \sin \varphi + \frac{\hbar}{2eR_n} \partial_t \varphi. \quad (1.18)$$

Для удобства анализа вводятся безразмерные переменные:

$$i = \frac{I}{I_c}, \quad \omega_c = \frac{2e}{\hbar} I_c R_n = \frac{2\pi I_c R_n}{\Phi_0}, \quad (1.19)$$

где ω_c — характеристическая частота перехода. В безразмерном виде уравнение (1.18) принимает форму: $i = \sin \varphi + \omega_c^{-1} \partial_t \varphi$.

Уравнение (1.18) допускает аналитическое решение. Интегрирование его при постоянном токе i приводит к зависимости фазы от времени:

$$\varphi(t) = 2 \arctan \left[\frac{\sqrt{i^2 - 1} \operatorname{tg} \left(\frac{\sqrt{i^2 - 1}}{2} \omega_c t \right)}{i + 1} \right] - \frac{\pi}{2}. \quad (1.20)$$

Мгновенное значение напряжения на переходе при этом находится дифференцированием фазы:

$$V(t) = \frac{\hbar}{2e} \partial_t \varphi = I_c R_n \frac{\sqrt{i^2 - 1}}{i + \cos(\omega t)}, \quad (1.21)$$

где частота осцилляций $\omega = \omega_c \sqrt{i^2 - 1}$. Среднее за период напряжение \bar{V} вычисляется интегрированием (1.21) и оказывается равным:

$$\bar{V} = \frac{\hbar \omega}{2e} = I_c R_n \sqrt{i^2 - 1}. \quad (1.22)$$

В размерных переменных это соотношение принимает вид гиперболической зависимости: $\bar{V} = R_n \sqrt{I^2 - I_c^2}$, где величина $V_c = I_c R_n$ называется характеристическим напряжением джозефсоновского перехода. Зависимость (1.22) проиллюстрирована на рис. 1.4.

Влияние внешнего высокочастотного воздействия. Ступеньки Шапира. Важным эффектом, наблюдаемым в джозефсоновских переходах при облучении СВЧ-полем, является появление ступенек постоянного тока на вольт-амперной характеристике (ступеньки Шапира) [59]. В [60] данный эффект

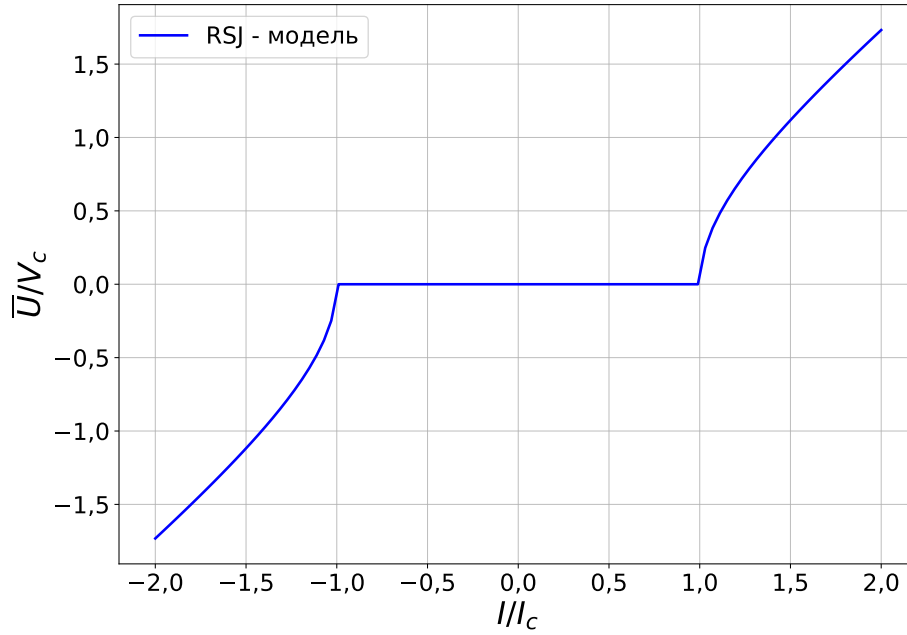


Рисунок 1.4 — Вольт-амперная характеристика джозефсоновского перехода в рамках RSJ-модели, рассчитанная по уравнению (1.22). При $|I| < I_c$ напряжение отсутствует (сверхпроводящее состояние), при $|I| > I_c$ возникает среднее напряжение, пропорциональное $\sqrt{I^2 - I_c^2}$.

рассмотрен в рамках RSJ-модели, в предположении, что внешнее излучение приводит к появлению в контакте переменного электрического поля той же частоты. Это позволяет установить, что токовые ступени возникают при напряжениях, кратных $\hbar\omega_f/(2e)$, а их амплитуды выражаются через функции Бесселя первого рода целого порядка $\Delta I = I_c J_n(n\nu/U)$, где ω_f — частота внешнего излучения, а ν — его амплитуда по напряжению; n — порядок ступени.

Тут стоит заметить, что абсолютно аналогичная ситуация будет наблюдаться и в отсутствие внешнего переменного излучения, но при параллельном подключении к контакту резонирующего контура. В этом случае в такой системе будут поддерживаться самоиндуцированные колебания [61].

1.2.3 Резистивно-ёмкостная модель (RCSJ)

Для туннельных переходов с изолирующим барьером, которые используются в данной работе, существенную роль играет геометрическая ёмкость структуры C . Для учёта ёмкости в модель добавляется ток смещения $I_C =$

$C \partial_t V$, что приводит к резистивно-ёмкостной модели (RCSJ — Resistively and Capacitively Shunted Junction) [62; 63]:

$$I = I_c \sin \varphi + \frac{\hbar}{2eR_n} \partial_t \varphi + \frac{\hbar C}{2e} \partial_{tt}^2 \varphi. \quad (1.23)$$

Вводя безразмерное время $\tau = \omega_p t$, где $\omega_p = \sqrt{2eI_c/\hbar C}$ — ещё одна характеристическая частота, называемая плазменной частотой контакта, и параметр $Q = \omega_p R_n C$ (добротность), уравнение (1.23) может быть приведено к виду:

$$i = \sin \varphi + \frac{1}{Q} \partial_\tau \varphi + \partial_{\tau\tau}^2 \varphi. \quad (1.24)$$

Однако в литературе чаще используется параметр Маккамбера–Стюарта β_c , связанный с добротностью соотношением $\beta_c = Q^2$:

$$\beta_c = \frac{2e}{\hbar} I_c R_n^2 C = \left(\frac{\omega_c}{\omega_p} \right)^2. \quad (1.25)$$

Параметр β_c определяет степень влияния ёмкости на динамику перехода. При $\beta_c \ll 1$ ёмкостный вклад пренебрежимо мал, и переход ведёт себя как в RSJ-модели. При $\beta_c \gtrsim 1$ появляется принципиально новое свойство — гистерезис вольт-амперной характеристики. Переход, однажды переключившись в резистивное состояние, может оставаться в нём при токах, меньших критического, вплоть до некоторого тока возврата $I_r < I_c$.

Уравнение (1.23) не имеет простого аналитического решения, однако численное моделирование позволяет получить семейство вольт-амперных характеристик для различных значений β_c (рис. 1.5).

Учёт подщелевого сопротивления. В туннельных SIS-переходах сопротивление в области напряжений ниже щели ($|V| < 2\Delta/e$) существенно превышает нормальное сопротивление R_n из-за малости числа квазичастичных возбуждений. Это явление может быть учтено в рамках модифицированной RCSJ-модели введением кусочно-постоянной зависимости сопротивления от напряжения:

$$R(V) = \begin{cases} R_g, & |V| < 2\Delta/e, \\ R_n, & |V| \geq 2\Delta/e, \end{cases} \quad (1.26)$$

где $R_g \gg R_n$ — подщелевое сопротивление, которое для ниобиевой технологии имеет типичное отношение к нормальному сопротивлению $R_g/R_n \approx 20\text{--}30$.

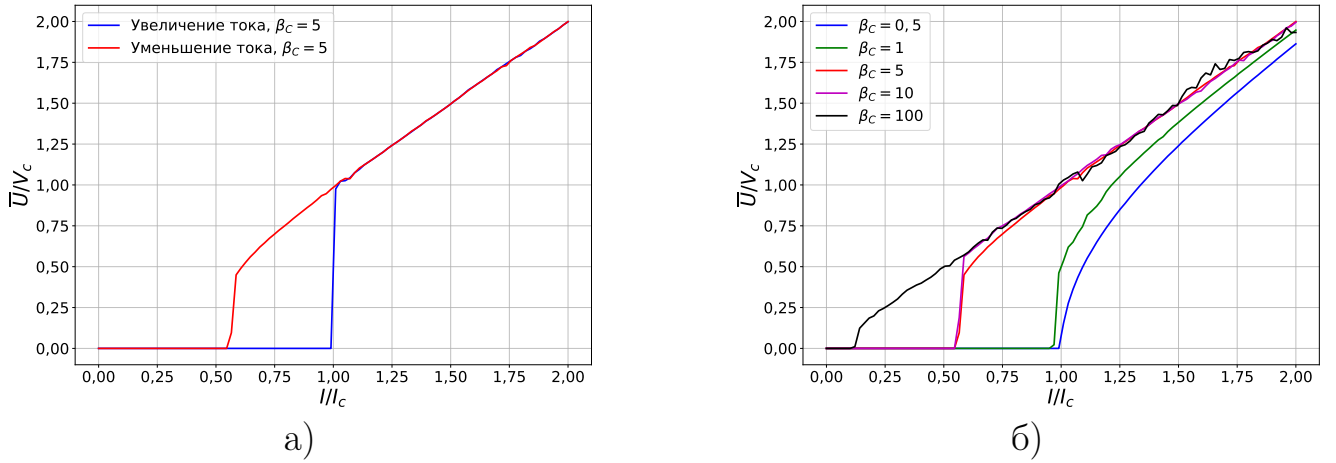


Рисунок 1.5 — Гистерезисные вольт-амперные характеристики джозефсоновского перехода в рамках RCSJ-модели. Параметр β_c определяет ширину петли гистерезиса. (а) $\beta_c = 5$: прямая и обратная ветви ВАХ. (б) Зависимости при различных $\beta_c = 0.5, 1, 5, 10, 100$; для наглядности на графике представлены только обратные токовые ветви.

Учёт этого обстоятельства приводит к тому, что эффективный параметр Маккамбера для подщелевой области становится равным $\beta'_c = \beta_c(R_g/R_n)$. Это существенно увеличивает гистерезис и смещает ток возврата к меньшим значениям (рис. 1.6).

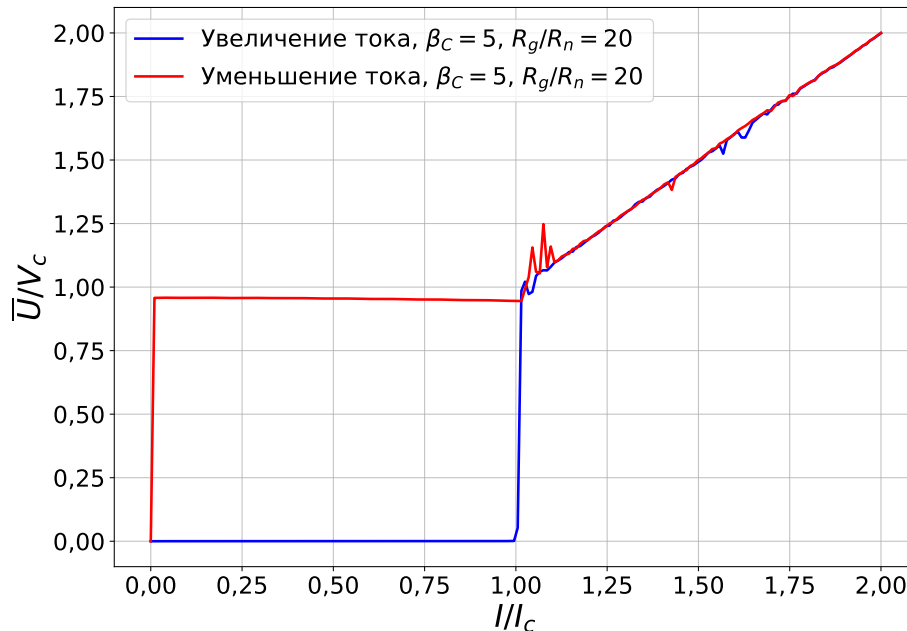


Рисунок 1.6 — Вольт-амперная характеристика туннельного SIS-перехода в рамках RCSJ-модели с учётом подщелевого сопротивления ($\beta_c = 5, R_g/R_n = 20$). Наличие большой подщелевой ветви приводит к увеличению эффективного параметра β'_c и сдвигу тока возврата.

Таким образом, рассмотренные модели (RSJ, RCSJ, RCSJ с учётом подщелевого сопротивления) дают полное описание статических и динамических свойств джозефсоновских переходов в различных режимах работы. Эти модели будут использоваться в дальнейшем при анализе характеристик сверхпроводниковых нейронов.

1.3 Простейшие сверхпроводящие интерферометры

Исследуемые в рамках данной работы прототипы сверхпроводящих нейронов представляют собой одноконтный и двухконтный интерферометры, шунтированные дополнительной индуктивностью. Прежде чем переходить к их описанию, рассмотрим свойства обычных одно- и двухконтного интерферометров. Данные устройства структурно состоят из одного или нескольких сверхпроводящих контуров (колец), содержащих один или несколько джозефсоновских контактов на контур. Основным свойством сверхпроводящего кольца является его неодносвязность: внутри кольца можно выбрать замкнутый сверхпроводящий контур, который невозможно стянуть в точку, оставаясь внутри сверхпроводящего материала. Изменение фазы при протекании сверхтока и при наличии магнитного поля определяется вторым уравнением Гинзбурга–Ландау (ур. (1.6)). Здесь оно записывается в более привычном виде через скорость сверхпроводящей компоненты:

$$\hbar\nabla\theta = 2m\mathbf{v}_s + \frac{2e}{c}\mathbf{A}. \quad (1.27)$$

Изменение фазы $\delta\theta$ может быть получено путём интегрирования ур. (1.27) вдоль некоторого пути, причём условие:

$$\delta\theta = 2\pi n \quad (1.28)$$

должно выполняться для любой замкнутой траектории, чтобы сверхпроводящая волновая функция оставалась однозначной. В случае достаточно объёмных сверхпроводников контур интегрирования может быть выбран в глубине сверхпроводящего кольца, где скорость сверхпроводящих электронов равна нулю $\mathbf{v}_s = 0$. Далее применяя теорему Стокса, циркуляция векторного потенциала

записывается в виде:

$$\oint_l \mathbf{A} d\mathbf{l} = \oint_S \text{rot} \mathbf{A} dS \quad (1.29)$$

Учитывая определение магнитного поля $\text{rot} \mathbf{A} = \mathbf{B}$, определяется, что левая часть получившегося уравнения равна потоку магнитного поля Φ . А условие (1.28) дает его квантование:

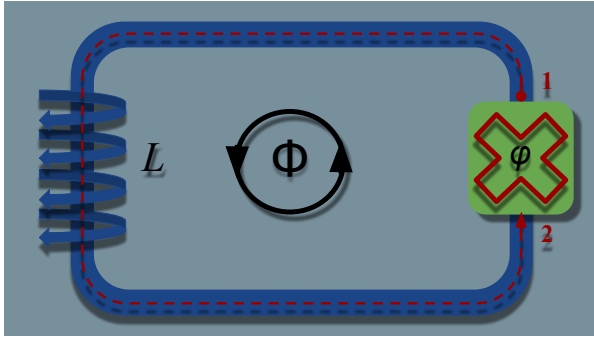
$$\Phi = n\Phi_0. \quad (1.30)$$

Таким образом, в сверхпроводящем кольце может находиться лишь целое количество квантов магнитного потока. Причина явления состоит в том, что экранирующие токи, протекающие в сверхпроводнике, могут как дополнять внешний поток до кванта, так и выталкивать его.

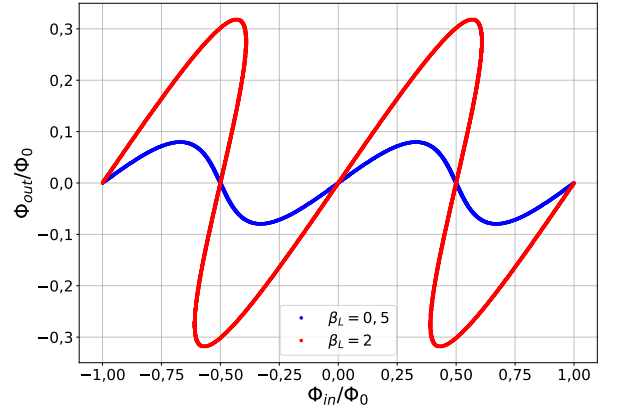
Сверхпроводящий интерферометр получается из сверхпроводящего кольца путём включения в него одного или нескольких джозефсоновских контактов [60], [64]. Наличие джозефсоновского контакта ограничивает величину экранирующего тока в сверхпроводящем кольце. Поэтому в сверхпроводящих интерферометрах наблюдается не квантование магнитного потока, а периодическое изменение свойств структуры в зависимости от приложенного магнитного поля. Причиной такого поведения, однако, также является требование однозначности сверхпроводящей волновой функции, выражающееся математически в ур. (1.28).

1.3.1 Одноконтактный интерферометр

Первым видом интерферометров, актуальных для данной работы, является одноконтактный СКВИД. Его устройство схематично изображено на рис. 1.7а. Он представляет собой джозефсоновский контакт, шунтированный сверхпроводящей индуктивностью. При таком подключении джозефсоновский контакт не может перейти в нестационарный режим. Обычно полевой характеристикой одноконтактного СКВИДа считается зависимость полного магнитного потока в кольце (определяемого индукцией магнитного поля \mathbf{B}) от потока приложенного магнитного поля \mathbf{H} , которая является квазипериодической с периодом в один квант магнитного потока. Однако при изучении сигма-нейрона



а)



б)

Рисунок 1.7 — Одноконтактный интерферометр: а) схематическое представление с контуром интегрирования; б) зависимость нормированного выходного потока Φ_{out} от входного Φ_{in} для $\beta_L = 0,5$ (синяя кривая) и $\beta_L = 2$ (красная кривая).

(см. раздел 1.4.1 и параграф 3.3.1) рассматривается зависимость магнитного потока, создаваемого сверхтоком, протекающим в специальной «выходной» индуктивности. Имея в виду дальнейшие применения, логично характеризовать поведение одноконтактного интерферометра через зависимость магнитного потока Φ_{out} , генерируемого индуктивностью L , от внешнего Φ_{in} . Фактически, в этом случае выходным сигналом будет величина экранирующего тока в кольце.

Пусть интерферометр помещён в магнитное поле, перпендикулярное плоскости сверхпроводящей петли. Необходимо проинтегрировать ур. (1.27) по контуру $1 \mapsto 2$ (см. рис. 1.7а) при условии, что данный контур находится в глубине толщины сверхпроводника ($\mathbf{v}_s = 0$). После интегрирования получается выражение, связывающее изменение фазы на джозефсоновском контакте с набегом фазы волновой функции, возникающим вследствие воздействия векторного потенциала на сверхпроводящие электроны.

$$\theta_2 - \theta_1 = \frac{2e}{\hbar} \int_1^2 \mathbf{A} dl \quad (1.31)$$

Из теоремы Стокса и замены переменных $\theta_2 - \theta_1 = \varphi$ следует, что:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\Phi_0} (\Phi_{\text{in}} - LI_c \sin \varphi), \quad (1.32)$$

где учтено преобразование $\Phi = \Phi_{\text{in}} - LI_c \sin \varphi$, связанное с индуцированным магнитным потоком, вызванным экранирующим током в кольце интерферометра. Таким образом, видно, что фаза джозефсоновского контакта связана с внешним магнитным потоком неявным образом. Разрешая данное выражение относительно φ и подставляя в зависимость для $\Phi_{\text{out}} = LI_c \sin \varphi$, можно

получить зависимость выходного магнитного потока от входного $\Phi_{\text{out}}(\Phi_{\text{in}})$.

$$\varphi_{\text{out}} = l \sin(\varphi_{\text{in}} - \varphi_{\text{out}}), \quad (1.33)$$

где $\varphi_{\text{in}} = 2\pi\Phi_{\text{in}}/\Phi_0$, $\varphi_{\text{out}} = 2\pi\Phi_{\text{out}}/\Phi_0$, $l = 2\pi LI_c/\Phi_0$ — нормированные значения потоков и индуктивности.

Одноконтактный интерферометр может быть использован в качестве чувствительного датчика магнитного потока [46]. Однако его использование в этом качестве менее удобно, чем двухконтактного (1.3.2), поскольку он не имеет критического тока. Более точно, для перехода в резистивное состояние требуется разрушить сверхпроводимость в самом кольце, что требует пропускания гораздо большего тока, чем критический ток джозефсоновского контакта. Поэтому состояния такого датчика тестируются при помощи переменного сигнала, что сложнее случая двухконтактного СКВИДа. Одноконтактный интерферометр имеет два режима работы, определяемых его индуктивностью. Последняя характеризуется безразмерным параметром $\beta_L = l$ [46]. Если индуктивность велика, то есть $\beta_L > 1$, то зависимость $\varphi_{\text{out}}(\varphi_{\text{in}})$ является гистерезисной. Этот режим актуален при использовании интерферометра в СКВИД-усилителях. При малой индуктивности $\beta_L < 1$ зависимость $\varphi_{\text{out}}(\varphi_{\text{in}})$ является однозначной. Этот режим актуален при измерении ток-фазового соотношения [65], [66]. Оба данных режима представлены на рис. 1.7б. Графики представляют собой численно решённое уравнение (1.33) при разных параметрах β_L .

1.3.2 Двухконтактный интерферометр

Наиболее простым объектом для экспериментального исследования является двухконтактный интерферометр. В разделах (3.3.1, 3.3.2) такая структура применялась как чувствительное устройство для измерения магнитных потоков, а в разделе (4.1.2) — как экспериментальная структура для проверки численных методов расчёта индуктивностей. Схематическое устройство двухконтактного СКВИДа представлено на рис. 1.8. Фактически он состоит из двух джозефсоновских контактов, соединённых параллельно сверхпроводящими линиями. Контур имеет также подводящие контакты, по которым на него подаётся

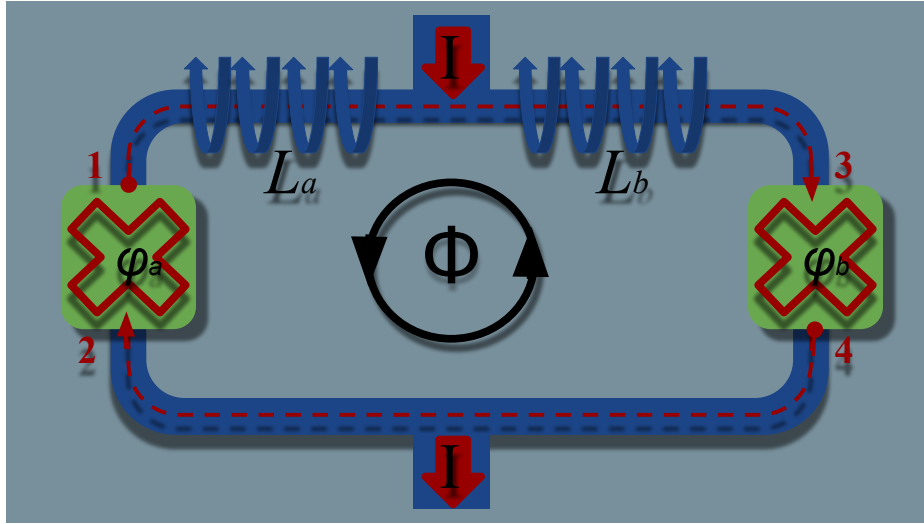


Рисунок 1.8 — Схематичное представление двухконтактного интерферометра с изображённым контуром обхода, а также с условными обозначениями собственных индуктивностей плеч СКВИДа.

опорный ток. Максимальный критический ток через такую структуру ограничен сверху суммой критических токов контактов. Далее будет рассматриваться симметричная ситуация, когда джозефсоновские контакты одинаковы. Пусть двухконтактный интерферометр помещён в магнитное поле, перпендикулярное плоскости сверхпроводящей петли, и через него пропускается опорный ток, создаваемый внешним источником. Тогда, аналогично параграфу 1.3.1, интегрируется ур. (1.27) по контуру ($1 \mapsto 3, 4 \mapsto 2$):

$$\varphi_a - \varphi_b = \varphi_{\text{in}} \quad (1.34)$$

Таким образом, магнитный поток связывает между собой разности фаз на джозефсоновских контактах a и b . Ток внешнего источника ($i = i_a + i_b$), протекающий через контакты a и b , связан с разностями фаз ток-фазовым соотношением (подробнее в параграфе 1.2.1):

$$\begin{aligned} i_a &= \sin \varphi_a \\ i_b &= \sin \varphi_b \end{aligned} \quad (1.35)$$

Учитывая, что полный ток через СКВИД равен сумме токов через джозефсоновские переходы, и применяя тригонометрические преобразования, получается зависимость полного тока ($i(\varphi_{\text{in}})$) от внешнего магнитного потока.

$$i = 2 \cos(\varphi_{\text{in}}) \sin(\varphi_b + \varphi_{\text{in}}) \quad (1.36)$$

Данное выражение представляет собой ток-фазовое соотношение двухконтактного интерферометра. В этом уравнении единственным свободным параметром

является фаза на контакте (φ_b). Варьируя её, можно найти, что критический (то есть максимальный бездиссипативный ток через СКВИД) равен:

$$i_{\max} = 2|\cos(\varphi_{\text{in}})| \quad (1.37)$$

Зависимость (1.37) определяет практическую значимость двухконтактных интерферометров как чувствительных датчиков магнитного потока. Методы измерения зависимости $i_{\max}(\varphi_{\text{in}})$ основаны на использовании нестационарного эффекта Джозефсона и будут подробно рассмотрены в разделе 2.3. Здесь можно отметить, что переменной в ур. (1.37) является полный магнитный поток, который складывается из внешнего потока $\Phi_e = HS$ (где H — приложенное магнитное поле, а S — площадь контура) и потока экранирующего тока I_{scr} , который может быть вычислен как полуразность токов, протекающих через контакты a , b :

$$i_{\text{scr}} = \sin(\varphi_{\text{in}}) \cos(\varphi_b + \varphi_{\text{in}}) \quad (1.38)$$

Амплитуда тока I_{scr} равна нулю при целочисленном полном потоке и достигает максимального значения при полуцелом. Величина экранирующего тока не может превосходить I_c , а его поток — LI_c , где L — индуктивность контура. В приведённом выше рассмотрении индуктивность кольца не учитывалась ($L = 0$), поэтому полный поток может считаться равным внешнему, а критический ток СКВИДа обращаемся в ноль при полуцелом магнитном потоке. Экранирующие свойства кольца приводят к тому, что полный поток через СКВИД никогда не достигает полуцелых значений, а критический ток интерферометра не обращается в ноль при любых значениях H , как показано на рис. 1.9б.

Учёт индуктивности контура

Рассмотрим задачу об индуктивном двухконтактном СКВИДе более подробно, поскольку аналогичные рассуждения будут использованы при анализе свойств G-нейрона (см. параграф 1.4.2 и раздел 3.3.2). Реальный двухконтактный интерферометр может рассматриваться также как совокупность двух плеч,

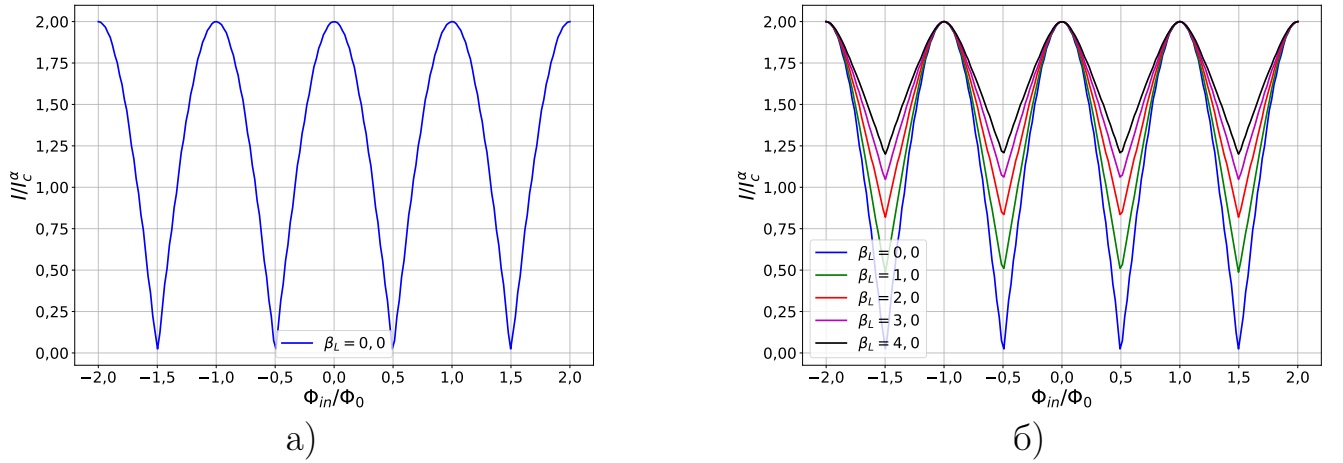


Рисунок 1.9 — Зависимость максимального бездиссипативного тока через двух-контактный интерферометр от внешнего магнитного потока: а) при нулевой индуктивности петли; б) такая же зависимость для случая разных индуктивностей петли. Для каждой кривой указано значение параметра $\beta_L = 2LI_c/\Phi_0$.

содержащих джозефсоновские контакты a и b (см. рис. 1.8). При этом индуктивности плеч обозначены как L_a , L_b соответственно. Тогда уравнения баланса фаз и равенство Кирхгофа будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \varphi_a - \varphi_b + \varphi_{\text{in}} + l_a \sin \varphi_a - l_b \sin \varphi_b &= 0, \\ i &= 2 \sin \left(\frac{\varphi_a + \varphi_b}{2} \right) \cos \left(\frac{\varphi_a - \varphi_b}{2} \right). \end{aligned} \quad (1.39)$$

Здесь слагаемые вида $l \sin \varphi$ отвечают за собственное магнитное поле, индуцируемое токами, протекающими по контуру. Не нарушая общности, в уравнение (1.39) добавляются также слагаемые вида $\omega_c^{-1} \partial_t \varphi$, отвечающие резистивному режиму в рамках RSJ-модели (см. ур. (1.2.2)). Также необходимо учесть несимметричность критических токов контактов $\alpha_i = I_c^b/I_c^a$, где в качестве нормирующего, как и ранее, используется критический ток $I_c = I_c^a$. Обобщением выписывается получившиеся уравнения:

$$\begin{aligned} \varphi_a - \varphi_b + \varphi_{\text{in}} + l_a [\sin \varphi_a + \omega_c^{-1} \partial_t \varphi_a] - l_b [\sin \varphi_b + \omega_c^{-1} \partial_t \varphi_b + \Delta_i] &= 0, \\ i &= 2 \sin \left(\frac{\varphi_a + \varphi_b}{2} \right) \cos \left(\frac{\varphi_a - \varphi_b}{2} \right) + \omega_c^{-1} [\partial_t \varphi_a + \partial_t \varphi_b] + \Delta_i, \end{aligned} \quad (1.40)$$

где $\Delta_i = (\alpha_i - 1)(\sin \varphi_b + \omega_c^{-1} \partial_t \varphi_b)$. После следующей замены переменных: $\frac{\varphi_a - \varphi_b}{2} = \chi$, $\frac{\varphi_a + \varphi_b}{2} = \Psi$, $\kappa = l_b - l_a$, $l = l_b + l_a$ — получается упрощённый вид

предыдущего уравнения (1.40).

$$2\chi + \varphi_{\text{in}} + [l \sin \chi \cos \Psi - \kappa \sin \Psi \cos \chi] + \omega_c^{-1} [l \partial_t \chi - \kappa \partial_t \Psi] - \frac{\kappa + l}{2} \Delta_i = 0,$$

$$i = 2 \sin \Psi \cos \chi + \omega_c^{-1} \partial_t (2\Psi) + \Delta_i. \quad (1.41)$$

Разрешая систему и учитывая, что напряжения, возникающие на джозефсоновских контактах, должны быть равны: $\partial_t \varphi_a = \alpha_i \partial_t \varphi_b \Rightarrow \partial_t \chi (\frac{\alpha_i + 1}{2}) - \partial_t \Psi (\frac{\alpha_i - 1}{2}) = 0$. Учёт этих равенств и дополнительного условия того, что бездиссипативный ток должен достигать максимума при допустимых значениях Ψ и χ , позволяет выразить напряжение U , возникающее на СКВИДе при пропускании через него тока i , как зависимость от входного магнитного потока Φ_{in} .

$$\begin{cases} i\kappa + 4\chi + 2\varphi_{\text{in}} + l[(\alpha_i + 1) \sin \chi \cos \Psi - (\alpha_i - 1) \sin \Psi \cos \chi] = 0, \\ (\Psi, \chi) : [(\alpha_i + 1) \sin \Psi \cos \chi - (\alpha_i - 1) \sin \chi \cos \Psi]_{\text{max}} = [i_c]_{\text{max}}, \\ U = V_c \frac{\alpha_i + 1}{2\alpha_i} \sqrt{i^2 - i_c^2}. \end{cases} \quad (1.42)$$

На рис. 1.10б изображена данная зависимость для случая асимметричного СКВИДа. На графике видно, что период по-прежнему сохраняется равным Φ_0 , однако асимметрия индуктивностей плеч и критических токов контактов приводит к наклону зависимости, вследствие чего точки минимума смещаются относительно точек, кратных кванту потока, причём смещение равно $\Delta\varphi = l(\frac{1-\alpha_i}{1+\alpha_i} + \frac{\kappa}{l})$ см. [64].

