

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ТВЁРДОГО ТЕЛА ИМЕНИ Ю.А. ОСИПЬЯНА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Султанова Мадина Рафаиловна

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНОВЫЕ И ВИХРЕВЫЕ ДВИЖЕНИЯ НА
ПОВЕРХНОСТИ И В ОБЪЕМЕ КЛАССИЧЕСКОЙ И
КВАНТОВОЙ ЖИДКОСТИ

Специальность 1.3.8
«Физика конденсированного состояния»

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание учёной степени кандидата физическо-математических наук

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН
Левченко Александр Алексеевич

Научный консультант к.ф.н.
Ремизов Игорь Андреевич

Черноголовка — 2023г.

Оглавление

Введение.....	4
1. Введение в предмет исследований.....	12
1.1 Собственные колебания поверхности в различных ячейках.....	12
1.2 Волновая турбулентность.....	15
1.3 Волновые и вихревые движения на поверхности и в объеме сверхтекучего и нормального гелия	18
2. Формирование локального максимума в стационарном турбулентном спектре в системе капиллярных волн.....	22
2.1 Методика эксперимента	22
2.1.1 Электрическая система возбуждения волн на поверхности.....	22
2.1.2 Оптическая методика регистрации поверхностных колебаний.....	26
2.1.3 Свойства жидкого водорода.....	27
2.2 Результаты и их обсуждение.....	28
2.3 Выводы.....	33
3. Взаимодействие инжектированных зарядов с вихревым течением в нормальном He-I и сверхтекучем гелии He-II.....	35
3.1 Методика эксперимента	35
3.2 Результаты и их обсуждение.....	41
3.2.1 Взаимодействие инжектированных зарядов с вихревым потоком в нормальном и сверхтекучем гелии вблизи T_λ	41
3.2.2 Генерация квантовых вихрей волнами на поверхности сверхтекучего гелия.....	47
3.3 Выводы.....	55
4. Энтропийная характеристика coil-stretch transition в случайных потоках	57
4.1 Эластическая турбулентность неньютоновских жидкостей.....	57
4.2 Методика эксперимента	60

4.3 Результаты и их обсуждение.....	65
4.4 Выводы.....	72
Заключение	73
Список используемой литературы	75

Введение

Объект исследования и актуальность темы

Турбулентное состояние – это высоковозбужденное состояние некой динамической системы, которая описывается статистически, поскольку движение является хаотическим, проследить за индивидуальным процессом невозможно. Классическая вихревая турбулентность в гидродинамике является сильной турбулентностью, в которой вихри нелинейно взаимодействуют друг с другом. Вихревая турбулентность может наблюдаться как в классической, так и квантовой жидкостях. Другой тип турбулентности – волновая, в которой нелинейно взаимодействуют волны. Если при этом фазы отдельных волн можно считать статистически независимыми (как минимум для этого нужно, чтобы уровень нелинейности был мал), мы будем говорить о слабой волновой турбулентности, а в противном случае — о сильной турбулентности.

Волновая и вихревая турбулентность играет значительную роль во многих процессах как на земле, так и во вселенной. Интерес к изучению турбулентности возродился в 60-х годах прошлого столетия [1], во время работ с атомным реактором и плазмой. Волновые турбулентные состояния могут возникать в магнитных системах твердых тел [2], в системах фононов в твердых телах [3], или в плазме [4], магнитная волновая турбулентность наблюдается в межзвездных газах [5].

В данной диссертационной работе представлены результаты экспериментальных исследований вихревого течения в нормальной и сверхтекучей компоненте ^4He , индуцированного слабо нелинейными волнами на поверхности жидкого гелия, а также исследования влияния диссипации на турбулентный спектр в области высоких частот в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода.

Отдельным направлением является изучение эластической турбулентности неньютоновских жидкостей представленная в 4 главе. Вязкость таких жидкостей при течении зависит от градиента скорости.

Целью данной работы является:

Изучение турбулентных явлений в классической, квантовой, а также в полимерной жидкостях, а именно:

- Исследование взаимодействия инжектированных зарядов с вихревым течением в нормальном гелии He-I и сверхтекучем гелии He-II;
- Изучение турбулентного распределения в системе радиальных и азимутальных мод капиллярных волн на поверхности жидкого водорода;
- Исследование характеристик перехода полимеров coil-stretch transition в случайных потоках.

Для достижения поставленной цели были сформулированы и решены следующие основные **задачи**:

1. Изготовление экспериментальной ячейки и разработка методики регистрации вихревых течений с помощью инжектированных зарядов под поверхностью жидкого гелия в нормальном He-I и сверхтекучем состоянии He-II;
2. Экспериментальное изучение процесса генерации квантовых вихрей волнами, распространяющимися на поверхности сверхтекучего гелия при $T=1.5$ К.
3. Исследование взаимодействие инжектированных зарядов с вихревым течением в нормальном и сверхтекучем гелии вблизи T_λ ;
4. Экспериментальное исследование турбулентного состояния в системе азимутальных волн на поверхности жидкого водорода в ячейке цилиндрической геометрии;
5. Вычисление энтропийной характеристики перехода полимеров coil-stretch transition в случайных потоках неньютоновских жидкостей.

Научная новизна:

Впервые показано, что при температуре близкой к T_λ генерация перпендикулярных волн на поверхности жидкости ведет к формированию на

поверхности вихревых течений, расположенных по диагонали квадратной ячейки, на которых происходит рассеяние зарядов.

Впервые экспериментально показано, что при температурах около $T=1.5$ К взаимодействие двух перпендикулярных стоячих капиллярных волн на поверхности сверхтекучего гелия He-II приводит к формированию вблизи поверхности квантовых вихрей, которые эффективно захватывают инжектированные отрицательные заряды.

Впервые показано формирование стационарного локального максимума в турбулентном спектре на поверхности жидкого водорода в системе радиальных мод вблизи высокочастотного края прямого турбулентного каскада.

Предложено использование новой энтропийной характеристики перехода coil-stretch transition из-за сильных флуктуаций вокруг перехода.

Практическая значимость

Исследования турбулентности в различных ее проявлениях, проведенные в рамках данной диссертационной работы, позволяют расширить представления о механизмах переноса энергии в макро-и микросистемах. Понимание механизмов передачи энергии и диссипации энергии в турбулентности, а также взаимодействие разных подсистем (волновой и вихревой) важно для понимания многих как прикладных, так и фундаментальных задач, например, понимание нелинейного переноса энергии на поверхности нейтронных звезд; динамики крупномасштабных планетарных атмосферных вихрей. Экспериментальное изучение волновых и вихревых течений на поверхности жидкого водорода и сверхтекучего гелия позволяет глубже понять процессы переноса энергии в криогенных жидкостях, что может обеспечить безопасную грузоперевозку таких жидкостей. Результаты исследования эластической турбулентности дает возможность получить действенное микро жидкостное охлаждения в микросхемах для предотвращения их перегрева, а также использовать результатов в медицинских целях.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Установлено, что инжектированные в жидкий гелий отрицательные заряды взаимодействуют с вихревыми течениями, которое формируется волнами на поверхности жидкого гелия ^4He при температурах выше 1.8 К.

2. Экспериментально установлено, что взаимодействие двух перпендикулярных стоячих капиллярных волн на поверхности сверхтекучего гелия He-II приводит к формированию вблизи поверхности квантовых вихрей, которые при температурах ниже 1.7 К эффективно захватывают инжектированные отрицательные заряды.

3. Обнаружено формирование стационарного локального максимума в турбулентном спектре в системе радиальных мод на поверхности жидкого водорода вблизи высокочастотного края прямого турбулентного каскада.

4. Предложено использование новой энтропийной характеристики перехода coil-stretch transition из-за сильных флуктуаций вокруг перехода.

Достоверность представленных в работе результатов обеспечивается публикациями в ведущих рецензируемых журналах России и мира. Полученные результаты согласуются с теоретическими данными и результатами, полученными другими авторами, работающими в данном направлении.

Апробация работы.

Основные результаты работы докладывались на 14:

1. Мусаева, М.Р. Дискретная волновая турбулентность на поверхности жидкого водорода в условиях цилиндрической геометрии / М.Р. Мусаева, Ф.О. Султанов, А.А. Левченко, И.А. Ремизов // 38-е совещания по физике низких температур: сб. тр. – 2018. – С. 167–169.

2. Султанова, М.Р. Наблюдение локального максимума в стационарном турбулентном спектре капиллярных волн на поверхности жидкого водорода // М.Р. Султанова, И.А. Ремизов, А.А. Левченко // Международная мультидисциплинарная конференция «Перспективная элементная база микро- и нанoeлектроники с

использованием современных достижений электродинамики и статистической физики» («Власовские чтения – МГОУ 2018», Москва, МГОУ): сб. тр. – 2018.

3. Султанова, М.Р. Наблюдение локального максимума в стационарном турбулентном спектре капиллярных волн на поверхности жидкого водорода // М.Р. Султанова, И.А. Ремизов, А.А. Левченко [и др.] // XXVII Научной сессии Совета РАН по нелинейной динамике: сб. тр. – 2018. – С.48.

4. Султанова, М.Р. Наблюдение локального максимума в стационарном турбулентном спектре капиллярных волн на поверхности жидкого водорода // М.Р. Султанова, И.А. Ремизов, А.А. Левченко // Международная конференция «Фазовые переходы, критические и нелинейные явления в конденсированных средах» : сб. тр. – 2019. – С. 443–444.

5. Султанова, М.Р. Регистрация вихревого движения в объеме сверхтекучего гелия инжектированными зарядами // М.Р. Султанова, И.А. Ремизов // Всероссийская конференция молодых учёных-механиков: сб. тр. – 2020. – С. 139.

6. Султанова, М.Р. Регистрация вихревого движения в объеме сверхтекучего гелия по инжектированным зарядам / М.Р. Султанова, А.А. Левченко, И.А. Ремизов // 27-я Научно-техническая конференция «Вакуумная наука и техника» : сб. тр. (14-19 сентября 2020) / Судак. – 2020. – С. 39–43.

7. Султанова, М.Р. Взаимодействие тока инжектированных зарядов с движением жидкости // М.Р. Султанова, И.А. Ремизов // 63-я Всероссийская научная конференция МФТИ: сб.тр. – 2020.

8. Султанова, М.Р. Взаимодействие инжектированных зарядов с квантовыми вихрями в сверхтекучем гелии-4 / М.Р. Султанова, А.А. Левченко, И.А. Ремизов // 28-я Научно-техническая конференция «Вакуумная наука и техника»: сб. тр. – 2021.

9. Султанова, М.Р. Взаимодействие инжектированных зарядов с вихревым течением в обычном и сверхтекучем гелии вблизи T_λ / М.Р. Султанова, И.А. Ремизов // Международная научная конференция молодых учёных наука на благо человечества: сб. тр. – 2022.

10. Султанова, М. Р. Взаимодействие инжектированных зарядов с квантовыми вихрями в сверхтекучем гелии / М.Р. Султанова, А.А. Левченко, И.А. Ремизов // Международная конференция «XX научная школа "Нелинейные волны – 2022": сб. тр. – 2022. – С.261.

11. Султанова, М.Р. Взаимодействие инжектированных зарядов с квантовыми вихрями в сверхтекучем гелии вблизи поверхности/ М.Р. Султанова, И.А. Ремизов, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин // 29-я научно-техническая конференция с участием зарубежных специалистов «Вакуумная наука и техника»: сб. тр. – 2022. – С.55-60.

12. Султанова М.Р. Взаимодействие инжектированных зарядов с квантовыми вихрями в сверхтекучем гелии вблизи свободной поверхности / М.Р. Султанова, И.А. Ремизов, А.А. Левченко, Л.П. МежовДеглин// XXXI Научной сессии Совета РАН по нелинейной динамике: сб. тр. – 2022. – С.37.

13. Султанова М.Р. Взаимодействие инжектируемых зарядов с вихревым течением в нормальном и сверхтекучем гелии вблизи T_λ / М.Р. Султанова, И.А. Ремизов // XXXI Научной сессии Совета РАН по нелинейной динамике: сб. тр. – 2022. – С.45.

14. Султанова М.Р. Взаимодействие инжектированных зарядов с квантовыми вихрями в сверхтекучем гелии вблизи свободной поверхности / И.А. Ремизов, М.Р. Султанова, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин // 3-я Международная конференция, посвященная 60-летию ИФТТ РАН «Физика конденсированных состояний» : сб. тр. (29 мая – 02 июня 2023) / Черноголовка. – 2023. – С. 30.

Личный вклад.

Все экспериментальные данные, представленные в диссертационной работе, были получены при непосредственном участии автора данной работы. Диссертационная работа выполнена в лаборатории квантовых кристаллов ИФТТ РАН в период с 2018 по 2022 г. Основные результаты по теме диссертации изложены в 4 печатных изданиях рекомендованных ВАК, 1 статья принята в печать и получено 2 патента на изобретение.

Объем и структура работы.

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Во введении дана характеристика работы, поставлены цели и задачи, описана актуальность и практическая значимость. В первой главе дано краткое описание состояния исследований в данном направлении. Во второй главе описана методика проведения эксперимента по волновой турбулентности на поверхности водорода и полученные результаты. В третьей главе описана методика эксперимента по исследованию взаимодействия инжектированных зарядов с квантовыми вихрями под поверхностью жидкого гелия и полученные результаты. В заключении подведены итоги исследований. В 4 главе описана методика исследований эластической турбулентности в канале с препятствиями и первые полученные результаты. Полный объем диссертации составляет 83 страницы, включая 31 рисунок. Список литературы состоит из 94 источников.