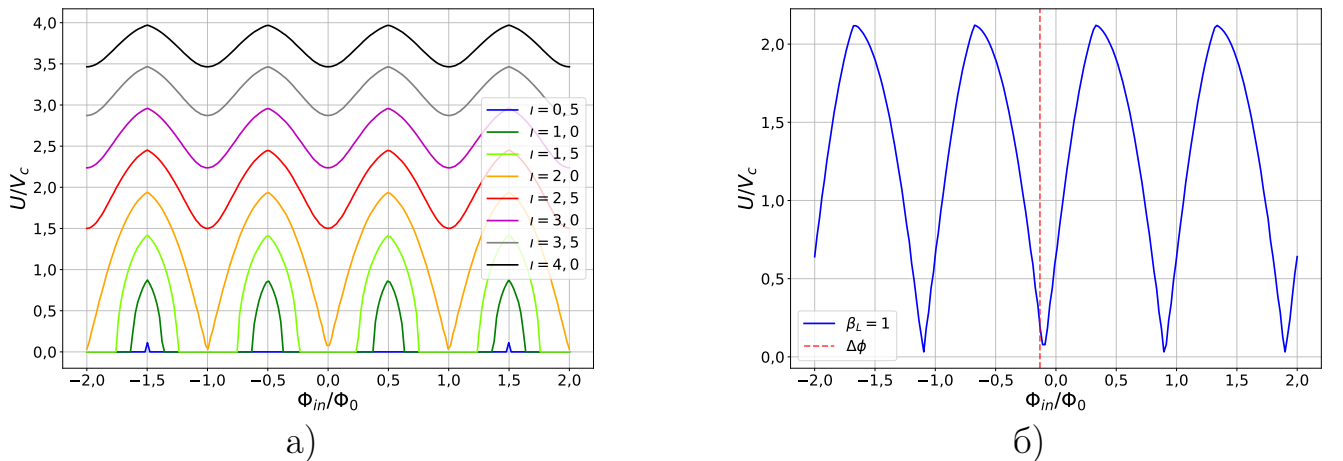
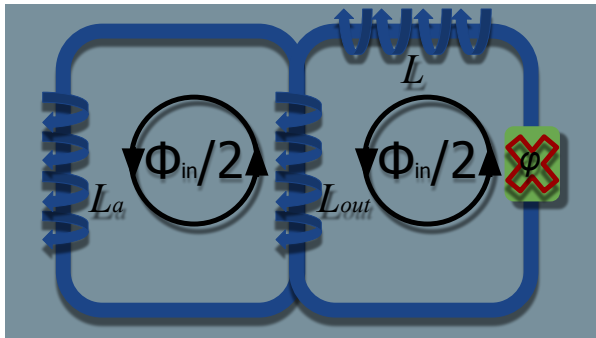


Рисунок 1.10 — Зависимость напряжения, снимаемого на обкладках двухконтактного интерферометра, от внешнего магнитного потока: а) при разных токах питания СКВИДа, β_L постоянна и равна 1; б) такая же зависимость для случая асимметричного интерферометра ($l = 1$, $\kappa = 0,5$, $\alpha_i = 0,5$).

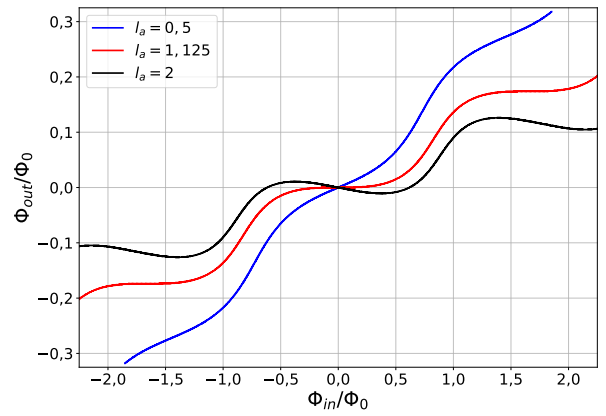
1.4 Сверхпроводящие нейроны

Сверхпроводящий нейрон представляет собой интерферометр, реализующий специальный вид передаточной функции $\Phi_{\text{out}}(\Phi_{\text{in}})$, где Φ_{in} — магнитный поток, создаваемый внешним сигналом в приёмных элементах, а Φ_{out} — магнитный поток, создаваемый сверхтоком в выходной индуктивности. В работах [67], [42], [68] были предложены сверхпроводящие нейроны на основе одноконтурного и двухконтурного интерферометров, реализующие сигмоидальную и гауссову передаточные функции соответственно. Название типов сверхпроводящих нейронов определяется видом передаточной функции: для реализации сигмоидальной функции используется сигма-нейрон (σ -нейрон), а для гауссовой — гаусс-нейрон (G-нейрон).

1.4.1 σ -нейрон



а)



б)

Рисунок 1.11 — Сигма-нейрон: а) схематическое представление концепции σ -нейрона; б) график выходного потока Φ_{out} в зависимости от входного Φ_{in} для сигма-нейрона. Различными цветами изображены зависимости при $l_a = [0,5; 1,125; 2]$ соответственно, $l_{\text{out}} = 0,3$; $l = 0,125$.

В работе [42] представлена концепция, согласно которой σ -нейрон представляет собой одноконтурный СКВИД, шунтированный сверхпроводящим контуром с заданной индуктивностью (см. рис. 1.11а). Свойства предложенного

интерферометра определяются балансом фаз в двух сверхпроводящих контурах:

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_{\text{in}}}{2} + i_a l_a - \varphi_{\text{out}} &= 0, \\ \frac{\varphi_{\text{in}}}{2} + \varphi_{\text{out}} - \varphi - l \sin \varphi &= 0, \end{aligned} \quad (1.43)$$

где $\varphi_{\text{in}} = 2\pi\Phi_{\text{in}}/\Phi_0$ представляет собой нормированный входящий магнитный поток, который задаётся симметрично в оба контура; $\varphi_{\text{in}}/2$ — входной магнитный поток, приходящийся на один контур; φ_{out} — нормированный выходной магнитный поток. Величины l , l_a и l_{out} обозначают индуктивности плеч интерферометра, нормированные на джозефсоновскую индуктивность $L_J = \Phi_0/2\pi I_c$, где I_c — критический ток джозефсоновского контакта, а φ — джозефсоновская разность фаз.

При записи уравнения (1.43) учтено, что джозефсоновский ток в единицах I_c выражается как $\sin \varphi$, а нормированный ток через выходную индуктивность — как $\varphi_{\text{out}}/l_{\text{out}}$. Закон Кирхгофа в точке разветвления при таких обозначениях имеет вид:

$$i_a + \sin \varphi + \frac{\varphi_{\text{out}}}{l_{\text{out}}} = 0, \quad (1.44)$$

где i_a — нормированный ток, протекающий через шунтирующую индуктивность. Выражая ток i_a из ур. (1.44), может быть записана система параметрических уравнений на входной и выходной потоки:

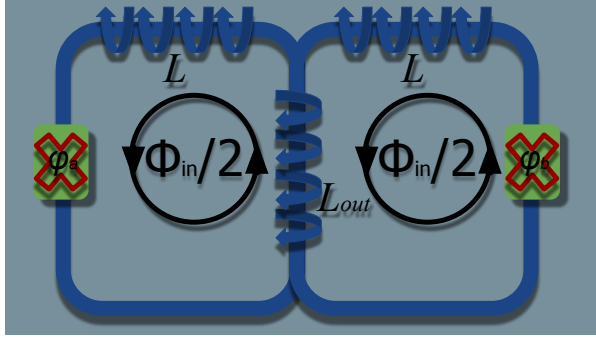
$$\begin{aligned} \varphi_{\text{out}} &= l_{\text{out}} \frac{\varphi_{\text{in}} - 2l_a \sin \varphi}{2(l_a + l_{\text{out}})}, \\ \varphi_{\text{in}} &= 2 \left(\frac{l_a + l_{\text{out}}}{l_a + 2l_{\text{out}}} \right) \left[\varphi + \left(l + \frac{l_a l_{\text{out}}}{l_a + l_{\text{out}}} \right) \sin \varphi \right], \end{aligned} \quad (1.45)$$

При этом сигмоидальность передаточной функции обеспечивается условием равенства нулю производной $d\varphi_{\text{out}}/d\varphi_{\text{in}}|_{\varphi_{\text{in}}=0}$ при нулевом входном сигнале. Это достигается при выполнении условия [42]:

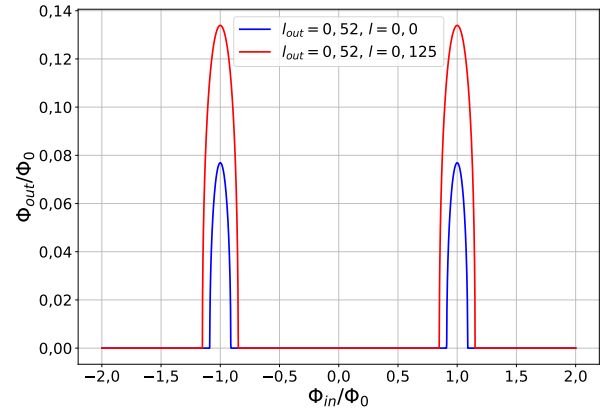
$$l_a = l + 1, \quad (1.46)$$

что соответствует равенству индуктивностей шунтирующего и джозефсоновского плеч нейрона, включая эффективную индуктивность джозефсоновского контакта в отсутствие внешнего сигнала.

1.4.2 G-нейрон



а)



б)

Рисунок 1.12 — Гаусс-нейрон: а) схематичное представление концепции G-нейрона; б) график выходного потока Φ_{out} в зависимости от входного Φ_{in} . Различными цветами изображены зависимости при $l = [0,0; 0,125]$ соответственно и $l_{out} = 0,52$.

Как и в случае с σ -нейроном, G-нейрон представляет собой замкнутый контур с двумя джозефсоновскими контактами, разделённый на две части шунтирующей индуктивностью L_{out} (см. рис. 1.12 (а)). При этом образуются два одинаковых (в общем случае, подобных) подконтура. Полевой характеристикой такой структуры является зависимость магнитного потока Φ_{out} , индуцированного шунтирующей индуктивностью, от потока внешнего поля Φ_{in} , создаваемого внешним источником (соленоид, контрольная линия и т.д.).

Теперь рассмотрим уравнения состояния G-нейрона [67], [42], [68]. Первые два уравнения, как и в случае σ -нейрона (1.4.1), описывают закон баланса фаз в двух контурах:

$$\begin{aligned} \varphi_{out} + \varphi_a + \frac{\varphi_{in}}{2} + l \sin \varphi_a &= 0, \\ -\varphi_{out} - \varphi_b + \frac{\varphi_{in}}{2} - l \sin \varphi_b &= 0. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Третье уравнение отвечает за соблюдение второго закона Кирхгофа в узле:

$$\varphi_{out} = 2l_{out} \sin \left(\frac{\varphi_a + \varphi_b}{2} \right) \cos \left(\frac{\varphi_b - \varphi_a}{2} \right) \quad (1.48)$$

После симметричного и антисимметричного преобразования и последующей замены переменных $[\varphi_b + \varphi_a]/2 = \chi$, $[\varphi_b - \varphi_a]/2 = \Psi$ можно прийти к эквивалентной системе уравнений:

$$\begin{aligned}\Psi + \frac{\varphi_{\text{in}}}{2} + l \sin \Psi \cos \chi &= 0, \\ \varphi_{\text{out}} + \chi + l \sin \chi \cos \Psi &= 0, \\ \varphi_{\text{out}} &= 2l_{\text{out}} \sin \chi \cos \Psi.\end{aligned}\tag{1.49}$$

Из совместно решения системы уравнений (1.49), выражается один из параметров, в данном случае $\chi = -\varphi_{\text{out}} [1 + l/2l_{\text{out}}]$, и получается параметрическая зависимость φ_{out} от φ_{in} :

$$\begin{aligned}\varphi_{\text{in}} &= -2\Psi - 2l \sin \Psi \cos \left(\varphi_{\text{out}} \left[1 + \frac{l}{2l_{\text{out}}} \right] \right), \\ \varphi_{\text{out}} &= -2l_{\text{out}} \sin \left(\varphi_{\text{out}} \left[1 + \frac{l}{2l_{\text{out}}} \right] \right) \cos \Psi.\end{aligned}\tag{1.50}$$

Полученная зависимость представлена на рис. 1.12(б). Для сравнения на одном графике представлена зависимость (1.50) с учётом и с нулевой индуктивностями джозефсоновских плеч G-нейрона. Можно видеть, что выбор отношения l_{out}/l позволяет получить передаточную функцию, наиболее близкую к распределению Гаусса. При проектировании топологии образцов в качестве целевого закладывалось отношение $l_{\text{out}}/l \simeq 4$, которое было предложено в работах [67], [42], [68].

1.5 Индуктивность сверхпроводящей линии

Как было показано в предыдущих разделах, индуктивность является одним из ключевых параметров, определяющих работу сверхпроводящих интерферометров и нейронных элементов на их основе. В данном разделе рассматриваются физические основы индуктивности в сверхпроводниках, а также аналитические методы её расчёта для различных конфигураций, характерных для современных сверхпроводниковых интегральных схем (СПИС).

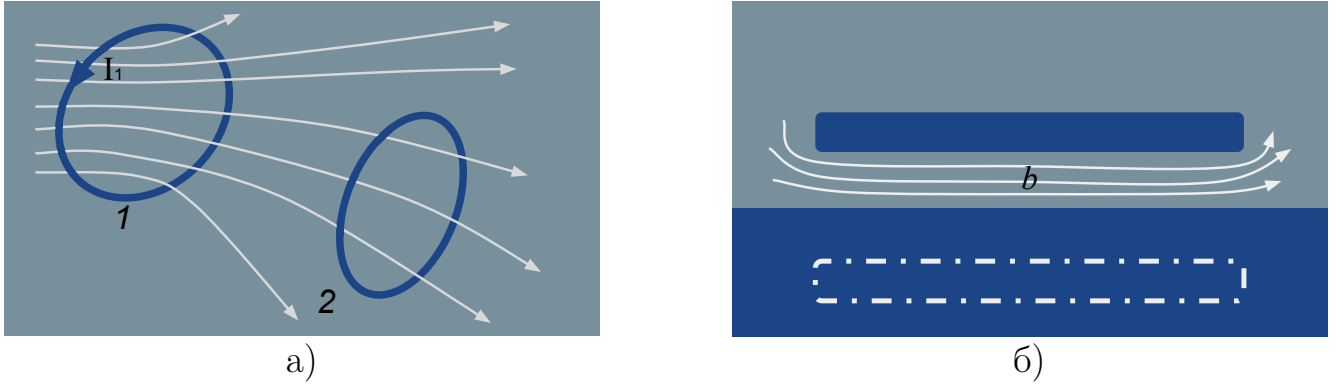


Рисунок 1.13 — а) Иллюстрация взаимной индуктивности двух контуров; б) Иллюстрация распределения магнитного поля для случая расположения тонкой плёнки над сверхпроводящим экраном.

В общем случае индуктивность проводника может быть определена как коэффициент пропорциональности между квадратом тока и приращением свободной энергии системы:

$$F = \frac{LI^2}{2}. \quad (1.51)$$

Это приращение энергии может быть обусловлено двумя физически различными механизмами. Во-первых, это энергия вихревого магнитного поля, создаваемого током в окружающем пространстве. В стационарном случае вектор-потенциал \mathbf{A} удовлетворяет уравнению Пуассона:

$$\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{j}. \quad (1.52)$$

Соответствующая компонента индуктивности называется *геометрической* (или магнитной) L_M , поскольку она определяется исключительно геометрией проводника и распределением магнитного потока в диэлектрическом окружении. Во-вторых, в сверхпроводниках существует дополнительный механизм накопления энергии. Сверхпроводящие электроны (куперовские пары), обладая массой $2m$ и зарядом $2e$, движутся коллективно без диссипации. Их кинетическая энергия также квадратична по току, поскольку сверхток пропорционален скорости движения пар: $\mathbf{j}_s = 2en_s \mathbf{v}_s$, где n_s — концентрация сверхпроводящих электронов. Тогда кинетическая энергия записывается как:

$$F_k = \int n_s \frac{2mv_s^2}{2} dV = \frac{L_k I^2}{2}, \quad (1.53)$$

что позволяет ввести понятие *кинетической индуктивности* L_k .

В массивных сверхпроводниках, размеры которых значительно превышают лондоновскую глубину проникновения λ_L , магнитное поле и сверхпроводящий ток проникают в образец лишь в тонкий приповерхностный слой толщиной λ_L . В этом случае демонстрируется (см., например, [46]), что геометрическая и кинетическая индуктивности могут быть отнесены к квадрату поверхности плёнки (inductance per square), и эти величины оказываются равны для обоих вкладов:

$$L_M = L_k = \frac{\mu_0 \lambda_L}{2}. \quad (1.54)$$

Ситуация существенно меняется для тонких плёнок, толщина которых d меньше или порядка λ_L . В этом случае магнитное поле и ток проникают в плёнку практически однородно по всей толщине. Анализ, проведённый в [46], приводит к следующим выражениям для индуктивности на квадрат поверхности:

$$L_k = \frac{\mu_0 \lambda_L^2}{d}. \quad (1.55)$$

При малых толщинах плёнки ($d \ll \lambda_L$) кинетическая индуктивность может доминировать над геометрической. Например, для плёнки с толщиной $d = 10$ нм и лондоновской длиной $\lambda_L \approx 300$ нм [46] кинетическая индуктивность на квадрат составляет $L_k \approx 10$ пГн, в то время как геометрическая индуктивность $L_M \approx 0,01$ пГн оказывается на три порядка меньше. Данный факт необходимо учитывать при миниатюризации и оптимизации толщин слоёв, однако в данной работе использовались толстые плёнки.

В случае системы, состоящей из нескольких проводящих контуров, понятие индуктивности обобщается до матрицы индуктивностей. Диагональные элементы L_{kk} представляют собой собственную индуктивность k -го контура, определённую выше. Недиагональные элементы L_{ik} (при $i \neq k$) описывают взаимную индуктивность между контурами. Пусть первый контур с током I_1 создаёт в месте расположения второго контура магнитное поле H_{12} , которое создаёт магнитный поток Φ_{12} через второй контур (см. рис. 1.13а). Тогда взаимная индуктивность определяется соотношением:

$$\Phi_{12} = L_{12} I_1. \quad (1.56)$$

В силу однородности и изотропности пространства, а также линейности уравнений магнитостатики, матрица индуктивностей симметрична: $L_{ik} = L_{ki}$. В

случае сложных структур с несколькими взаимодействующими сверхпроводящими контурами при записи уравнения баланса фаз (см., например, 4.2, 4.3) необходимо учитывать потоки, индуцируемые всеми контурами: $\Phi_i = \sum L_{ij} I_j$.

Важным частным случаем топологии, многократно встречающимся в данной работе, является расположение тонкой сверхпроводящей плёнки с током над полубесконечным идеально проводящим (сверхпроводящим) экраном (рис. 1.136). Поскольку магнитное поле в зазоре между плёнкой и экраном является потенциальным (отсутствуют источники поля внутри зазора), а нормальная компонента индукции обращается в ноль на поверхности идеального проводника, результирующее поле может быть найдено с помощью метода изображений [46]. В этом методе эффективное магнитное поле вне сверхпроводника рассматривается как суперпозиция поля, создаваемого реальной плёнкой с током, и поля её зеркального изображения. Ток в изображении течёт в противоположном направлении и расположен симметрично относительно поверхности экрана. Такая конфигурация автоматически обеспечивает выполнение граничного условия $B_N = 0$ на поверхности. Важнейшим следствием является то, что магнитное поле оказывается локализованным исключительно в зазоре между плёнкой и экраном. Для такой структуры индуктивность на квадрат поверхности плёнки определяется выражением:

$$L_{\square} = \mu_0(2\lambda + b), \quad (1.57)$$

где b — толщина зазора (диэлектрического слоя), а также учтён вклад глубины проникновения магнитного поля λ как для плёнки, так и для экрана. Локализация магнитного поля существенно упрощает оценку как собственных, так и взаимных индуктивностей элементов. В нулевом приближении можно считать взаимную индуктивность между разнесёнными элементами пренебрежимо малой, однако более точный анализ требует учёта перераспределения сверхпроводящих токов на поверхности экрана (см. раздел 4.1.1).

Рассмотренные выше простые модели позволяют получить достаточные, но лишь оценочные значения. Для точного проектирования современных СПИС необходимы более совершенные аналитические подходы, учитывающие реальную геометрию проводников и многослойную структуру [69; 70]. Однако в случае использования специализированных программных средств (параграф 2.2) для расчёта индуктивностей такие подходы могут оказаться излишними.

Глава 2. Технические аспекты эксперимента и численных расчетов

2.1 Изготовление образцов

Исследуемые образцы представляли собой многослойные тонкоплёночные структуры, содержащие три функциональных сверхпроводящих слоя. Полный технологический маршрут включал восемь основных этапов. На рис. 2.1 схематически показано поперечное сечение изготавливаемых образцов.

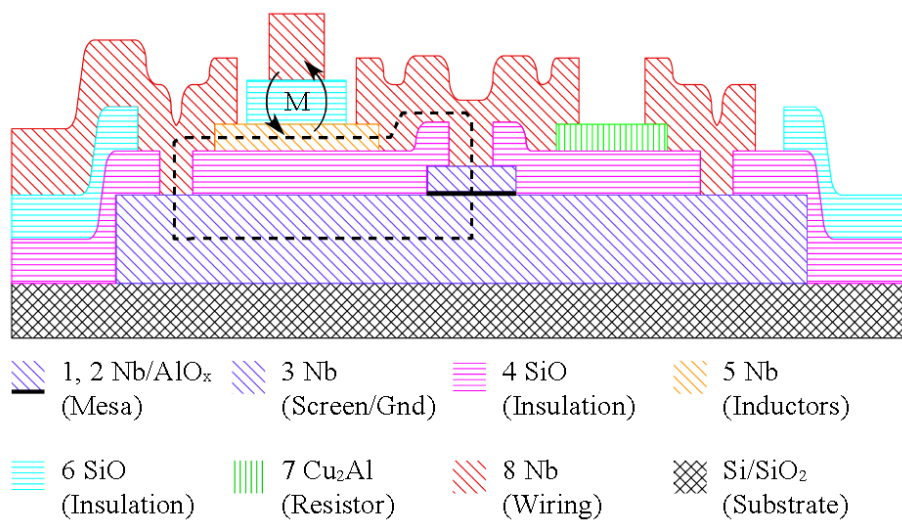


Рисунок 2.1 — Схематическое поперечное сечение изготовленных образцов (не в масштабе). Нумерация соответствует этапам технологического процесса; в скобках указано функциональное назначение каждого слоя. Одинаковым материалам соответствует одинаковый тип штриховки. Чёрная полоса в слое “Mesa” обозначает туннельный барьер AlO_x. Штриховая линия показывает контур сверхпроводящего интерферометра; стрелки иллюстрируют наличие индуктивной связи (“M”) между элементами, сформированными на 5-м и 8-м этапах.

Формирование трёхслойной заготовки (этап 1). Технологический процесс начинался с подготовки подложек — оксидированных пластин монокристаллического кремния размером 10×10 мм². Напыление всех слоёв производилось в едином вакуумном цикле без разгерметизации камеры. Базовый вакуум составлял не хуже 10^{-3} мкбар. Последовательность осаждения:

1. Нижний слой ниобия толщиной 300 нм осаждался методом магнетронного распыления при давлении аргона 12 мкбар, мощности разряда 930

- Вт и скорости напыления 7 нм/с. Данный слой выполнял две функции: служил сверхпроводящим экраном и одновременно являлся нижним электродом будущих джозефсоновских переходов. Выбранная толщина (300 нм) примерно в 4 раза превышает лондоновскую глубину проникновения для ниобия, что обеспечивает эффективное экранирование.
2. Слой алюминия толщиной 10 нм осаждался при том же давлении аргона (12 мкбар), мощности разряда 190 Вт и скорости 1,7 нм/с.
 3. Окисление алюминия проводилось в атмосфере кислорода при давлении 200 мбар в течение 30 минут. В результате формировался туннельный барьер AlO_x .
 4. Верхний слой ниобия толщиной 150 нм осаждался в тех же условиях, что и нижний.

Следующие 7 технологических этапов были связаны с обработкой трёхслойной заготовки.

Формирование мез джозефсоновских переходов (этап 2). На этом этапе с использованием фотолитографии и плазмохимического травления формировались мезы туннельных переходов размером 14×14 мкм. Травление ниобия проводилось в индуктивно связанной плазме (ICP) в атмосфере SF_6 с добавлением аргона в соотношении 2:1 при мощности разряда 300 Вт. Скорость травления составляла около 2,5 нм/с. После травления ниобия оставшийся на дне мезы алюминий удалялся жидкостным травлением в 5% растворе KOH.

Формирование сверхпроводящего экрана (этап 3). Фотолитографией и плазмохимическим травлением (в тех же условиях, что и на этапе 2) из нижнего слоя ниобия формировалась геометрия сверхпроводящего экрана.

Формирование первого слоя изоляции (этап 4). Изоляция экрана и нижних электродов производилась термическим осаждением монооксида кремния (SiO) толщиной 330 нм на фоторезистивную маску с последующей взрывной фотолитографией (*lift-off*). Перед напылением проводилась ионная очистка подложки в течение 60 с в высокочастотном разряде аргоново-кислородной плазмы (содержание кислорода 10%) при напряжении смещения 1 кВ и давлении 12 мкбар.

Формирование первого индуктивного слоя (этап 5). Этот этап был предназначен для создания индуктивных элементов сверхпроводящих контуров, включая линии для питания схемы и её измерения. В едином вакуумном цикле последовательно осаждались:

- подслоя алюминия толщиной 10 нм (для защиты нижележащей изоляции при последующем травлении);
- рабочий слой ниобия толщиной 100 нм.

Фотолитографией и плазмохимическим травлением (аналогично этапу 2) формировалась требуемая геометрия ниобиевых линий. Затем подслоя алюминия удалялся травлением в 5% КОН.

Формирование второго слоя изоляции (этап 6). Выполнялся аналогично этапу 4: осаждение SiO толщиной 330 нм с последующей взрывной фотолитографией. В результате изоляция края толстого (300 нм) сверхпроводящего экрана производилась двойным слоем SiO (этапы 4 и 6) суммарной толщиной 660 нм. Пересечение границ этих слоёв индуктивными линиями выполнялось по отдельности, как показано слева на рис. 2.1, что позволяло линиям верхнего уровня (этап 8) пересекать край экрана без разрывов и коротких замыканий.

Формирование резисторов (этап 7). Для шунтирования джозефсоновских переходов изготавливались тонкоплёночные резисторы из сплава Cu_2Al . Осаждение производилось магнетронным распылением в атмосфере аргона при давлении 12 мкбар, мощности разряда 275 Вт и скорости 4,7 нм/с. Толщина слоя составляла 50 нм. Формирование геометрии резисторов осуществлялось взрывной фотолитографией.

Формирование верхнего слоя разводки (этап 8). Заключительный этап предназначался для создания сверхпроводящих соединений (**wiring**), замыкающих контуры интерферометров, формирования контрольной линии и подключения резисторов. Осаждался слой ниобия толщиной 450 нм. Перед напылением проводилась ионная очистка подложки для обеспечения качественного сверхпроводящего контакта с ранее осаждёнными слоями: сначала 60 с при напряжении смещения 1 кВ, затем 120 с при 0,6 кВ. Согласно оценкам, в зонах контакта (окна в изоляции) удалялось около 10 нм верхнего слоя ниобия, что обеспечивало чистоту границы.

Таким образом, общая толщина изготовленных структур достигала 1,5 мкм. Несмотря на значительную толщину, разрушения тонкоплёночных слоёв вследствие механических напряжений не наблюдалось, что свидетельствует о корректности выбранных технологических режимов.

2.2 Численные методы расчёта индуктивностей многослойных структур

Аналитические методы, рассмотренные в предыдущей главе, позволяют получить достаточно точные оценки индуктивностей лишь для ограниченного класса регулярных структур: прямолинейных проводников, регулярных меандров и простейших конфигураций. В реальных же сверхпроводниковых интегральных схемах топология элементов может быть существенно более сложной, включающей изгибы, пересечения, перфорации в экранах и неправильные формы. Кроме того, для корректного учёта взаимных влияний между удалёнными элементами и распределения токов в многосвязных структурах (таких как интерферометры с отверстиями) аналитические подходы оказываются неприменимы. В этих случаях необходимо обращаться к численному моделированию.

Для расчёта матриц индуктивностей многослойных сверхпроводящих структур разработан ряд специализированных программных пакетов, среди которых можно выделить wxLL [71], 3D-MLSI [72], InductEx [73] и SuperVoxHenry [74]. Все они основаны на совместном решении уравнений Максвелла и Лондона, однако различаются размерностью решаемой задачи, используемыми численными методами и, соответственно, областью применимости. Показано, что данные программные пакеты способны обеспечивать точность расчёта индуктивностей до 2% при корректном задании геометрических параметров и физических свойств материалов [71; 73]. В настоящей работе в качестве основного инструмента моделирования используется программа 3D-MLSI. Выбор обусловлен тем, что данный пакет оптимально сочетает возможности трёхмерного моделирования многослойных структур с высокой вычислительной эффективностью. Последняя достигается за счёт использования алгоритмов адаптивной триангуляции расчётной области [72], что позволяет существенно сократить требуемый объём оперативной памяти и время вычислений по сравнению с методами, использующими регулярные сетки.

Однако, несмотря на всю мощь трёхмерного моделирования, существуют задачи, в которых его применение затруднено либо избыточно. В данной работе к таким задачам относилась проблема расчёта погонной индуктивности для многослойной структуры, где каждый слой имел существенно непланарный профиль. В таком случае целесообразно использовать подход, основанный

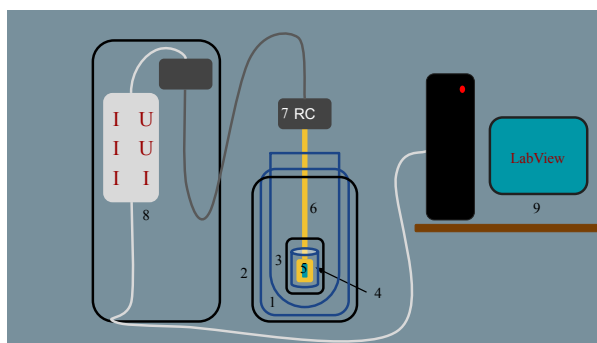
на сведении трёхмерной задачи к двумерной, в предположении, что структура является трансляционно-инвариантной вдоль некоторого направления. Именно для этих целей использовалась также программа wxLL [71]. Программа wxLL предназначена для расчёта матрицы *погонных* индуктивностей (индуктивностей на единицу длины) систем, состоящих из бесконечно длинных (вдоль оси z) сверхпроводящих проводников с произвольным, но постоянным вдоль z сечением. Пользователь задаёт конфигурацию слоёв (сверхпроводников и изоляторов) в плоскости Oxy , их толщины, профили (возможно задание непланаризованных структур, где толщина слоя зависит от координаты), а также лондоновские глубины проникновения материалов. Результатом расчёта является матрица $N \times N$ погонных индуктивностей для системы из $N + 1$ проводников, где проводник с номером 0 играет роль опорного (заземлённого) и несёт полный возвратный ток. Основным достоинством wxLL является его высокая вычислительная эффективность: задача решается методом граничных элементов, что требует дискретизации только границ сечений проводников, а не всей площади. Это позволяет получать результаты практически мгновенно даже для сложных многослойных конфигураций и использовать программу для параметрического анализа и оптимизации. Программа wxLL хорошо зарекомендовала себя и часто используется в научном сообществе как источник точных данных для верификации других методов и аналитических приближений [69]. Её главное ограничение, однако, заключается в невозможности учёта планарной (двумерной в плоскости Oxy) геометрии реальных устройств, что делает её неприменимой для расчёта индуктивностей изгибов, меандров или нерегулярных топологий, но идеальной для расчёта длинных соединительных линий и шин. Математическая основа wxLL подробно изложена в работе [71].

Таким образом, программы 3D-MLSI и wxLL, основанные на единых физических принципах, но использующие разные математические подходы и имеющие разную размерность, предоставляли возможность расчёта как сложных трёхмерных топологий нейронов и интерферометров, так и индуктивностей сверхпроводящих полосок с существенно непланарным профилем.

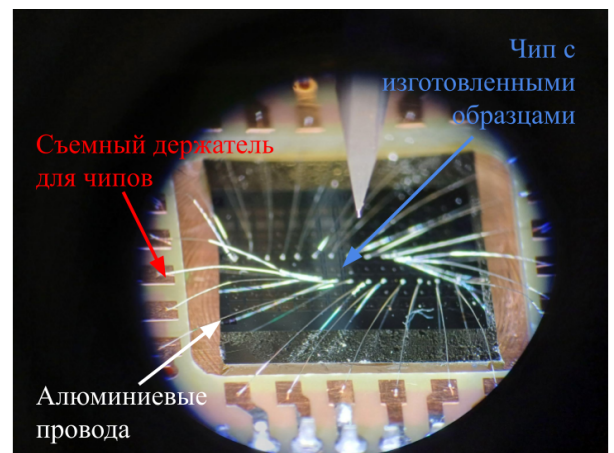
2.3 Экспериментальная установка

Экспериментальные исследования, представленные в данной работе, проводились на криогенном комплексе на основе криостата с жидким гелием-4. Общая схема установки показана на рис. 2.2а. В состав комплекса входят:

- система криогенного обеспечения с возможностью откачки паров для достижения температур ниже 4,2 К;
- измерительный блок, включающий программируемые источники тока и нановольтметры;
- система автоматизированного сбора данных на базе интерфейса GPIB и программного обеспечения LabVIEW;
- трёхуровневая система магнитного экранирования.



а)



б)

Рисунок 2.2 — а) Схематическое изображение экспериментальной установки: 1 — криостат (гелиевый объём и азотная рубашка), 2,3 — система магнитных экранов, 4 — сверхпроводящий соленоид, 5 — съёмный держатель образцов, 6 — измерительная вставка, 7 — RC-фильтры, 8 — измерительное оборудование, 9 — система сбора и анализа данных. б) Микрофотография съёмного держателя образцов; видны алюминиевые проволочки, приваренные методом ультразвуковой микросварки.

Для минимизации влияния внешних магнитных полей на исследуемые структуры реализована трёхуровневая система экранирования, представляющая собой три экрана:

- сверхпроводящий ниобиевый экран, расположенный в непосредственной близости от образца в гелиевом объёме. Он обеспечивает стабилизацию магнитного поля в рабочей области благодаря эффекту Мейснера;
- криопермалловый экран, также находящийся в гелиевой ванне и окружающий сверхпроводящий экран;
- внешний пермалловый экран марки 81НМА, расположенный при комнатной температуре и охватывающий весь криостат.

Такая система позволяет уменьшить остаточное магнитное поле в области образца до значений $\sim 10^{-3}$ Гс, что существенно ниже характерных полей, соответствующих кванту потока через площадь типичного интерферометра. Данный факт позволяет с большой достоверностью и уверенностью говорить о физическом эффекте, приводящем к сдвигу считываемых магнитных потоков, а не связывать это с внешним магнитным воздействием (например, в разделе 3.3.1).

Держатель образцов и монтаж. Образцы закреплялись на медном держателе с помощью латунных клипс либо клея БФ-2. Держатель крепился латунными винтами к массивному хвостовику криогенной вставки, который был теплоизолирован от остальной части установки с помощью капронитовых проставок. На одном кристалле (чипе) размером 10×10 мм располагалось несколько образцов. Гальванические соединения с контактными площадками выполнялись методом ультразвуковой микросварки алюминиевой проволокой диаметром 25 мкм (рис. 2.26). Такой метод монтажа чипа с образцами позволял в едином криогенном цикле проводить измерения нескольких образцов.