Публикации по теме диссертации

1. Observation of a local maximum in the stationary turbulent spectrum of capillary waves on the surface of liquid hydrogen / I.A. Remizov, M.R. Musaeva, A.V. Orlov [et al.] // *Low Temperature Physics*. – 2019. – Vol. 45, Iss. 4. – P. 363–366.
2. Sultanova, M.R. Registration of vortex motion in the bulk of superfluid helium by injected charges / M.R. Sultanova, I.A. Remizov // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2020. – Vol. 1560, Iss. 1. – P. 12046.
3. The interaction between injected charges and a vortex flow in normal and superfluid helium near T_λ / I.A. Remizov, M.R. Sultanova, A.A. Levchenko, L.P. Mezhev-Deglin // *Low Temperature Physics*. – 2021. – Vol. 47, Iss. 5. – P. 378–382.
4. Entropic characterization of the coil-stretch transition of polymers in random flows / F. Sultanov, M. Sultanova, G. Falkovich [et al.] // *Physical Review E*. – 2021. – Vol. 103, Iss. 3. – P. 33107.
5. Генерация квантовых вихрей волнами на поверхности сверхтекучего гелия / М.Р. Султанова, И.А. Ремизов, Л.П. Межов-Деглин, А.А. Левченко //

Письма в Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. – 2023. – Vol. 118, Iss. 8.

Патент на изобретение:

1. «Пат. 2754201 Российская Федерация, МПК G 01 R 19/00. Устройство для измерения малых токов инжектированных зарядов в конденсированных средах / Ремизов И.А., Межов-Деглин Л.П., Султанова М.Р. ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики твердого тела Российской академии наук (ИФТТ РАН). – № 2020142392 ; заявл. 22.12.2020 ; опубл. 30.08.2021, Бюл. № 25. – 7 с. : 1 ил.

2. «Пат. 2783476 Российская Федерация, МПК G 05 F 1/02. Высоковольтный программируемый стабилизатор напряжения постоянного тока с изменяемой полярностью / Ремизов И.А., Межов-Деглин Л.П., Султанова М.Р. ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики твердого тела имени Ю.А. Осипьяна Российской академии наук (ИФТТ РАН). – № 2021139037 ; заявл. 27.12.2021 ; опубл. 14.11.2022, Бюл. № 32.– 7 с. : ил. 1.

Благодарю своего научного руководителя А.А. Левченко и научного консультанта И.А.Ремизова за постановку задачи и за помощь на всех этапах выполнения диссертации. А.В. Лохова за помощь в изготовлении экспериментального оборудования, а также Л.П.Межова-Деглина, участников лаборатории и коллег из ИТФ им.Л.Д.Ландау РАН за полезные обсуждения. Г.Е.Фальковича и В.Штейнберга за возможность провести экспериментальные исследования по эластической турбулентности в институте Вейцмана.

1. Введение в предмет исследований

1.1 Собственные колебания поверхности в различных ячейках

В ячейках конечных размеров линейные колебания поверхности жидкости описываются выражением:

$$\omega_k^2 = ktn(kh) \left(g + \frac{\sigma}{\rho} k^2 \right) \quad (1)$$

где ω – круговая частота волны, h – глубина слоя жидкости, g – ускорение сила тяжести, σ – коэффициент поверхностного натяжения, ρ – плотность жидкости, k – волновой вектор.

В цилиндрической ячейке с радиусом R резонансные радиальные моды (Рис. 1.1) поверхностных колебаний жидкости описываются уравнением:

$$\eta(r, t) = A_n \cos(\omega_n t) J_0(k_n r) \quad (2)$$

где η – это отклонение от состояния равновесия, A – амплитуда волны, n – номер резонанса, $J_0(x)$ – функция Бесселя 0-го порядка, k_n – волновой вектор волны, которые определяются из граничных условий

$$J_1(k_n R) = 0, \quad (3)$$

где $J_1(x)$ — функция Бесселя 1-го порядка, R – радиус ячейки, n – целые числа.

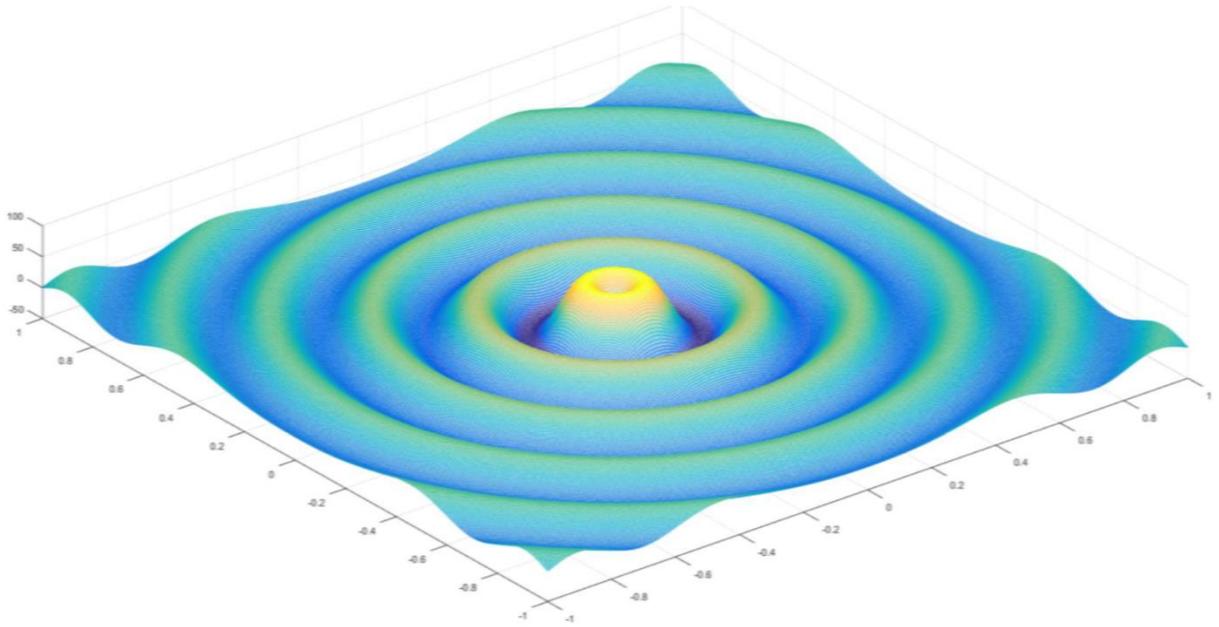


Рис. 1.1 – Радиальная мода на поверхности жидкости в цилиндрической ячейке.

В прямоугольной ячейке размерами $a \times b$ резонансные моды (Рис. 1.2) поверхностных колебаний жидкости описываются уравнением:

$$\eta(r, t) = A_{n,m} \cos(\omega_{n,m} t) \cos k_x x \cos k_y y \quad (4)$$

где $A_{n,m}$ – амплитуда волны, $k_x = \frac{m\pi}{a}$, $k_y = \frac{n\pi}{a}$, m, n – номера резонансов.

Возможные значения k равны:

$$k^2 = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)$$

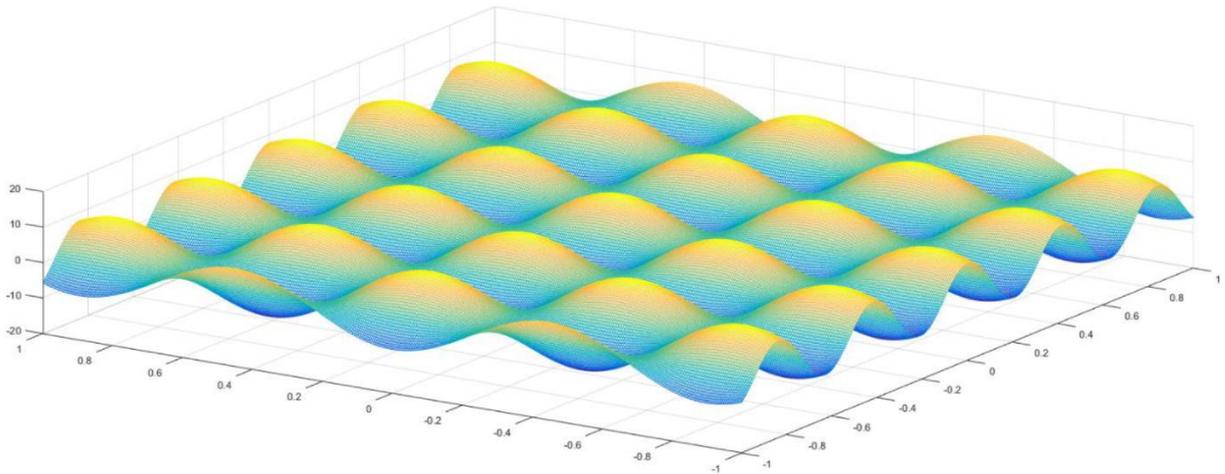


Рис. 1.2 – Взаимноперпендикулярные стоячие волны на поверхности жидкости в квадратной ячейке.

На рис 1.3 представлена дисперсионная зависимость частоты от волнового вектора для жидкого гелия в квадратной ячейке размерами 50x50x30мм при $T=1.5\text{K}$ и давлении насыщенных паров $p = 1$ атм.

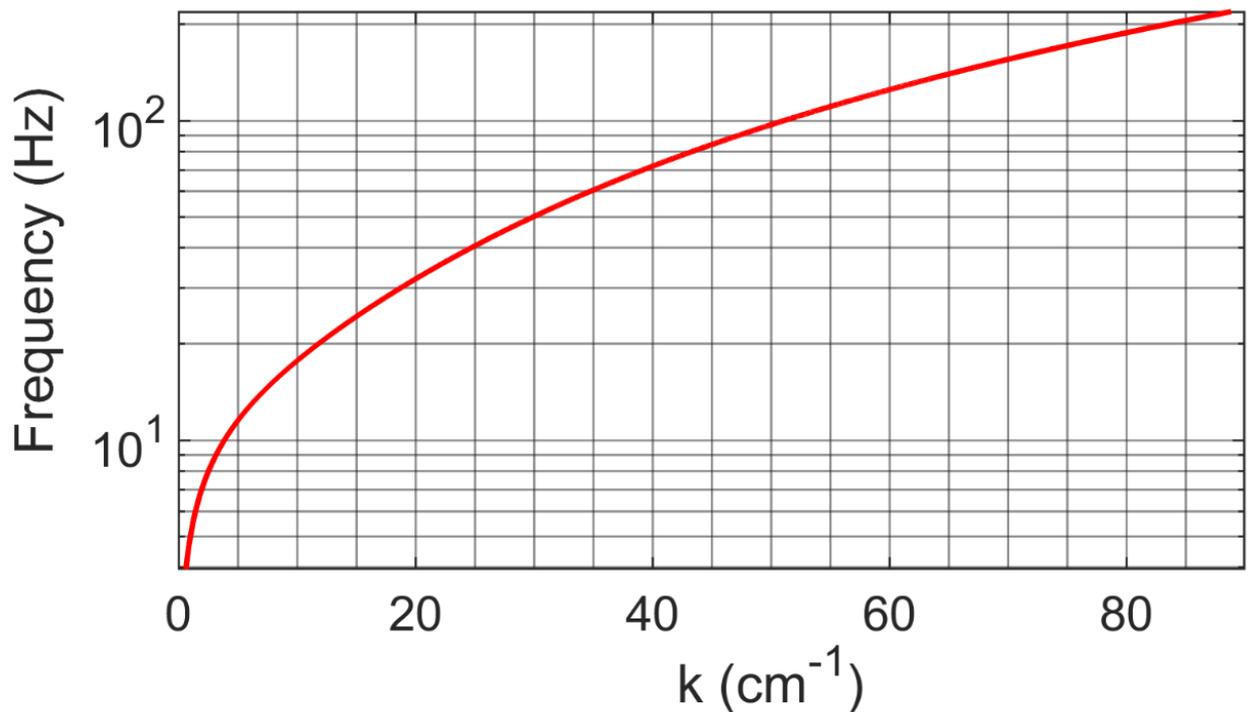


Рис. 1.3 – Расчетная зависимость частоты от волнового вектора.

В цилиндрической ячейке с радиусом R резонансные азимутальные моды (Рис. 1.4) поверхностных колебаний жидкости описываются уравнением:

$$\eta(r, \varphi, t) = A \cos(\omega t) J_m(k_{n,m}) \cos(m\varphi) \quad (5)$$

где η – это отклонение от состояния равновесия, A – амплитуда волны, n, m – номер резонанса, $J_m(x)$ – функция Бесселя m -го порядка, $k_{n,m} = \mu_n^{(m)} / R$, где n, m – целые числа, R – радиус ячейки, $\mu_n^{(m)}$ – корни уравнения: $J'_m(k_{n,m}R) = 0$.

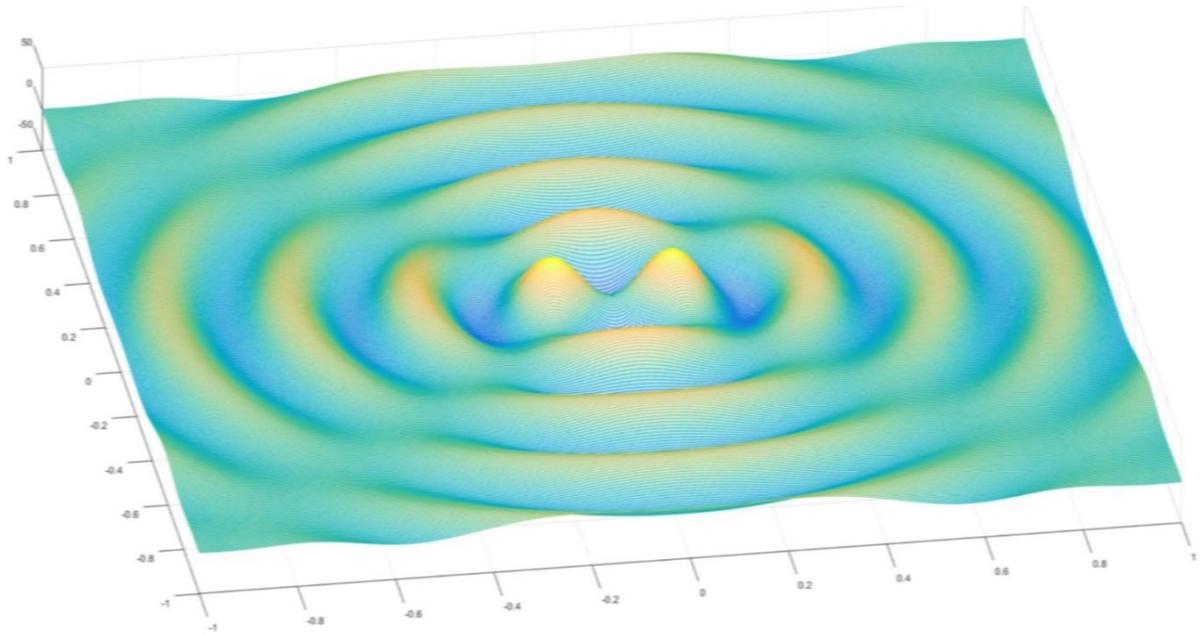


Рис. 1.4 – Азимутальная мода 2-порядка на поверхности жидкости в цилиндрической ячейке.

В случае радиальных колебаний система является квазиодномерной, так как мода колебаний определяется одним числом. Во втором и третьем случаях система стала двумерной, т.к. собственные колебания определяются двумя целыми числами.

1.2 Волновая турбулентность

Неравновесное состояние системы нелинейно взаимодействующих волн, в котором область накачки энергии и область ее диссипации значительно разнесены по шкале волновых векторов, называется волновой турбулентностью. Интервал между областями накачки и диссипации, где основными процессами являются нелинейные взаимодействия волн, называется инерционным интервалом. В приближении слабой нелинейности основными процессами нелинейного

взаимодействия волн являются трех- и четырех волновые процессы с соответствующими законами сохранения частоты и волнового вектора:

а) трёхволновые процессы:

$$\omega_1 \pm \omega_2 = \omega_3,$$

$$k_1 \pm k_2 = k_3;$$

б) четырехволновые процессы:

$$\omega_1 \pm \omega_2 = \omega_3 \pm \omega_4,$$

$$k_1 \pm k_2 = k_3 \pm k_4.$$

На поверхности жидкости могут возникать и распространяться волны, обусловленные действием сил поверхностного натяжения и гравитационной силы. Закон дисперсии волн для свободной поверхности можно записать:

$$\omega^2 = gk + \left(\frac{\sigma}{\rho}\right) k^3, \quad (6)$$

где ω – круговая частота волны, g – сила тяжести, σ – коэффициент поверхностного натяжения, ρ – плотность жидкости, k – волновой вектор. Поверхностные волны, длина которых много больше капиллярной длины $a = (2\sigma/\rho g)^{1/2}$ называют гравитационными, а много меньше – капиллярными. Для капиллярных волн закон дисперсии волн является распадным, то есть можно удовлетворить законам сохранения для трехволнового процесса.

Если амплитуда взаимодействия трехволнового процесса выше, чем четырехволнового, то трехволновые процессы будут доминирующими, то есть может происходить распад одной волны на две или слияние двух волн в одну с сохранением энергии и импульса. В такой турбулентной системе будет возникать поток энергии в k -пространстве из области накачки в область диссипации, то есть будет наблюдаться прямой турбулентный каскад.

Для гравитационных волн закон дисперсии нераспадный, трехволновые процессы запрещены, следовательно доминирующими становятся четырехволновые процессы. В таком случае теория слабой волновой турбулентности [6] предсказывает, что кроме потока энергии в высокочастотную область дополнительно возникает поток волнового действия из области накачки в

низкочастотную область спектра (Рис. 1.5). Таким образом кроме прямого каскада будет наблюдаться и обратный волновой каскад.

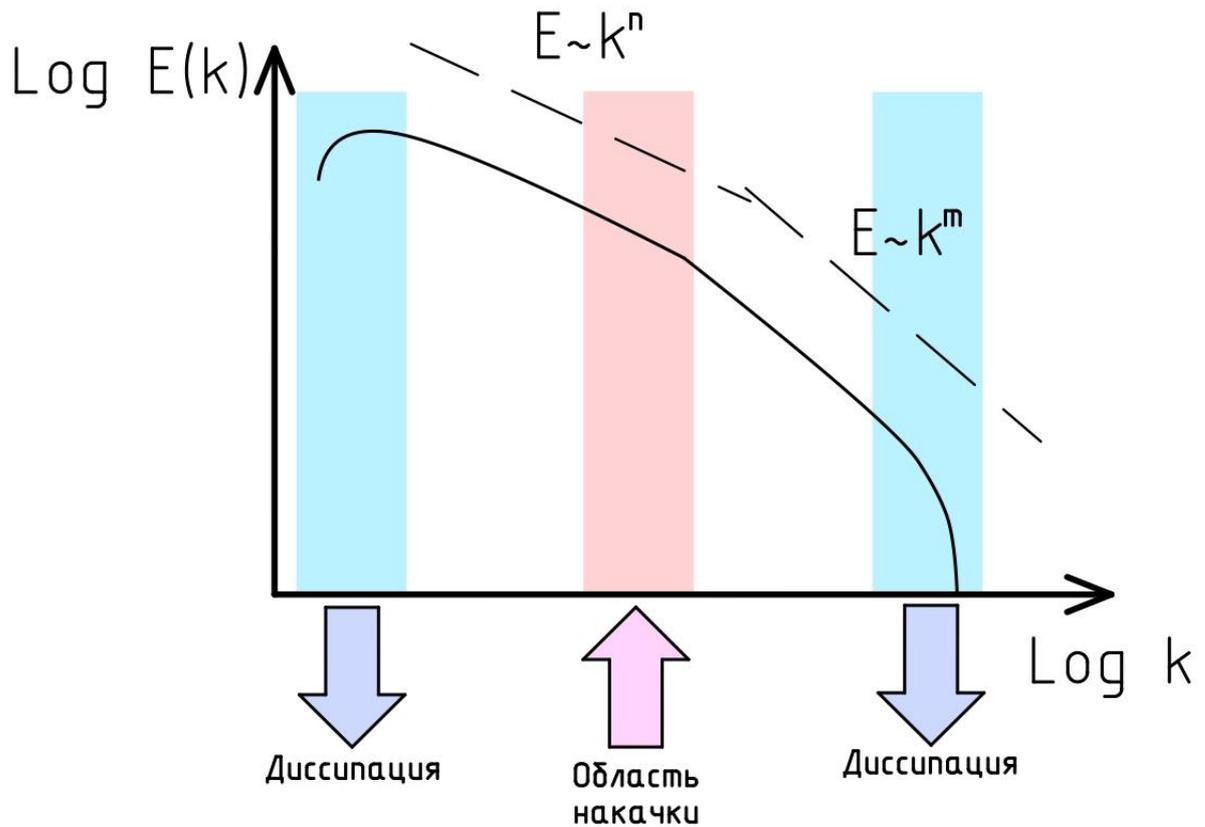


Рис. 1.5 – Турбулентный спектр.

Для гравитационных волн предсказана возможность формирования прямого и обратного каскадов на свободной поверхности жидкости со степенным распределением энергии по волновым векторам $E(k) \sim k^{-5/2}$ и $E(k) \sim k^{-7/3}$ [7], соответственно. Для нелинейных капиллярных волн теорией слабой волновой турбулентности предсказана возможность формирования прямого турбулентного каскада со степенным распределением энергии по волновым векторам $E(k) \sim k^{-7/4}$ [7] – спектр Колмогорова-Захарова. В наших исследованиях изучалась турбулентность в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода.

1.3 Волновые и вихревые движения на поверхности и в объеме сверхтекучего и нормального гелия

Жидкий гелий ${}^4\text{He}$ переходит в сверхтекучее состояние He-II при температуре $T_\lambda=2.17$ К. В рамках двух жидкостной модели Ландау [8] в сверхтекучем He-II сосуществуют две компоненты: нормальная и сверхтекучая, плотность которых ρ_n и ρ_s определяется температурой. С понижением температуры плотность нормальной компоненты падает, а плотность сверхтекучей компоненты растет. Особенностью сверхтекучей компоненты является квантование циркуляции скорости движения жидкости [7], определяемое как интеграл $\oint v_s dr$ по замкнутому контуру и квантуется в единицах $k = 2\pi\hbar/m$, где m – масса атома гелия ${}^4\text{He}$. В нормальном жидком гелии He-I при $T > 2.17$ К генерируемое волнами вихревое течение является классическим и описывается уравнением Навье-Стокса. При температурах $T < 2.17$ К в вихревом движении в He-II участвуют нормальная и сверхтекучая компоненты. Квантовый вихрь представляет собой топологический дефект (рис. 1.6), который заканчивается на поверхности жидкого гелия или на стенках сосуда, т.е. обычно квантовые вихри простираются от стенки до стенки экспериментального сосуда, или от стенки до свободной поверхности сверхтекучей жидкости [8]. Существуют также квантовые вихри в форме колец [9], которые могут формироваться, например, при движении в гелии инжектированных зарядов с высокими скоростями. Взаимодействие пересекающихся квантовых вихрей между собой (“reconnection”) приводит к формированию сложных структур - вихревых клубков [10].

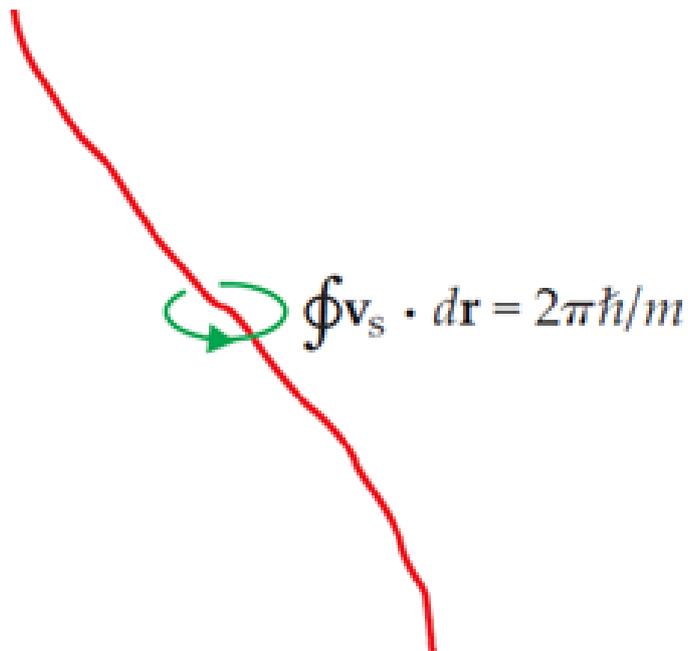


Рис. 1.6 – Циркуляция вокруг одиночного квантового вихря.

В экспериментах [11] было показано, что на поверхности классической жидкости две взаимно перпендикулярные стоячие волны формируют периодическую структуру – шахматную доску – из вихрей противоположной завихренности. Период этой решетки равен длине поверхностной волны λ . Вихри проникают в объем жидкости, их завихренность Ω затухает с глубиной z по экспоненциальному закону $\Omega \sim \exp(-z/\zeta_0)$, где ζ_0 – глубина проникновения волны (при частоте накачки $Fr=49.88$ $\zeta_0 \approx 0.2$ см). В случае возбуждения стоячих капиллярных или гравитационных волн на поверхности сверхтекучего He-II следовало бы ожидать, что наряду с обычными классическими вихрями, возбуждаемыми в нормальной компоненте жидкости, взаимодействие волн приводит к формированию петель квантовых вихрей, начинающихся и оканчивающихся на свободной поверхности сверхтекучей жидкости [12].

Экспериментальное изучение квантовой турбулентности включает в себя своеобразные трудности. Турбулентные течения в классической жидкости, такой как вода, можно увидеть невооруженным глазом, особенно если в жидкости плавают пробные частицы малых размеров – трейсеры. Но это сложно осуществить для жидкости с низкой плотностью, такой как жидкий гелий. Более того частицы не должны объединяться в кластеры, и они должны быть достаточно маленькими,

чтобы показывать микронный масштаб, на котором может происходить квантовая турбулентность.

Для исследования особенностей вихревых структур, формируемых волнами на поверхности сверхтекучего He-II, мы выбрали методику, ранее примененную в работе [13]. Известно, что [14] электрон, инжектированный в жидкий гелий, формирует сферическую вакуумную полость («пузырек») радиусом около $\sim 20 \text{ \AA}$ [10] при давлении насыщенных паров [15]. Согласно [16-19] при низких температурах $T \leq 1.5 \text{ K}$ отрицательно заряженный пузырек локализуется на квантовом вихре в потенциальной яме глубиной ΔU , величина которой по разным оценкам составляет от 50К до 130К согласно [16-19]. С повышением температуры время жизни заряда в ловушке должно уменьшаться. Более того, как показали расчеты и эксперименты разных авторов в узком интервале температур 1.68 – 1.72 К время жизни отрицательного заряженного пузырька, захваченного вихрями, уменьшается по экспоненциальному закону $\tau \sim \exp(-\Delta U/T)$, где $\Delta U \approx 100 \text{ K}$, и выше $T = 1.72 \text{ K}$ заряды движущиеся в слабых электрических полях $E \leq 20 \text{ В/см}$ практически не захватываются вихрями. О взаимодействии зарядов с квантовыми вихрями можно судить, изменяя направления движения зарядов в объеме жидкости [20].