В ходе работы были проведены следующие типы измерений:

Измерение вольт-амперных характеристик. Вольт-амперные характеристики (ВАХ) джозефсоновских переходов в диапазоне температур 2,8–10 К. Измерения ВАХ проводились по стандартной четырёхточечной схеме с использованием программируемого источника тока *Keithley 224* и нановольтметра *Keithley 182*. При этом для подавления высокочастотных наводок применялись RC-фильтры с частотой среза $f_{\text{cutoff}} = 30$ Гц, установленные непосредственно на измерительной вставке. Температуры выше 4,2 К достигались с помощью нагревателя, выполненного из скрученного медного провода. Температуры ниже 4,2 К достигались откачкой паров гелия; стабилизация температуры при этом обеспечивалась системой клапанов, связанной с объёмом сравнения. В ходе данных экспериментальных исследований проверялось качество изготов-

ленных структур и их соответствие заложенным параметрам; производилась характеристика джозефсоновских переходов: максимальный бездиссипативный ток, критический ток, нормальное сопротивление и сопротивление шунтирующих резисторов (в случае шунтированных переходов), а также выявлялись особенности вольт-амперных характеристик (например: LC-резонансы, фотон-ассистированное туннелирование и т.п.).

Измерение зависимостей критического тока от магнитного поля. Зависимости критического тока переходов I_c от приложенного магнитного поля H . Зависимости $I_c(H)$ исследовались методом отсечки напряжения. По четырёхточечной схеме, разворачивая ток смещения через исследуемую структуру, фиксировалось возникающее напряжение. При этом критический ток определялся как значение тока смещения, при котором напряжение на переходе превышало заданный пороговый уровень U_{cut} (обычно 2–5 мкВ). Магнитное поле создавалось сверхпроводящим соленоидом на основе NbTi; ток через соленоид I_{sol} плавно регулировался источником постоянного тока.

Измерение вольт-поточковых характеристик. Вольт-поточковые характеристики двухконтактных интерферометров измерялись при фиксированном токе смещения I_b , выбираемом обычно в диапазоне $I_b \approx (1,5\text{--}2)I_c$ (где I_c — критический ток отдельного перехода). В результате получалась зависимость напряжения на структуре U от внешнего магнитного потока Φ_{ext} , пронизывающего контур СКВИДа:

$$U(\Phi_{\text{ext}}) = f(I_b, \Phi_{\text{ext}}), \quad (2.1)$$

где f — характеристическая функция интерферометра, определяемая его параметрами.

После полной характеристики структур вышеизложенными методами были измерены поток-поточковые передаточные функции нейронов с помощью двухконтактного СКВИД-магнитометра. Для этого был разработан алгоритм измерения передаточных функций, который будет подробно рассмотрен в разделе [3.2.1](#).

Глава 3. Экспериментальное исследование

3.1 Проектирование образцов

3.1.1 Конструкция экспериментального σ -нейрона

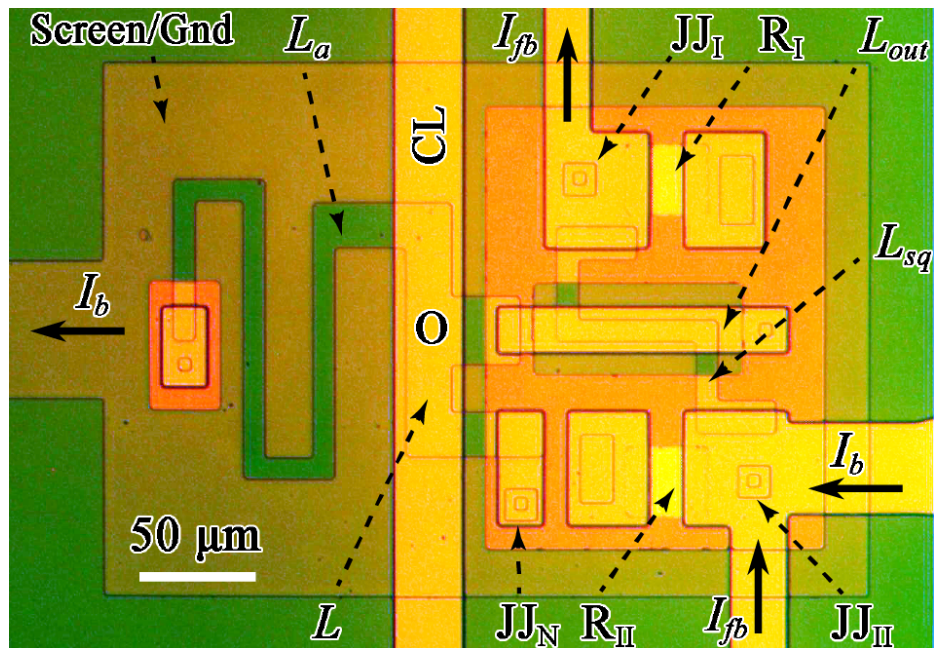


Рисунок 3.1 — Микрофотография изготовленного образца (σ -нейрона).

На рис. 3.1 приведена микрофотография изготовленного прототипа сигма-нейрона. Его можно охарактеризовать как Т-образный джозефсоновский интерферометр, который состоит из трёх индуктивных элементов, гальванически соединённых в точке **O**. Джозефсоновское плечо (L) ответвляется в нижнем направлении и замыкается на экран через джозефсоновский переход **JJ**. Индуктивное плечо (L_a) ответвляется вверх и выполнено в форме меандра. Выходная индуктивность (L_{out}) имеет прямоугольную форму и ответвляется вправо. Элементы L_a и L_{out} замыкаются на экран через окно размером 5×5 мкм в первом слое изоляции (см. раздел 2.1, этап 4). Помимо сверхпроводящего нейрона, экспериментальный образец должен содержать элементы, задающие и считывающие полезный сигнал в форме магнитного потока. Задающим элементом является контрольная линия **CL**, пересекающая весь экран и связанная с

нейроном чисто индуктивным образом. Элементы L и L_a содержат участки наложения с контрольной линией CL , идентичные по размерам. Это обеспечивает симметричное задание входного сигнала (магнитного потока Φ_{in}) в каждый из контуров образца. Считывающий элемент представляет собой двухконтактный СКВИД (элемент sq), петля которого индуктивно связана с элементом L_{out} .

Заметим, что концепция адиабатических сверхпроводящих нейронов (см. разделы 1.4.1, 1.4.2) предусматривает задание и считывание сигналов в форме магнитного потока, создаваемого отдельно выделенными элементами. Также следует отметить отсутствие в теоретических моделях ([67], [42], [68]) параметров, отвечающих за взаимодействие элементов нейрона друг с другом. Другими словами, элементы нейрона должны быть изолированы друг от друга по магнитному полю, то есть магнитное поле, создаваемое каждым элементом, должно быть локализовано в его пределах. Такую локализацию и призвано обеспечить использование сверхпроводящего экрана, что является общим подходом при проектировании схем сверхпроводящей электроники. Не менее полезными свойствами экрана являются уменьшение индуктивностей элементов нейрона, его способность к подавлению электромагнитных помех и компенсации остаточных магнитных полей, перпендикулярных плоскости подложки. Как видно из рис. 2.1, сверхпроводящие контуры интерферометров замыкались в вертикальной плоскости (показано пунктиром) и были чувствительны к магнитному полю, направленному параллельно плоскости подложки. Индуктивная связь между элементами нейрона (например, между управляющей линией и выходной индуктивностью) возникала только в областях наложения полосковых линий, изготовленных на пятом и восьмом этапах (см. раздел 2.1) (элемент M на рисунке 2.1). Использование сверхпроводящего экрана в качестве общего электрода схемы, а также в качестве нижнего электрода контактов Джозефсона позволило минимизировать количество технологических операций и облегчило разработку формы полосковых линий. Поэтому внешний вид образца напоминает принципиальную схему, предложенную ещё в теоретической работе [43].

Принципиальным моментом при разработке конструкции сигма-нейрона являются значения индуктивностей его элементов. Использование экрана позволяет довольно просто оценить эти значения, используя модельную задачу, описанную в разделе 1.5. В частности, джозефсоновское плечо L (рис. 3.1) состоит из 6 квадратов (3 прямых и 3 поворотных), изготовленных на 5 и 8 технологических этапах (раздел 2.1). Индуктивность прямых квадратов опре-

деляется выражением:

$$L_{\square}^{(5)} = \mu_0 d_m^{(5)} = \mu_0 (2\lambda + d_{\text{SiO}}),$$

где $d_m^{(5)}$ — магнитная толщина индуктивного слоя (основной 5-й этап), включающая две лондоновские длины ниобия и толщину изоляционного слоя (4-й этап). Принимая $\lambda_L = 80$ нм (см., например, [75]) и $d_{\text{SiO}} = 330$ нм, получаем $L_{\square}^{(5)} = 0,6$ пГн. Для поворотных квадратов используем оценку $L_{\square}/2$. Таким образом, суммарная индуктивность плеча L составляет 2,7 пГн. Индуктивное плечо L_a содержит 39 квадратов (32 прямых и 7 поворотных) с общей индуктивностью 21,3 пГн. Выходная индуктивность L_{out} формируется: 2 квадратами $L_{\square}^{(5)}$ (оранжевые элементы на рис. 2.1) и 4,5 квадратами $L_{\square}^{(8)}$ (красные элементы), где индуктивность красного слоя:

$$L_{\square}^{(8)} = \mu_0 (2\lambda + 2d_{\text{SiO}}) \approx 1 \text{ пГн.}$$

Таким образом, общая индуктивность $L_{\text{out}} = 5,7$ пГн.

Для обеспечения индуктивной связи между элементами образца технологический процесс предполагал наличие над экраном двух слоёв сверхпроводника (5-й и 8-й этапы), разделённых слоем изоляции. В этом случае ток, протекающий по верхней полосковой линии (красный слой, этап 8), генерирует магнитное поле $H^{(8)}$ и соответствующий магнитный поток $H^{(8)}d_m^{(8)}$ на единицу длины. Этот поток принимается специально выделенным участком элемента нейрона, изготовленным в оранжевом слое (этап 5), находящимся на меньшем расстоянии от экрана. Поэтому погонный магнитный поток для него будет в $d_m^{(5)}/d_m^{(8)}$ раз меньше. Здесь мы пренебрегаем изменением магнитного поля, связанным с наличием среднего сверхпроводящего слоя, в силу его малой толщины по сравнению с $d_m^{(8)}$. Поэтому взаимную индуктивность можно оценить как:

$$M_{\square}^{(5 \rightarrow 8)} = L_{\square}^{(5)} \frac{w^{(5)}}{w^{(8)}}, \quad (3.1)$$

где $w^{(5,8)}$ — ширины линий. Индуктивная связь была реализована между контрольной линией (CL на рис. 3.1) и приёмным контуром нейрона (состоит из элементов L и L_a), а также между выходной индуктивностью и измерительным элементом (элементы L_{out} и «sq»). Соответствующие коэффициенты связи далее будем обозначать M_{in} и M_{out} . Таким образом, полученные из выражения (3.1) значения: для входного сигнала $M_{\text{in}} = 1,6$ пГн и для выходного $M_{\text{out}} = 1,8$ пГн.

Основной задачей при разработке сигма-нейрона является выбор оптимальных значений индуктивностей его элементов с целью достижения целевой формы его передаточной функции. Например, согласно разделу 1.4.1, нормированные индуктивности плеч нейрона должны быть связаны условием $l_a = l + 1$. Это отражает тот факт, что форма индуктивного плеча (L_a) является «подгоночным параметром» при разработке конструкции образца. Действительно, это плечо является самым большим элементом нейрона, и его длина может легко варьироваться в широких пределах. Напротив, форма джозефсоновского плеча (L) определяется в значительной степени технологическими соотношениями. Действительно, его длина не может быть слишком малой, потому что оно содержит зону наложения с контрольной линией, определяющую значение коэффициента M_{in} . Неограниченное уменьшение этого участка приведёт к увеличению периода изменения передаточной функции по току контрольной линии $\sim \Phi_0/M_{in}$, что может создать трудности при проведении эксперимента и нивелирует энергоэффективность предлагаемого подхода. Дополнительные (технологические) ограничения связаны с исключением воздействия магнитного поля контрольной линии на критический ток контакта Джозефсона. Это вынуждает вынести джозефсоновский переход из-под контрольной линии с соответствующим удлинением джозефсоновского плеча. С другой стороны, индуктивность джозефсоновского плеча не может быть слишком большой. На рис. 3.2 приведены расчётные передаточные функции сигма-нейрона при разных значениях величины l и при выполнении условия 3.7. Видно, что передаточная функция хорошо описывается сигмоидальной зависимостью вида (3.17) только при малых значениях l , а с увеличением индуктивности джозефсоновского плеча форма передаточной функции стремится к ступенчатой.

В абсолютных единицах условие (1.46) можно записать в виде:

$$L_a = L + L_J.$$

Другими словами, точка соединения **О** должна разделять приёмный контур нейрона на две части равной индуктивности с учётом эффективной индуктивности контакта Джозефсона $L_J = \Phi_0/2\pi I_c$, где I_c — критический ток. С учётом приведённых выше оценок сигмоидальная форма передаточной функции должна достигаться при $L_J = 18,6$ пГн, что соответствует критическому току в 17,6 мкА. Забегая вперед, достичь таких значений критических токов не удалось. Но задача в основном состояла в апробации разработанной конструкции образца,

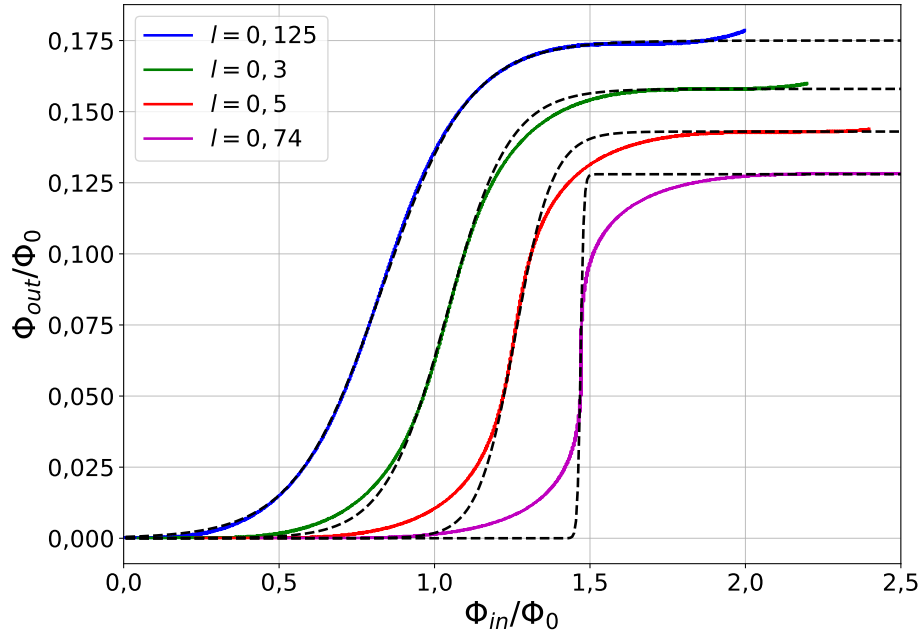


Рисунок 3.2 — Расчётные передаточные функции сигма-нейрона при разных значениях индуктивности джозефсоновского плеча (указаны на рисунке). Выходная индуктивность $l_{out} = 0,3$, а величина l_a определяется согласно ур. (1.46). Штриховые линии показывают наилучшую аппроксимацию сигмоидальной зависимостью вида (3.17). Все кривые сдвинуты относительно горизонтальной оси на произвольную величину для наглядности. Расчёт производился на основе ур. (3.4).

включая разработку методов измерения и анализа передаточной функции. Поэтому для лучшего восприятия экспериментальных результатов был проведён расчёт ожидаемых передаточных функций для разных значений критического тока в интервале $[20 - 70]$ мкА, являющемся ожидаемым для технологии изготовления данных образцов. В дальнейшем для аппроксимации экспериментальных кривых значение критического тока использовалось в качестве подгоночного параметра либо принималось равным половине максимального критического тока измерительного элемента (двухконтактного СКВИДа), как наиболее близко расположенного джозефсоновского элемента, пригодного для измерения этой величины.

Но для начала перепишем уравнение состояния сигма-нейрона в несколько иной форме, которая более удобна для программной реализации. Для этого вспомним систему уравнений состояния сигма-нейрона. Далее выразим i_a из уравнения (1.44) и подставим его в уравнение (1.43). В результате получим

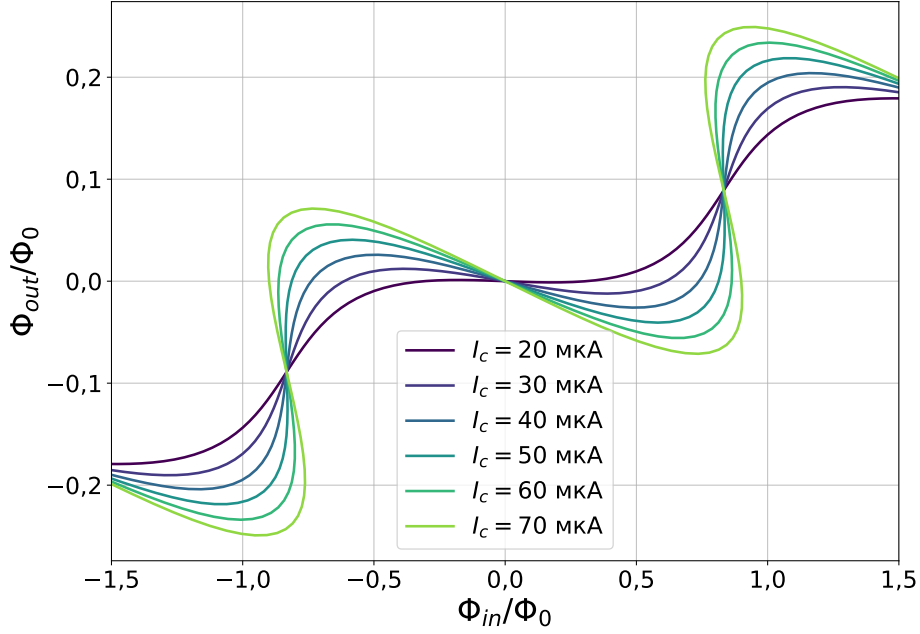


Рисунок 3.3 — Расчётные передаточные функции σ -нейрона. В качестве индуктивностей элементов брались оценочные значения, критический ток джозефсоновского перехода находился в интервале [20 – 70] мкА.

следующую запись для выходного магнитного потока:

$$\left[\frac{l_a}{l_{out}} + 1 \right] \varphi_{out} = \frac{\varphi_{in}}{2} - l_a \sin \varphi. \quad (3.2)$$

Далее исключим из ур. (3.2) джозефсоновскую фазу φ . Для этого выразим магнитный поток в джозефсоновском плече $l \sin \varphi$ из уравнения (1.43) и подставим его в уравнение (3.2):

$$\varphi = \left[\frac{\Delta l}{l_a} \right] \frac{\varphi_{in}}{2} + \left[\frac{l_t}{l_{sh}} \right] \varphi_{out}, \quad (3.3)$$

где $\Delta l = l_a - l$ — разность индуктивностей входных плеч интерферометра, $l_{sh} = l_a l_{out} / [l_a + l_{out}]$ — эффективная индуктивность контура, состоящего из параллельно включённых индуктивностей l_a и l_{out} , а l_t — суммарная индуктивность сигма-нейрона:

$$l_t = l + l_{sh}.$$

Подстановка выражения для фазы (3.3) в первоначальное уравнение баланса фаз (1.43) позволяет получить неявную запись передаточной функции в виде:

$$\frac{\varphi_{in}}{2l_a} - \frac{\varphi_{out}}{l_{sh}} - \sin \left(\left[\frac{\Delta l}{l_a} \right] \frac{\varphi_{in}}{2} + \left[\frac{l_t}{l_{sh}} \right] \varphi_{out} \right) = 0. \quad (3.4)$$

Рассчитанные по ур. (3.4) передаточные функции представлены на рис. 3.3. Как видно, критерий сигмоидальности должен выполняться при значении критического тока $I_0 = 20$ мкА: передаточная функция содержит горизонтальный участок при $\Phi_{\text{in}} = 0$. Если критический ток слишком мал ($I_c < I_0$), то форма кривой стремится к линейной. При увеличении критического тока на передаточной функции появляется участок с отрицательным наклоном, а также возникает гистерезис на участке быстрого изменения выходного сигнала.

Переход нейрона в гистерезисный режим можно понять, вернувшись к параметрической записи передаточной функции сигма-нейрона в виде:

$$\varphi_{\text{in}} = 2 \left(\frac{l_a + l_{\text{out}}}{2l_{\text{out}} + l_a} \right) \left(\varphi + \left[l + \frac{l_a l_{\text{out}}}{l_a + l_{\text{out}}} \right] \sin \varphi \right). \quad (3.5)$$

Ур. (3.5) представляет собой параметрическое выражение входного потока через джозефсоновскую фазу. Его можно переписать как:

$$m\varphi_{\text{in}} = \varphi + l_t \sin \varphi, \quad (3.6)$$

где $m = [l_a + 2l_{\text{out}}]/[2(l_a + l_{\text{out}})]$ — чувствительность нейрона к входному магнитному потоку. Данное выражение по форме эквивалентно условию баланса фаз для одноконтактного СКВИДа (уравнение (1.33)) с индуктивностью l_t . Величина $2\pi/m$ при этом определяет период изменения передаточной функции при изменении входного магнитного потока. Этот период больше одного кванта, поскольку $m < 1$. Изменение выходного магнитного потока за период изменения входного сигнала составляет $\Delta\varphi_{\text{out}} = [2\pi l_{\text{out}}]/[l_a + 2l_{\text{out}}]$. Как известно (см. [46] и раздел 1.3.1), одноконтактный СКВИД переходит в гистерезисный режим при больших значениях полной индуктивности ($l_t > 1$). Это накладывает ограничение в первую очередь на индуктивность выходного плеча. При выполнении условия симметричности (1.46) безгистерезисный режим достигается при выполнении следующего неравенства:

$$l \leq \sqrt{l_{\text{out}}^2 + 1} - l_{\text{out}}. \quad (3.7)$$

Неравенство (3.7) представляет собой ограничение на геометрическую индуктивность джозефсоновского плеча l при заданной индуктивности выходного плеча l_{out} . Однако более практичным является обратное выражение:

$$l_{\text{out}} \leq \frac{1 - l^2}{2l},$$

поскольку при проектировании топологии нейрона имеется гораздо больше свободы при выборе индуктивности l_{out} , тогда как l должна иметь минимально возможное значение. При этом при подстановке расчётных индуктивностей и целевого критического тока выражение переходит в $0,3 \leq 3,37$, и мы находимся далеко в безгистерезисном случае.

Аналогичное уравнению (3.5) выражение можно получить и для φ_{out} . Для этого выразим φ_{in} :

$$\frac{2l_{\text{out}} + l_a}{l_{\text{out}}} \varphi_{\text{out}} = \varphi + (l - l_a) \sin \varphi. \quad (3.8)$$

Откуда непосредственно следует, что период передаточной функции по φ_{out} выражается простым соотношением $2\pi/m_{\text{out}}$, где в полной аналогии с уравнением (3.6) $m_{\text{out}} = (2l_{\text{out}} + l_a)/l_{\text{out}}$.

3.1.2 Конструкция экспериментального G-нейрона

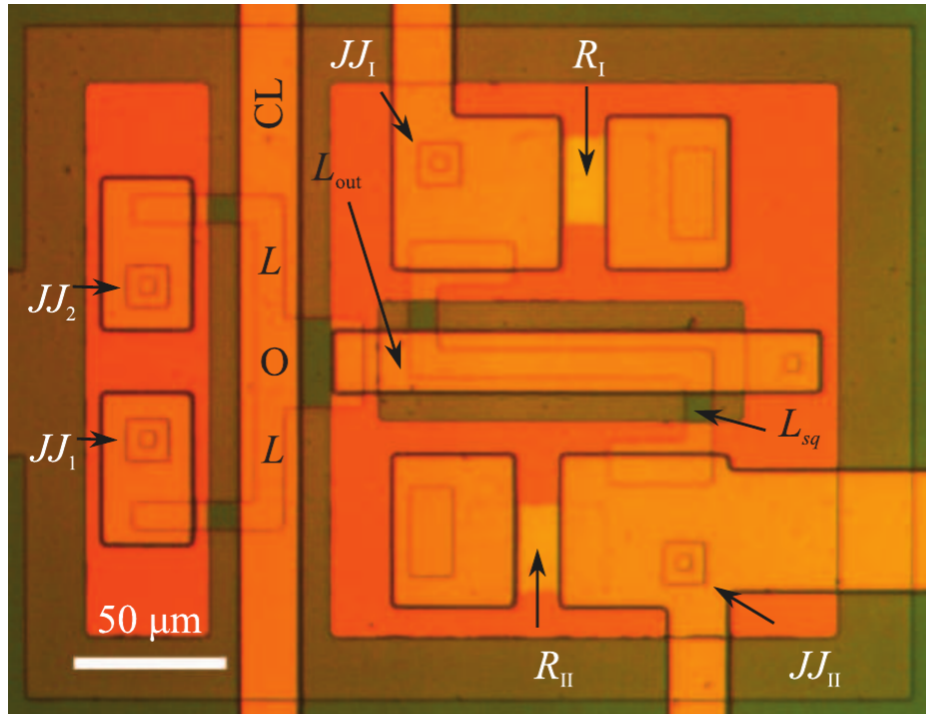


Рисунок 3.4 — Микрофотография изготовленного образца (G-нейрона).

Микрофотография изготовленного прототипа гаусс-нейрона (G-нейрона) изображена на рис. 3.4. Как и сигма-нейрон, G-нейрон представляет собой

Т-образный джозефсоновский интерферометр, индуктивно связанный с задающим и считывающим элементами (контрольная линия **CL** и считывающий СКВИД **sq**). Образец был изготовлен по аналогичному технологическому процессу (см. раздел 2.1) в виде многослойной тонкоплёночной структуры над сверхпроводящим экраном. Отличие состоит в полной симметричности приёмных элементов нейрона (обозначены как L на рис. 3.4), что приводит к наличию двух контактов Джозефсона ($JJ_{1,2}$) в приёмном контуре нейрона. G-нейрон может быть описан как совокупность трёх «плеч», имеющих общую точку соединения **O** и подключённых другим концом к общему сверхпроводящему электроду («земля», **Gnd**). Правое и левое плечи могут быть названы «джозефсоновскими» или «приёмными», так как каждое из них содержит джозефсоновский переход и индуктивный элемент L , принимающий входной сигнал (магнитный поток). Входной магнитный поток создаётся контрольной линией **CL**, индуктивно связанной с приёмными элементами. Форма участков индуктивной связи одинакова для обоих приёмных элементов с целью обеспечить симметричное задание входного сигнала. Третье плечо («выходное») образовано элементом L_{out} , создающим выходной сигнал (магнитный поток) при протекании тока I_{out} , величина которого определяется уравнениями состояния гаусс-нейрона.

Оценка индуктивностей элементов нейрона может быть проведена на основе модельной задачи о плёнке над экраном, по аналогии со случаем σ -нейрона (см. раздел 3.3.1). Джозефсоновское плечо (L) имеет следующую структуру: 9 квадратов, изготовленных на 5 и 8 этапах технологического процесса, включая 6 прямых и 3 поворотных элемента. Индуктивность такого плеча составляет $L = 4,3$ пГн. Выходная индуктивность L_{out} формируется тремя участками: начальным, замыкающим и промежуточным, который обеспечивает индуктивную связь с измерительным СКВИДом. Суммарная индуктивность этих участков равна $L_{out} = 7,2$ пГн. Индуктивная связь нейрона с контрольной линией образована наложением участков приёмных плеч, содержащих по 3 прямых и 2 поворотных квадрата, изготовленных в оранжевом слое. Используя подходы предыдущего раздела, получаем оценку $M_{in} = 2,4$ пГн. Участок индуктивной связи со считывающим элементом L_{sq} в зоне индуктивной связи содержит 8 прямых и 2 поворотных квадрата, что даёт оценку $M_{out} = 2,7$ пГн.

Как упоминалось в 1.4.2, близость передаточной функции G-нейрона к распределению Гаусса достигается при условии $L_{out}/L \sim 4$. Данное условие

накладывает требование на индуктивность приёмных плеч (L). Однако по техническим причинам для прототипа данное условие было смягчено, и в качестве целевого отношения индуктивностей было выбрано значение ~ 2 .

Ещё одно ограничение может быть получено, если рассмотреть гаусс-нейрон при нулевой индуктивности приёмных плеч $L = 0$. В этом случае уравнения баланса фаз для гаусс-нейрона (1.47) приобретают более простой вид, где при таком рассмотрении пропадают слагаемые с индуктивностью джозефсоновских плеч.

$$\begin{aligned} l_{\text{out}} i_{\text{out}} + \varphi_a + \varphi_{\text{in}} &= 0, \\ -l_{\text{out}} i_{\text{out}} - \varphi_b + \varphi_{\text{in}} &= 0, \end{aligned} \quad (3.9)$$

Третье уравнение, как и ранее, отвечает за соблюдение второго закона Кирхгофа в узле:

$$i_{\text{out}} = 2 \sin \left(\frac{\varphi_a + \varphi_b}{2} \right) \cos \left(\frac{\varphi_b - \varphi_a}{2} \right). \quad (3.10)$$

Система (3.9, 3.10) позволяет получить неявное выражение для исходящего потока $\varphi_{\text{out}} = l_{\text{out}} i_{\text{out}}$ от входящего φ_{in} . Для этого достаточно выразить полусумму и полуразность фаз джозефсоновских контактов $(\varphi_b + \varphi_a)/2$ и $(\varphi_b - \varphi_a)/2$ через (3.9) и подставить получившиеся значения в (3.10):

$$\varphi_{\text{out}} = -2l_{\text{out}} \sin(\varphi_{\text{out}}) \cos \left(\frac{\varphi_{\text{in}}}{2} \right). \quad (3.11)$$

Проанализируем данное выражение. Для начала заметим, что всюду существует тривиальное решение $\varphi_{\text{out}} = 0$. Будем рассматривать только нетривиальные решения. Заметим, что графически решения можно представить как пересечение прямой и синусоидальной функции, которая модулирована зависимостью $\cos(\varphi_{\text{in}}/2)$. В этом случае решения существуют в окрестности $\varphi_{\text{in}} = 2\pi n$, где $n \in \{1, 3, 5, \dots\}$, и симметричны относительно нуля. Отсюда же ясно, что могут существовать несколько решений по φ_{out} — рассматривать будем только первое, реализующееся на практике. Также рассмотрим локализацию решений в окрестностях $\varphi_{\text{in}} \in \{2\pi n\}$, отвечающих ненулевому значению φ_{out} . Для этого достаточно заметить, что выражение $\cos(\varphi_{\text{in}}/2) = \varphi_{\text{out}}/(2l_{\text{out}} \sin \varphi_{\text{out}})$ монотонно убывает при $\varphi_{\text{out}} \rightarrow 0$ и достигает асимптотического значения, равного $\cos(\varphi_{\text{in}}/2) = 1/(2l_{\text{out}})$. Отсюда мы можем заключить, что l_{out} должно быть больше 0,5, и нетривиальное решение существует в окрестности $\varphi_{\text{in}} = 2\pi n$ на

полуширине $\Delta\varphi_{\text{in}} = \arccos(1/[2l_{\text{out}}])$. Данное условие накладывает ограничение на критический ток джозефсоновских контактов, что при наших оценках индуктивности L_{out} даёт условие $I_c > 22$ мкА.

Найдём также закон, по которому зависимость стремится к $\varphi_{\text{out}} = 0$. Для этого возьмём производную $\partial\varphi_{\text{out}}/\partial\varphi_{\text{in}}$. Дифференцируя правую и левую части уравнения (3.11), получим:

$$\frac{\partial\varphi_{\text{out}}}{\partial\varphi_{\text{in}}} \left[1 + 2l_{\text{out}} \cos(\varphi_{\text{out}}) \cos\left(\frac{\varphi_{\text{in}}}{2}\right) \right] = l_{\text{out}} \sin(\varphi_{\text{out}}) \sin\left(\frac{\varphi_{\text{in}}}{2}\right). \quad (3.12)$$

Данное выражение позволяет нам понять, что при крайних значениях входного потока $\varphi_{\text{in}} = 2\pi n + \arccos(1/2l_{\text{out}})$ слагаемое $[1 + 2l_{\text{out}} \cos(\varphi_{\text{out}}) \cos(\varphi_{\text{in}}/2)]$ обращается в нуль. Из предыдущего заключаем, что производная асимптотически стремится к бесконечности, что говорит о вертикальном угле падения. Данная зависимость представлена на рис. 3.5, на котором ещё раз можно понять структуру и локализацию решений. На этом графике продемонстрированы рассчитанные передаточные функции гаусс-нейрона, где в качестве индуктивностей брались значения, оценённые выше, а критический ток джозефсоновских переходов находился в доступном интервале $I_c \in [20 - 70]$ мкА. Как можно видеть, расчёт с учётом индуктивностей плеч смягчает требование к нижней границе значения критического тока $I_c \sim 18$ мкА, но приводит к появлению верхней границы $I_c \sim 40$ мкА. При превышении этого значения кривые приобретают гистерезисный характер и имеют характерный вид «гриба».

3.2 Метод измерения выходного сигнала

3.2.1 Считывание выходного сигнала

Прежде чем переходить к обсуждению экспериментальных данных, необходимо описать методику измерения передаточных характеристик нейронов. Основной сложностью в этом случае было маленькое значение выходного потока, генерируемого элементом нейрона L_{out} . Как можно видеть на рис. 3.3 и 3.5, размах существенно нелинейной части передаточной функции не превышает в лучшем случае $0,3 \Phi_0$. Именно для детектирования таких маленьких значений

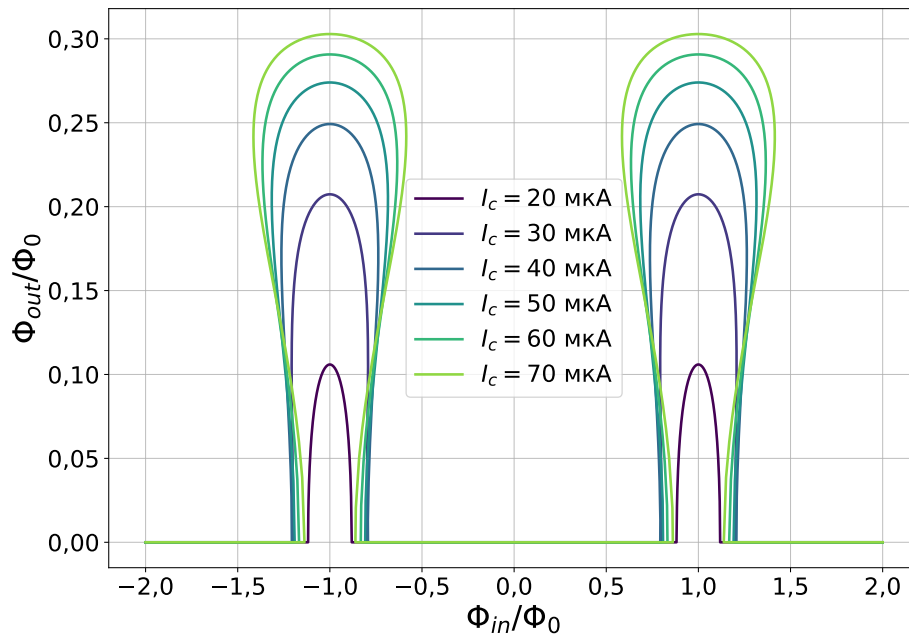


Рисунок 3.5 — Расчётные передаточные функции G-нейрона. В качестве индуктивностей элементов брались оценочные значения, критический ток джозефсоновского перехода находился в интервале [20 — 70] мкА.