Таким образом, инжектированные в сверхтекучий гелий отрицательные заряды взаимодействуют с квантовыми вихрями и могут служить хорошими пробными частицами для обнаружения и изучения свойств квантовых вихрей [21].

Экспериментально свойства квантовых вихрей изучались, в основном, в замкнутой геометрии, когда свободная поверхность жидкости отсутствовала [21,22]. Однако недавно была опубликована статья, посвященная взаимодействию квантовых вихрей со свободной поверхностью сверхтекучей жидкости [12]. В этой работе была исследована динамика заряженных наночастиц, которые взаимодействовали с квантовыми вихрями, оканчивающимися на свободной поверхности жидкости. Выделены два типа траекторий частиц и связанных с ними вихревых структур: вертикальные линейные вихри, закрепленные одним концом на дне емкости, и полукольцевые вихри, движущиеся вдоль свободной

поверхности жидкости. В нашей экспериментальной ячейке так же присутствует свободная поверхность жидкости.

В первой серии работ, включенных в данную диссертацию, мы провели экспериментальные исследования, проведенные при температурах $T=1.8$ К и $T=2.3$ К [13]. Показано, что формирование вихревых структур стоячими волнами на свободной поверхности жидкого гелия приводит к отклонению зарядов от первоначальной траектории движения в приложенном электрическом поле вследствие рассеяния на вихревых течениях, формирующихся в объеме нормальной компоненты, т.е. было показано, что взаимодействие между волнами на поверхности жидкого гелия приводит к генерации, в основном, классических вихрей.

В цели последующих измерений в широком интервале температур от 2.17 К до 1.5 К входила попытка обнаружения не только классических, но и квантовых вихрей при возбуждении вихревых течений нелинейными капиллярными или гравитационными волнами, распространяющимися по поверхности слоя сверхтекучего He-II.

2. Формирование локального максимума в стационарном турбулентном спектре в системе капиллярных волн

2.1 Методика эксперимента

2.1.1 Электрическая система возбуждения волн на поверхности

Для исследования волновой турбулентности на поверхности жидкого водорода использовалась низкотемпературная установка с интервалом рабочих температур от 10–20К. В вакуумной полости гелиевого криостата находится оптическая камера (Рис. 2.1, а), в которой располагается экспериментальная ячейка. Ячейка установлена на медном холодопроводе, и соединена капилляром с системой набора газообразного водорода

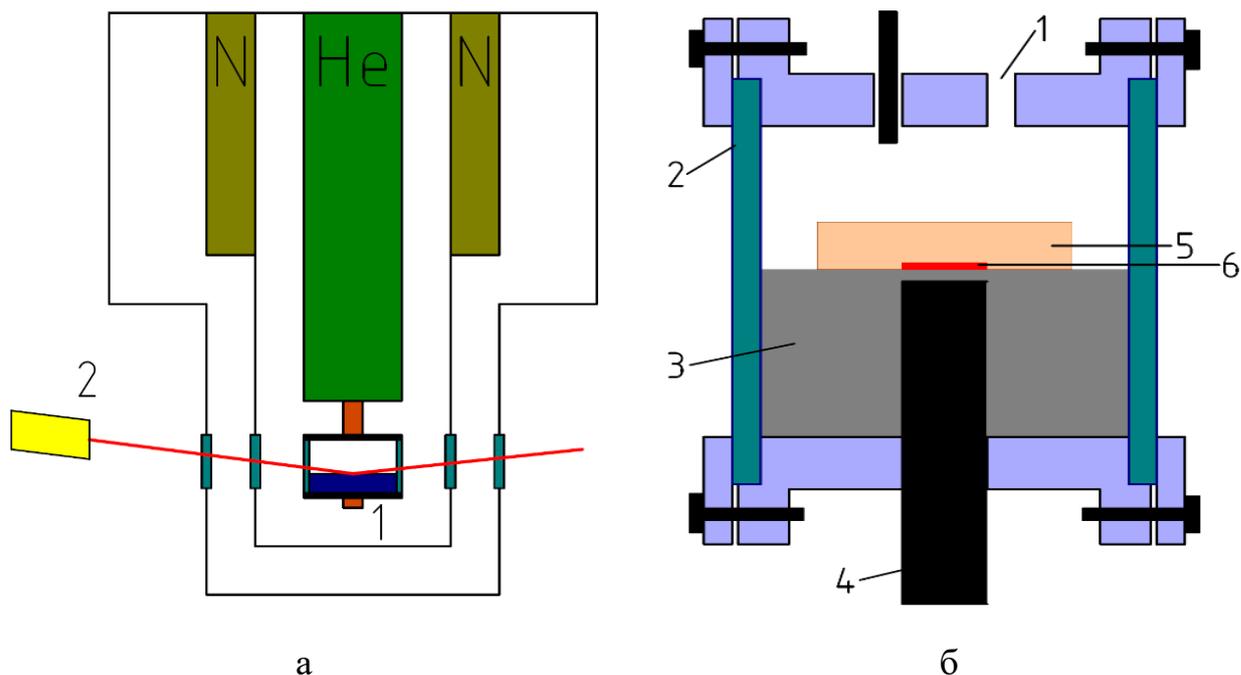


Рис. 2.1 – (а) Схема экспериментальной установки. 1 – оптическая камера(ячейка), 2 – лазер. (б) – Схема оптической ячейки. 1 – капилляр набора, 2 – кварцевые окна, 3 – текстолитовый брусок, 4 – медный холодопровод; 5 – медный стакан; 6 – источник зарядов.

На холодопроводе и капилляре набора были установлены нагреватели, которые позволяли регулировать температуру. Оптическая ячейка была

изготовлена из стальной нержавеющей трубы, на торцах которой смонтированы кварцевые окна для наблюдения (Рис. 2.1, б). Внутри ячейки установлен текстолитовый брусок, на поверхности которого расположен медный стакан, в который конденсируется жидкий водород. Водород поступает в оптическую камеру через капилляр набора из баллона, проходя азотную ловушку. Жидкость конденсируется до тех пор, пока не достигнет верхнего края стакана. Поверхность жидкости заряжается с помощью установленного источника зарядов. Над поверхностью жидкости, на расстоянии трех миллиметров, расположена система электродов (Рис. 2.2), на которую подается постоянное напряжение около 1000 В относительно земли.

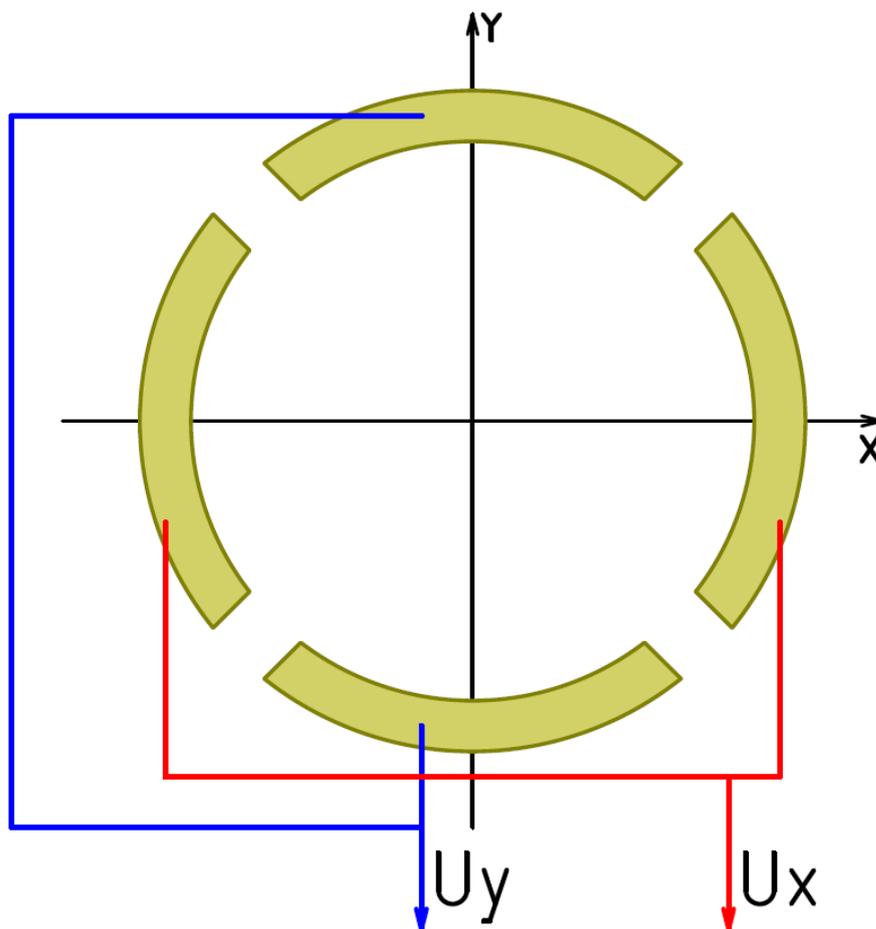


Рис. 2.2 – Схема электродов в экспериментальной ячейке.

Под действием постоянного электрического поля положительные заряды подводятся к свободной поверхности жидкости и образуют тонкий заряженный слой под поверхностью, вблизи сегментных электродов. Для возбуждения

колебаний на заряженной поверхности жидкости дополнительно к постоянному напряжению к системе электродов прикладывали переменное напряжение амплитудой 300 В. Волны возбуждали либо монохроматической накачкой на частотах, близких к собственным резонансным частотам цилиндрической ячейки, либо широкополосным шумом. Переменное напряжение формировалось генератором, и усиливалось с помощью высоковольтного усилителя с коэффициентом усиления $k=70$, схема которого представлена на рис. 2.3. Питание высоковольтной части схемы усилителя осуществлялось высоковольтным источником.

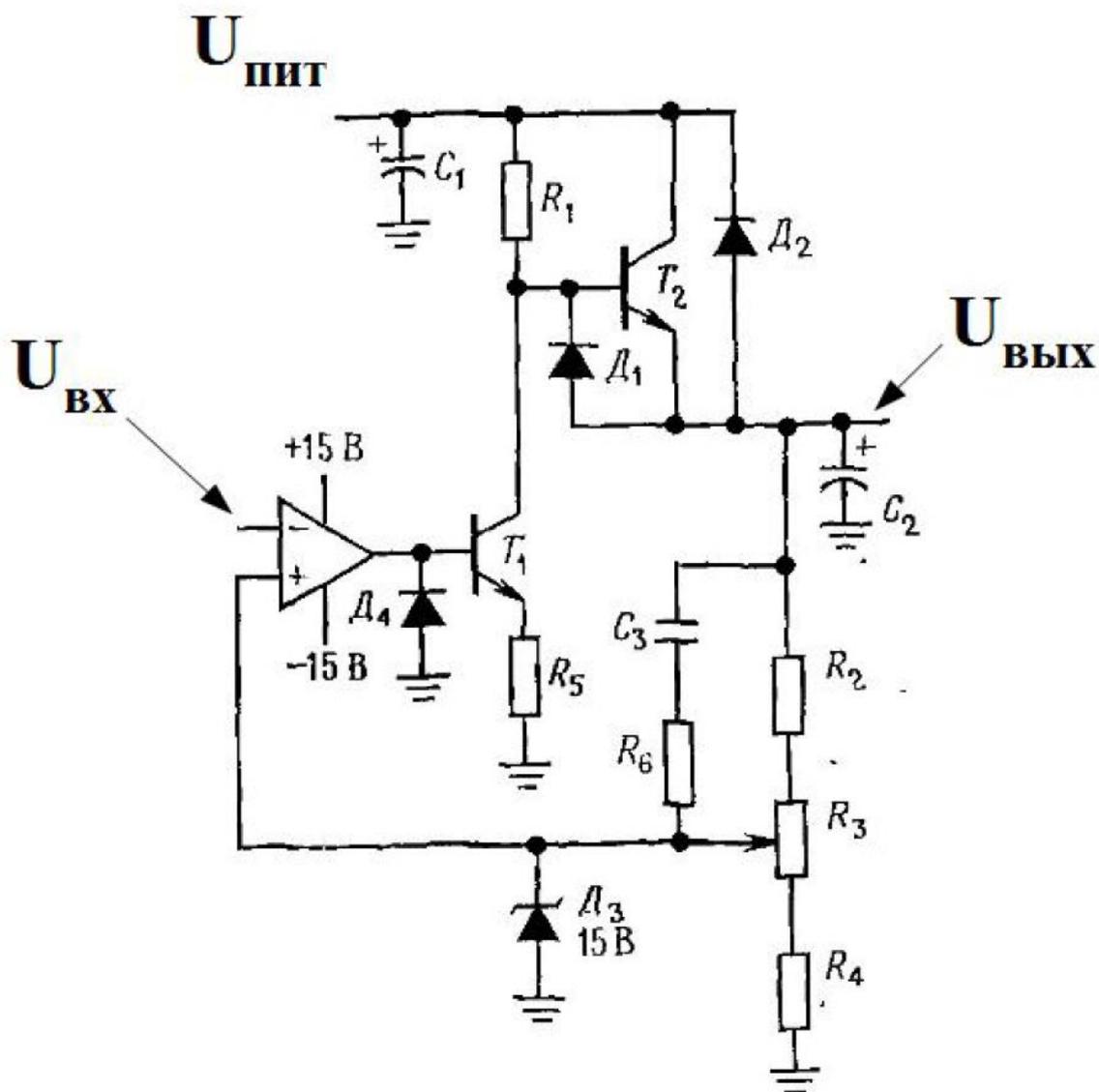


Рис. 2.3 – Схема высоковольтного усилителя.

Для возбуждения азимутальных мод переменное напряжение прикладывалось к одной из пар электродов. Для возбуждения радиальных мод переменное напряжение прикладывали ко всем четырем электродам. Использование электрического поля для возбуждения колебаний на поверхности жидкости имеет ряд достоинств, а именно: позволяет воздействовать только на поверхность, контролируемым образом, изменять симметрию воздействия, а также изменять спектральную характеристику возбуждающей силы.

2.1.2 Оптическая методика регистрации поверхностных колебаний

Волны на поверхности жидкого водорода регистрировали, измеряя переменную составляющую мощности лазерного луча $P(t)$, отраженного от поверхности жидкости (Рис. 2.4).

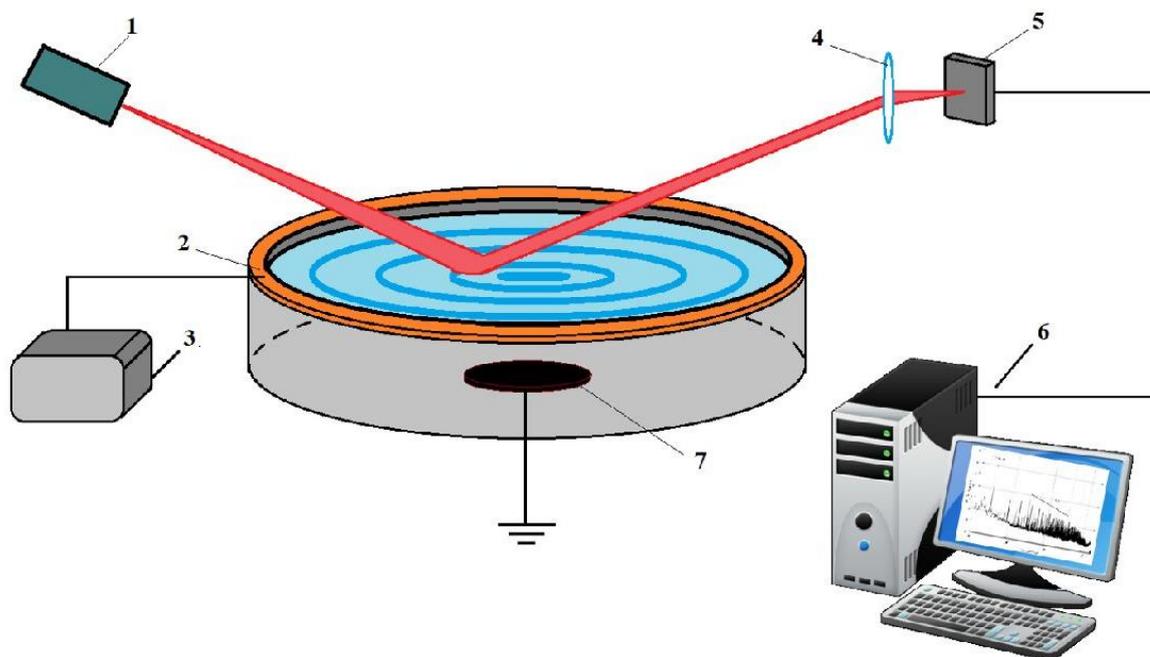


Рис. 2.4 – Схема регистрации колебаний заряженной поверхности жидкого водорода: 1 – лазер, 2 – возбуждающий электрод, 3 – генератор, 4 – фокусирующая линза, 5 – фотодиод, 6 – блок регистрации, включающий усилитель, АЦП и компьютер, 7 – источник зарядов.

Схема регистрации волнового движения на поверхности жидкого водорода представлена на рис. 2.4. О колебаниях поверхности жидкости судили по отражению лазерного луча, направленного под малым углом $\alpha \sim 0.1$ рад к поверхности цилиндрической ячейки. Отраженный луч с помощью линзы фокусировался на поверхность фотодиода. Выходной сигнал фотоприемника, пропорциональный мощности отраженного луча $P(t)$, записывался в память компьютера с помощью 24-разрядного аналого-цифрового преобразователя с частотой опроса 102.4 кГц в течение 1–1.5 мин. Далее изучались вариации со временем полной мощности $P(t)$. Полученные зависимости $P(t)$ обрабатывались

алгоритмом на основе быстрого Фурье-преобразования (FFT). В результате обработки рассчитывали распределение квадрата амплитуд гармоник волн по частоте P_{ω}^2 , которое, как показано в [23], для широкого луча пропорционально парной корреляционной функции отклонений поверхности от равновесия, $P_{\omega}^2 \propto I_{\omega}$.

2.1.3 Свойства жидкого водорода

В последние годы наблюдается значительный прогресс в исследовании капиллярной турбулентности на поверхности воды [24-26], этанола [27], и даже ртути [28]. Эксперименты [29] показали, что использование жидкого водорода и жидкого гелия в исследовании волновой турбулентности на поверхности жидкости имеет ряд достоинств по сравнению с использованием традиционных жидкостей.

Жидкий водород – криогенная жидкость, температура замерзания которой равна 14.01К при давлении 1 атм, тройная точка $T=13.96\text{K}$, $P=7.3\text{кПа}$. Благодаря малой плотности жидкого водорода (в 13 раз меньше плотности воды), для возбуждения волн на его поверхности не требуется мощной накачки, колебания заряженной поверхности жидкости можно возбуждать внешним электрическим полем [23]. Переход от гравитационных волн к капиллярным на поверхности водорода происходит на частоте 7.6 Гц, что ниже, чем в системах волн на поверхностях воды и гелия (таблица 1). Это облегчает исследования капиллярной турбулентности на поверхности жидкого водорода.

Таблица 1 – физические свойства воды, гелия и водорода.

	Вода, H ₂ O	Гелий, ⁴ He	Водород, p-H ₂
Температура T, К	293	4.2	15
Плотность ρ , г/см ³	1	0.125	0.076
Коэффициент поверхностного натяжения σ , г/с ²	73	0.09	2.8
Капиллярная длина $\lambda_{cap} = (\sigma/g\rho)^{1/2}$ см	0.28	0.03	0.19
Коэффициент нелинейного взаимодействия $V \sim (\sigma/\rho^3)^{1/4}$, см ^{9/4} /с ^{1/2}	3	2.5	8.9
Вязкость ν , см ² /с	0.01	0.0002	0.0026

Частота перехода от гравитационных волн к капиллярным, Гц	13.5397	15.4701	7.6255
---	---------	---------	--------

2.2 Результаты и их обсуждение

На рис. 2.5 представлено распределение квадрата амплитуд гармоник P_{ω}^2 по частоте на поверхности жидкого водорода, наблюдаемое при интенсивной монохроматической накачке на частоте $f_p = 26.0$ Гц, близкой к одной из резонансных мод радиальных колебаний поверхности жидкости в цилиндрическом резонаторе, при амплитуде переменной составляющей напряжения $U_p = 189$ В. Пик, отмеченный стрелкой, соответствует волне, возникающей в результате возбуждения внешней гармонической силой на частоте накачки f_p . Высокочастотные гармоники на частотах кратных f_p возникают вследствие процессов трёхволнового взаимодействия нелинейных капиллярных волн. В интервале от 200 Гц до 5 кГц отчетливо наблюдается степенное распределение P_{ω}^2 по частоте, что указывает на формирование прямого турбулентного каскада в системе капиллярных волн [6,23,24].

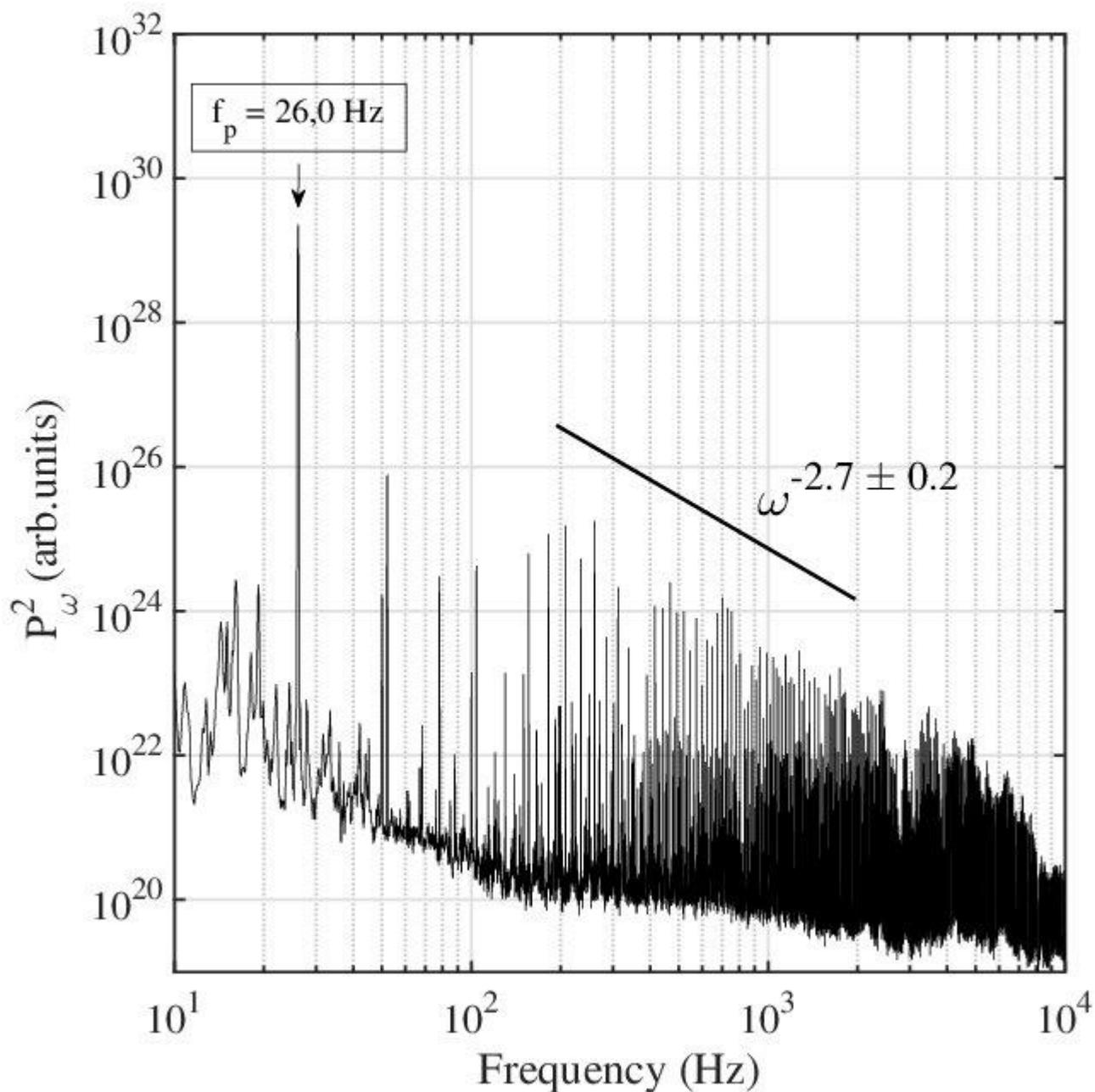


Рис. 2.5 – Распределение P_{ω}^2 при накачке на частоте $f_p = 26,0$ Гц и амплитуде $U_p = 189$ В. Прямая линия, пропорциональная функции $\omega^{-2.7 \pm 0.2}$, соответствует прямому волновому турбулентному каскаду.

При уменьшении амплитуды накачки до $U_p = 161$ В турбулентный спектр претерпевает существенные изменения (Рис. 2.6). В инерционном интервале также, как и при более интенсивной накачке, в широком интервале частот наблюдается степенное распределение P_{ω}^2 , зависимость от частоты в котором практически не

изменилась, однако в высокочастотной области спектра, на краю инерционного интервала, появляется локальный максимум.