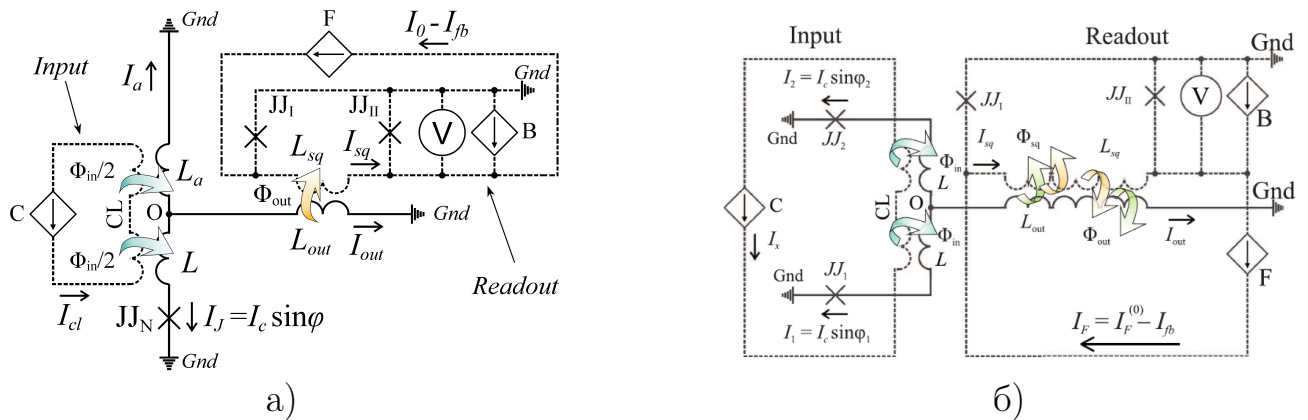


Рисунок 3.6 — Схематическое изображение комплекса: а) σ -нейрона; б) G-нейрона и интегрированного СКВИДа.

магнитного потока на чипе был размещён интегрированный двухконтактный интерферометр (см. рис. 3.6), который использовался в качестве СКВИД-магнитометра. К СКВИДу подводилась линия питания I_b , сформированная в верхнем Nb-слое (8 Wiring). Эта линия замыкалась через джозефсоновские контакты на нижний Nb-слой (3 Screen). Те же контактные площадки использовались для гальванического подключения вольтметра при измерении вольт-амперных характеристик интерферометра по четырёхточечной схеме. СКВИД также имел линию обратной связи (feedback line), выполненную в индуктивном слое (5 Nb Inductors). Данная линия была необходима для прямого задания

магнитного потока в контур интерферометра. Ток I_{fb} , подаваемый через эту линию, протекал по плечу СКВИДа, которое одновременно являлось индуктивно связанным непосредственно с нейроном. А именно под замыкающим участком индуктивности L_{out} расположена петля двухконтактного СКВИДа L_{sq} , замкнутая на экран через джозефсоновские переходы. Каждый из переходов шунтирован сопротивлением для подавления гистерезиса на вольт-амперных характеристиках, вызванного ёмкостными эффектами и щелью в спектре квазичастичных состояний сверхпроводника. Элементы L_{out} и L_{sq} разделены слоем изоляции SiO (этап 6) для обеспечения чисто индуктивной связи.

После описания структуры СКВИДа, перейдём непосредственно к описанию метода измерения передаточных функций нейронов. Для этого сначала СКВИД переводился в «рабочую» точку (см. рис. 3.7) при заданном токе питания интерферометра $I_b = 2I_c$; задавался начальный ток в линию обратной связи $I_{fb} = I_0^{fb}$. Значение тока выбиралось из соображений выбора «рабочей» точки в центральном положении модуляции.

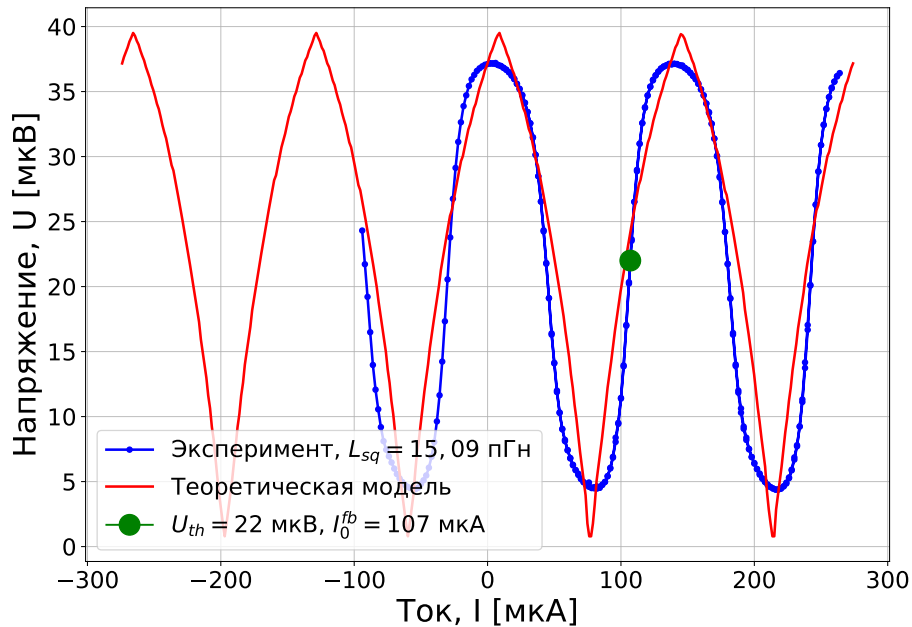


Рисунок 3.7 — Вольт-потокосная характеристика двухконтактного интерферометра с изображённой для примера «рабочей» точкой для работы СКВИДа в режиме магнитометра.

При развёртке тока по контрольной линии нейрона I_{CL} выходное плечо нейрона L_{out} , связанное с интерферометром через взаимную индуктивность m_{out} , наводит в последнем магнитный поток. Этот наведённый поток изменяет состояние СКВИДа вдоль его вольт-потокосной характеристики, что приводит

к изменению напряжения на интерферометре. Данное изменение напряжения регистрируется и компенсируется программным способом путём подачи дополнительного тока через линию обратной связи (**feedback line**). Процесс компенсации выполняется итерационно до достижения условия:

$$|U - U_{th}| < \Delta U_{th}. \quad (3.13)$$

Таким образом, двухконтактный интерферометр выступает в роли меры равенства наведённого нейроном потока и компенсирующего его потока, наведённого линией обратной связи. В результате измеряемой величиной является ток в линии обратной связи как функция тока в контрольной линии нейрона $I_{fb}(I_{CL})$. Этот ток линейно связан с выходным потоком нейрона Φ_{out} . Действительно, если записать условие равенства магнитных потоков в квантующем контуре измерительного интерферометра:

$$I_{out}M_{out} = I_{fb}L_{sq},$$

а также выразить ток в выходном плече нейронов через соответствующую индуктивность $I_{out} = \Phi_{out}/L_{out}$, то мы получим искомую зависимость:

$$\Phi_{out} = I_{fb} \frac{L_{out}L_{sq}}{M_{out}}. \quad (3.14)$$

По измеренной зависимости восстанавливается передаточная функция сверхпроводящего нейрона. Разработанный алгоритм подбирал компенсирующий ток с шагом дискретизации 0,1 мкА, поддерживая постоянным напряжение на измерительном СКВИДе с точностью около 0,5 мкВ. Точность стабилизации магнитного потока при этом составляла примерно $\sim 2 \cdot 10^{-2}$ кванта потока.

3.2.2 Характеризация измерительного СКВИДа

Двухконтактный интерферометр играет ключевую роль в измерении передаточных функций нейронов. Таким образом, для начала необходимо изучить характеристики СКВИДа, а также определить ограничения, накладываемые им. Также далее будет показано, что выбранный способ измерения выходного потока влияет на передаточную функцию и трансформирует её. На

рис. 3.8(а) представлены результаты измерений вольт-амперной характеристики шунтированного двухконтактного СКВИДа. Собственное сопротивление барьера SIS-контактов можно оценить из уравнения (1.15) по значению критического тока $2I_c = 94,4$ мкА. В результате нормальное сопротивление контакта составило $R_n \sim 25$ Ом. Для подавления параметра β_C с целью устранения гистерезиса в вольт-амперной характеристике (раздел 1.2.3) и получения однозначной зависимости I-V контакты были шунтированы резисторами с сопротивлением $R_I, R_{II} \sim 1,5$ Ом. Это позволило снизить параметр β_C от $\sim 10^3$ для нешунтированного контакта до $\beta_C \sim 1$, что исключило гистерезисные явления при сохранении резкой зависимости напряжения в окрестности критического тока ($I \sim I_c$). Хотя общий вид вольт-амперной зависимости хорошо описывается RSJ-моделью, на резистивной ветке наблюдается явно выраженная особенность при напряжении 47 мкВ, что соответствует характерной частоте 22,7 ГГц. Как известно (см. раздел 1.2.2), особенность такого вида может возникать при шунтировании джозефсоновского контакта LC-резонатором с собственной частотой, равной характерному напряжению «полки» [76–85]. В данном случае в роли шунтирующего элемента выступает плечо СКВИДа со своей индуктивностью, а основная ёмкость набирается на обкладках второго джозефсоновского контакта. Если учесть, что резонансная частота такого элемента выражается следующим образом:

$$f_{\text{рез}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad (3.15)$$

где $L \sim 11,13$ пГн — индуктивность плеча, а $C = \epsilon_0\epsilon S/d \sim 4,43$ пФ — ёмкость контакта, то частота оказывается равной $f_{\text{рез}} = 22,7$ ГГц, что хорошо согласуется с экспериментальными результатами. Тот факт, что данная особенность связана с геометрическим резонансом, также подтверждается измерениями вольт-амперных характеристик СКВИДов с различными геометрическими параметрами. В качестве примера см. рис. 3.8(б), где индуктивность плеча интерферометра отличалась от ранее рассмотренного случая и составляла $L = 15,34$ пГн, что соответствует частоте 19,3 ГГц.

После характеризации вольт-амперных характеристик необходимо было измерить вольт-потокую зависимость интерферометра. На рис. 3.9(а) представлена экспериментальная характеристика в сравнении с теоретической моделью (см. раздел 1.42). По периоду зависимости от тока, подаваемого через

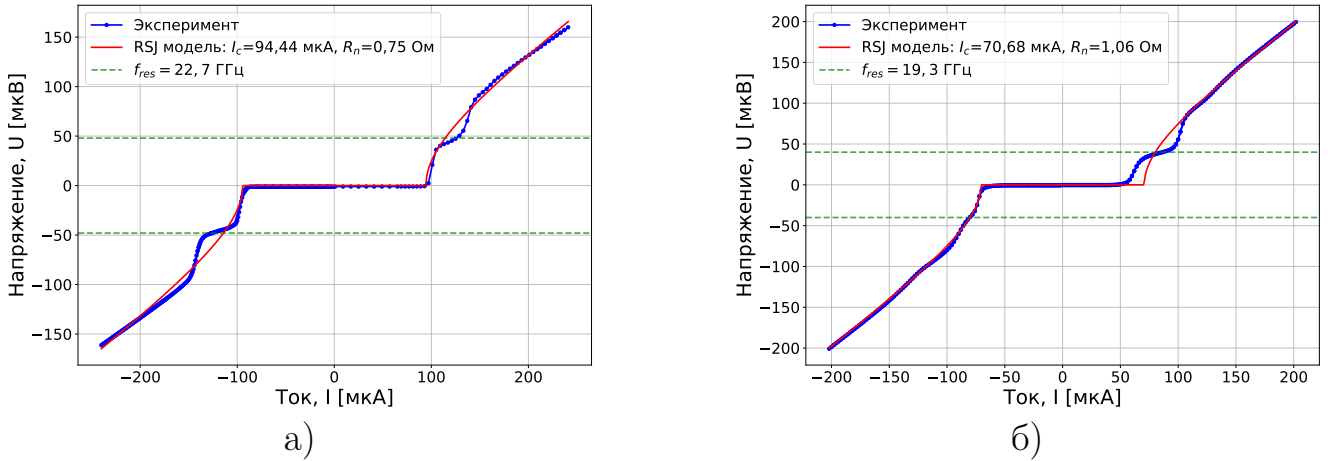


Рисунок 3.8 — а) Вольт-амперная характеристика СКВИДа, интегрированного в σ -нейрон, с индуктивностью плеча $L = 11,13$ пГн. б) Вольт-амперная характеристика СКВИДа, интегрированного в G-нейрон, с индуктивностью плеча $L = 15,34$ пГн.

линию обратной связи, определялась индуктивность плеча СКВИДа:

$$L_{sq} = \frac{\Phi_0}{\Delta I_{fb}}, \quad (3.16)$$

значение которой ранее использовалось для оценки частоты особенности на вольт-амперной характеристике. Как видно, смещение нулей напряжения полностью согласуется с моделью асимметричного интерферометра, однако наблюдается «срез» модуляции. Данная особенность является следствием «полки» на ВАХ, связанной с LC-резонансом. Таким образом, $U_{рез}$ «обрезает» вольт-потоктовую характеристику и уменьшает амплитуду модуляции, что, в свою очередь, сужает рабочую область СКВИДа по току в линии обратной связи I_{fb} . В то же время, если максимальное напряжение на вольт-потоктовой характеристике лежит ниже уровня среза $U_{рез}$, как в случае (см. рис. 3.7), когда критический ток подавлен за счёт повышения температуры, то полка на IV характеристике не приводит к особенностям на $U(H)$ -зависимости. Однако даже в этом случае модуляция на экспериментальной кривой подавлена по сравнению с теоретическим предсказанием. Это обстоятельство связано с температурными шумами и электромагнитным фоном, которые размывают вольт-амперную характеристику, при этом размывание не превышает $7 \text{ мкА} \ll 2I_c$. Общее отклонение от модели обусловлено тем, что в данном случае не учитывается ёмкость контакта. Однако для наших целей учёт ёмкости является излишним.

Для определения максимального критического тока двухконтактного интерферометра также снималась зависимость критического тока от магнитного

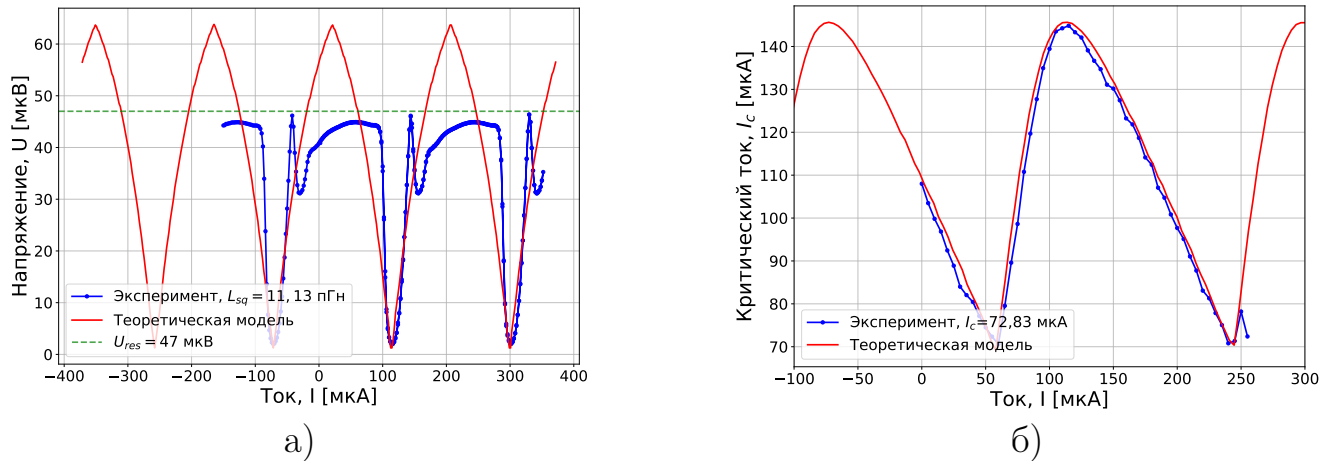


Рисунок 3.9 — а) Вольт-потоковая характеристика СКВИДа, интегрированного в σ -нейрон, с индуктивностью плеча $L = 11,13$ пГн. б) Зависимость критического тока СКВИДа от магнитного потока в контуре интерферометра $I_c(\Phi)$, максимальный критический ток которого равен $\max[I_c] = 72$ мкА.

потока для СКВИДа (см. рис. 3.9(б)). В данном случае чётко наблюдается асимметричное поведение, обусловленное асимметрией индуктивностей плеч интерферометра. При этом максимальный критический ток составил $\max[I_c] = 72$ мкА. Совпадение теоретической модели с экспериментальными данными ещё раз подтверждает высокий уровень магнитного вакуума в полости вставки. В данном случае индуктивность плеча СКВИДа независимо определяет как период по току в линии обратной связи, так и смещение «нулей» по горизонтальной оси (см. раздел 1.42). Следует отметить, что смещение вдоль оси тока в линии обратной связи (*feedback line*) может быть вызвано остаточным внешним потоком при недостаточной экранировке внешнего магнитного поля, однако в нашем случае этого эффекта удалось избежать.

3.3 Передаточные функции нейронов

3.3.1 Сигма-нейрон

Пример экспериментальной передаточной функции ($I_{fb}(I_{CL})$) σ -нейрона приведён на рис. 3.10(а). Зависимость демонстрирует квазипериодическое пове-

дение с периодом $T_{CL} = 2,18$ мА по горизонтальной оси (контрольная линия) и периодом $T_{fb} = 23,4$ мкА по вертикальной оси (линия обратной связи). Отдельный период этой зависимости (рис. 3.10(б)) хорошо аппроксимируется суммой линейной и сигмоидальной составляющих:

$$I_{fb} = \alpha I_{CL} + \frac{\beta}{1 + \exp(-(I_{CL} - \delta)/\gamma)}, \quad (3.17)$$

где параметры аппроксимации имеют следующие значения: $\alpha = 5 \cdot 10^{-3}$ (коэффициент линейного наклона), $\beta = 13$ мкА (амплитуда сигмоидальной составляющей), $\gamma = 35$ мкА (параметр крутизны перехода), $\delta = 2,12$ мА (величина сдвига).

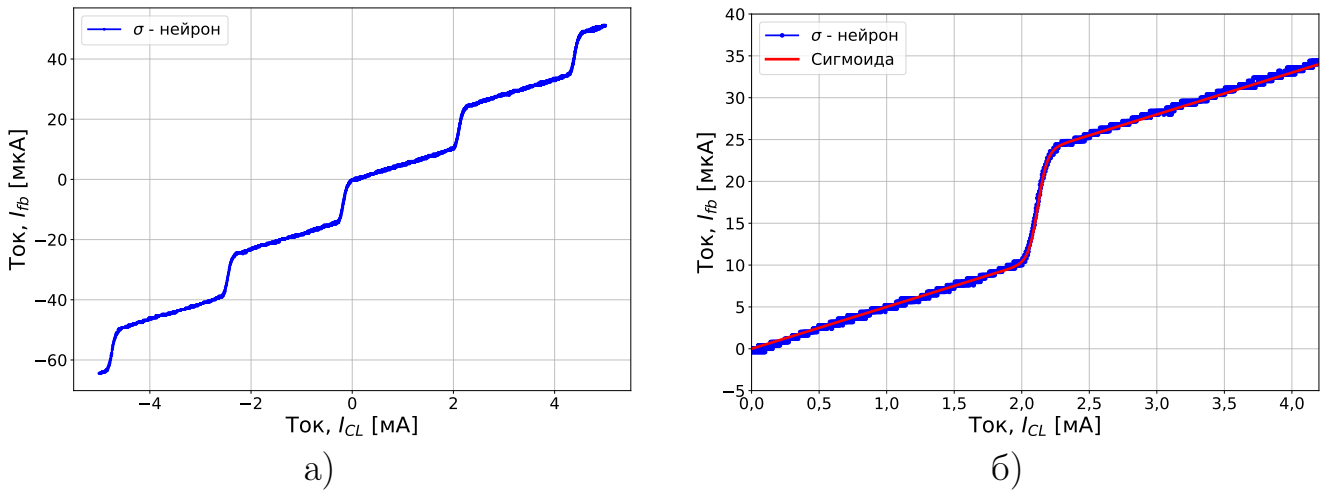


Рисунок 3.10 — Передаточные характеристики σ -нейрона: (а) полная зависимость, (б) отдельный период с сигмоидальной аппроксимацией (красная кривая)

Первое, на что стоит обратить внимание — это сдвиговое слагаемое δ , которое даже качественно аналитически не предсказывается для модели уединённого сигма-нейрона. Второе, что стоит отметить: критический ток джозефсоновского перехода, аппроксимированный исходя из измерения двух-контактного СКВИДа, должен иметь значение $I_c = 40$ мкА. В этом случае, если посмотреть на рис. 3.3, неожиданным результатом является положительная линейная составляющая (α -параметр), не предсказываемая существующими моделями (раздел 1.4.1). В самом деле, при критическом токе 40 мкА и с индуктивностями, оценёнными выше, данный коэффициент должен иметь отрицательный знак (обратный наклон).

Рассмотрим причины возникновения сдвигового слагаемого и заодно убедимся в верности оценок индуктивностей и аппроксимации критического тока

джозефсоновского контакта. Для этого необходимо учесть влияние измерительного СКВИДа на передаточную функцию нейрона. Учтем условие постоянства магнитного потока φ_{sq} через измерительный контур двухконтактного интерферометра:

$$\varphi_{\text{sq}} = m_{\text{out}}i_{\text{out}} + l_{\text{sq}}i_{\text{sq}} = \text{const}, \quad (3.18)$$

а также слагаемое $m_{\text{out}}i_{\text{sq}}$ в потоке φ_{out} , которое добавляет СКВИД:

$$\varphi_{\text{out}} = l_{\text{out}}i_{\text{out}} + m_{\text{out}}i_{\text{sq}}. \quad (3.19)$$

Совместно разрешая данную систему, мы получим перенормировку φ_{out} для системы 1.45 (мы пренебрегаем слагаемым $m_{\text{out}}^2/l_{\text{sq}}l_{\text{out}} \ll 1$):

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{out}} &= l_{\text{sh}} \left(\frac{\varphi_{\text{in}}}{2l_a} - \sin \varphi + \underbrace{\frac{m_{\text{out}}\varphi_{\text{sq}}}{l_{\text{out}}l_{\text{sq}}}} \right), \\ \varphi_{\text{in}} &= 2 \left(\frac{l_a + l_{\text{out}}}{l_a + 2l_{\text{out}}} \right) \left[\varphi + l_t \sin \varphi - \underbrace{\frac{l_{\text{sh}}m_{\text{out}}\varphi_{\text{sq}}}{l_{\text{out}}l_{\text{sq}}}} \right]. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Или, заменяя выражения на коэффициенты и переходя в токовые (измеримые) величины:

$$\begin{aligned} I_{\text{fb}} &= k_3 I_c (k_4 i_{\text{CL}} - \sin \varphi + \chi), \\ I_{\text{CL}} &= k_1 I_c [\varphi + k_2 \sin \varphi - \varepsilon], \end{aligned} \quad (3.21)$$

где ε отвечает за сдвиг передаточной функции вдоль оси I_{CL} , а χ отвечает за начальный сдвиг вдоль вертикальной оси I_{fb}^0 (который вычитался программным образом при измерениях). Сдвиговые слагаемые имеют в своём выражении зависимость от магнитного потока в квантующем контуре измерительного интерферометра, что является следствием обратного влияния измерительного СКВИДа (φ_{sq}) на состояние нейрона. При этом коэффициенты k_i выражаются через индуктивности: $k_1 = 2/m_{\text{in}} \cdot (l_a + l_{\text{out}})/(l_a + 2l_{\text{out}})$, где мы учли, что $\varphi_{\text{in}} = m_{\text{in}}i_{\text{CL}}$; $k_2 = l_t$; $k_3 = (l_{\text{sh}}m_{\text{out}})/(l_{\text{sq}}l_{\text{out}})$, где учтено условие (3.14) перехода от потокового представления в токовое; $k_4 = m_{\text{in}}/(2l_a)$.

Заметим, что коэффициенты k_{1-4} не являются независимыми. Так что можно ожидать, что если подходы к оценкам индуктивностей частей нейрона или аппроксимацией критического тока не верны, то будет наблюдаться расхождение в значениях теоретически вычисленных коэффициентов и полученных из наилучшей аппроксимации экспериментальной кривой, причём различаться будут одновременно все коэффициенты. Чтобы это проверить, выпишем сравнительную таблицу (1), в которой сравним расчётные («теория») коэффициенты

(найденные из оценок индуктивностей, см. 3.1.1) и полученные из аппроксимации (см. рис. 3.11). Обращает на себя внимание хорошее (с расхождением

	k_1	k_2	k_3	k_4
Теория	7,56	0,98	0,099	0,038
Эксперимент	7,69	0,99	0,105	0,103

Таблица 1 — Коэффициенты передаточной функции (3.21), рассчитанные на основе выражения (1.57) (строка «Теория») и полученные при аппроксимации экспериментальных данных (строка «Эксперимент»)

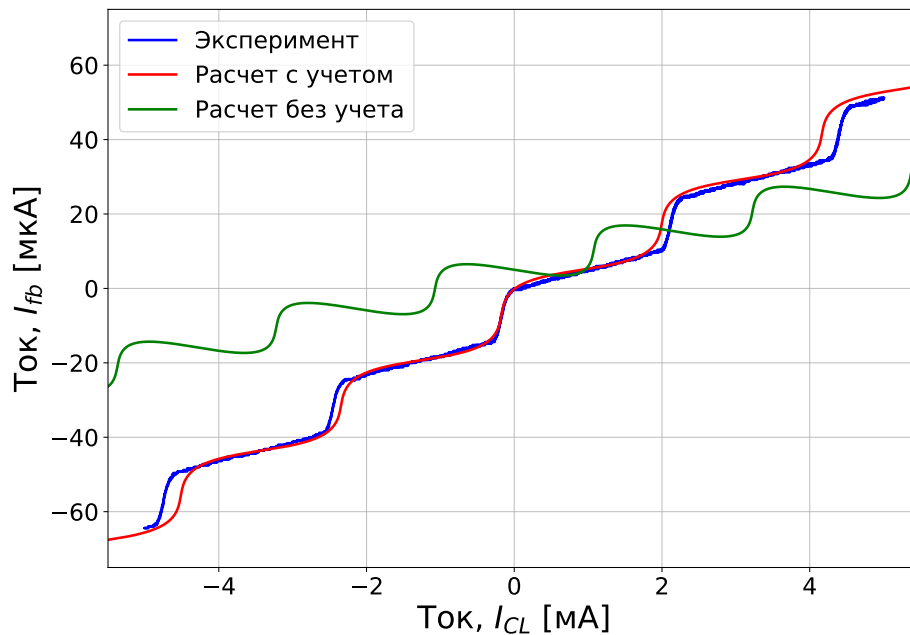


Рисунок 3.11 — Передаточная характеристика σ -нейрона с наложенной аппроксимацией: с учётом линейной компоненты и сдвигового слагаемого (красная кривая) и без учёта последних (зелёная линия).

порядка 5%) совпадение значений коэффициентов k_{1-3} , определяющих период передаточной функции по входному сигналу, эффективную индуктивность нейрона и амплитуду изменения передаточной функции соответственно. Однако экспериментальное значение коэффициента k_4 , описывающего линейную передачу входного сигнала на выход нейрона, превышает оценочное почти в три раза. Данный факт демонстрирует необходимость учёта дополнительного слагаемого, добавляющего линейный по току i_{CL} вклад. Естественным образом можно трактовать данный вклад как прямую передачу магнитного потока, индуцируемого током в контрольной линии I_{CL} , в измерительный СКВИД. Наконец, введём пока формальным образом данный линейный наклон через

выражение $M_{sq}I_{CL}$, где взаимную индуктивность между контрольной линией и интерферометром можно оценить как $M_{sq} = 0,07$ пГн (исходя из сравнения теоретического и экспериментального значения коэффициента k_4). Далее будем вычитать значение «паразитной» взаимной индуктивности контрольной линии и измерительного СКВИДа для выделения закономерностей уединённого нейрона, до тех пор пока не опишем физический эффект, приводящий к этому слагаемому (раздел 4.1.1).

Теперь перейдём к анализу полученных передаточных функций сигма-нейрона. На рис. 3.12 представлены экспериментально измеренные передаточные характеристики двух σ -нейронов, из которых для наглядности исключены линейные составляющие. Исследуемые нейроны отличались значениями критического тока джозефсоновских переходов: для первого образца (синяя кривая на рис. 3.12) критический ток составлял $I_c = 40$ мкА, тогда как для второго (красная кривая) — $I_c = 65$ мкА. Оба образца были изготовлены в идентичной

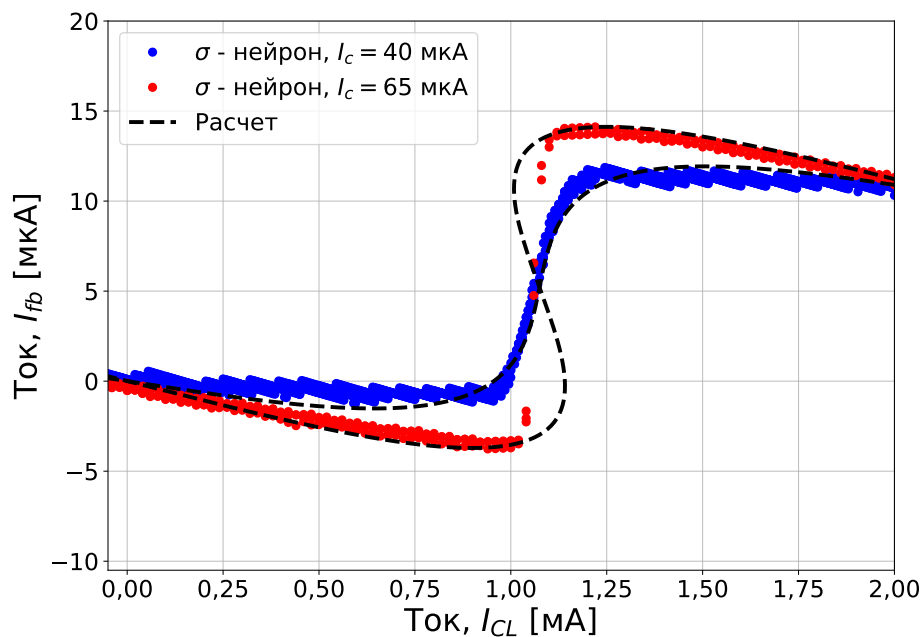


Рисунок 3.12 — Передаточные характеристики двух σ -нейронов с вычтенными линейными слагаемыми и различными критическими токами джозефсоновских контактов. Можно наблюдать качественно различное поведение передаточных функций: синяя кривая — безгистерезисная зависимость, красная кривая — гистерезисное поведение. Для наглядности также пунктирной линией представлены численные расчёты.

геометрии. Однако, учитывая зависимость $l_t \sim I_c$, их передаточные характеристики демонстрируют качественное различие в поведении. Для первого нейрона

параметр $l_t = 0,88 < 1$, что соответствует безгистерезисному режиму работы (см. выражение 3.6). В случае второго нейрона ($l_t = 1,43 > 1$) наблюдается ярко выраженный гистерезис, при котором на существенно нелинейном участке передаточной характеристики σ -нейрон занимает квазиравновесные состояния.

Рассмотрим теперь возможность качественного изменения формы передаточной функции нейрона при изменении температуры эксперимента в рамках введённого ранее предположения (см. рис. 3.3). На рис. 3.13 продемонстрированы передаточные функции сигма-нейрона с характерным гистерезисным поведением при базовой температуре (4,2 К). Хорошо видно, что повышение температуры приводит к резкому уменьшению критического тока I_c джозефсоновского контакта, что, в свою очередь, приводит к уменьшению значения нормированных индуктивностей и соответственно к изменению формы передаточных функций. При базовой температуре и критическом токе $I_c = 65$ мкА σ -нейрон находится в гистерезисном режиме; при этом уменьшение критического тока до $I_c = 33$ мкА приближает нас к сигмоидальной зависимости. Переходя порог в 20 мкА при токе $I_c = 16$ мкА, попадаем в режим с обратным наклоном «горизонтального» участка.

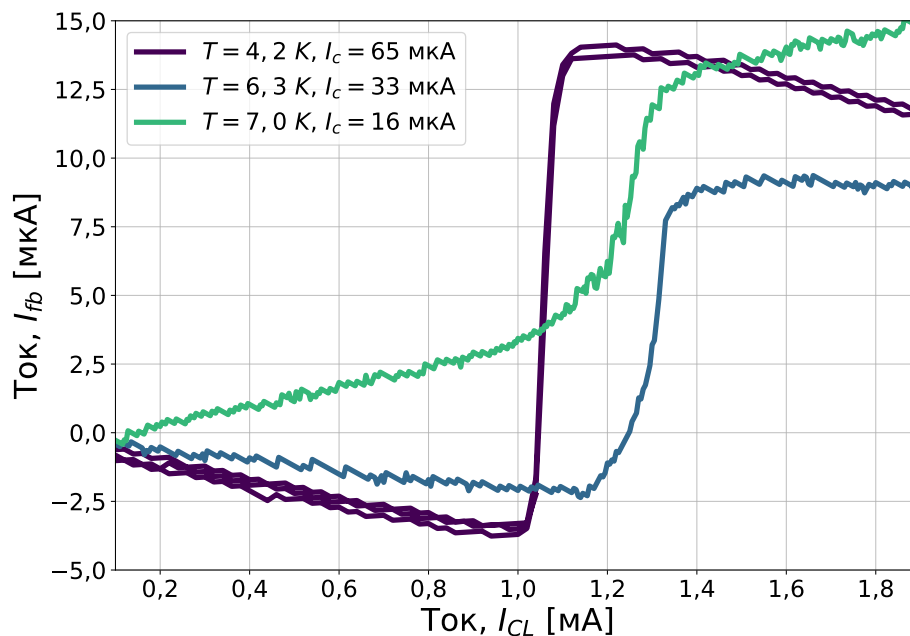


Рисунок 3.13 — На рисунке продемонстрированы передаточные функции сигма-нейрона с характерным гистерезисным поведением при базовой температуре (4,2 К) при трёх температурах эксперимента [4,2; 6,3; 7,0] К соответственно. Для наглядности из экспериментальных кривых вычтен линейный «паразитный» вклад в рамках ранее выведенных закономерностей.