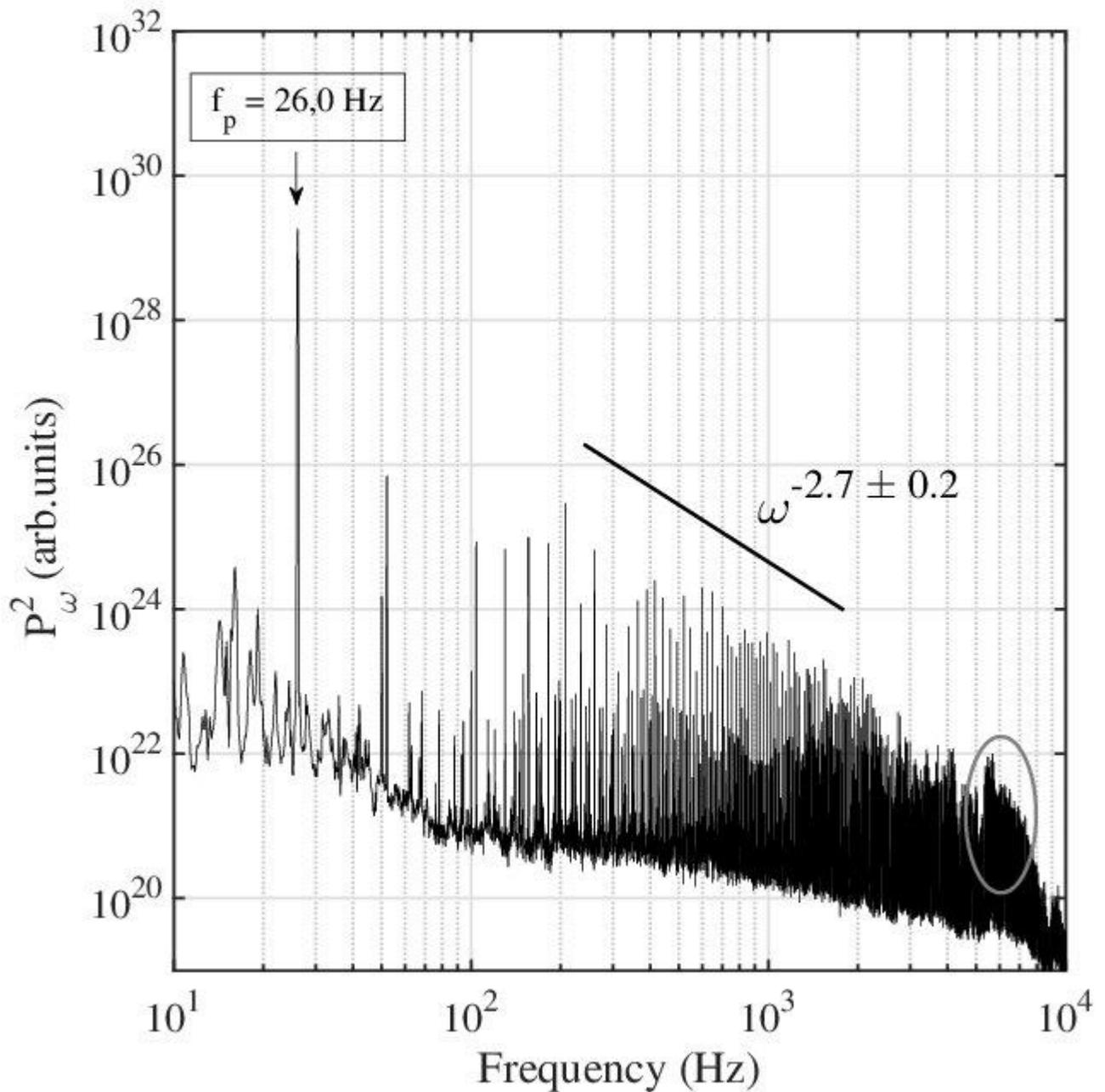


Рис. 2.6 – Распределение P_{ω}^2 при накачке на частоте $f_p = 26$ Гц и амплитуде $U_p = 161$ В. Прямая линия, пропорциональная функции $\omega^{-2.7 \pm 0.2}$, соответствует прямому волновому турбулентному каскаду. Овалом выделена область локального максимума.

При дальнейшем уменьшении амплитуды накачки до $U_p = 147$ В форма локального максимума на распределении P_{ω}^2 приобретает более четкие очертания

(Рис. 2.7). В инерционном же интервале зависимость от частоты осталась практически неизменной.

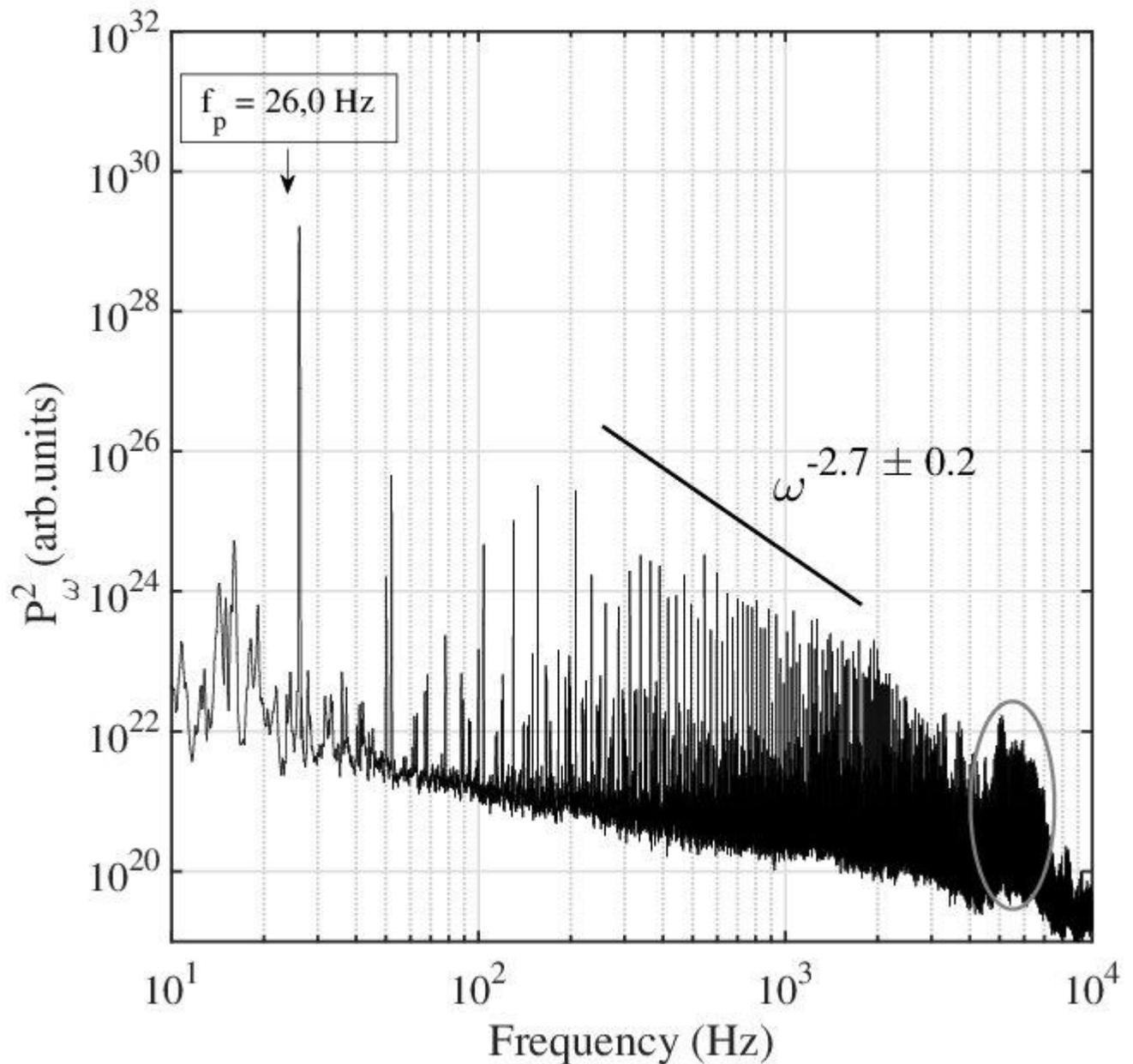


Рис. 2.7 – Распределение P_{ω}^2 при накачке на частоте $f_p = 26.0$ Гц и амплитуде $U_p = 147$ В. Прямая линия, пропорциональная функции $\omega^{-2.7 \pm 0.2}$, соответствует прямому волновому турбулентному каскаду. Овалом выделена область локального максимума.

Эволюцию турбулентных спектров при понижении амплитуды накачки, аналогично показанной на рис. 2.5 – 2.7 наблюдали на частотах накачки от 10 Гц

до 26 Гц. Стоит отметить, что формирование локального максимума в стационарном турбулентном спектре капиллярных волн на поверхности жидкого водорода в цилиндрической ячейке наблюдается впервые.

Ранее появление локального максимума на краю инерционного интервала каскада капиллярных волн наблюдали в экспериментах по изучению турбулентности на поверхности сверхтекучего He-II [30]. Механизм формирования локального максимума в работе [30] удалось объяснить проявлением дискретности спектра собственных колебаний капиллярных волн на поверхности сверхтекучей жидкости в экспериментальной ячейке (вязкость He-II при температурах 1.5-2 К на порядки ниже вязкости жидкого водорода).

Недавно сообщалось о наблюдении похожего явления – о формировании динамического локального максимума на краю инерционного интервала турбулентного спектра на поверхности жидкого водорода в системе капиллярных волн. В этих исследованиях, опубликованных в работе [30], локальный максимум возникал в моменты перестройки турбулентного спектра вследствие развития параметрической неустойчивости и формирования волны с частотой равной половине частоты накачки. Процесс формирования максимума был связан с механизмом, описанным в работе [31]. Однако в работе [30] дополнительное затухание было связано с нелинейным транспортом энергии в комбинационные гармоники (частота которых определяется суммой частоты фарадеевской волны и гармоники волны, возбуждаемой на частоте накачки) в процессе возрастания их амплитуд со временем.

В наших экспериментах турбулентное распределение P_{ω}^2 является стационарным, а спектр собственных колебаний квазинепрерывным в отличие от [30] и [32]. Действительно, в данных экспериментах в той области, где наблюдается формирование локального максимума, спектр собственных колебаний капиллярных волн на поверхности жидкого водорода в цилиндрической ячейке с диаметром 60 мм является квазинепрерывным, поскольку на данных частотах суммарные уширения резонансных пиков больше расстояний между ними [32]. Полученные результаты могут быть объяснены в рамках модели, предложенной в

работе [31], где теоретически было исследовано и подтверждено численным моделированием влияние диссипации на структуру стационарного спектра волновой турбулентности. Было показано, что учёт конечной скорости диссипации энергии в высокочастотной области инерционного интервала и в области диссипации может приводить к существенному отклонению спектра от колмогоровского, предсказанного ранее в теории слабой волновой турбулентности [6]. В частности, учёт диссипации может приводить к накоплению волновой энергии и появлению перегибов на кривых P_{ω}^2 вблизи высокочастотного края инерционного интервала. Это связано с подавлением амплитуд волн в диссипативной области вследствие нелинейного нарастания затухания колебаний с повышением частоты. Для количественного сравнения результатов наших измерений с предсказаниями теории, развитой в работе [31], потребовалось бы более детальное рассмотрение модели и компьютерное моделирование процессов передачи энергии в высокочастотной области турбулентного спектра капиллярных волн с учетом роли вязкого затухания волн в объеме и диссипации за счет трения жидкости о дно и стенки сосуда. Отсутствие максимума на кривых P_{ω}^2 при высоких амплитудах накачки качественно можно объяснить тем, что с повышением уровня накачки, амплитуды гармоник волн в турбулентном спектре оказываются достаточными, чтобы обеспечить эффективное взаимодействие с гармониками в диссипативной области спектра для передачи энергии из области частот вблизи локального максимума в высокочастотную область, где основную роль играет вязкое затухание.

2.3 Выводы

Обнаружено формирование максимумов на кривых P_{ω}^2 в стационарном турбулентном распределении капиллярных волн на поверхности жидкого водорода вблизи высокочастотного края прямого турбулентного каскада. Предположено, что причина формирования стационарного максимума связана с подавлением амплитуд волн в диссипативной области вследствие сильной зависимости времени

вязкого затухания волны от частоты, что приводит к затруднению передачи энергии в диссипативную область - «узкого горло».

3. Взаимодействие инжектированных зарядов с вихревым течением в нормальном He-I и сверхтекучем гелии He-II

3.1 Методика эксперимента

Схема установки приведена на рис. 3.1. Вертикально ориентированный цилиндрический контейнер 1, в котором расположена рабочая ячейка, установлен в вакуумной полости металлического гелиевого криостата [33], снабженного оптическими окнами из кварцевого стекла. Контейнер 1 окружен холодным металлическим экраном, прикрепляемым к медному кольцу на дне гелиевой ванны криостата.

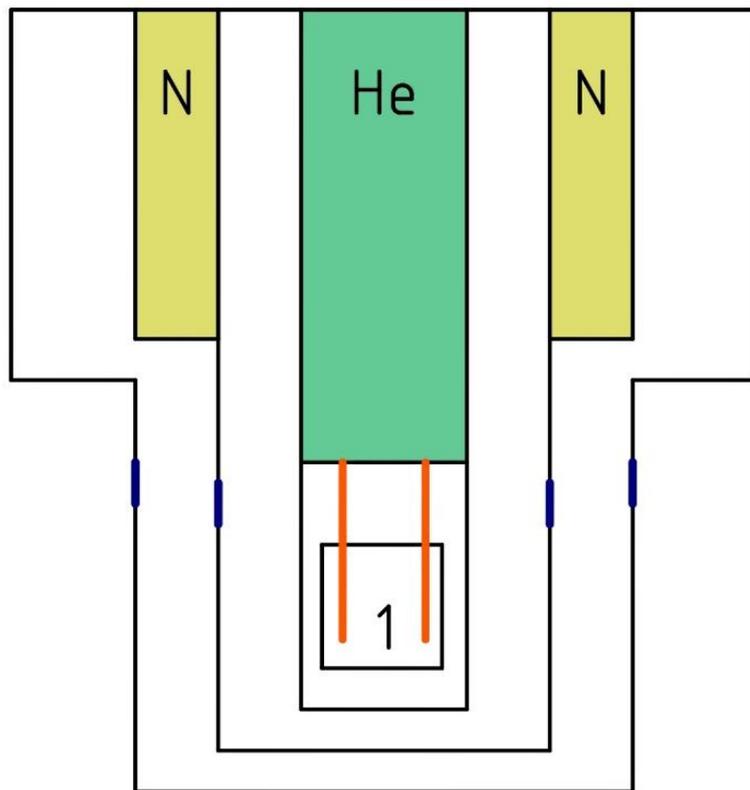


Рис. 3.1 – Схема установки: (а) оптический гелиевый криостат: 1 – камера с экспериментальной ячейкой.