3.3.2 Гаусс-нейрон

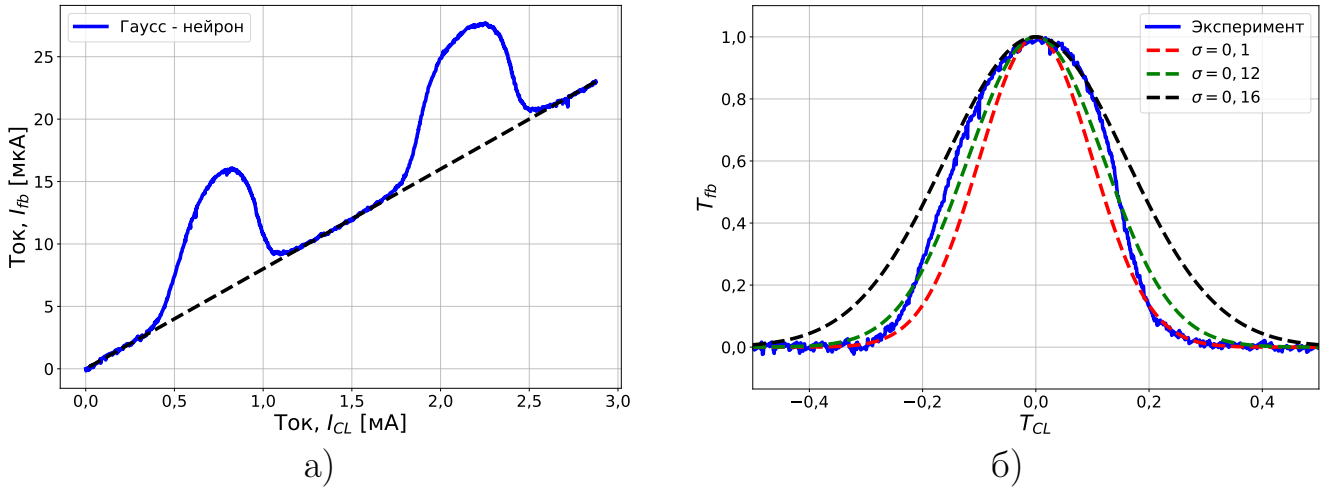


Рисунок 3.14 — Передаточные характеристики G-нейрона: (а) полная зависимость выходного тока от управляющего сигнала; (б) отдельный период с аппроксимацией гауссовым распределением при различных значениях дисперсии σ

Типичная экспериментальная зависимость G-нейрона, представленная на рис. 3.14а, состоит из серии положительных куполообразных пиков с амплитудой около 10 мкА по компенсирующему току и периодом $T_{CL} = 1,4$ мА по входному сигналу. Эти нелинейные особенности наблюдаются на фоне линейной составляющей с наклоном $M_{sq}I_{CL}$, где $M_{sq} = 0,12$ пГн. Как можно видеть, экспериментальные кривые гаусс-нейрона также имеют линейный вклад, связанный с «паразитной» взаимной индуктивностью между двумя элементами нейронной структуры (между контрольной линией L_{CL} и измерительным СКВИДом L_{sq}). Причины возникновения этого вклада подробно будут рассмотрены в главе 4.1.1. Однако уже сейчас можно отметить большее значение множителя M_{sq} для экспериментального гаусс-нейрона, чем для сигмы. Данное обстоятельство может быть объяснено большей собственной индуктивностью измерительного СКВИДа (см. рис. 3.8), использующегося в структуре G-нейрона. Это ещё раз намекает на правильность предположения о концепции именно вклада взаимной индуктивности.

Анализ формы нелинейной компоненты (рис. 3.14б) показывает её близкое, но не полное соответствие гауссовому профилю $e^{-x^2/2\sigma^2}$. Нормированный

сигнал занимает промежуточное положение между двумя гауссовыми распределениями. Верхняя (чёрная штриховая) кривая с $\sigma = 0,16$ лучше аппроксимирует вершину купола, тогда как нижняя (красная штриховая) кривая с $\sigma = 0,1$ точнее описывает область крыльев распределения. Для нормировки данных использовались следующие преобразования: по оси абсцисс применялось преобразование $x = (I_{CL} - T_{CL}/2)/T_{CL}$, а по оси ординат — $\Delta I_{fb}/T_{fb}$ с предварительным вычитанием линейного наклона. Наилучшее соответствие экспериментальным данным достигается при промежуточном значении дисперсии $\sigma = 0,12$.

Теперь перейдём к аппроксимации измеренной передаточной характеристики G-нейрона с использованием уравнений состояния (1.50). Для достижения наилучшего соответствия между расчётными и экспериментальными данными потребовалось уточнение параметров системы. Во-первых, значение взаимной индуктивности между приёмным контуром и контрольной линией было скорректировано до $M_{in} = 2,9$ пГн, что непосредственно влияет на период кривой по току I_{CL} . Во-вторых, критический ток джозефсоновских переходов показал существенное различие: для измерительного СКВИДа он составил $I_c^{SQUID} = 47,5$ мкА, тогда как оптимальное соответствие с экспериментальной кривой нейрона достигается при $I_c^{Нейрон} = 28$ мкА. Обнаруженное несоответствие может быть объяснено, возможно, неравномерным распределением критической плотности тока через барьер в пределах ячейки нейрона. На рис. 3.15а представлено сравнение экспериментальных данных с расчётной кривой, где исключена линейная составляющая. Анализ показывает значительные количественные и качественные расхождения. Экспериментальная кривая демонстрирует более широкий пик и плавный переход в горизонтальный участок, в отличие от резкого вертикального перехода, предсказываемого уравнением (3.12). Эти наблюдения однозначно указывают на необходимость модификации теоретического подхода. Такое расхождение, однако, может быть вновь связано с влиянием измерительного СКВИДа. Однако в данном случае оно не сводится к простым сдвиговым слагаемым (как в случае σ -нейрона) и в дальнейшем будет рассчитано численными методами. Для полноты картины анонсируем, что анализ с использованием усовершенствованной модели (полное описание приведено в разделе 4.3.1) показывает существенное улучшение соответствия, как видно на рис. 3.15б. Новая модель учитывает начальный магнитный поток в измерительном интерферометре, индуцированный током $I_{fb}^0 = 50$ мкА в линии

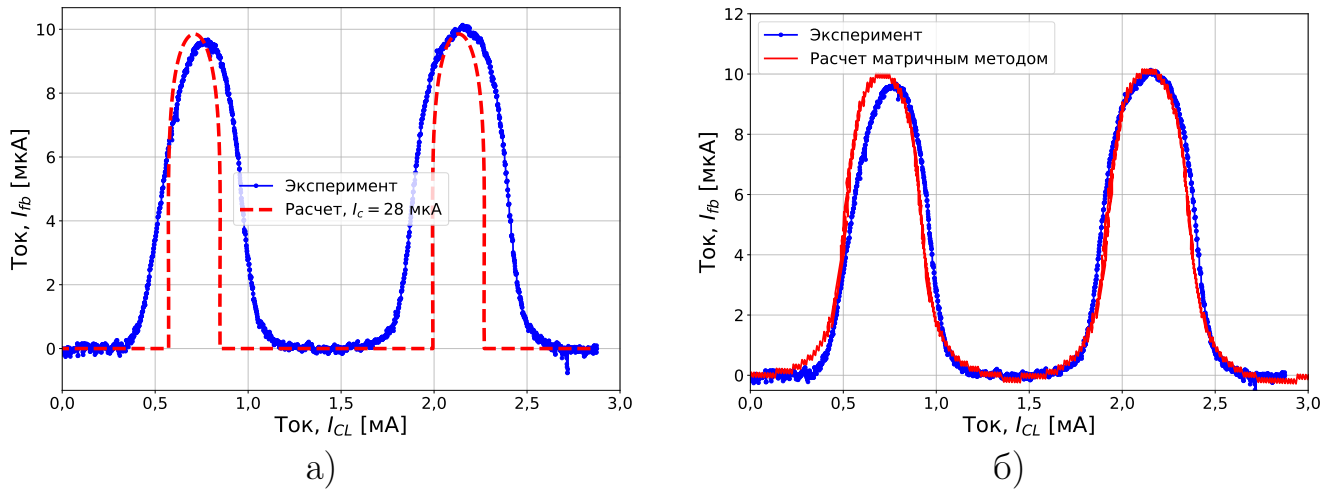


Рисунок 3.15 — Передаточная характеристика G-нейрона: (а) аппроксимированная с использованием уравнения состояния 1.50; (б) аппроксимированная с использованием расширенного уравнения состояния, в котором учитывается начальный поток в измерительном интерферометре ($\Phi_{sq} = L_{sq}I_{sq}^0$), индуцированный током $I_{sq}^0 = 50$ мкА

обратной связи (см. раздел 3.2.1). Хотя модель успешно предсказывает второй период кривой, на первом периоде наблюдается характерная асимметрия — «завал» купола в правую сторону. Этот эффект, вероятно, связан с наличием нелинейной по току I_{CL} зависимости, что опять же указывает на необходимость дополнительного исследования и уточнения модели.

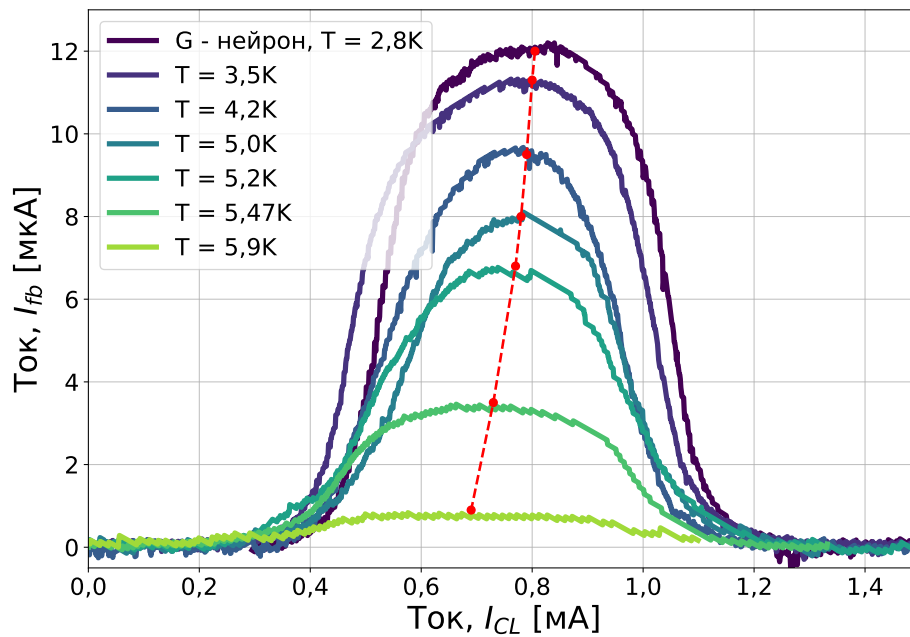


Рисунок 3.16 — Температурная зависимость «купола» G-нейрона; для наглядности представлен первый период и вычтен линейный наклон, связанный с «паразитной» засветкой от контрольной линии в измерительный СКВИД.

В рамках подробного описания гаусс-нейрона затронем вопрос о возможности изменения формы передаточной функции в зависимости от критического тока контактов. Предполагаемый характер такого изменения уже был продемонстрирован в рамках аналитического анализа в разделе 3.1.2 (см. рис. 3.5). Экспериментально изменение критического тока джозефсоновских переходов достигается изменением температуры проведения измерений. В этом случае значение критического тока подчиняется зависимости Амбегаокара–Баратоффа $I_c \sim \tanh(1/T)$ (см. подробнее раздел 1.2.1). На рис. 3.16 представлены результаты экспериментального исследования поведения передаточной функции G-нейрона от температуры в диапазоне $T \in [2,8 - 5,9]$ К. Разделим описание характеристик на две части с качественно разным поведением.

В первой части стоит коснуться зависимости периода передаточной функции. Анализ описания зависимостей передаточных функций 3.1.2 от входного магнитного потока Φ_{in} позволяет установить, что период по току в контрольной линии (I_{CL}) зависит только от взаимной индуктивности m_{in} с приёмным контуром нейрона и равен Φ_0/m_{in} . Тогда, рассматривая уравнение для индуктивности квадрата плёнки над экраном 1.57 и учитывая зависимость взаимной индуктивности двух плёнок, расположенных друг над другом 3.1, можно записать, что период обратно пропорционален взаимной индуктивности, которая, в свою очередь, линейно зависит от лондоновской длины проникновения магнитного поля в сверхпроводнике λ . Используя зависимость λ от температуры (см. раздел 1.1.2), получаем:

$$\Delta I_{CL} \sim \frac{1}{\lambda(T) + d} \sim \frac{\sqrt{T_c - T}}{\lambda(0)/d + \sqrt{T_c - T}} \quad (3.22)$$

При этом при низких температурах зависимость λ от температуры необходимо уточнить, исходя из микроскопической теории сверхпроводимости (например [51]):

$$\lambda(T) = \lambda(0) \left(1 + \frac{\pi k T}{2 \Delta(0)} e^{-\Delta(0)/k T} \right) \quad (3.23)$$

Выражение 3.22 показывает, что при $\lambda(0)/d \sim 1$ температурная зависимость является слабой и не приводит к существенному изменению периода передаточной функции. При этом при $T \rightarrow T_c$ период уменьшается и стремится к нулю: $\Delta I_{CL} \rightarrow 0$. На рис. 3.16 можно видеть, как при увеличении температуры вершина «купола» смещается к нулю, что находится в полном согласии с вышеизложенными закономерностями.

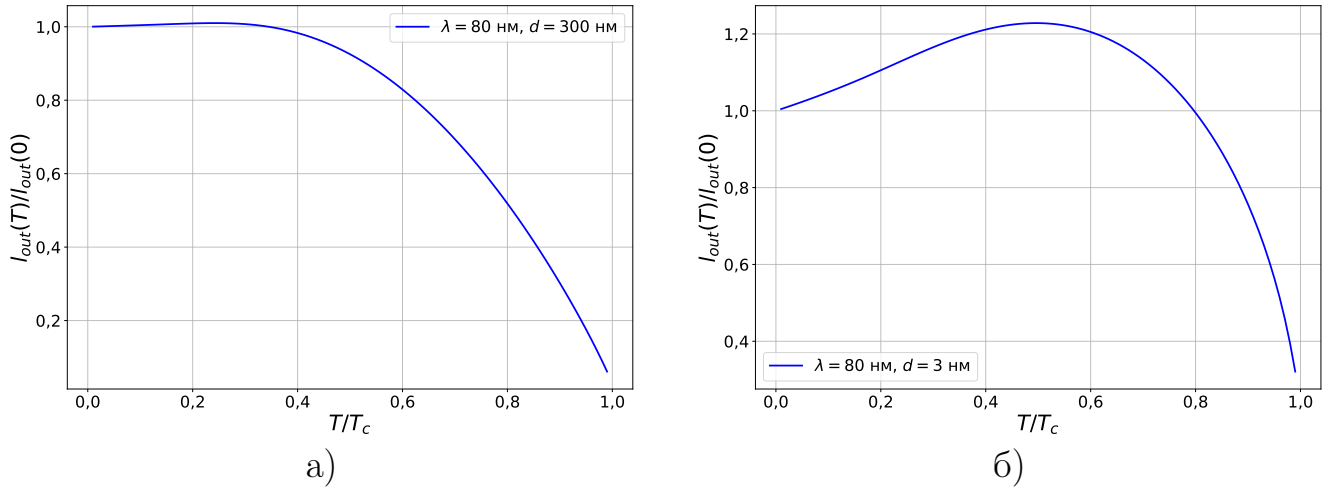


Рисунок 3.17 — Численно рассчитанная зависимость нормированной индуктивности от температуры. (а) Параметры λ и d взяты приближенными к реальным, присущим изготовленным образцам. (б) Для иллюстрации немонотонности в качестве значения толщины слоя изоляции взято значение, меньшее длины проникновения магнитного поля в сверхпроводнике.

Совершенно иная ситуация наблюдается в температурной зависимости формы «купола». За это в данном случае отвечают нормированные индуктивности ($l = 2\pi I_c L / \Phi_0$) элементов нейрона, которые напрямую зависят от критического тока джозефсоновских контактов, интегрированных в плечи G-нейрона. Если ширина «купола» зависит только от отношения индуктивностей l_{out}/l (см. 1.4.2), которое не изменяется с температурой, то высота «купола» уже зависит от абсолютного значения нормированной индуктивности l_{out} . Дополним зависимость 3.22 зависимостью критического тока от температуры. Тогда для нормированной индуктивности имеем выражение:

$$l_{\text{out}} \sim \frac{2\pi}{\Phi_0} \frac{\pi\Delta}{2eR_N} \tanh\left(\frac{\Delta}{2T}\right) \left[\frac{\lambda(0)}{\sqrt{T_c - T}} + d \right]. \quad (3.24)$$

Которое показывает сложное немонотонное поведение от температуры. Рассчитаем его численно; для этого используем рекуррентное выражение (см. 1.2) для зависимости сверхпроводящей щели Δ от температуры T . На рисунке 3.17а изображена зависимость нормированной индуктивности от температуры при толщине изолирующего слоя $d = 300$ нм, что является характерным для изготовленных нейронов. Данная кривая представляет собой слабо зависящее от температуры слагаемое (ур. 3.22), модулированное быстро спадающим множителем — зависимостью критического тока. Такое поведение и независимость

ширины «купола» от температуры позволяют тонко настраивать форму передаточной функции, в частности менять дисперсию σ реализуемого распределения Гаусса. При этом слабая зависимость периода позволяет сохранять общую нормировку по оси тока в контрольной линии. Экспериментально измеренные передаточные функции демонстрируют данную возможность: как можно видеть на рис. 3.16, при увеличении температуры эксперимента (соответственно, уменьшении критического тока) амплитуда нелинейной части передаточной функции падает, при этом её ширина остается почти постоянной.

Ещё больший интерес представляет зависимость нормированной индуктивности, рассчитанная при значении толщины изоляции $d = 3$ нм, меньшем длины проникновения магнитного поля в сверхпроводнике λ (см. рис. 3.17б). В этом случае выполняется условие $\lambda(0)/d \gg 1$ и выражение 3.22 приобретает сильную температурную зависимость (растёт с ростом температуры). Такая особенность проявляется в резкой немонотонности кривой: можно наблюдать, что сначала кривая растёт, а при приближении температуры к температуре перехода в нормальное состояние $T \rightarrow T_c$ падает. Такое поведение при технической возможности реализации позволяет перестраивать форму передаточной функции гаусс-нейрона в широком диапазоне, непрерывно изменяя её с температурой.

3.4 Выводы

Таким образом, в данной главе были представлены и описаны конструкции ячеек экспериментальных сигма- и гаусс-нейронов. Приведены оценки индуктивностей составляющих их элементов, а также аналитические выражения, позволяющие оценить ограничения на необходимые критические токи джозефсоновских контактов, входящих в нейроны. В ходе анализа выявлены предполагаемые характеры поведения σ - и G-нейронов при отклонении критического тока переходов от необходимых значений.

Описана методика измерения малых выходных магнитных потоков, индуцированных нейронами, с помощью СКВИД-магнитометра. Охарактеризованы измерительные интерферометры и продемонстрирована характерная для СКВИДов зависимость критического тока от магнитного потока. Её поведение

доказывает, что в объёме, где находятся исследуемые образцы, обеспечивается достаточно высокий магнитный вакуум. Показано, что к характерным особенностям на вольт-амперных характеристиках (токовым ступеням) приводит эффект LC-резонанса. Данная особенность обуславливает возникновение характерного «среза» амплитуды модуляции на вольт-поточковых характеристиках, что, в свою очередь, ограничивает выбор возможных значений начального тока в линии обратной связи I_{fb} .

Представлены измеренные передаточные функции сигма- и гаусс-нейронов. В ходе их анализа выяснено, что помимо искомой нелинейной ток-токовой зависимости кривые содержат линейный наклон. При этом для сигма-нейрона приведено сравнение аналитически рассчитанных коэффициентов параметрической записи передаточной функции с коэффициентами, полученными из аппроксимации экспериментальной кривой. Такое сравнение показало, что для нелинейных по току в контрольную линию I_{CL} слагаемых коэффициенты совпадают с хорошей точностью. Напротив, для коэффициента k_4 , стоящего при линейном слагаемом по току I_{CL} , это различие существенно. На основе данного факта введено предположение о наличии «паразитной» взаимной индуктивности между контрольной линией и измерительным СКВИДом.

Продемонстрировано изменение поведения передаточных функций нейронов при изменении температуры эксперимента. Характер такого изменения совпадает с предсказанным аналитически. При этом показано, что данное изменение позволяет подстраивать форму передаточных функций. Если для сигма-нейрона такая подстройка сводится к изменению критического тока джозефсоновского перехода и, соответственно, к возможности перехода в режим с выполненным условием сигмоидальности и безгистерезисности поведения, то для гаусс-нейрона эта зависимость менее тривиальна. В этом случае присутствуют два конкурирующих температурных эффекта: зависимость индуктивности от температуры и зависимость критического тока от температуры. Тем не менее это также позволяет тонко подстраивать форму передаточной функции и, в общем случае, изменять дисперсию гауссовского распределения, которым аппроксимируется передаточная функция G-нейрона.

Глава 4. Анализ передаточных функций

4.1 Не диагональные элементы матрицы индуктивностей

4.1.1 Взаимодействие через сверхпроводящий экран

Теперь мы можем перейти к рассмотрению механизма линейной передачи входного сигнала в измерительную цепь. Используя принцип замыкания (см. [46], параграф 9.5), можно показать, что по сверхпроводящему экрану вне контрольной линии течёт поверхностный ток с линейной плотностью (в среднем) $I_{CL}/2w_{scr}$, где $w_{scr} = 330$ мкм — ширина экрана для σ -нейрона и 290 мкм — для G -нейрона соответственно, а множитель 2 учитывает протекание сверхтока по обеим поверхностям экрана. В самом деле, в рамках принципа замыкания совместим контрольную линию и массивный сверхпроводящий экран; в такой конфигурации два элемента составляют единый сверхпроводящий брусок с линейным распределением тока. Теперь магнитный поток, передаваемый в петлю измерительного СКВИДа, может быть записан в виде:

$$\Phi_m = \left(L_{\square} \sum \frac{w_{sq}}{2w_{scr}} N \right) I_{CL}, \quad (4.1)$$

где w_{sq} — ширина участка петли СКВИДа, параллельного контрольной линии, N — число квадратов на нём, а суммирование проводится по участкам постоянной ширины. Подстановка размеров исследованных образцов даёт $M_{sq}^{(theor)} = 0,12$ пГн для σ -нейрона и $0,15$ пГн для гаусс-нейрона, что близко к экспериментальным значениям и объясняет большее значение данного слагаемого для G -нейрона. Несмотря на малость величины M_{sq} , передаваемый за счёт этого эффекта магнитный поток довольно заметен: порядка 0,2 кванта на период передаточной функции.

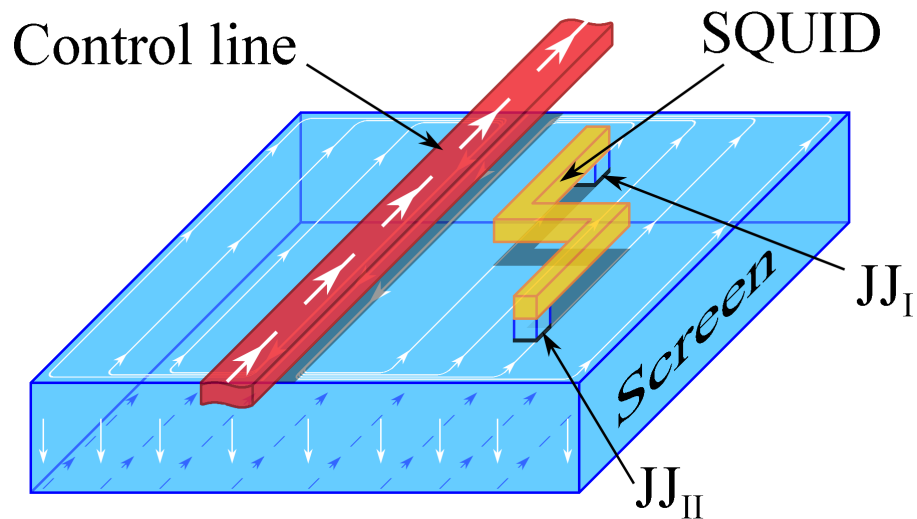


Рисунок 4.1 — Схематичное изображение распределения сверхпроводящих токов в системе «тонкая плёнка над сверхпроводящим экраном», получаемое с использованием метода замыкания.

4.1.2 Полная матрица индуктивностей

Мы увидели, как экранирующие токи в сверхпроводящем экране могут приводить к возникновению магнитной связи между удалёнными элементами нейронной ячейки. В связи с этим возникает задача учёта взаимодействия всех элементов, иными словами, учёта полной матрицы индуктивностей нейронной ячейки. В данном разделе описываются общие методы и подходы к расчёту в программах 3D-MLSI и wxLL (см. раздел 2.2), а также рассматривается вопрос верификации этих программ применительно к описанию исследуемых структур.

Экспериментальная проверка

Для проверки соответствия моделирования в 3D-MLSI эксперименту было проведено исследование более простых структур: одноконтурных двухконтактных интерферометров, изготовленных по тому же техпроцессу, что и нейроморфные структуры. Далее следует описание результатов в логике повествования, представленной в работе [86]. Интерферометры представляли собой П-образную структуру (см. рис. 4.2), причём замыкание петли интерферомет-

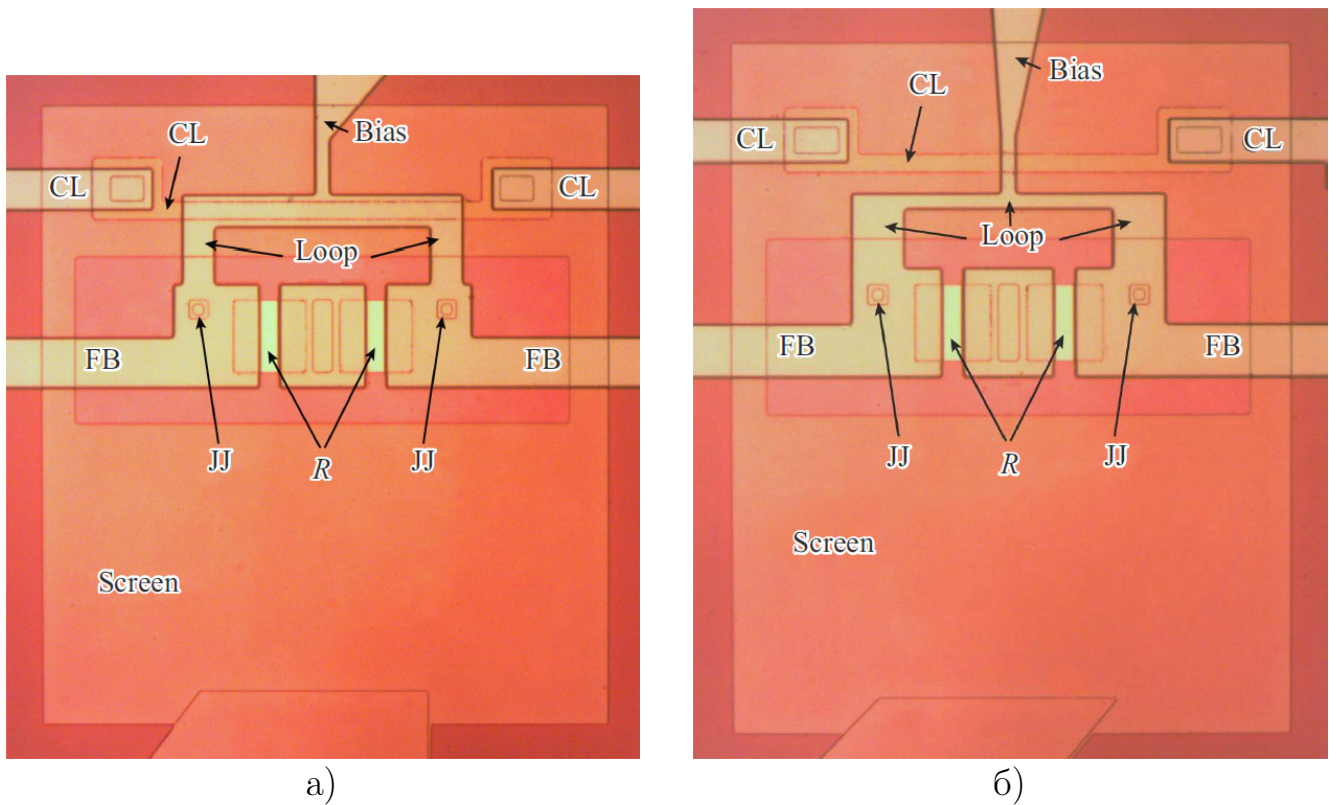


Рисунок 4.2 — Микрофотографии тестовых интерферометрических структур: (а) с наложением петли интерферометра и контрольной линии. Петля интерферометра (**Loop**) изготовлена во втором индуктивном слое и лежит над контрольной линией, лежащей в первом слое. Структура сформирована над сверхпроводящим экраном (**Screen**). На схеме обозначены: контакты Джозефсона JJ; шунтирующие сопротивления R; линия питания bias; линия обратной связи FB и контрольная линия CL. (б) Без наложения петли интерферометра и контрольной линии. Петля интерферометра (**Loop**) изготовлена во втором индуктивном слое и лежит сбоку от контрольной линии, лежащей в первом слое.

ра на экран происходило в основании буквы П через туннельные контакты Джозефсона (КД). Оба КД были шунтированы сопротивлениями номиналом 0,6 Ом для обеспечения однозначности их вольт-амперных характеристик. Ток питания образца задавался в центр петли (симметрично) по специальной «линии питания» (сверху на рис. 4.2) и выводился через сверхпроводящий экран. К петле СКВИДа была подключена специальная сигнальная линия («линия обратной связи», fb), позволяющая пропускать ток через петлю интерферометра и тем самым создавать магнитный поток через неё. Название связано с использованием подобной линии для задания сигнала обратной связи. Разработанная конструкция позволяла оценить как собственную индуктивность L

петли СКВИДа, так и взаимную индуктивность M образца с контрольной линией. Для этого измерялась так называемая вольт-потокосвая характеристика: периодическая зависимость (см. раздел 1.3.2) постоянного (усреднённого) напряжения U , возникающего на СКВИДе в нестационарном режиме, от тока в линии обратной связи I_{fb} (рис. 4.3а) или в контрольной линии I_{CL} (рис. 4.3б). Первым способом определяется собственная индуктивность петли двухконтактного интерферометра как $L = \Phi_0 / \Delta I_{fb}$ (Φ_0 — квант магнитного потока, ΔI_{FB} — период функции $U(I_{fb})$), вторым — взаимная индуктивность СКВИДа и контрольной линии $M = \Phi_0 / \Delta I_{CL}$. Полученные значения L и M сравнивались с результатами моделирования в программе 3D-MLSI, проведённого с использованием геометрии реализованного образца в приближении плоских слоёв. Начнём с изложения результатов экспериментального исследования характеристик одноконтурных двухконтактных интерферометров. На рис. 4.3 приведены типичные вольт-потокосвые характеристики образцов, полученные двумя способами: при задании сигнала от линии обратной связи и от контрольной линии. Собственная индуктивность петли составляет 10,0 пГн, а взаимная — 3,3 пГн. Численное моделирование даёт значения 10,5 пГн для собственной индуктивности петли и 3,2 пГн для взаимной индуктивности. Таким образом, расчётные и фактические значения индуктивностей совпадают с точностью 3–5%, что позволяет использовать программу 3D-MLSI для моделирования конструкции сверхпроводящего нейрона.

Как уже обсуждалось ранее, среди недиагональных компонент наиболее неприятным элементом является тот, который описывает непосредственное взаимодействие контрольной линии с измерительной схемой. Именно он ответствен за появление дополнительного линейного слагаемого, мешающего реализации целевой сигмоидальной или гауссовой передаточной функции. Наличие паразитной связи индуктивных элементов через сверхпроводящий экран наблюдалось и для случая тестовых двухконтактных интерферометров. На рис. 4.2б представлена микрофотография сверхпроводящего интерферометра, не содержащего наложения петли СКВИДа и контрольной линии. Тем не менее для их взаимной индуктивности экспериментально было получено значение $M = 0,12$ пГн (см. рис. 4.4а). Расчёт в программе 3D-MLSI для этого случая даёт величину 0,18 пГн. Экспериментальное значение собственной индуктивности петли интерферометра составило $L = 13,6$ пГн (см. рис. 4.4б), а рассчитанное в 3D-MLSI — 14,1 пГн. Таким образом, мы видим хорошее соответствие (3–5%) резуль-

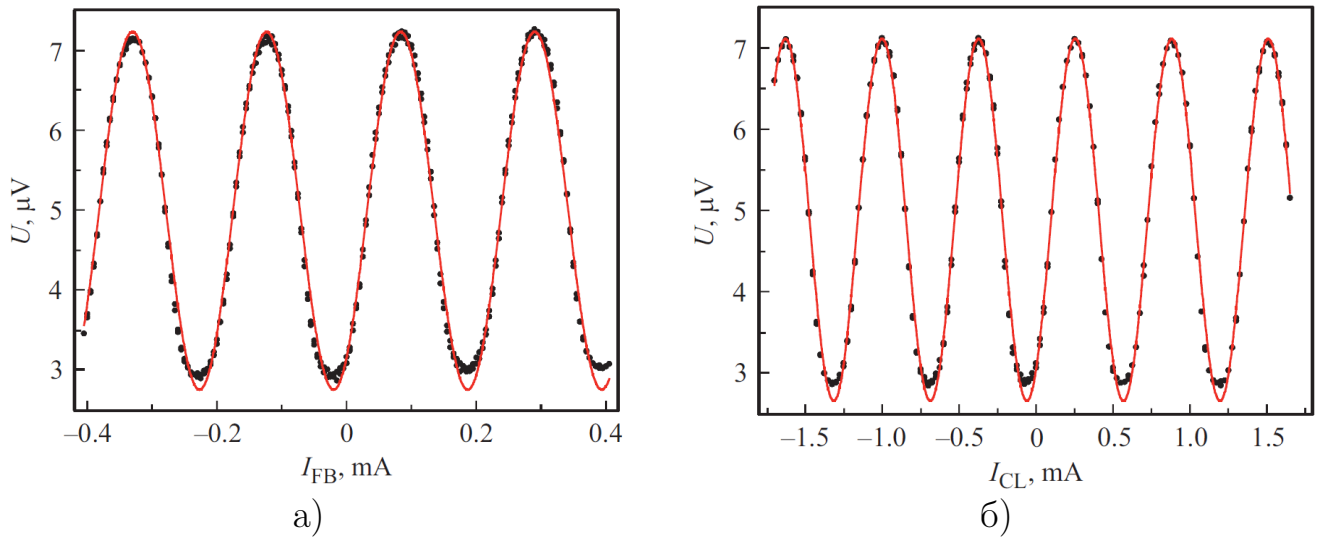


Рисунок 4.3 — Вольт-потоковые характеристики интерферометра, показанного на рис. 4.2а, полученные при пропускании управляющего тока по линии обратной связи (а) и по контрольной линии (б). Ток питания 15 мкА, температура эксперимента 1,5 К.