Конструкция рабочей ячейки, которая размещена внутри вертикально ориентированного цилиндрического контейнера, показана на рис. 3.2б,в. Изготовленный из нержавеющей стали контейнер 1 внутренним диаметром 150мм

и высотой 100 мм (толщина стенок 3 мм) снабжен прижимным прозрачным верхним окном 2 толщиной 3 мм, изготовленным из плавленого кварца. Это окно позволяло следить за положением уровня жидкого гелия в экспериментальной ячейке. Для вакуумно-плотного соединения кварцевого окна 2 с верхним фланцем контейнера, а также прижимного медного диска 3 с нижним фланцем, использовали пластиковые индиевые колечки. Контейнер окружен холодным экраном (рис. 3.1) и соединен с дном гелиевой ванны криостата с помощью четырех медных стержней, которые служили одновременно хладопроводами. Газообразный ^4He конденсировали в контейнер из наружного транспортного сосуда дьюара через капилляр набора (на рис. 3.2г указано место ввода капилляра в контейнер), который проходил предварительно через гелиевую ванну криостата и был снабжен мелкопористым медным фильтром для предотвращения попадания посторонних твердых взвесей в объем ячейки. Температуру жидкого гелия в ванне криостата и, соответственно, в объеме контейнера и рабочей ячейки, можно было понижать в интервале 4.2 – 1.5 К откачкой паров жидкого гелия из ванны наружным механическим насосом. Изменения температуры жидкого гелия в рабочей ячейке контролировали с помощью полупроводникового термометра, установленного на наружной стенке контейнера, как показано на рис. 3.2 г.

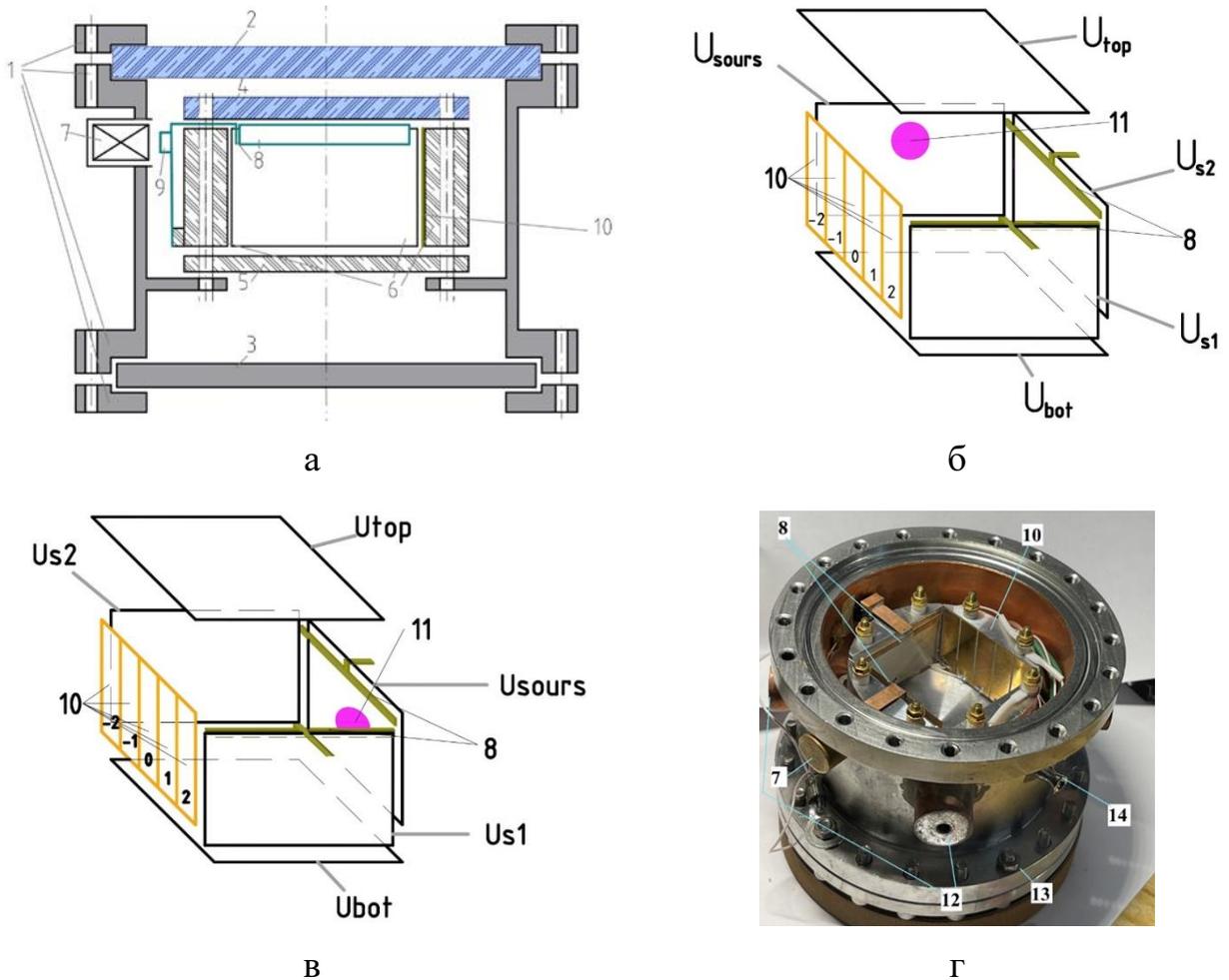


Рис. 3.2 – Схема прибора: (а) цилиндрический контейнер 1, в котором размещена экспериментальная ячейка, подвешенный на медных стержнях – хладопроводах внутри вакуумной полости криостата; 2 – прижимное прозрачное окно из кварцевого стекла в верхней части контейнера; 3 – медный диск в нижней части контейнера; 4 – прозрачная верхняя грань рабочей ячейки; 5, 6 нижняя грань и вертикальные боковые грани ячейки; 7 – электромагнитная катушка, которая приводит в движение плунжер; 8 – плунжеры; 9 – неодимовый магнит; 10 – принимающий 5–ти секционный коллектор; (б,в) общий вид экспериментальной ячейки при двух конфигурациях электрического поля: 8 – плунжеры; 10 – пяти–секционный коллектор на боковой грани ячейки; 11 – источник зарядов; (г) монтаж рабочей ячейки в объеме контейнера: 7 – катушки привода плунжеров; 10 – приемный коллектор; 12 – медные втулки для крепления хладопроводов; 13 – шайба для крепления резистивного термометра; 14 – ввод капилляра системы заполнения контейнера холодным ^4He .

Показанная схематически на рис. 3.2а, б и в рабочая ячейка крепилась внутри контейнера на 8-ми вертикальных латунных шпильках высотой 70мм и диаметром 3мм. Шпильки были предварительно ввинчены в специально выточенный кольцевой пояс в нижней части контейнера. Как видно из Рис. 3.2 б, в рабочая ячейка представляла собой прямоугольный параллелепипед внутренними размерами 50х50х30мм. Закрепленные на шпильках плоские боковые грани и дно ячейки были изготовлены из листового дюралюминия толщиной 2мм. Все металлические грани были электрически изолированы от шпилек и друг от друга. Верхняя грань ячейки (4 на рис. 3.2а) была изготовлена из кварцевого стекла. На нижнюю поверхность кварцевой грани была заранее напылена полупрозрачная металлическая пленка. При проведении измерений расстояние от поверхности жидкого гелия в ячейке до нижней поверхности кварцевой грани составляло 3мм. Под номером 11 на рис. 3.2 б, в показан радиоактивный источник инжесктивированных зарядов в гелии (пленка из тритида титана на металлической подложке), установленный на одной из вертикальных боковых граней ячейки. Диаметр источника 3мм, средняя энергия излучаемых источником β -частиц близка к 5keV, максимальная $\approx 18\text{keV}$. Нужно отметить, что ранее, в серии первых экспериментов [13] источника зарядов был установлен на противоположной от приемного коллектора грани. Коллектор 10 на рис. 3.2 был изготовлен из фольгированного стеклотекстолита с медным покрытием, внешней стороной приклеен к дюралюминиевой грани клеем БФ-4 и электрически изолирован от металлической грани. На медном покрытии были заранее вытравлены 4 дорожки шириной 1 мм. Таким образом приемный коллектор состоял из 5-ти электрически изолированных друг от друга вертикально ориентированных приемных секций линейными размерами 9х30 мм, на поверхность которых перед сборкой ячейки напылили золотую пленку.

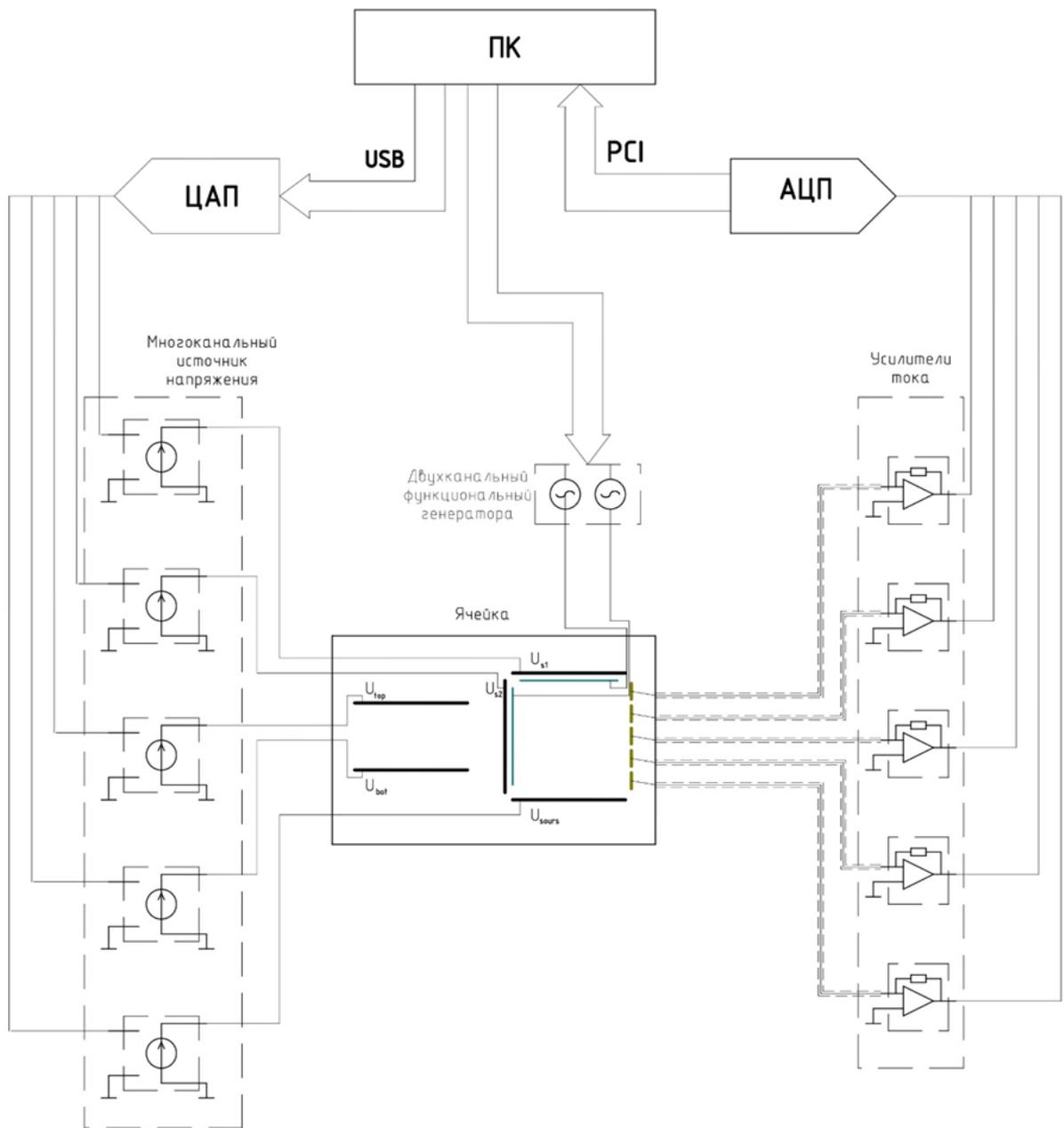


Рис. 3.3 – Электрическая блок-схема установки.

Каждая секция коллектора была подключена к независимому усилителю тока (рис. 3.3). Электрические схемы усилителей приведены в [34]. При проведении экспериментов суммарный коллекторный ток при различных конфигурациях поля не превышал 5000 fA. Все электрические провода, которые соединяли детали, расположенные внутри контейнера 1 на рис. 3.1, с наружными усилителями тока и источниками напряжений системы управления и сбора данных экспериментов, проходили через герметичные разъёмы со стеклянной изоляцией, которые располагались на дне контейнера (3 на рис. 3.2а).