татов эксперимента и моделирования для индуктивности порядка 1–10 пГн и разумную оценку индуктивностей порядка 0,1 пГн.

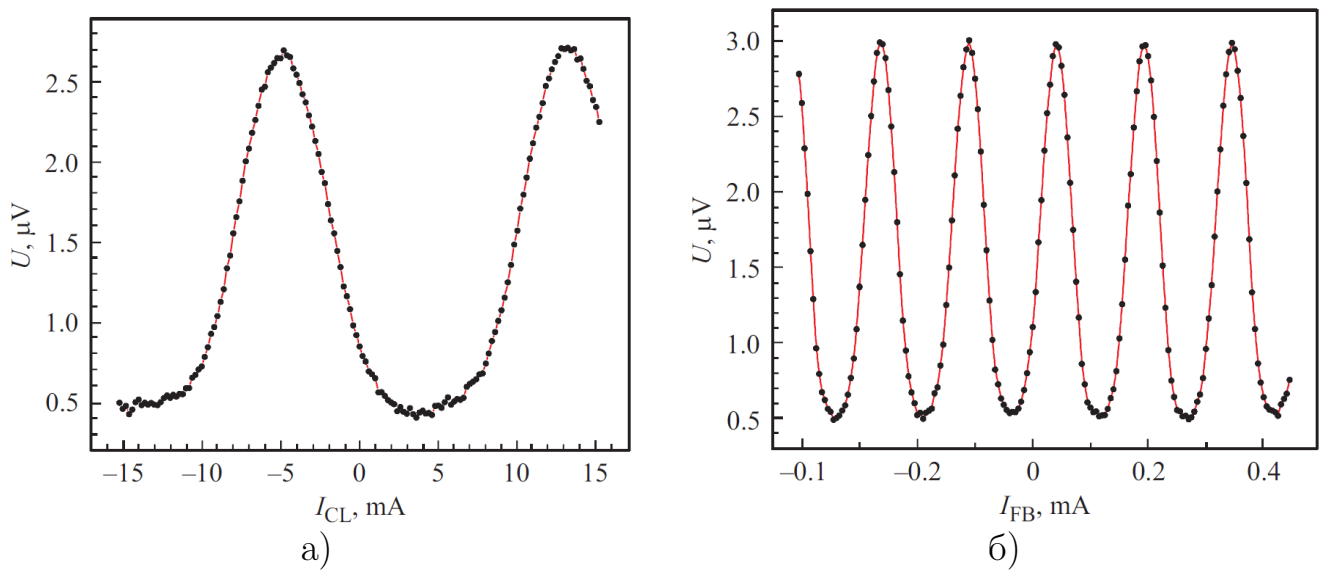


Рисунок 4.4 — Вольт-потоковые характеристики интерферометра, показанного на рис. 4.2б, полученные при пропускании управляющего тока по контрольной линии (а) и по линии обратной связи (б). Ток питания 9 мкА, температура эксперимента 1,5 К.

Расчёт матрицы индуктивностей для нейронной структуры

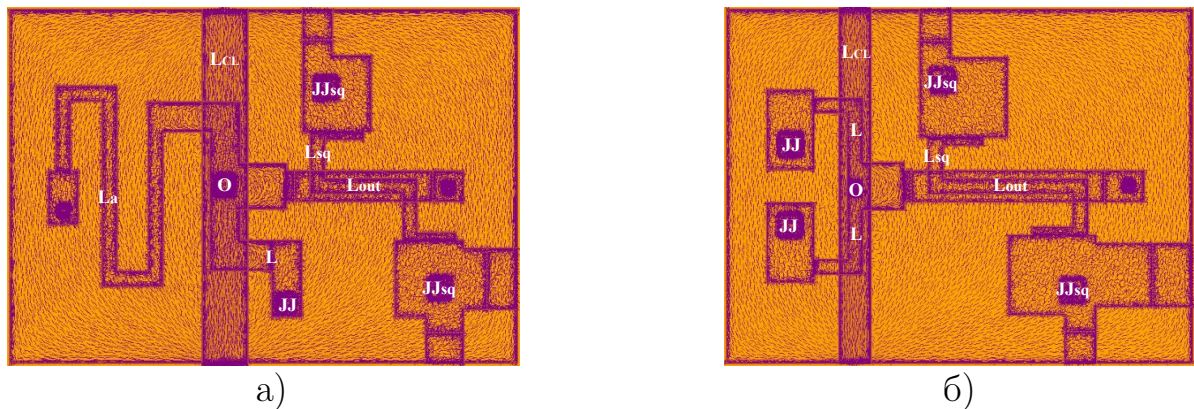


Рисунок 4.5 — Распределение плотности тока в сверхпроводящем экране, рассчитанное в программе 3D-MLSI, при пропускании тока через контрольную линию для топологии: (а) σ -нейрона, (б) G -нейрона. Показаны индуктивные элементы модели: L_{sq} — индуктивность СКВИДа, L — индуктивность джозефсоновского плеча, L_{out} — выходная индуктивность, L_a — индуктивность плеча, L_{CL} — индуктивность контрольной линии. Терминалы: **JJ** — джозефсоновские переходы, **O** — виртуальный токовый терминал, введённый для замыкания токового контура в модели.

После проверки применимости программы 3D-MLSI к расчётам интерферометрических структур в виде многослойной архитектуры над сверхпроводящим экраном перейдём непосредственно к расчётам матриц индуктивностей нейронов. На рис. 4.5 представлены рассчитанные в программе 3D-MLSI распределения плотностей тока в сверхпроводящем экране для σ и G -нейронов. Визуализация наглядно демонстрирует возникновение сложной картины циркулирующих экранирующих токов в ответ на возмущение, создаваемое током контрольной линии. Данное распределение является прямым следствием закона полного тока и эффекта Мейснера в сверхпроводящих контурах сложной геометрии. Для однозначной интерпретации рассчитанных матриц индуктивности и последующего анализа динамики нейронов на рисунке схематично обозначены ключевые индуктивные элементы, используемые при формировании системы уравнений и расчёте передаточных функций. Каждый нейрон моделируется цепью, состоящей из пяти таких элементов: L_{sq} — индуктивность СКВИДа (сверхпроводящего квантового интерферометра); L — индуктивность

джозефсоновского плеча нейрона; L_{out} — выходная индуктивность; L_a — индуктивность плеча нейрона; L_{CL} — индуктивность, связанная с контрольной линией. Кроме того, для корректного расчёта в выбранном токовом базисе потребовалось введение виртуального токового терминала (обозначен на рисунке буквой **O**), физически отсутствующего в реальной структуре. Этот приём является стандартным методом в моделировании цепей с гальванически незамкнутыми контурами и позволяет обеспечить полноту системы уравнений. Остальные терминалы соответствуют реальным физическим элементам, включая терминалы, реализованные в виде джозефсоновских переходов (обозначены как **JJ**).

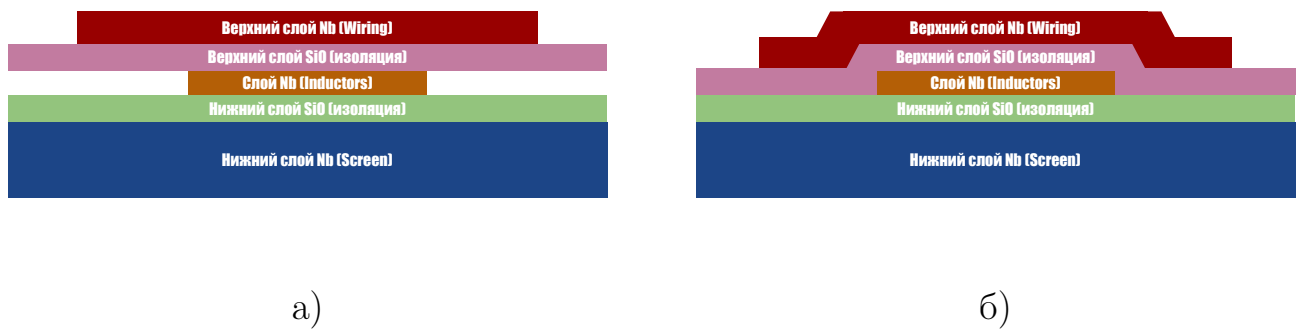


Рисунок 4.6 — Сравнение моделей поперечного сечения многослойной сверхпроводящей структуры, используемых в различных программных пакетах. (а) Модель в пакете 3D-MLSI. Представление слоёв является упрощённым. (б) Модель в пакете wxLL, позволяющем учитывать реальный топологический профиль и неидеальность наложения плёнок.

Прежде чем переходить к анализу рассчитанных матриц индуктивности, необходимо рассмотреть форму профиля плёнки в областях послойного наложения. Данный анализ обусловлен спецификой технологического процесса: контрольная линия, играющая ключевую роль в измерениях, формируется на последнем этапе изготовления структуры. В результате она располагается не в единой плоскости с приёмными плечами нейронов, а лишь частично перекрывает их, находясь на вышележащем уровне (см. рис. 4.6). Важно отметить, что стандартный пакет проектирования 3D-MLSI не предусматривает моделирования подобной конфигурации проводников. Для коррекции данного эффекта была использована программа wxLL, предназначенная для точного расчёта погонных индуктивностей полосок со сложной поперечной геометрией.

С её помощью был проведён анализ реального профиля и определены поправочные коэффициенты k_{corr} к величине взаимной индуктивности $M_{\text{control}/\text{neuron}}$ между контрольной линией и приёмными плечами нейронов. В результате моделирования установлены следующие значения:

$$\begin{aligned} k_{\text{corr}}^{\sigma} &= 1,02 \quad \text{для } \sigma\text{-нейрона,} \\ k_{\text{corr}}^G &= 1,13 \quad \text{для G-нейрона.} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Скорректированное значение взаимной индуктивности рассчитывалось при этом по формуле: $M_{\text{corr}} = k_{\text{corr}} \cdot M_{\text{control}/\text{neuron}}$, где $M_{\text{control}/\text{neuron}}$ — значение, полученное в рамках стандартной модели пакета 3D-MLSI. При этом в процентном отношении данные поправки не существенны и находятся в доверительном интервале программы 3D-MLSI. Однако их учёт позволяет повысить точность рассчитанных значений элементов матрицы индуктивностей и при проектировании сложных систем корректировать силу связи с нейронами.

После применения поправочных коэффициентов была получена итоговая полная матрица индуктивностей для σ -нейрона (таблица 2) и аналогичная матрица для гаусс-нейрона (таблица 3). Анализ матриц показывает, что большинство, ранее не учитывающихся, элементов (обозначены символом «*») на один-два порядка меньше основных элементов. Однако выявлены значимые взаимные индуктивности, такие как $L_{\text{out}} \rightarrow L_a$ (L , для G-нейрона), а также $L \rightarrow L$ — между плечами гаусс-нейрона, величина которых сопоставима с взаимной индуктивностью между контрольной линией и приёмными контурами нейронов, а также между контрольной линией и измерительным СКВИДом, влияние которого на передаточную функцию нейрона уже обсуждалось ранее. Данное наблюдение подчёркивает необходимость учёта подобных связей и проведения расчёта индуктивных матриц для конкретных топологий нейронов.

[пГн]	L_{fb}	L_a	L_{out}	L	L_{CL}
L_{fb}	9,28	$-2 \cdot 10^{-3*}$	-1,602	$-0,7 \cdot 10^{-3*}$	-0,075
L_a	$-2 \cdot 10^{-3*}$	3,391	0,102*	$4 \cdot 10^{-3*}$	-0,733
L_{out}	-1,602	0,102*	6,242	$-9,0 \cdot 10^{-2*}$	$-0,4 \cdot 10^{-3*}$
L	$-0,7 \cdot 10^{-3*}$	$4 \cdot 10^{-3*}$	$-9,0 \cdot 10^{-2*}$	22,88	-0,847
L_{CL}	-0,075	-0,733	$-0,4 \cdot 10^{-3*}$	-0,847	—

Таблица 2 — Полная матрица индуктивностей σ -нейрона. Топология нейрона представлена на рис. 4.5а. Все значения приведены в пикогенри (пГн). «Недиагональные» элементы отмечены символом «*».

[пГн]	L_{fb}	L	L_{out}	L	L_{CL}
L_{fb}	13	$-1 \cdot 10^{-3}$ *	-2,403	$-0,4 \cdot 10^{-3}$ *	-0,1
L	$-1 \cdot 10^{-3}$ *	4,845	0,147*	0,031*	-1,443
L_{out}	-2,403	0,147*	7,892	-0,147*	0*
L	$-0,4 \cdot 10^{-3}$ *	0,031*	-0,147*	4,844	-1,443
L_{CL}	-0,1	-1,443	0*	-1,443	-

Таблица 3 — Полная матрица индуктивностей гаусс-нейрона. Топология нейрона представлена на рис. 4.5б. Все значения приведены в пикогенри (пГн). «Недиагональные» элементы отмечены символом «*».

4.2 Расширенный подход к расчёту сигма-нейрона

4.2.1 Учет дополнительных элементов

Проведённые исследования (см. предыдущую главу) свидетельствуют о необходимости существенного усложнения расчетной модели для корректного описания наблюдаемых эффектов при расчёте стационарных передаточных характеристик нейронов. Аналогичные требования к точности моделирования возникают при проектировании новых поколений нейроморфных элементов. Особое значение имеет задача минимизации паразитных эффектов, в частности — устранения прямого влияния магнитного потока от задающей линии на измерительный интерферометр. Решение этой задачи требует комплексной оптимизации геометрии нейронной ячейки, где ключевую роль играет возможность точного численного расчёта полной матрицы индуктивностей для выбранной конфигурации. Для успешной реализации этих усовершенствований необходимо параллельное развитие двух направлений: углублённое моделирование передаточных функций с учётом всех существенных физических эффектов, а также точный расчёт полной матрицы индуктивностей методом конечных элементов — синергия этих подходов позволяет создать оптимальную конструкцию нейроморфного элемента, сочетающую высокую функциональность с минимальными паразитными эффектами.

В этой главе рассмотрим подходы, позволяющие учесть влияние «паразитной» индуктивности и тока в линии обратной связи измерительного СКВИДа

на передаточную функцию нейрона. Для этого рассмотрим построение уравнений для σ -нейрона с учетом матрицы индуктивности.

Начнем с перехода к матричному представлению. Индуктивные элементы экспериментально реализованного сигма-нейрона удобно перечислить в следующем порядке:

1. Контрольная линия “CL”;
2. Индуктивное плечо “a”;
3. Джозефсоновское плечо “J”;
4. Выходное плечо “out”;
5. Петля измерительного СКВИДа “sq”.

Они могут быть охарактеризованы матрицей индуктивностей $\|L\|$ размером 5×5 , содержащей 15 различных компонент в силу симметричности $L_{pq} = L_{qp}$ (см. матрицу 4.3):

$$\|L\| = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} & L_{15} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} & L_{25} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} & L_{35} \\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} & L_{45} \\ L_{51} & L_{52} & L_{53} & L_{54} & L_{55} \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

При выбранном порядке перечисления элементов компоненты L_{pq} , относящиеся непосредственно к сигма-нейрону, сосредоточены в центральном блоке 3×3 (см. матрицу 4.3), а во внешнем кольце содержатся компоненты, описывающие взаимодействие элементов нейрона со считывающей и задающей схемами. Компоненты L_{22} , L_{33} и L_{44} задают собственные индуктивности плеч “a”, “J” и “out” соответственно; L_{55} — собственную индуктивность петли СКВИДа “sq”; $L_{12} = L_{21}$ и $L_{13} = L_{31}$ — взаимные индуктивности контрольной линии “CL” с плечами “a” и “J”; $L_{45} = L_{54}$ — взаимную индуктивность плеча нейрона “out” с измерительным СКВИДом “sq”. Элемент L_{11} (собственная индуктивность контрольной линии) не входит ни в одно уравнение, поскольку не является частью какого-либо замкнутого сверхпроводящего контура. Остальные элементы матрицы $\|L\|$ задают паразитные взаимные индуктивности. В частности, непосредственная передача входного сигнала в измерительную цепь, упомянутая выше, определяется компонентой $L_{15} = L_{51}$.

Согласно ранее разработанным подходам (см., например, [42]), состояние сигма-нейрона определяется системой уравнений, состоящей из двух условий

баланса фаз и закона Кирхгофа в точке соединения O (см. рис. 4.5а). Непосредственно в сигма-нейроне можно выделить три замкнутых сверхпроводящих контура. В частности, совокупность плеч “а” и “J” даёт «приёмный» контур интерферометра, содержащий оба элемента, индуктивно связанных с контрольной линией “CL”. Для выбранных направлений обхода элементов нейрона (по часовой стрелке) магнитный поток через «приёмный» контур выражается как сумма потоков через каждый из его элементов, а условие баланса фаз имеет вид:

$$\varphi_2 + \varphi_3 = -\varphi', \quad (4.4)$$

где φ' — разность фаз на берегах джозефсоновского контакта («джозефсоновская фаза»), а φ_q — магнитный поток через q -й элемент. «Выходной» контур получается при объединении плеч “out” и “а” (контур “out–а”), и для него условие баланса фаз может быть записано в виде:

$$\varphi_2 + \varphi_4 = 2\pi n, \quad (4.5)$$

где n — количество квантов потока, «захваченных» в этом контуре. Условие баланса фаз для оставшегося «джозефсоновского» контура “J–out” получается вычитанием ур. (4.4), (4.5) и не даёт новой информации.

С использованием величин l_{pq} магнитный поток φ_p может быть записан в виде линейной комбинации токов i_q в индуктивных элементах нейрона как

$$\varphi_p = \sum_q l_{pq} i_q. \quad (4.6)$$

Подставляя определение (4.6) в ур. (4.4), получаем после перегруппировки слагаемых первое уравнение системы:

$$\sum_q (l_{2q} + l_{3q}) i_q = -\varphi'. \quad (4.7)$$

Аналогично имеем для выходного контура “out–а”:

$$\sum_q (l_{2q} + l_{4q}) i_q = 2\pi n. \quad (4.8)$$

Для экспериментального сигма-нейрона система должна быть дополнена условием постоянства магнитного потока φ_{sq} в измерительной цепи в силу выбранного метода измерения магнитного потока с использованием отрицательной обратной связи:

$$\varphi_5 = \sum_q l_{5q} i_q = \varphi_{sq}. \quad (4.9)$$

Закон Кирхгофа в точке O для выбранных направлений тока имеет вид:

$$-i_2 + i_3 + i_4 = 0. \quad (4.10)$$

Последнее уравнение системы записывается для тока i_3 , протекающего в джозефсоновском плече. Заметим, что джозефсоновское плечо состоит из последовательно подключённых индуктивности и контакта Джозефсона, ток в котором определяется ток-фазовым соотношением. Предполагая последнее синусоидальным, получаем связь между током i_3 и джозефсоновской фазой в виде:

$$i_3 = \sin \varphi'. \quad (4.11)$$

Получившаяся система 4.7, 4.8, 4.9, 4.10, 4.11 состоит из пяти линейных уравнений относительно пяти токовых переменных и может быть записана в матричном виде:

$$\|A\| \cdot \|i\| = \|f\|, \quad (4.12)$$

где $\|A\|$ — матрица системы

$$\|A\| = \begin{pmatrix} l_{21} + l_{31} & l_{22} + l_{32} & l_{23} + l_{33} & l_{24} + l_{34} & l_{25} + l_{35} \\ l_{21} + l_{41} & l_{22} + l_{42} & l_{23} + l_{43} & l_{24} + l_{44} & l_{25} + l_{45} \\ l_{51} & l_{52} & l_{53} & l_{54} & l_{55} \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

$\|i\|$ — столбец токов i_p , а $\|f\|$ — столбец свободных членов:

$$\|f\| = \left(-\varphi' \quad 2\pi n \quad \varphi_{\text{sq}} \quad 0 \quad \sin \varphi' \right)^\top. \quad (4.14)$$

Для невырожденной матрицы $\|A\|$ общее решение может быть выражено через обратную матрицу:

$$\|i\| = \|A^{-1}\| \cdot \|f\|, \quad (4.15)$$

поэтому выражение для каждого тока i_p представляет собой линейную комбинацию компонент столбца свободных членов:

$$i_p = -\mathbf{A}_{p1}^{-1} \varphi' + \mathbf{A}_{p5}^{-1} \sin \varphi' + [\mathbf{A}_{p3}^{-1} \varphi_{\text{sq}} + \mathbf{A}_{p2}^{-1} 2\pi n] \quad (4.16)$$

В ходе эксперимента входным сигналом является $i_{cl} = i_1$ (ток контрольной линии). Начальное состояние нейрона определяется нулевым значением тока $i_1(0)$ и некоторым начальным током $i_5^{(0)}$, протекающим по петле измерительного СКВИДа (см. подробнее в 3.2.1). Также начальное состояние можно характеризовать некоторой джозефсоновской фазой φ_0 , удовлетворяющей двум условиям:

$$0 = -A_{11}^{-1}\varphi_0 + A_{15}^{-1}\sin\varphi_0 + [A_{13}^{-1}\varphi_{sq} + A_{12}^{-1}2\pi n] \quad (4.17)$$

$$i_5^{(0)} = -A_{51}^{-1}\varphi_0 + A_{55}^{-1}\sin\varphi_0 + [A_{53}^{-1}\varphi_{sq} + A_{52}^{-1}2\pi n] \quad (4.18)$$

Условия (4.17)–(4.18) являются совместными, поскольку определяют фактически начальную джозефсоновскую фазу φ_0 и величину φ_{sq} при заданном токе $i_5^{(0)}$ и числе захваченных квантов n . Выходным сигналом является i_{fb} (ток обратной связи), представляющий собой разность текущего и начального значения тока i_5 : $i_{fb} = i_5 - i_5^{(0)}$. Поэтому передаточную функцию $i_{fb}(i_{cl})$ можно записать в наглядной параметрической форме, используя решение (4.16) и подставив в него условия (4.17)–(4.18):

$$i_{cl} = \frac{t_{cl}}{2\pi}(\varphi' + \alpha \sin \varphi' + \delta_{cl}) \quad (4.19)$$

$$i_{fb} = \frac{t_{fb}}{2\pi}(\varphi' + \sigma \sin \varphi') + \delta_{fb} \quad (4.20)$$

Здесь множители

$$t_{cl} = -2\pi A_{11}^{-1}, \quad t_{fb} = -2\pi A_{51}^{-1} \quad (4.21)$$

определяют нормированные периоды передаточной функции по входному и выходному току соответственно, а коэффициенты

$$\alpha = -A_{15}^{-1}/A_{11}^{-1}, \quad \sigma = -A_{55}^{-1}/A_{51}^{-1} \quad (4.22)$$

определяют форму передаточной функции. Слагаемые $\delta_{cl} = A_{11}^{-1}\varphi_0 - A_{15}^{-1}\sin\varphi_0$ и $\delta_{fb} = A_{51}^{-1}\varphi_0 - A_{55}^{-1}\sin\varphi_0$ определяют сдвиг передаточной функции (об экспериментальном наблюдении которого упоминалось в разделе 3.3.1).

4.2.2 Расчёт передаточных функций

Перейдём теперь к расчёту передаточных функций нейронов, изготовленных и исследованных в рамках данной работы. Для расчётов будем применять

методы, изложенные в предыдущих разделах (см. 4.1.2, 4.2.1). Рассмотрим σ -нейрон, используя обозначения элементов с рис. 4.5а и порядок следования из таблицы 2. При этом будем использовать ранее представленную систему уравнений состояния сигма-нейрона (4.19, 4.20), а матрицу индуктивностей L , полученную численным расчётом структуры (см. табл. 2).

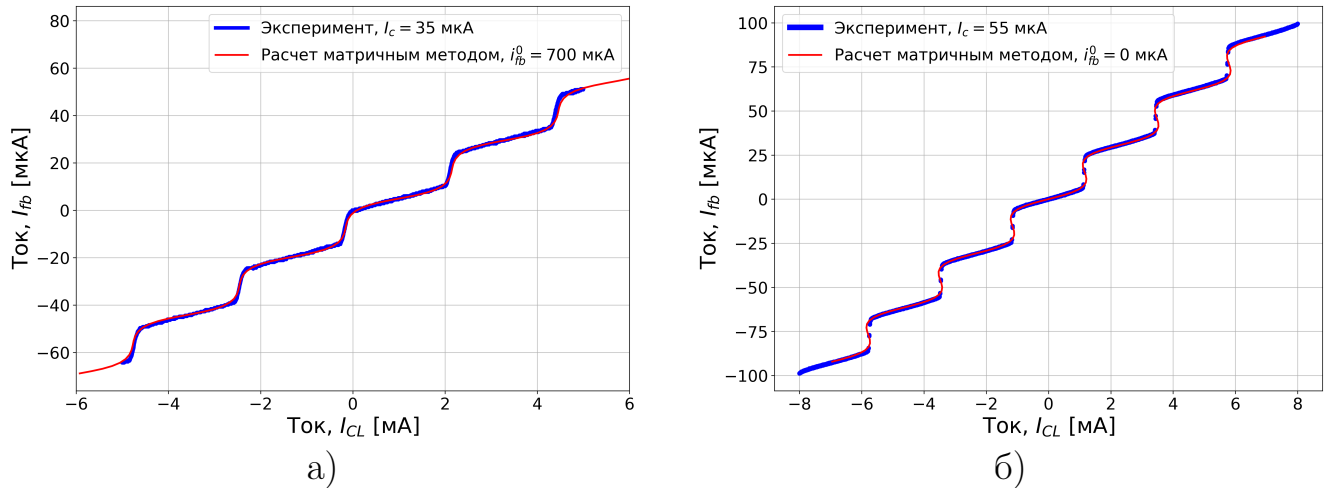


Рисунок 4.7 — Сравнение расчётных передаточных функций с измеренными кривыми. Для демонстрации представлены сравнения двух различных σ -нейронов с двух различных «чипов». Характерно, что первый нейрон имеет безгистерезисное поведение, второй же, напротив, ввиду значения критического тока, равного 55 мкА, имеет гистерезисное поведение, что находится в полном согласии с выводами, представленными ранее в разделе 3.3.1.

На рис. 4.7 представлено сравнение расчётных и экспериментальных передаточных характеристик для двух σ -нейронов с различных чипов. Оба расчёта выполнены с использованием единой матрицы индуктивностей (табл. 2), но для разных значений критических токов джозефсоновских переходов: 35 мкА для нейрона на рис. 4.7а и 55 мкА для случая на рис. 4.7б. Отметим, что эти значения отличаются от критических токов соответствующих измерительных СКВИД-структур на 5 мкА и 10 мкА соответственно. Важными отличительными параметрами были начальные потоки в измерительных СКВИДах. Для первого нейрона соответствующий ток составлял 700 мкА, тогда как для второго нейрона он равнялся 0 мкА, что полностью согласуется с экспериментальными условиями. Напомним, что согласно методике измерений передаточных функций, описанной в разделе 3.2.1, ток i_{sq}^0 может принимать значения в широком диапазоне.

Таким образом, наблюдается хорошее количественное соответствие между расчётными и экспериментальными кривыми. Также подтверждается высокая степень воспроизводимости характеристик изготовленных структур при переходе от чипа к чипу. Всё это даёт основания полагать возможность с высокой степенью достоверности предсказывать передаточную функцию и проектировать структуры с заданными характеристиками, используя предложенные методы.

Рассмотрим, какое влияние на передаточную функцию сигма-нейрона оказывают «недиагональные» элементы матрицы индуктивностей (под такими элементами подразумеваются те компоненты матрицы, которые не учитывались в качественных оценках раздела 3.1.1 и изначально предполагались несущественными для формы передаточной функции; в таблице 2 эти элементы специально обозначены символом (*)). Сравнение расчётной передаточной функцией при учете «недиагональных» элементов с аналогичной, где такие элементы не учтены, (рис. 4.8) показывает, что для реализованной в этой работе топологии недиагональные элементы действительно не вносят существенного вклада. Однако даже в этом случае на третьем периоде наблюдается заметное видоизменение зависимости. Более значительные изменения проявляются, если предположить увеличение значений недиагональных элементов на порядок — в этом случае передаточная функция нейрона претерпевает существенные изменения. Такое увеличение взаимных индуктивностей может наблюдаться, допустим, при уменьшении линейных размеров ячейки нейрона. В таких условиях пренебрежение недиагональными элементами матрицы может сделать невозможным точное прогнозирование передаточных характеристик. Также стоит отметить, что учёт недиагональных элементов влияет не только на общий вид передаточной функции, но и на такие ключевые параметры, как критерий безгистерезисного поведения. Это подчеркивает необходимость полного учёта всех компонентов матрицы индуктивностей при проектировании перспективных нейроморфных систем.

Теперь исследуем влияние начального тока в измерительном СКВИДе на передаточную функцию σ -нейрона. На первый взгляд этот параметр может показаться сугубо технической характеристикой, связанной лишь с методикой измерения выходного потока нейрона с помощью двухконтактного интерферометра. Однако тут стоит отметить, что изолированный нейрон не может быть использован в нейроморфных вычислениях — он всегда функционирует в опре-

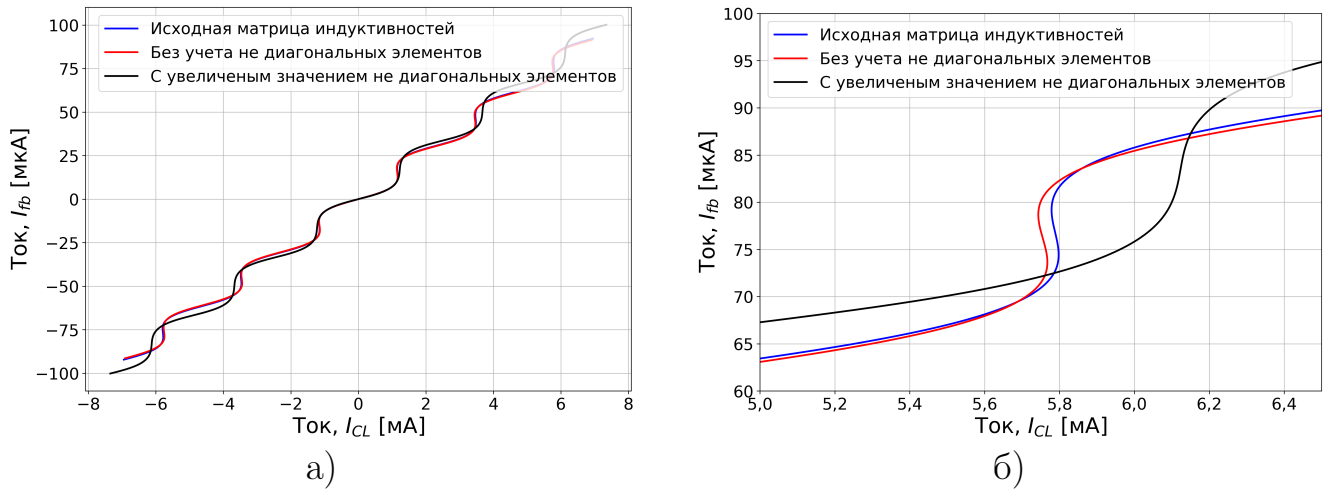


Рисунок 4.8 — Сравнение расчётных передаточных функций с разными полными матрицами индуктивностей. Для демонстрации представлены сравнения трёх передаточных функций: с исходной матрицей, с матрицей, где «недиагональные» элементы приняты с нулевым значением, и с увеличенным значением этих элементов на порядок. График (б) представляет собой увеличенный третий период передаточных функций, на котором можно видеть не только изменение периодизации кривых, но и качественное изменение поведения нелинейного участка.

делённом окружении (см. например [44]). А любая внешняя схема, в которую встраивается нейрон, создаёт в нём начальные токи, аналогичные тем, что создаёт измерительный СКВИД. Это приводит к трансформации передаточной функции устройства. Таким образом, учёт влияния начальных токов необходим не только для корректных измерений, но и для предсказания реального поведения нейрона в составе нейроморфных систем. На рис. 4.9 представлены результаты численного расчёта передаточной функции σ -нейрона с матрицей индуктивностей, представленной в таблице 2, и со значением критического тока джозефсоновского контакта, равным 45 мкА. Сравнение передаточных функций, вычисленных в широком диапазоне по начальному току в измерительный СКВИД ($i_{fb}^0 \in [0 - 700]$ мкА), демонстрирует простое поведение кривых в зависимости от тока i_{fb}^0 . При увеличении тока вся передаточная функция как целое сдвигается вправо, причём трансляция происходит равномерно по току в контуре измерительного двухконтактного интерферометра.

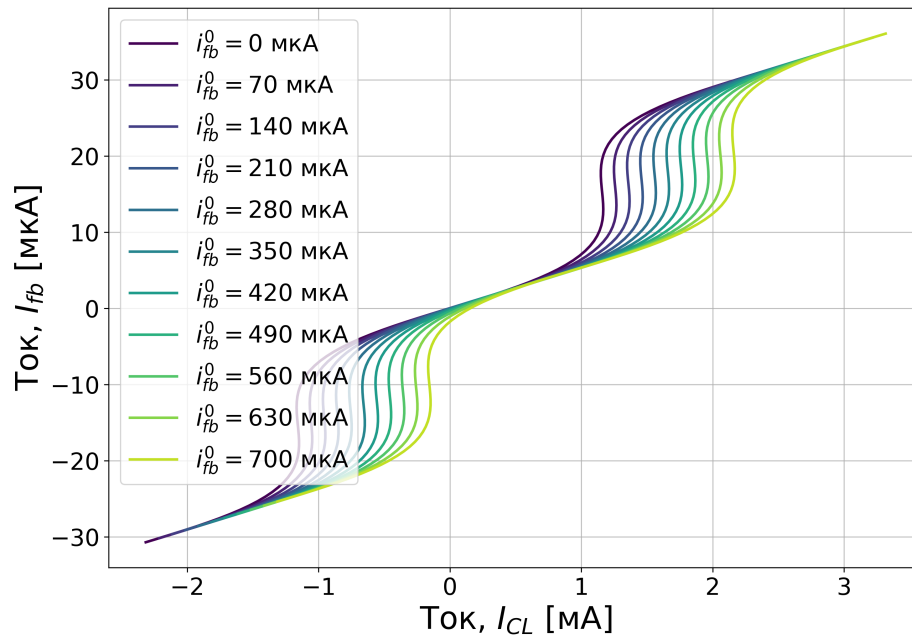


Рисунок 4.9 — Демонстрация результата вычисления передаточной функции сигма-нейрона при различных начальных токах i_{fb}^0 в контуре измерительного СКВИДа.

4.3 Расширенный подход к расчёту гаусс-нейрона

4.3.1 Численный метод

Добавление ещё одного джозефсоновского контакта в гаусс-нейроне по сравнению с сигма-нейроном усложняет численный расчёт передаточных функций и уже не позволяет выписать уравнение состояния нейрона в одном параметрическом виде, как в разделе 4.2.1. В то же время перспективные задачи проектирования многонейронных архитектур усложняют выписывание матрицы системы $\|A\|$ (4.13). Таким образом, возникает естественная задача выработки методики программного составления и решения матриц системы для, в общем случае, произвольных нейронных систем (с архитектурой, аналогичной рассматриваемым в этой работе нейронам). Ниже представлен алгоритм, составленный как обобщение и систематизация подходов, выработанных в разделе 4.2.1, подразумевающий программную реализацию.

Общая структура. В общем случае любой сверхпроводниковый интерферометр состоит из набора индуктивных элементов (с собственными и взаимными индуктивностями), джозефсоновских переходов, включённых в эти элементы, а также может содержать внешние источники магнитного потока, пронизывающие контуры системы. Целью формализма является получение замкнутой системы уравнений относительно токов в контурах и разностей фаз на переходах. Процедура построения включает следующие подготовительные этапы:

Выделение независимых контуров. Система разбивается на совокупность сверхпроводящих контуров, в которых выполняется условие квантования магнитного потока. Контуров могут быть образованы: через замыкание на сверхпроводящий экран естественным образом, исходя из реальной топологии структуры (замкнутые сверхпроводящие петли); искусственно — в точках пересечения контуров (узлах Кирхгофа), где смежные индуктивности формируют отдельные контуры (данный аспект будет рассматриваться ниже).

Если два индуктивных элемента принадлежат одному контуру, они объединяются в единый элемент с суммарной индуктивностью $L = L_1 + L_2$. Аналогично, несколько джозефсоновских переходов, включённых последовательно в один контур, могут быть заменены эквивалентным переходом с трансформированным ток-фазовым соотношением. Внешние магнитные потоки аддитивно распределяются по контурам в соответствии с их геометрией.

Трансформация ток-фазового соотношения для стека переходов. Рассмотрим процедуру нахождения эквивалентного ток-фазового соотношения для двух последовательно включённых в контур переходов с критическими токами I_{c1} и I_{c2} . Пусть φ'_1 и φ'_2 — разности фаз на переходах, а $\varphi' = \varphi'_1 + \varphi'_2$ — полная разность фаз на составном элементе; также для примера будем рассматривать синусоидальные ток-фазовые соотношения. Токи через переходы одинаковы (последовательное соединение) и равны току через составной элемент I . Тогда имеем систему:

$$\begin{aligned} I &= I_{c1} \sin \varphi'_1 = I_{c2} \sin \varphi'_2, \\ \varphi'_1 + \varphi'_2 &= \varphi'. \end{aligned} \tag{4.23}$$

Вводя безразмерные параметры $\alpha = I_{c1}/I_c$, $\beta = I_{c2}/I_c$, где I_c — некоторый нормировочный ток (например, $I_c = \sqrt{I_{c1}I_{c2}}$), и разрешая систему (4.23), получаем:

$$I = I_c \frac{\alpha\beta \sin \varphi'}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \cos \varphi'}}. \quad (4.24)$$

Уравнение 4.24 в симметричном случае одинаковых переходов ($I_{c1} = I_{c2} = I_c$) допускает следующее упрощение:

$$I = I_c \sin(\varphi'/2) \operatorname{sgn}(\cos(\varphi'/2)). \quad (4.25)$$

Аналогичная процедура может быть выполнена для любого количества последовательных переходов.

Нумерация и нормировка. После разбиения на контуры происходит их последовательная нумерация с соответствующей нумерацией разностей фаз на джозефсоновских переходах и внешних магнитных потоков. В результате определяются следующие матричные величины: нормированная матрица индуктивностей l_{ik} , вектор токов i_i , вектор разностей фаз φ'_i и вектор внешних параметров φ_i . Нормировка всех величин проводится согласно методике, изложенной в разделе 1.4.

Уравнения состояния для системы с независимыми контурами. В простейшем случае, когда все контуры являются независимыми (т.е. не имеют общих индуктивных элементов), уравнение состояний для сверхпроводящего контура записывается в классическом виде:

$$l_{ik}i_i = \varphi'_k + \varphi_k, \quad (4.26)$$

где по повторяющимся индексам подразумевается суммирование; свободный индекс k идентифицирует конкретный контур системы, для которого справедливо данное условие баланса фаз. Величина φ'_k принимает значение разности фаз φ' для контуров, содержащих джозефсоновский переход, и равна нулю в противном случае. Аналогично, φ_k соответствует внешнему потоку φ для контуров, связанных с внешним полем, и нулю для изолированных контуров.

Основное преимущество данного подхода заключается в возможности учёта взаимных индуктивностей между элементами системы (см. рис. 4.10). Для структур с характерными размерами порядка нескольких микрометров взаимные индуктивности могут быть пренебрежимо малы. Однако при уменьшении

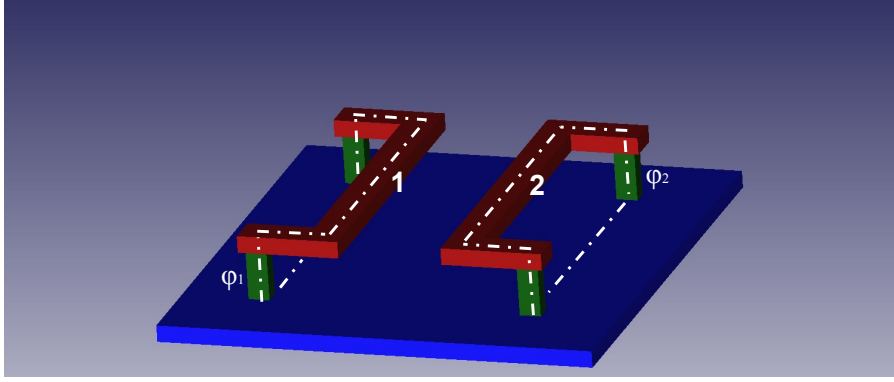


Рисунок 4.10 — Схематичное изображение примера структуры, состоящей из двух изолированных контуров, в каждый из которых встроен джозефсоновский контакт.

линейных размеров и увеличении плотности компоновки элементов их вклад становится существенным и может приводить к качественному изменению передаточной функции. В разделах 3.3.1 и 3.3.2 мы уже наблюдали, к чему приводит даже малое значение взаимной индуктивности ($M_{sq} \sim 0.1$ пГн) на примере «паразитной» засветки от контрольной линии в измерительный интерферометр.

Учёт смежных контуров. В более сложных топологиях сверхпроводящие контура могут образовывать смежные структуры (рис. 4.11а). В этом случае из смежных контуров выделяется «подконтур», состоящий из элементов, являющихся общими для них. Тогда уравнение (4.26) требует модификации. В таком случае матрица индуктивности дополняется слагаемым вида $-[(-1)^{\text{rot}_\tau} \delta_{k\tau} + (-1)^{\text{rot}_\alpha} \delta_{k\alpha}] l_{im} i_i$, а столбец разностей фаз на джозефсоновских контактах и столбец внешних магнитных потоков — слагаемым $-[(-1)^{\text{rot}_\tau} \delta_{k\tau} + (-1)^{\text{rot}_\alpha} \delta_{k\alpha}] (\varphi'_m + \varphi_m)$, где индекс τ нумерует «левый» смежный контур, индекс α нумерует «правый» контур, индексом m нумеруется смежная (общая) индуктивность, а значение rot_τ выбирается исходя из того, коллинеарно ли выбранное направление положительного тока в общем контуре с соответствующим током в смежном элементе ($\text{rot}_\tau = 1$) или нет ($\text{rot}_\tau = 0$). В таком случае уравнение принимает вид:

$$i_i \left(l_{ik} - \sum_{m, \tau, \alpha \in M} ([(-1)^{\text{rot}_\tau} \delta_{k\tau} + (-1)^{\text{rot}_\alpha} \delta_{k\alpha}] l_{im}) \right) = \quad (4.27)$$

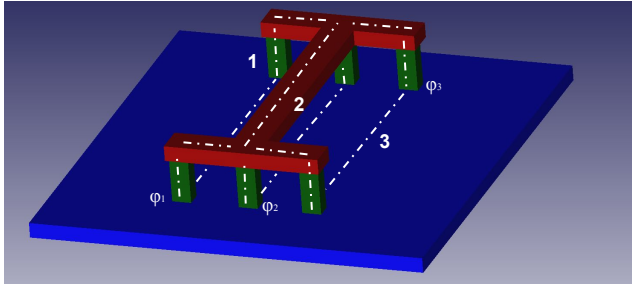
$$= \varphi'_k + \varphi_k - \sum_{m, \tau, \alpha \in M} ([(-1)^{\text{rot}_\tau} \delta_{k\tau} + (-1)^{\text{rot}_\alpha} \delta_{k\alpha}] (\varphi'_m + \varphi_m)),$$

где M — множество троек, образующих смежные структуры.

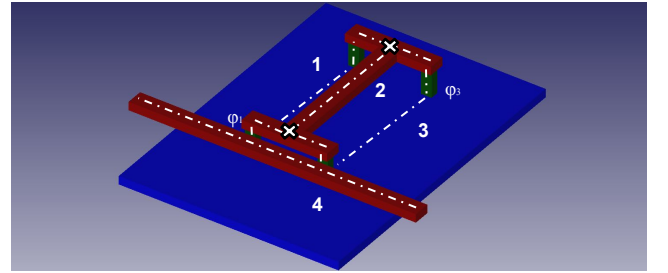
Для топологии, изображённой на рис. 4.11а, уравнение (4.27) записывается как:

$$i_i (l_{ik} - [\delta_{k1} - \delta_{k3}] l_{i2}) = \varphi'_k + \varphi_k - [\delta_{k1} - \delta_{k3}] (\varphi'_2 + \varphi_2). \quad (4.28)$$

Физический смысл данной поправки становится очевидным при анализе правил обхода контуров: при выбранном обходе по часовой стрелке индуктивность l_{im} создаёт магнитный поток, который входит в «левый» контур (τ) с отрицательным знаком, а в «правый» контур (α) — с положительным.



а)



б)

Рисунок 4.11 — Схематичное изображение примеров структур: (а) состоящей из трёх контуров, где контур «2» формируется наложением контуров «1» и «3» соответственно; (б) состоящей из четырёх контуров, где контуры «2» и «4» являются незамкнутыми.

Учёт незамкнутых контуров. Наконец, необходимо учесть присутствие незамкнутых контуров и их влияние на уравнение состояния. Однако прежде следует пояснить это понятие. Очевидным образом разомкнутыми являются смежные контура, где замыкание на экран вводилось формальным образом для удобства и алгоритмического единообразия, что обсуждалось в предыдущем пункте. Вторым видом разомкнутых контуров являются изолированные токовые линии (в одной структуре таких линий не более одной). Дополнительно

разберём данный вопрос на конкретном примере. Для топологии, изображённой на рис. 4.11б, такими контурами являются смежный элемент «2» и индуктивно связанная линия «4». В случае первого элемента (по сравнению с топологией на рис. 4.11а) разрыв контура произошёл за счёт исключения его замыкания на экран через терминалы, независимые от элементов «1» и «3». Второй элемент представляет собой полосу над экраном и, очевидно, не образует замкнутого контура. Соответствующее преобразование, учитывающее данные поправки, вводят множители вида $(1 - \delta_{k\beta})$, где индекс β обозначает номер незамкнутого контура. Теперь уравнение (4.27) принимает вид:

$$\begin{aligned} & i_i \left(l_{ik} - \sum_{m, \tau, \alpha \in M} ([(-1)^{\text{rot}_\tau} \delta_{k\tau} + (-1)^{\text{rot}_\alpha} \delta_{k\alpha}] l_{im}) \right) \left(\prod_{\beta \in \mathcal{T}} (1 - \delta_{k\beta}) \right) = \\ & = \left(\varphi'_k + \varphi_k - \sum_{m, \tau, \alpha \in M} ([(-1)^{\text{rot}_\tau} \delta_{k\tau} + (-1)^{\text{rot}_\alpha} \delta_{k\alpha}] (\varphi'_m + \varphi_m)) \right) \left(\prod_{\beta \in \mathcal{T}} (1 - \delta_{k\beta}) \right), \end{aligned} \quad (4.29)$$

где \mathcal{T} — множество индексов незамкнутых контуров, а произведение по β исключает уравнения для этих контуров. Исключённые строки матрицы заменяются эквивалентным количеством новых уравнений. Во-первых, это уравнения Кирхгофа для точек ветвления в смежных контурах (в случае если есть изолированная токовая линия, в количестве $t - 1$, в обратном случае в количестве t , где $t = \dim(\mathcal{T})$):

$$(-1)^{\text{rot}_\tau} i_\tau + i_m + (-1)^{\text{rot}_\alpha} i_\alpha = 0, \quad (4.30)$$

Во-вторых (опять же если есть токовая линия), добавляется ток-фазовое соотношение для джозефсоновского контакта:

$$i_i - \alpha T(\varphi'_i) = 0, \quad (4.31)$$

где индекс i соответствует номеру контура, содержащего джозефсоновский контакт, а $\alpha I_c T(\varphi')$ — соответственно его ток-фазовое соотношение (например, $\sin \varphi'$ для туннельного перехода, или более сложное выражение (4.24) для стека переходов).

Решение системы уравнений. После выполнения описанных процедур мы приходим к полной системе линейных (относительно токов) уравнений вида:

$$D_{ij} i_i = b_j, \quad (4.32)$$

где матрица D_{ij} и вектор правой части b_j построены в соответствии с уравнениями (4.29, 4.30, 4.31). Важно отметить, что правая часть b_j содержит разности фаз φ_k , которые сами являются искомыми величинами. Таким образом, система (4.32) является параметрической: при фиксированных значениях фаз φ_k она линейна относительно токов i_i .

Используя правило Крамера, токи могут быть выражены через фазы:

$$i_\tau(\{\varphi'\}) = \frac{\det(D_{ij}|_\tau)}{\det(D_{ij})}, \quad (4.33)$$

где $D_{ij}|_\tau$ обозначает матрицу, в которой τ -й столбец заменён на вектор b_j . Полученные выражения подставляются в ток-фазовые соотношения (4.31), которые теперь играют роль уравнений, связывающих фазы φ'_k между собой:

$$i_k(\{\varphi'\}) = \alpha_k T(\varphi'_k), \quad k = 1, \dots, N_{JJ}, \quad (4.34)$$

где N_{JJ} — общее количество джозефсоновских переходов в системе.

Система (4.34) содержит N_{JJ} уравнений относительно N_{JJ} неизвестных фаз. Однако, если одно ток-фазовое соотношение уже было встроено в систему уравнений, одно из них линейно зависимое. Таким образом, можно выразить все фазы через одну выбранную «базовую» фазу φ' (которая была использована на этапе 4.31):

$$\varphi'_k = f_k(\varphi'), \quad k = 1, \dots, N_{JJ}. \quad (4.35)$$

В общем виде нахождение передаточной функции интерферометрической структуры состоит из следующих последовательных этапов. Для начала по известной топологии находится полная матрица индуктивностей (см. раздел 4.1.2). На втором этапе формируется модифицированная матрица системы D_{ij} и соответствующий вектор свободных членов \mathbf{b}_j . Составленное уравнение разрешается относительно набора разностей фаз контактов $i_k = f_k(\varphi', \varphi'_1, \dots, \varphi'_N)$. Тут стоит заметить, что влияние изолированной токовой линии эквивалентно, через её взаимные индуктивности с контурами, переменным внешним потокам. Так как в случае нейронов выбран именно такой способ задания магнитных потоков, далее будем рассматривать именно такой случай. Последний этап предполагает выражение всех разностей фаз через фазу базового контакта φ' . Наконец, выражая φ' через один из токов, можно получить неявную зависимость вида $i_i = F(i_j)$. В случае нейронных структур наибольший интерес представляет зависимость от тока в контрольной линии: $i_i = F(i_{CL})$.

Программная реализация. Для практической реализации разработанного алгоритма было создано специализированное программное обеспечение, написанное в среде программирования Python. Данная программа позволяет численно рассчитывать передаточные функции нейронов по известной матрице индуктивностей. Для этого пользователь задает рассчитанную матрицу индуктивностей, множество индексов \mathcal{T} смежных контуров, а так же индекс изолированной линии (контрольной линии I_{CL}). Использование, описанного выше, алгоритма позволяет получить совпадение экспериментальных и расчётных кривых, а также учесть влияние взаимных индуктивностей и «паразитных» подсветок в контурах. Для демонстрации этого далее будут проанализированы и рассчитаны передаточные функции, описывающие экспериментальные кривые, продемонстрированные ранее в разделе 3.3.2.

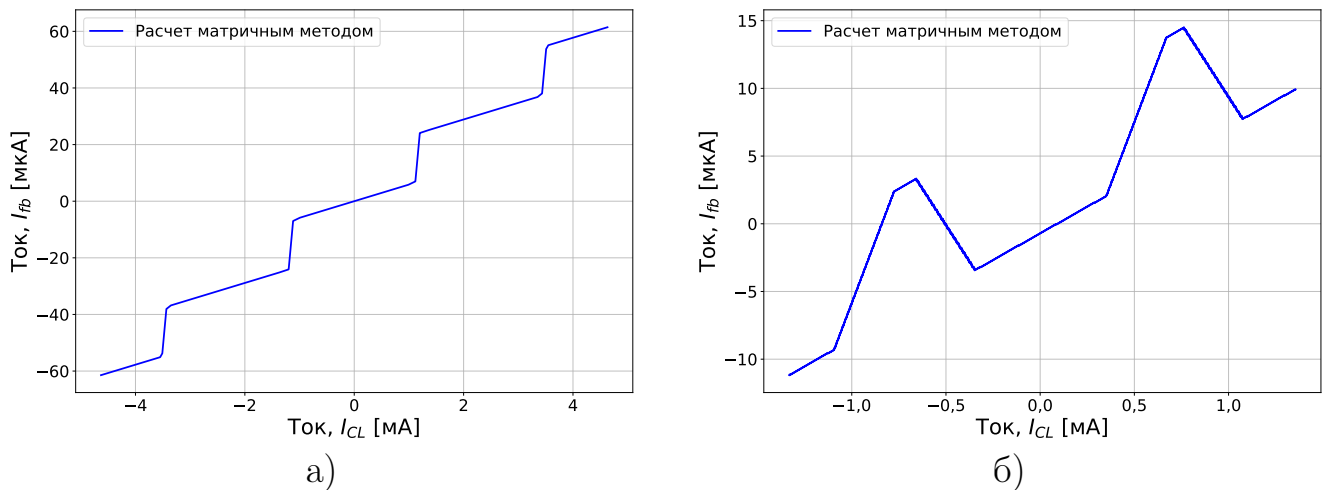


Рисунок 4.12 — Рассчитанные матричным методом передаточные функции нейронов, в качестве ток-фазового соотношения интегрированных джозефсоновских переходов взята функция треугольного профиля ($(2/\pi) \arcsin(\sin \varphi)$): (а) передаточная функция сигма-нейрона. Матрица индуктивностей соответствует таблице 2, критический ток контакта $I_c = 60$ мкА. (б) передаточная функция гаусс-нейрона. Матрица индуктивностей соответствует таблице 3, критический ток контактов $I_c = 23$ мкА.

Также в перспективе с помощью данной алгоритмической процедуры можно рассчитывать, предсказывать и анализировать поведение нейронных структур с джозефсоновскими переходами, имеющими несинусоидальные ток-фазовые соотношения. На рис. 4.12 и 4.13 представлены рассчитанные передаточные функции нейронов с соответственно треугольной ток-фазовой функцией ($(2/\pi) \arcsin(\sin \varphi)$) и учитывающей две гармоники ($0,8 \sin(\varphi) + 0,2 \sin(2\varphi)$);

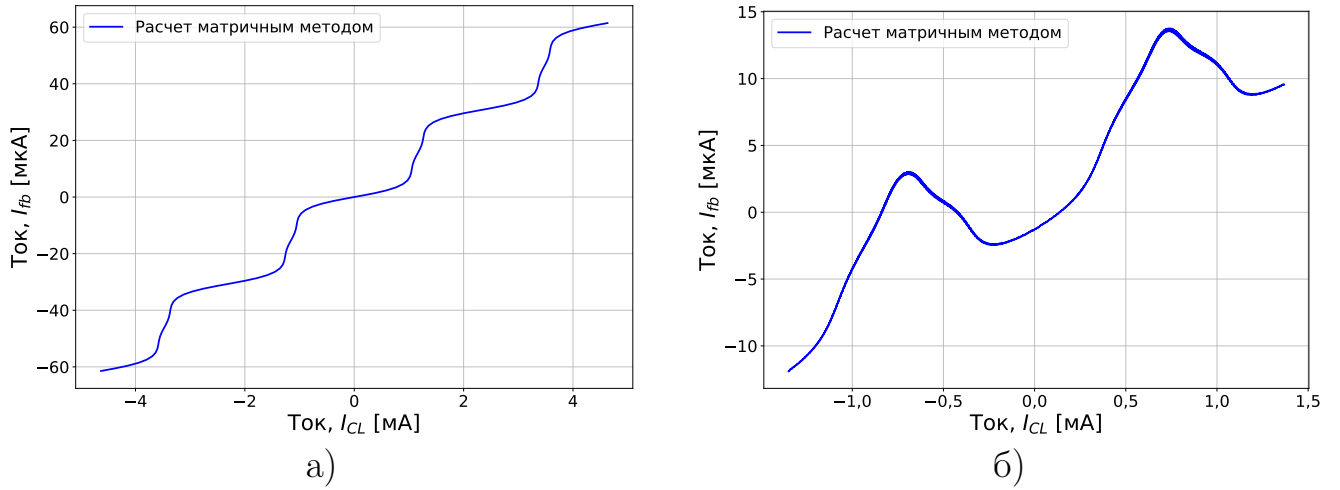


Рисунок 4.13 — Рассчитанные матричным методом передаточные функции нейронов, в качестве ток-фазового соотношения интегрированных джозефсоновских переходов взята функция с двумя синусоидальными гармониками ($0,8 \sin(\varphi) + 0,2 \sin(2\varphi)$): (а) передаточная функция сигма-нейрона. Матрица индуктивностей соответствует таблице 2, критический ток контакта $I_c = 60$ мкА. (б) передаточная функция гаусс-нейрона. Матрица индуктивностей соответствует таблице 3, критический ток контактов $I_c = 23$ мкА.

матрицы индуктивностей соответствуют рассчитанным (см. таблицы 2, 3). При этом, если двугармоническое ток-фазовое соотношение кажется избыточным, то использование треугольной ток-фазовой функции в сигма-нейроне в перспективе позволяет реализовать функцию активации ReLU (Rectified Linear Unit) [87; 88], которая широко применяется в глубоких нейронных сетях.

4.3.2 Расчёт характеристики нейрона

Перейдём теперь к аппроксимации экспериментально полученных передаточных функций G-нейрона. Будем использовать обозначения элементов с рис. 4.5б и порядок следования из таблицы 3. Система уравнений, включающая модифицированное уравнение сверхпроводящей цепи (4.29), уравнение Кирхгофа (4.30) и ток-фазовое соотношение (4.31), принимает в этом случае вид:

$$\begin{aligned}
 i_i (l_{ik} - [\delta_{k2} - \delta_{k4}]l_{i3}) (1 - \delta_{k3})(1 - \delta_{k5}) &= \varphi'_k + \varphi_k \\
 i_2 + i_3 - i_4 &= 0 \\
 i_2 - \sin \varphi_1 &= 0,
 \end{aligned}
 \tag{4.36}$$

а вектор свободных параметров:

$$\begin{aligned}\varphi'_i &= (0, \varphi'_1, 0, \varphi'_2, 0)^T, \\ \varphi_i &= (i_{\text{sq}}^0 L_{\text{sq}}, 0, 0, 0, 0)^T.\end{aligned}$$

Матрица l_{ik} получается после нормировки рассчитанной матрицы индуктивностей для G-нейрона (см. табл. 3).

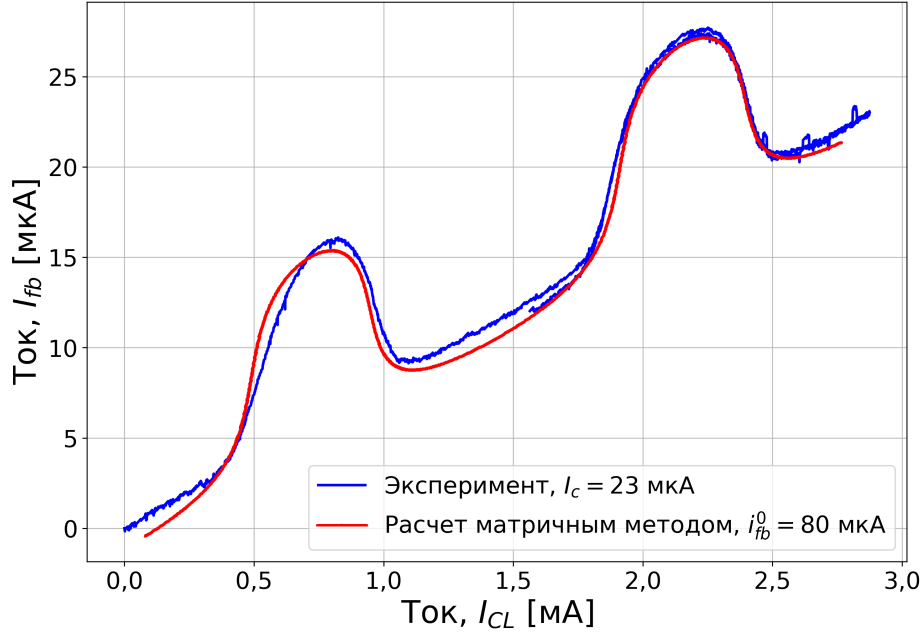


Рисунок 4.14 — Сравнение расчётной передаточной функции гамма-нейрона с измеренной кривой.

На рис. 4.14 представлено сравнение расчётных и экспериментальных передаточных характеристик для G-нейрона. Расчёт выполнен с использованием матрицы индуктивностей (табл. 3) и критическим током джозефсоновских контактов нейрона, равным $I_c = 28$ мкА, значение которого отличается от критического тока соответствующего измерительного СКВИДа ($I_c^{\text{SQUID}} = 45$ мкА) на 38%. Расчёты были выполнены при начальном потоке в измерительный СКВИД, равном $L_{\text{sq}} \cdot 80$ мкА, что хорошо согласуется с экспериментальными условиями. Таким образом, наблюдается количественное соответствие между расчётными и экспериментальными кривыми. Отклонение первого «купола» на измеренной передаточной функции от расчётного уже ранее обсуждалось. Расчёт, выполненный с использованием полной матрицы индуктивностей, данное отклонение не объясняет. По всей видимости, за эту особенность отвечает зависимость более высокого порядка, и этот аспект требует дальнейшего подробного исследования, особенно в рамках описания динамики фаз джозефсоновских контактов нейрона.

Теперь в полной аналогии с σ -нейроном рассмотрим, какое влияние на передаточную функцию гаусс-нейрона оказывают «недиагональные» элементы матрицы индуктивностей. Сравнение расчётных передаточных функций (рис. 4.15) показывает, что для реализованной в этой работе топологии недиагональные элементы не вносят существенного вклада. Однако если предположить увеличение значений недиагональных элементов на порядок, то передаточная функция нейрона претерпевает существенные изменения.

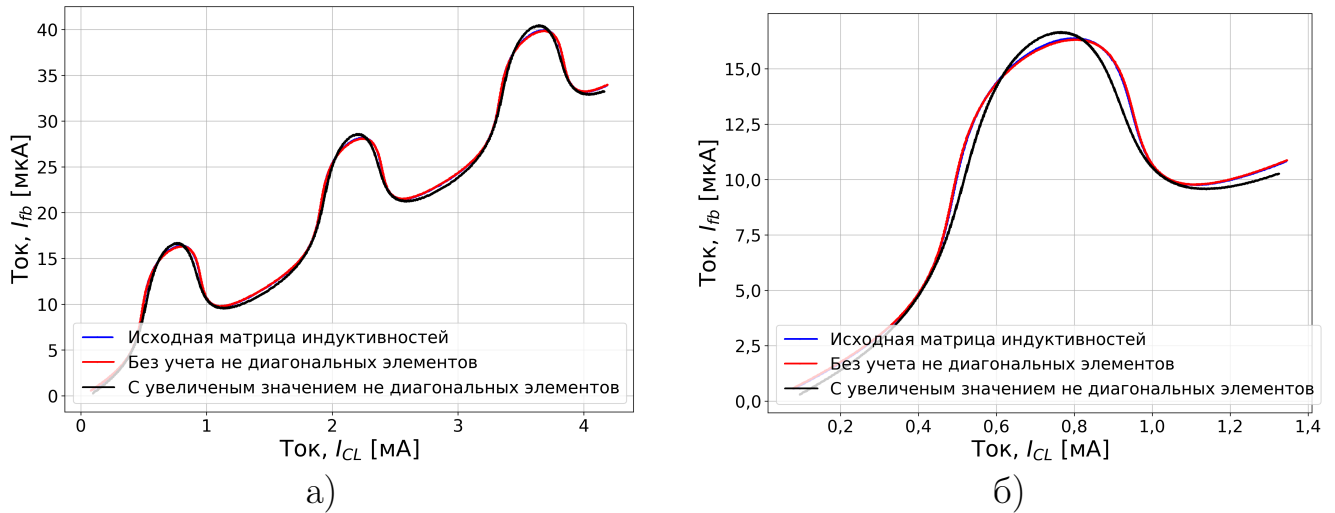


Рисунок 4.15 — Сравнение расчётных передаточных функций с разными полными матрицами индуктивностей. Для демонстрации представлены сравнения трёх передаточных функций: с исходной матрицей, с матрицей, где «недиагональные» элементы приняты с нулевым значением, и с увеличенным значением этих элементов на порядок. График (б) представляет собой увеличенный первый период передаточных функций, на котором можно видеть качественное изменение поведения нелинейного участка.

Закончить работу хотелось бы тезисным рассмотрением влияния начального тока в измерительном СКВИДе на передаточную функцию G-нейрона, которое позволяет нам установить программный метод расчёта (4.3.1). На рис. 4.17 представлены результаты численного расчёта передаточной функции гаусс-нейрона с матрицей индуктивностей, представленной в таблице 3, и со значением критического тока джозефсоновского контакта, равным 23 мкА. Как можно заметить, влияние тока i_{fb}^0 на зависимость уже менее тривиально, нежели аналогичная для σ -нейрона.

Первое, на что стоит обратить внимание: на представленных зависимостях наблюдаются особенности в виде замкнутых решений в плоскости токов

$[i_{fb}, i_{CL}]$. Данные решения подробно не изучались в рамках настоящей работы, при этом аналитическое рассмотрение таких особенностей приведено в [89]. Экспериментальное же наблюдение такого поведения ограничено подходом к измерению выходного магнитного потока приёмным СКВИДом. Как уже было описано, при экспериментальном измерении передаточных функций нейронов использовался итерационный подход компенсации выходного магнитного потока нейрона (Φ_{out}) в квантующем контуре СКВИДа посредством тока в линии обратной связи (i_{fb}). Такой метод не позволяет изучать локализованные решения; напротив, для их характеристики необходимо построение экспериментальных карт зависимостей напряжения на СКВИДе от тока в компенсирующей линии $U(I_{fb})$ при развёртке тока в контрольной линии нейрона (I_{CL}). Описанный подход требует качественно иных методов исследования, а именно значительно больших времён непрерывного криогенного эксперимента, что в рамках заливных гелиевых криостатов (которые использовались в данной работе) недостижимо. Однако косвенно судить о существовании данных решений можно по одиночным вольт-потокowym характеристикам измерительного интерферометра, интегрированного в гаусс-нейрон. На рис. 4.16 можно

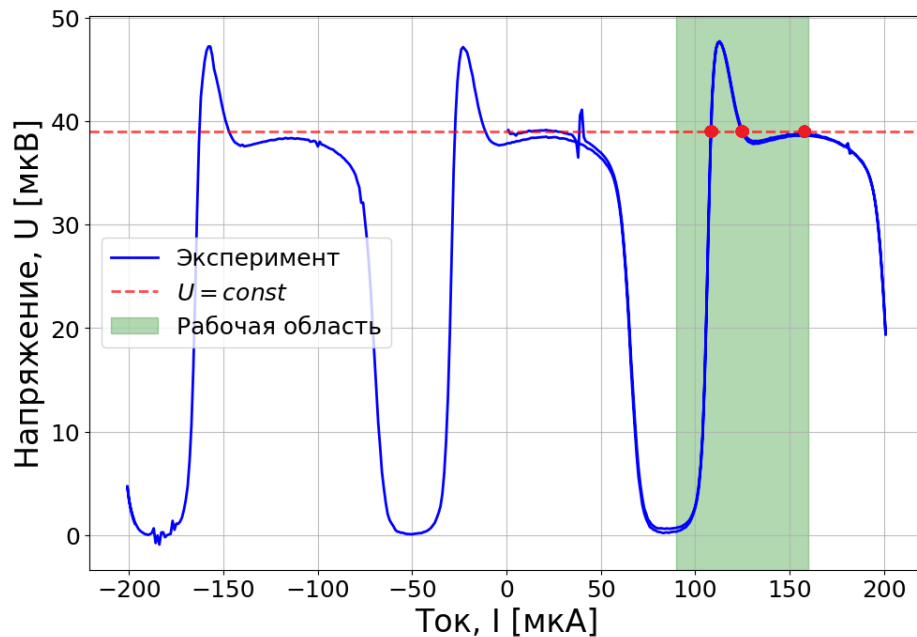


Рисунок 4.16 — Вольт-потоквая характеристика СКВИДа, интегрированного в гаусс-нейрон.

видеть немонотонное поведение, нетипичное для уединённого СКВИДа. Такая особенность приводит к появлению дополнительных двух решений уравнения $U = const$ (пунктирная линия) в пределах половины периода (выделенная

область). Уточним, что точно такая же особенность наблюдается и на вольт-поточковых характеристиках СКВИДа, интегрированного в сигма-нейрон (см. рис. 3.8). В данном случае появление дополнительных двух решений можно трактовать как проявление гистерезисного поведения σ -нейрона.

Однако в рамках данного исследования куда больший интерес представляет «переворот» купола G-нейрона. На рис. 4.17а представлены зависимости передаточных функций от начального тока в измерительном интерферометре (i_{fb}^0). Так, при токе в СКВИД $i_{fb}^0 = 0$ левый «купол» нейрона направлен вниз, а правый — вверх. При увеличении данного тока до значений 10 мкА, 20 мкА можно наблюдать, что оба «купола» теперь направлены вверх. Напротив, уменьшая i_{fb}^0 , мы переориентируем их в нижнюю полуплоскость передаточной функции. В то же время, если продлить расчёт на большее количество периодов, то можно увидеть, что при нарастании начального тока в измерительном СКВИДе точка инверсии направления смещается от нуля в положительную или отрицательную сторону (в зависимости от полярности тока i_{fb}^0) по току в контрольной линии. Такое поведение является следствием наличия «паразитной» индуктивности между контрольной линией и контуром измерительного СКВИДа, вследствие чего появляется нарушение зеркальной симметрии в зависимостях передаточных функций нейрона. Если же рассмотреть зависимости в большем диапазоне токов $i_{fb}^0 \in [-200, 200]$ мкА (см. рис. 4.17б), то можно видеть, как при увеличении по модулю начального тока «купола» передаточной функции нейрона деформируются, уменьшаясь по амплитуде и уширяясь.

В параграфе 3.2.2 мы уже обсуждали ограничения, связанные с «обрезанием» вольт-поточковой характеристики интерферометра, которое возникает из-за проявления токовой ступени LC-резонанса на вольт-амперной характеристике. Данное ограничение не позволило провести подробное экспериментальное исследование зависимости передаточных функций нейронов от начального тока в СКВИДе i_{fb}^0 . Однако, несмотря на это, нам удалось экспериментально продемонстрировать оба режима работы гаусс-нейрона на разных образцах. На рис. 4.18б представлен экспериментально измеренный режим, когда форма передаточной функции гаусс-нейрона переходит из куполообразной в прямоугольный цуг. В данном случае критический ток джозефсоновских контактов нейрона был равен $I_c = 31$ мкА, начальный ток в СКВИДе — $I_{fb}^0 = 250$ мкА. С точки зрения нейроморфных вычислений такой режим работы адиабатической ячейки не востребован, однако в задачах цифровой логики постоянно возникает необ-

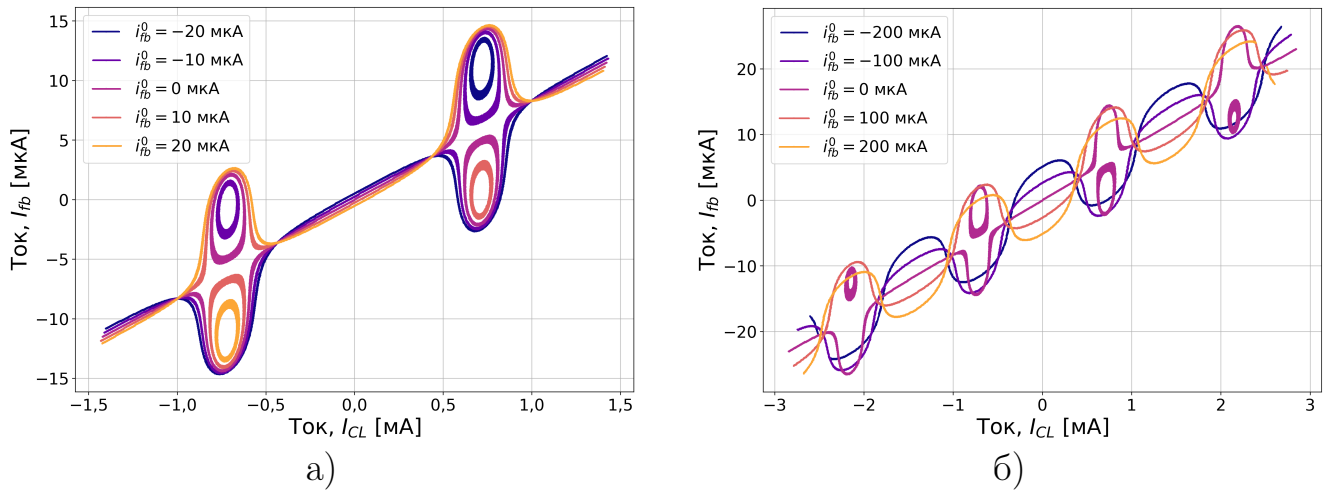


Рисунок 4.17 — Демонстрация результата вычисления передаточной функции гаусс-нейрона при различных начальных токах i_{fb}^0 в контуре измерительного СКВИДа. (а) В диапазоне $i_{fb}^0 \in [-20, 20]$ мкА можно наблюдать «переворот купола» гаусс-нейрона. (б) В диапазоне $i_{fb}^0 \in [-200, 200]$ мкА видна деформация передаточной функции.

ходимость в формировании прямоугольных цугов (например, для реализации булевой операции AND).

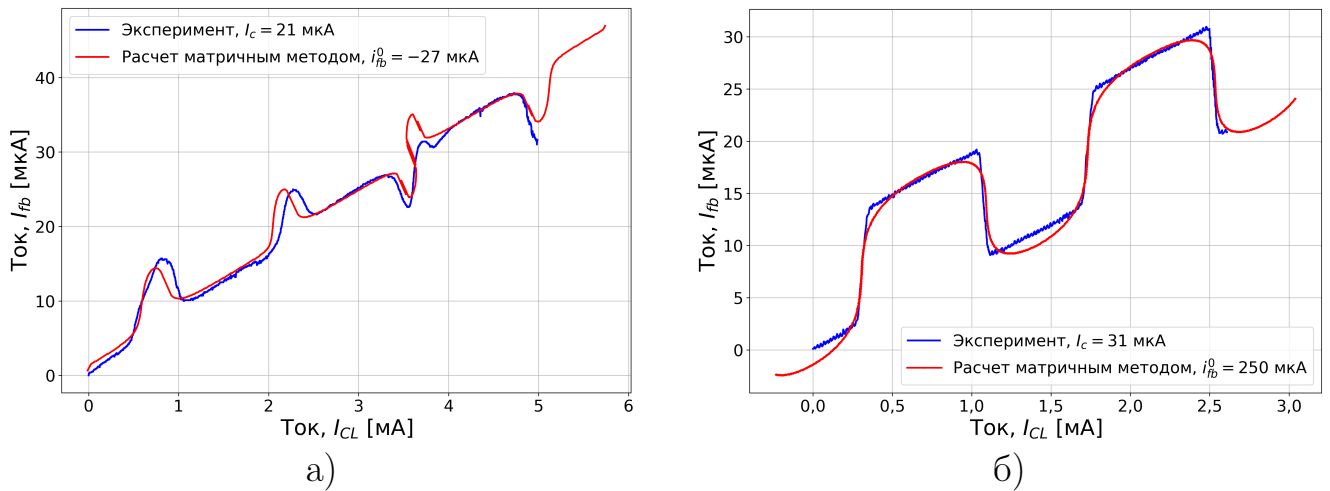


Рисунок 4.18 — Экспериментальная демонстрация в сравнении с рассчитанными передаточными функциями гаусс-нейрона. (а) Демонстрация «переворота купола» на примере интерферометра с несимметричными критическими токами переходов (21 мкА и 18 мкА) и начальным током $I_{fb}^0 = -27$ мкА. (б) Демонстрация перехода «купола» в прямоугольный цуг на примере интерферометра с критическим током переходов 31 мкА и начальным током $I_{fb}^0 = 250$ мкА.

В свою очередь на рис. 4.18а представлен экспериментально измеренный режим «переворота купола» передаточной функции гаусс-нейрона. Для данного образца критические токи джозефсоновских контактов нейрона были равны $I_c = 21$ и 18 мкА соответственно для переходов, расположенных в разных плечах; начальный ток в СКВИДе — $I_{fb}^0 = -27$ мкА. До настоящего момента вопрос несимметричности критических токов джозефсоновских переходов в плечах G-нейрона оставался за рамками нашего рассмотрения. Хотя данный аспект не будет детально исследоваться в настоящей работе — подробное аналитическое рассмотрение можно найти в [42; 90], — продемонстрируем его влияние на передаточную функцию нейрона. На примере ранее представленной характеристики (см. рис. 4.18а) сравним поведение системы в симметричном и несимметричном случаях. На рис. 4.19а демонстрируется различие передаточных функций

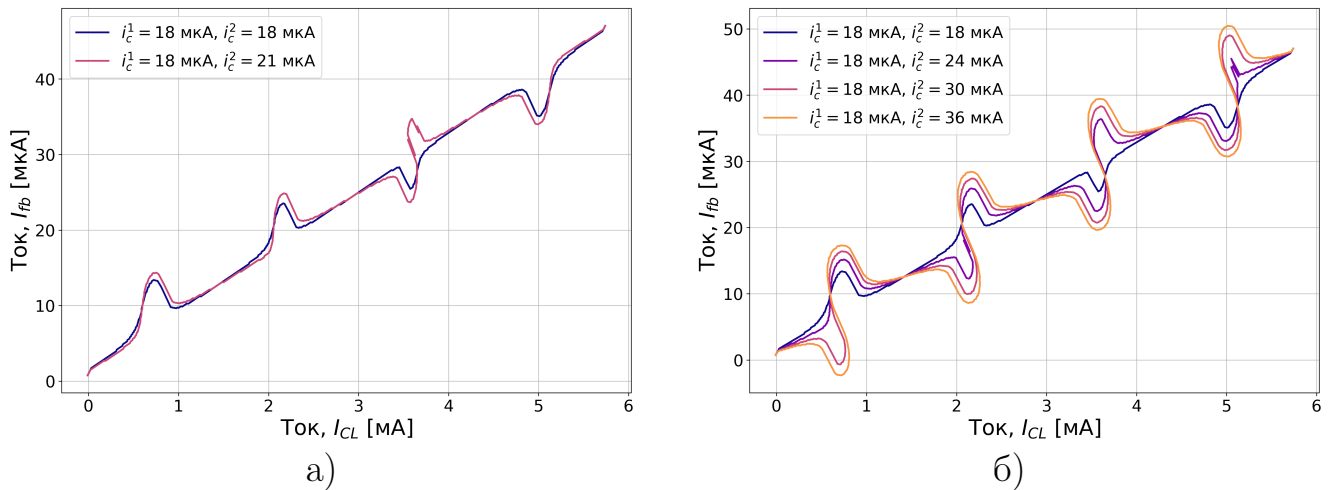


Рисунок 4.19 — Расчётные передаточные функции гаусс-нейрона. (а) Демонстрация отличия симметричного и несимметричного случаев. (б) Демонстрация прогрессии «деформации» при нарастании асимметрии.

для симметричного и асимметричного случаев. Анализ показывает, что при наличии различий в критических токах джозефсоновских переходов происходит существенная деформация характеристик: локализованное и основное решения теряют чёткую структурную обособленность и начинают объединяться, формируя сложную составную характеристику. На рис. 4.19б иллюстрируется дальнейшее развитие этого эффекта при увеличении степени асимметрии. Наблюдается распространение деформационных изменений на соседние «купола» передаточной функции, что приводит к нарушению периодической структуры характеристики в целом. Физическая природа наблюдаемых изменений связа-

на с перераспределением магнитных потоков в структуре нейрона вследствие нарушения баланса токов в плечах интерферометра.

4.4 Выводы

Таким образом, в данной главе рассмотрен механизм линейной передачи входного сигнала в измерительную цепь, существование которого ранее предполагалось на основе анализа передаточных функций нейронов. Показано, что причиной возникновения этой «паразитной» индуктивности являются циркулирующие экранирующие токи в сверхпроводящем экране. С помощью программ 3D-MLSI и wxLL рассчитаны матрицы индуктивностей нейронных ячеек, включая взаимную индуктивность измерительного СКВИДа и сигнальной линии. Приведены аналитические выражения, численная реализация которых позволяет с высокой точностью аппроксимировать передаточные функции нейронов на основе учёта всех взаимных индуктивностей их составных элементов. Показано, как изменяются передаточные функции нейронов при различных значениях начального магнитного потока в измерительном интерферометре. Если для сигма-нейрона это приводит лишь к сдвигу кривой, то для гаусс-нейрона зависимость оказывается менее тривиальной и может приводить к трансформации характера поведения.

Заключение

В рамках настоящей работы проведено исследование, нацеленное на разработку и экспериментальную проверку структур, которые могут быть использованы для создания искусственных нейронов для сверхпроводящих нейроморфных систем. Основное внимание уделено двум типам нейронов: сигма-нейрону, представляющему собой одноконтактный джозефсоновский интерферометр, и гаусс-нейрону на основе двухконтактного интерферометра.

В ходе экспериментальных исследований получены следующие основные результаты:

- Продемонстрирована возможность реализации сверхпроводящих нейронов в виде многослойных тонкоплёночных структур, расположенных над толстым сверхпроводящим экраном.
- Для сигма-нейрона измерена передаточная функция, представляющая собой сумму сигмоидальной и линейной компонент.
- Для гаусс-нейрона экспериментально измерена передаточная функция, также состоящая из двух компонент: линейной и периодической куполообразной.

Анализ экспериментальных данных выявил ограниченность исходных упрощённых моделей, не учитывающих паразитные связи между элементами конструкции. Для преодоления этого ограничения в работе выполнены следующие исследования:

- Установлено, что линейная компонента, существенно влияющая на характеристику, обусловлена эффектом прямой передачи входного магнитного потока в измерительную цепь через кольцевые сверхпроводящие токи в экране.
- Показано, что форма нелинейной компоненты для гаусс-нейрона может быть описана в рамках существующей теоретической модели, но с учётом постоянного «потока смещения», вызванного начальным током в измерительном интерферометре (I_{fb}^0), и влиянием его на состояние самого нейрона.
- С помощью программных методов расчёта индуктивностей показано наличие ненулевых паразитных связей, демонстрирующих, что

сверхпроводящий экран не обеспечивает полной магнитной развязки элементов.

- Расширены модели стационарных состояний сверхпроводящих нейрон, что позволяет учесть взаимную индуктивную связь их составных элементов, а также взаимное влияние состояния измерительного интерферометра на состояние нейрона.

Полученные результаты и разработанные модели создают основу для последующего проектирования более сложных схем, минимизирующих паразитные связи и реализующих требуемые нелинейные передаточные характеристики.

Кроме того, в процессе подготовки диссертационной работы был выполнен ряд исследований, непосредственно не связанных с вышеизложенными результатами, но представляющих самостоятельную ценность для дальнейших работ в области криогенной электроники.

- Проведена серия экспериментов по отработке методики изготовления гетероструктур сверхпроводник–изолятор–сверхпроводник. В ходе исследования получены зависимости критической плотности туннельных переходов от времени и давления окисления барьерного слоя AlO_x .
- Выполнена серия экспериментов по изучению влияния резистивного шунтирующего контура на динамику джозефсоновского перехода и форму его вольт-амперной характеристики.
- Спроектирована и изготовлена криогенная вакуумная вставка, позволяющая проводить частотные измерения.
- Разработаны программы для характеристики измеренных зависимостей шунтированных и нешунтированных джозефсоновских контактов, а также для анализа двухконтактных сверхпроводящих интерферометров.
- Проведены поисковые исследования динамики джозефсоновских контактов: точечных переходов, шунтированных резонансным контуром, и распределённых переходов, длина которых превышает джозефсоновскую длину λ_J .

Полученные результаты и накопленный опыт создают основу для дальнейших исследований и разработки компонент криогенной электроники.

Благодарности

Автор выражает признательность Большинову Виталию Валериевичу за научное руководство и неоценимую помощь, а также всему коллективу лаборатории сверхпроводимости ИФТТ, особенно Егорову С.В. и Сидельникову М.С., а так же Эркенову Ш.А. за помощь в проведении экспериментов. Отдельно хотелось бы поблагодарить Тарасову И.Е., Тютвинова В.А. и Клишева Д.А. за всестороннюю поддержку.

Список литературы

1. *Bartolozzi, C.* Embodied neuromorphic intelligence / C. Bartolozzi, G. Indiveri, E. Donati // *Nature communications*. — 2022. — Vol. 13, no. 1. — P. 1024.
2. Opportunities for neuromorphic computing algorithms and applications / C. D. Schuman, S. R. Kulkarni, M. Parsa, [et al.] // *Nature Computational Science*. — 2022. — Vol. 2, no. 1. — P. 10—19.
3. Photonics for artificial intelligence and neuromorphic computing / B. J. Shastri, A. N. Tait, T. Ferreira de Lima, [et al.] // *Nature Photonics*. — 2021. — Vol. 15, no. 2. — P. 102—114.
4. Chemformer: a pre-trained transformer for computational chemistry / R. Irwin, S. Dimitriadis, J. He, E. J. Bjerrum // *Machine Learning: Science and Technology*. — 2022. — Vol. 3, no. 1. — P. 015022.
5. Nanoparticle synthesis assisted by machine learning / H. Tao, T. Wu, M. Aldeghi, [et al.] // *Nature reviews materials*. — 2021. — Vol. 6, no. 8. — P. 701—716.
6. High energy physics calorimeter detector simulation using generative adversarial networks with domain related constraints / G. R. Khattak, S. Vallecorsa, F. Carminati, G. M. Khan // *IEEE Access*. — 2021. — Vol. 9. — P. 108899—108911.
7. Advancing neuromorphic computing with loihi: A survey of results and outlook / M. Davies, A. Wild, G. Orchard, [et al.] // *Proceedings of the IEEE*. — 2021. — Vol. 109, no. 5. — P. 911—934.
8. Physics for neuromorphic computing / D. Marković, A. Mizrahi, D. Querlioz, J. Grollier // *Nature Reviews Physics*. — 2020. — Vol. 2, no. 9. — P. 499—510.
9. Organic electronics for neuromorphic computing / Y. van De Burgt, A. Melianas, S. T. Keene, [et al.] // *Nature electronics*. — 2018. — Vol. 1, no. 7. — P. 386—397.
10. Neuromorphic computing using non-volatile memory / G. W. Burr, R. M. Shelby, A. Sebastian, [et al.] // *Advances in Physics: X*. — 2017. — Vol. 2, no. 1. — P. 89—124.

11. *Furber, S.* Large-scale neuromorphic computing systems / S. Furber // Journal of neural engineering. — 2016. — Vol. 13, no. 5. — P. 051001.
12. Backpropagation for energy-efficient neuromorphic computing / S. K. Esser, R. Appuswamy, P. Merolla, [et al.] // Advances in neural information processing systems. — 2015. — Vol. 28.
13. Reconstruction and simulation of neocortical microcircuitry / H. Markram, E. Muller, S. Ramaswamy, [et al.] // Cell. — 2015. — Vol. 163, no. 2. — P. 456—492.
14. *Indiveri, G.* Modeling selective attention using a neuromorphic analog VLSI device / G. Indiveri // Neural computation. — 2000. — Vol. 12, no. 12. — P. 2857—2880.
15. *Indiveri, G.* A neuromorphic VLSI device for implementing 2D selective attention systems / G. Indiveri // IEEE Transactions on Neural Networks. — 2001. — Vol. 12, no. 6. — P. 1455—1463.
16. Analog VLSI implementation of a neural network with competitive learning / F. Pelayo, A. Prieto, B. Pino, P. Martin-Smith // IEEE International Workshop on Cellular Neural Networks and their Applications. — 1990. — P. 197—205.
17. Cryogenic electronics for high performance computing applications: A comprehensive review / F. Bashir, H. Abbas, A. Nisar, [et al.] // Materials Today Physics. — 2025. — P. 101960.
18. Cryogenic III-V and Nb electronics integrated on silicon for large-scale quantum computing platforms / J. Jeong, S. K. Kim, Y.-J. Suh, [et al.] // Nature Communications. — 2024. — Vol. 15, no. 1. — P. 10809.
19. Ultra-low-power cryogenic complementary metal oxide semiconductor technology / Q.-T. Zhao, Y. Han, H.-C. Han, [et al.] // Nature Reviews Electrical Engineering. — 2025. — Vol. 2, no. 4. — P. 277—290.
20. Performance and hot-carrier effects of small CRYO-CMOS devices / M. Aoki, S. Hanamura, T. Masuhara, K. Yano // IEEE transactions on electron devices. — 1987. — Vol. 34, no. 1. — P. 8—18.
21. CMOS reliability issues for emerging cryogenic Lunar electronics applications / T. Chen, C. Zhu, L. Najafzadeh, [et al.] // Solid-state electronics. — 2006. — Vol. 50, no. 6. — P. 959—963.

22. Investigation of analog/RF behaviour of asymmetrical gate tunnel FET at cryogenic temperatures / S. Misra, C. Bose, R. Ghosh, P. Saha // *Silicon*. — 2024. — Vol. 16, no. 11. — P. 4753—4762.
23. Unconventional compute methods and future challenges for superconducting digital computing / G. Michelogiannakis, A. Butko, P. Gonzalez-Guerrero, [et al.] // *Frontiers in Materials*. — 2025. — Vol. 12. — P. 1618615.
24. *Mitrovic, A.* Josephson junctions with ferromagnetic barriers for digital superconducting electronics: A review / A. Mitrovic, M. Bocko // *Physical Review Applied*. — 2025. — Vol. 23, no. 6. — P. 067001.
25. Analog-to-digital converter based on voltage-controlled superconducting devices / M. M. Islam, C. A. Good, D. Ferrer, [et al.] // *Applied Physics Letters*. — 2026. — Vol. 128, no. 14.
26. *Takeuchi, N.* Energy efficiency of adiabatic superconductor logic / N. Takeuchi, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa // *Superconductor Science and Technology*. — 2014. — Vol. 28, no. 1. — P. 015003.
27. *Likharev, K. K.* RSFQ logic/memory family: A new Josephson-junction technology for sub-terahertz-clock-frequency digital systems / K. K. Likharev, V. K. Semenov // *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. — 2002. — Vol. 1, no. 1. — P. 3—28.
28. *Wang, C.-C.* 67.5-fJ per access 1-kb SRAM using 40-nm logic CMOS process / C.-C. Wang, C.-P. Kuo // 2021 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS). — IEEE. 2021. — P. 1—4.
29. *Mishra, A. K.* A partially static high frequency 18T hybrid topological flip-flop design for low power application / A. K. Mishra, U. Chopra, D. Vaithyanathan // *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*. — 2021. — Vol. 69, no. 3. — P. 1592—1596.
30. *Yoshikawa, N.* Reduction of power consumption of RSFQ circuits by inductance-load biasing / N. Yoshikawa, Y. Kato // *Superconductor Science and Technology*. — 1999. — Vol. 12, no. 11. — P. 918.
31. 18-GHz, 4.0-aJ/bit operation of ultra-low-energy rapid single-flux-quantum shift registers / M. Tanaka, M. Ito, A. Kitayama, [et al.] // *Japanese Journal of Applied Physics*. — 2012. — Vol. 51, 5R. — P. 053102.

32. Low-energy consumption RSFQ circuits driven by low voltages / M. Tanaka, A. Kitayama, T. Koketsu, [et al.] // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2013. — Vol. 23, no. 3. — P. 1701104—1701104.
33. Implementation of energy efficient single flux quantum digital circuits with sub-aJ/bit operation / M. H. Volkmann, A. Sahu, C. J. Fourie, O. A. Mukhanov // Superconductor Science and Technology. — 2012. — Vol. 26, no. 1. — P. 015002.
34. *Mukhanov, O. A.* Energy-efficient single flux quantum technology / O. A. Mukhanov // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2011. — Vol. 21, no. 3. — P. 760—769.
35. *Kirichenko, D.* Zero static power dissipation biasing of RSFQ circuits / D. Kirichenko, S. Sarwana, A. Kirichenko // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2011. — Vol. 21, no. 3. — P. 776—779.
36. ERSFQ 8-bit parallel adders as a process benchmark / A. F. Kirichenko, I. V. Vernik, J. A. Vivalda, [et al.] // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2014. — Vol. 25, no. 3. — P. 1—5.
37. Ultra-low-power superconductor logic / Q. P. Herr, A. Y. Herr, O. T. Oberg, A. G. Ioannidis // Journal of Applied Physics. — 2011. — Vol. 109, no. 10.
38. An adiabatic quantum flux parametron as an ultra-low-power logic device / N. Takeuchi, D. Ozawa, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa // Superconductor Science and Technology. — 2013. — Vol. 26, no. 3. — P. 035010.
39. *Takeuchi, N.* Measurement of 10 zJ energy dissipation of adiabatic quantum-flux-parametron logic using a superconducting resonator / N. Takeuchi, Y. Yamanashi, N. Yoshikawa // Applied Physics Letters. — 2013. — Vol. 102, no. 5.
40. π -контакты в ячейках адиабатической сверхпроводниковой логики / И. Соловьев, Г. Хисматуллин, Н. Кленов, А. Щеголев // Радиотехника и электроника. — 2022. — Т. 67, № 12. — С. 1232—1244.
41. Adiabatic superconducting cells for ultra-low-power artificial neural networks / A. E. Schegolev, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, M. V. Tereshonok // Beilstein Journal of Nanotechnology. — 2016. — Vol. 7, no. 1. — P. 1397—1403.

42. Adiabatic superconducting artificial neural network: Basic cells / I. I. Soloviev, A. E. Schegolev, N. V. Klenov, [et al.] // Journal of Applied Physics. — 2018. — Vol. 124, no. 15.
43. Передаточные характеристики ячеек адиабатической сверхпроводниковой логики / А. Е. Щеголев, Н. В. Кленов, И. И. Соловьев, М. В. Терешонок // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. — 2017. — Т. 17, № 4. — С. 946—949.
44. Optimisation Challenge for a Superconducting Adiabatic Neural Network That Implements XOR and OR Boolean Functions / D. Pashin, M. Bastrakova, D. Rybin, [et al.] // Nanomaterials. — 2024. — Vol. 14, no. 10. — P. 854.
45. A superconducting adiabatic neuron in a quantum regime / M. V. Bastrakova, D. S. Pashin, D. A. Rybin, [et al.] // Beilstein Journal of Nanotechnology. — 2022. — Vol. 13, no. 1. — P. 653—665.
46. Шмидт, В. Введение в физику сверхпроводников / В. Шмидт. — Москва : Наука, 2000.
47. Джозефсон, Б. Открытие туннельных сверхпроводящих токов / Б. Джозефсон // Успехи физических наук. — 1975. — Т. 116, № 8. — С. 597—603.
48. Абрикосов, А. Методы квантовой теории поля в статистической физике / А. Абрикосов, Л. Горьков, И. Дзялошинский. — Физматгиз, 1962.
49. Bardeen, J. Microscopic theory of superconductivity / J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer // Physical Review. — 1957. — Vol. 106, no. 1. — P. 162.
50. Bardeen, J. Theory of superconductivity / J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer // Physical review. — 1957. — Vol. 108, no. 5. — P. 1175.
51. Tinkham, M. Introduction to superconductivity / M. Tinkham. — Courier Corporation, 2004.
52. Лифшиц, Е. М. Статистическая физика. Часть 2. Теория конденсированного состояния / Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. — 1978.
53. Гинзбург, В. Л. Современное состояние теории сверхпроводимости / В. Л. Гинзбург // Успехи физических наук. — 1950. — Т. 42, № 11. — С. 333—361.
54. Josephson, B. D. Possible new effects in superconductive tunnelling / B. D. Josephson // Physics letters. — 1962. — Vol. 1, no. 7. — P. 251—253.

55. *Anderson, P. W.* Probable observation of the Josephson superconducting tunneling effect / P. W. Anderson, J. M. Rowell // Physical Review Letters. — 1963. — Vol. 10, no. 6. — P. 230.
56. *Likharev, K. K.* Dynamics of Josephson junctions and circuits / K. K. Likharev. — Routledge, 2022.
57. *Kuprianov, M.* Influence of boundary transparency on the critical current of "dirty" SS'S structures / M. Kuprianov, V. Lukichev // Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki. — 1988. — Vol. 94, no. 6. — P. 139.
58. *Ambegaokar, V.* Tunneling between superconductors / V. Ambegaokar, A. Baratoff // Physical Review Letters. — 1963. — Vol. 10, no. 11. — P. 486.
59. *Shapiro, S.* Josephson currents in superconducting tunneling: The effect of microwaves and other observations / S. Shapiro // Physical Review Letters. — 1963. — Vol. 11, no. 2. — P. 80.
60. *Бароне, А.* Эффект Джозефсона / А. Бароне, Д. Патерно. — Мир, 1984.
61. A low-noise on-chip coherent microwave source / C. Yan, J. Hassel, V. Vestergaard, [et al.] // Nature Electronics. — 2021. — Vol. 4, no. 12. — P. 885—892.
62. *McCumber, D.* Effect of ac impedance on dc voltage-current characteristics of superconductor weak-link junctions / D. McCumber // Journal of Applied Physics. — 1968. — Vol. 39, no. 7. — P. 3113—3118.
63. *Stewart, W.* Current-voltage characteristics of Josephson junctions / W. Stewart // Applied physics letters. — 1968. — Vol. 12, no. 8. — P. 277—280.
64. *Clarke, J.* The SQUID handbook: Applications of SQUIDS and SQUID systems / J. Clarke, A. I. Braginski. — John Wiley & Sons, 2006.
65. Measurement of the current-phase relation of superconductor/ferromagnet/superconductor π Josephson junctions / S. Frolov, D. Van Harlingen, V. Oboznov, [et al.] // Physical Review B. — 2004. — Vol. 70, no. 14. — P. 144505.
66. Second-harmonic current-phase relation in Josephson junctions with ferromagnetic barriers / M. Stoutimore, A. Rossolenko, V. Bolginov, [et al.] // Physical Review Letters. — 2018. — Vol. 121, no. 17. — P. 177702.

67. Beyond Moore's technologies: operation principles of a superconductor alternative / I. I. Soloviev, N. V. Klenov, S. V. Bakurskiy, [et al.] // *Beilstein Journal of Nanotechnology*. — 2017. — Vol. 8, no. 1. — P. 2689—2710.
68. Адиабатические сверхпроводящие ячейки для энергоэффективных нейронных сетей / А. Е. Щеголев, Н. В. Кленов, И. И. Соловьев, М. В. Терешонок // *Журнал радиоэлектроники*. — 2016. — № 9. — С. 8.
69. Mutual and self-inductance in planarized multilayered superconductor integrated circuits: Microstrips, striplines, bends, meanders, ground plane perforations / S. K. Tolpygo, E. B. Golden, T. J. Weir, V. Bolkhovskiy // *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. — 2022. — Vol. 32, no. 5. — P. 1—31.
70. Inductance of superconductor integrated circuit features with sizes down to 120 nm / S. Tolpygo, E. Golden, T. Weir, V. Bolkhovskiy // *Superconductor Science and Technology*. — 2021. — Vol. 34, no. 8. — P. 085005.
71. *Khapaev, M. J.* Extraction of inductances of a multi-superconductor transmission line / M. J. Khapaev // *Superconductor Science and Technology*. — 1996. — Vol. 9, no. 9. — P. 729.
72. 3D-MLSI: Software package for inductance calculation in multilayer superconducting integrated circuits / M. M. Khapaev, A. Kidiyarova-Shevchenko, P. Magnelind, M. Kupriyanov // *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. — 2002. — Vol. 11, no. 1. — P. 1090—1093.
73. Experimentally verified inductance extraction and parameter study for superconductive integrated circuit wires crossing ground plane holes / C. J. Fourie, O. Wetzstein, J. Kunert, [et al.] // *Superconductor Science and Technology*. — 2012. — Vol. 26, no. 1. — P. 015016.
74. SuperVoxHenry: Tucker-enhanced and FFT-accelerated inductance extraction for voxelized superconducting structures / M. Wang, C. Qian, E. Di Lorenzo, [et al.] // *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. — 2021. — Vol. 31, no. 7. — P. 1—11.
75. Dependence of magnetic penetration depth on the thickness of superconducting Nb thin films / A. Gubin, K. Il'in, S. Vitusevich, [et al.] // *Physical Review B*. — 2005. — Vol. 72, no. 6. — P. 064503.

76. *Ryhänen, T.* Effect of parasitic capacitance and inductance on the dynamics and noise of dc superconducting quantum interference devices / T. Ryhänen, H. Seppä, R. Cantor // Journal of applied physics. — 1992. — Vol. 71, no. 12. — P. 6150—6166.
77. *De Waal, V.* Simulation and optimization of a dc SQUID with finite capacitance / V. De Waal, P. Schrijner, R. Llubas // Journal of low temperature physics. — 1984. — Vol. 54, no. 3. — P. 215—232.
78. *Faris, S.* Resonances in superconducting quantum interference devices—SQUID's / S. Faris, E. Valsamakis // Journal of Applied Physics. — 1981. — Vol. 52, no. 2. — P. 915—920.
79. DC SQUID series array amplifiers with 120 MHz bandwidth (corrected) / M. E. Huber, P. A. Neil, R. G. Benson, [et al.] // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2001. — Vol. 11, no. 2. — P. 4048—4053.
80. *Knuutila, J.* Effects on dc SQUID characteristics of damping of input coil resonances / J. Knuutila, A. Ahonen, C. Tesche // Journal of low temperature physics. — 1987. — Vol. 68, no. 3. — P. 269—284.
81. Tightly coupled dc SQUIDs with resonance damping / R. H. Ono, J. A. Koch, A. Steinbach, [et al.] // IEEE transactions on applied superconductivity. — 2002. — Vol. 7, no. 2. — P. 2538—2541.
82. *Polak, T.* Resonance phenomena in asymmetric superconducting quantum interference devices / T. Polak, E. Sarnelli // Physical Review B—Condensed Matter and Materials Physics. — 2007. — Vol. 76, no. 1. — P. 014531.
83. *Song, Y.* LC resonance steps in the IV characteristics of dc SQUIDS / Y. Song, J. Hurrell // IEEE Transactions on Magnetics. — 1979. — Vol. 15, no. 1. — P. 428—431.
84. Analysis of lc-resonance in dc squid using dynamic system model / Y. Wang, G. Zhang, S. Zhang, X. Xie // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2020. — Vol. 30, no. 8. — P. 1—7.
85. *Zappe, H.* Analysis of resonance phenomena in Josephson interferometer devices / H. Zappe, B. Landman // Journal of Applied Physics. — 1978. — Vol. 49, no. 1. — P. 344—350.

86. Численное моделирование конструкции сверхпроводящего сигма-нейрона / А. С. Ионин, С. В. Егоров, М. С. Сидельников [и др.] // Физика твердого тела. — 2024. — Т. 66, № 7. — С. 1019—1025.
87. *Nair, V.* Rectified linear units improve restricted boltzmann machines / V. Nair, G. E. Hinton // Proceedings of the 27th international conference on machine learning (ICML-10). — 2010. — P. 807—814.
88. *Glorot, X.* Deep sparse rectifier neural networks / X. Glorot, A. Bordes, Y. Bengio // Proceedings of the fourteenth international conference on artificial intelligence and statistics. — 2011. — P. 315—323.
89. Analysis of a Superconducting Gauss Neuron Transfer Function / F. A. Razorenov, N. S. Shuravin, L. N. Karelina, V. V. Bol'ginov // Journal of Surface Investigation: X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques. — 2025. — Vol. 19, no. 1. — P. 33—40. — In press.
90. Transfer function of an asymmetric superconducting Gauss neuron / F. A. Razorenov, A. S. Ionin, N. S. Shuravin, [et al.] // Beilstein Journal of Nanotechnology. — 2025. — Vol. 16, no. 1. — P. 1160—1170.