Для возбуждения взаимно перпендикулярных волн на свободной поверхности жидкости в ячейке использовали два плоских плунжера [11] (8 на рис. 3.2 а, б, в), основания которых были закреплены на нижней части двух смежных боковых граней. Плунжеры располагались на расстоянии 3 мм от поверхности грани. Каждый плунжер приводился в движение своим электромагнитным приводом, переменное напряжение на который подавалось от двухканального функционального генератора (см. схему на Рис. 3.3). Разность фаз между поступающими на плунжеры переменными напряжениями составляла 90° . Катушка, управляющая движением плунжера, была установлена в специальном углублении (кармане) на боковой стенке контейнера (7 на рис. 3.2 г), а на ножке плунжера напротив катушки клеем БФ-4 был закреплен кубик из неодимового магнита (9 на рис. 3.2а). Плунжеры совершали возвратно-поступательное движение в горизонтальной плоскости вдоль поверхности слоя жидкого гелия. Частота накачки привода f_g в разных экспериментах составляла $f_g = 13.0 - 49.9$ Гц, длина возбуждаемой на поверхности стоячей капиллярной волны на поверхности $\lambda = 0.2$ см (волновой вектор $k \approx 31.4$ см $^{-1}$). В соответствии с оценками, приводимыми в работе [13], при амплитуде электрического напряжения, подаваемого на приводы плунжеров $A=7000$ мВ, амплитуда капиллярных волн составляла $H \approx 0.003$ см и крутизна волны $kH \approx 0.05$.

Как показано на рис. 3.3, коллекторные токи, регистрируемые каждой из 5-ти секций коллектора, проходят через независимые усилители тока, далее поступают на АЦП, и затем оцифрованный сигнал через PSI поступает на центральный компьютер.

Постоянное электрическое напряжение, которое прикладывали к граням параллелепипеда (рис. 3.2 б, в), поступало от пяти независимых источников постоянного напряжения с общей землей [35]. Полярность приложенного к граням напряжения определяла знак инжектированных зарядов, которые перемещались в объеме жидкого гелия от источника зарядов к приемному коллектору.

Регулировкой распределения напряжений на нижней U_{bot} и верхней U_{top} гранях ячейки, т.е. величиной и направлением перпендикулярной составляющей

приложенного электрического поля $E_{\perp} = \Delta U_{\perp} / L = |U_{\text{bot}} - U_{\text{top}}| / L$, где $L = 3\text{ см}$ – глубина слоя жидкости в ячейке, можно было “прижимать” движущиеся от источника к коллектору инжектированные заряды к свободной поверхности жидкости (или ко дну ячейки), чтобы усилить (или свести к минимуму) влияние взаимодействия зарядов с вихревыми течениями, порождаемыми волнами на поверхности слоя, на распределение токов по различным секциям приемного коллектора. Выходные сигналы с усилителей тока $I_i(t)$ ($i = -2, -1, 0, +1, +2$) оцифровывались аналого–цифровым преобразователем (АЦП) и записывались в память компьютера (рис. 3.3). Для выделения постоянной составляющей тока $I_i(t)$ на фоне наводок от переменных полей, возникающих при включении колебаний плунжеров, регистрируемые зависимости $I_i(t)$ подвергались Фурье–фильтрации на низких частотах.

3.2 Результаты и их обсуждение

3.2.1 Взаимодействие инжектированных зарядов с вихревым потоком в нормальном и сверхтекучем гелии вблизи T_{λ}

Первые эксперименты по изучению взаимодействия зарядов с вихрями в жидком гелии выполнялись при температурах вблизи T_{λ} , при $T=1.8\text{ К}$ и $T=2.3\text{ К}$. На рис. 3.4 показаны зависимости от времени постоянных токов на сегментах коллектора $I_i(t)$ до включения возбуждения волн на поверхности жидкого сверхтекучего гелия, во время работы плунжеров и после выключения накачки. Значения токов на сегментах $+1$ и -1 в первые 60 секунд до включения плунжеров отличаются примерно в 2 раза, что свидетельствует о несимметричности распределения тока относительно линии источник зарядов – центральный сегмент в горизонтальной плоскости. Вероятно, это связано с искажением электрического поля плунжерами, которые имеют потенциал равный потенциалу грани. Полное время возбуждения волн составило 280 секунд. После включения накачки на 60 секунде измерений происходит возрастание тока на сегменте -1 $I_{-1}(t)$ примерно на $90 \pm 10\text{ фА}$ и уменьшение тока на $90 \pm 10\text{ фА}$ до нуля на сегменте $+1$ $I_{+1}(t)$. Как видно ток на сегментах «0», $+2$ и -2 не реагирует на включение и выключение накачки.

Причем ток на сегментах +2 и -2 близок к нулю. Полный ток отрицательных зарядов, приходящих на составной коллектор, равный $650 \pm 50 \text{ fA}$, не зависит от генерации завихренности поверхностными волнами. Обратим внимание, что характерное время установления тока на сегментах +1 и -1 после включения и выключения накачки составляет приблизительно 50 секунд.

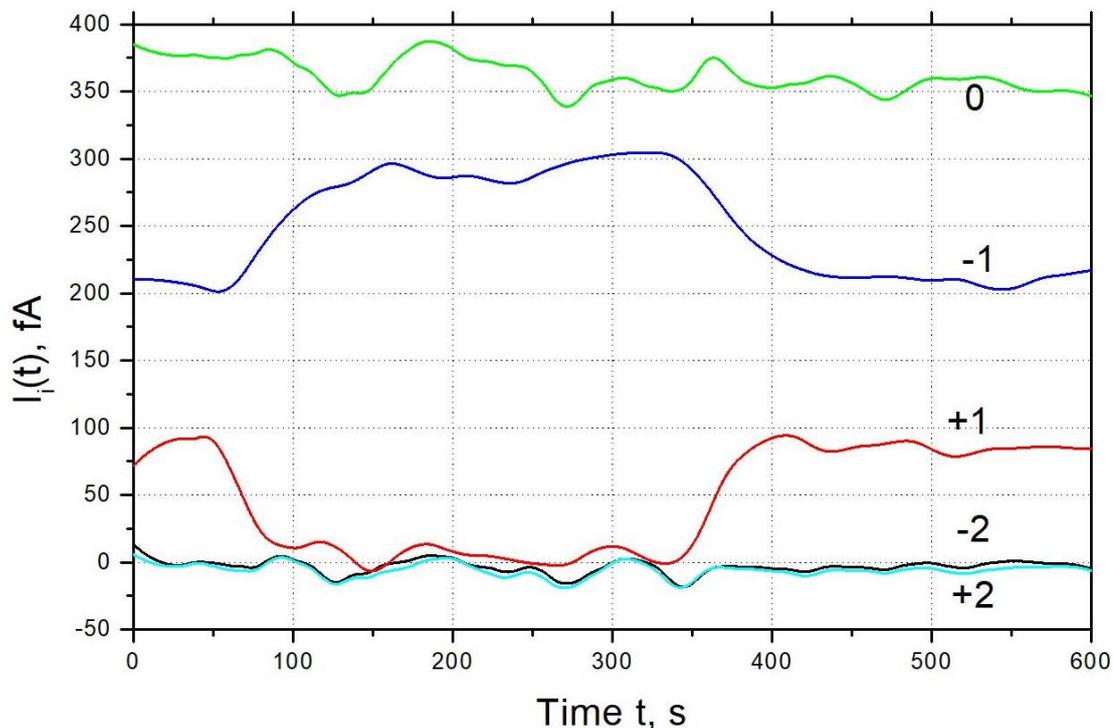


Рис. 3.4 – Зависимость тока от времени на принимающих коллекторах в сверхтекучем гелии при $T=1.8 \text{ K}$.

На рис. 3.5 представлены экспериментальные зависимости $I_i(t)$, полученные при температуре $T=2.3 \text{ K}$ в нормальном гелии. Ток на сегментах +1, 0, -1 до включения накачки находился на уровне $110 \pm 10 \text{ fA}$, $250 \pm 50 \text{ fA}$, $90 \pm 10 \text{ fA}$. После включения накачки на 60-й секунде ток на сегменте -1 увеличился на $115 \pm 20 \text{ fA}$, на сегменте уменьшился на $60 \pm 20 \text{ fA}$. Отметим, что в отличие от сверхтекучего гелия, в нормальном гелии генерация вихревого движения поверхностными волнами влияет также на ток сегмента -2, он вырос приблизительно на $40 \pm 10 \text{ fA}$. Суммарный ток всех сегментов коллектора после включения накачки вырос с $450 \pm 20 \text{ fA}$ до $550 \pm 50 \text{ fA}$, а после выключения вернулся к исходному значению.

Следует отметить, что как в сверхтекучем, так и в нормальном гелии амплитуды вариаций на зависимостях $I_i(t)$ во время возбуждения поверхностных волн существенно превосходят аналогичные отклонения после выключения работы приводов плунжеров.

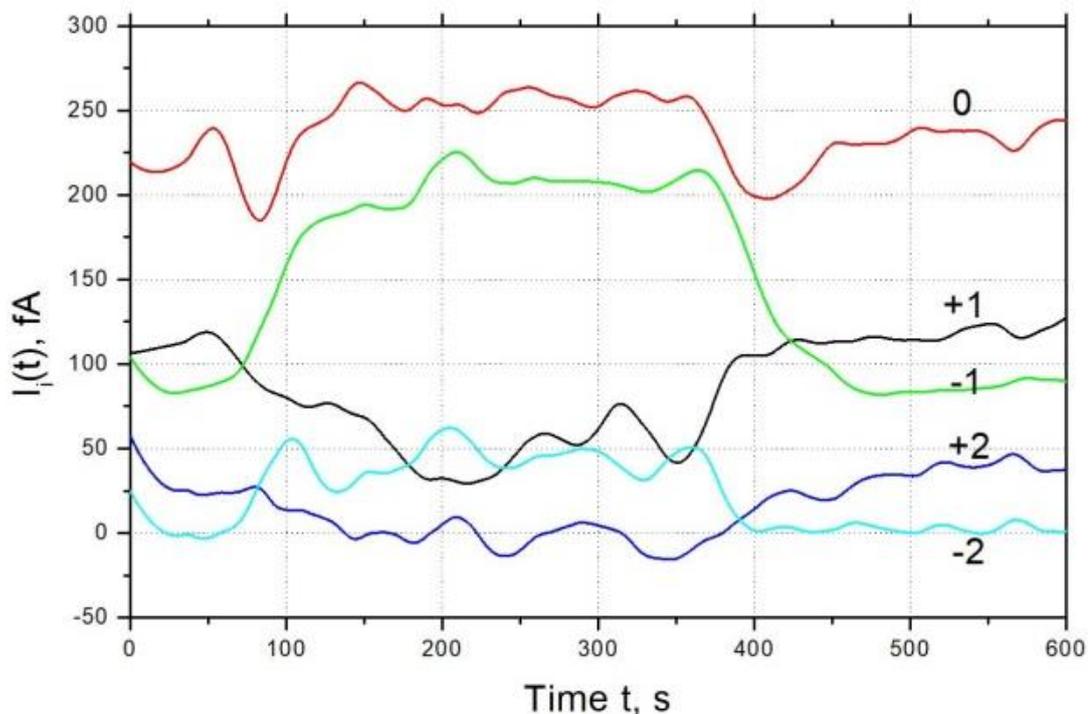


Рис. 3.5 – Зависимость тока от времени на сегментах коллектора в нормальном гелии при температуре $T=2.3\text{K}$.

Оценим расстояние от квазидвумерного слоя отрицательных зарядов до поверхности жидкого гелия Z . В положении равновесия сила, действующая на заряд со стороны сил изображения, уравнивается силой, действующей со стороны внешнего приложенного электрического поля E .

$$eE = e^2/16 z_0^2 \pi \epsilon_0 (\epsilon_l - \epsilon_g)/\epsilon_l (\epsilon_l + \epsilon_g) \quad (8)$$

где ϵ_0 , ϵ_l , ϵ_g диэлектрическая постоянная и коэффициенты диэлектрической проницаемости жидкого и газообразного гелия при температуре около 2К [36]. Оценка дает значение расстояния до поверхности $z_0 \approx 100$ нм. Таким образом, квазидвумерный слой находится в вязком подслое и потому полностью увлекается генерируемой завихренностью. В данных экспериментах заряды, локализованные в двумерном слое под поверхностью, не полностью компенсируют

перпендикулярную составляющую приложенного электрического поля [11], так что плотность в слое может быть меньше оцениваемой по формуле (8).

Инжектированные заряды движутся от источника к сегментам коллектора в создаваемом электрическом поле при приложении электрического напряжения к граням экспериментальной ячейки. Рассчитанное распределение электрического поля в плоскости поверхности жидкого гелия представлено на рис. 3.6. При расчете учитывали, что плунжеры расположены на расстоянии 3 мм от граней ячейки, и находятся под потенциалом грани. Заряды движутся в воображаемом токовом конусе и могут достигать три сегмента. Обращаем внимание, что источник зарядов расположен не на горизонтальной оси симметрии электрического поля. В результате этого токи, приходящие на сегменты +1 и -1 в сверхтекучем гелии, отличаются в два раза. В экспериментах на нормальном гелии мы повысили напряжения на грани ячейки с -5 В до -10 В и добились равенства начальных токов, что хорошо видно на рис. 3.5.

Можно предположить, что ток инжектированных зарядов в сверхтекучем гелии на временах короче 60 секунд регистрируется всей поверхностью сегмента 0, $2/3$ площади сегмента -1 и $1/3$ площади сегмента +1. После включения накачки волн на поверхности центральный сегмент 0 и сегмент -1 регистрируют токи всей поверхностью, а ток на сегменте +1 отсутствует. Плотности токов на сегментах 0 и -1 различаются, как это следует из распределения электрического поля, рис. 3.6. Поэтому заключаем, что лучи, условно ограничивающие конус, переместились по поверхности составного коллектора в направлении сегмента -1 на расстояние около 2-3 мм. В нормальном гелии это перемещение можно оценить в 4 – 5 мм.

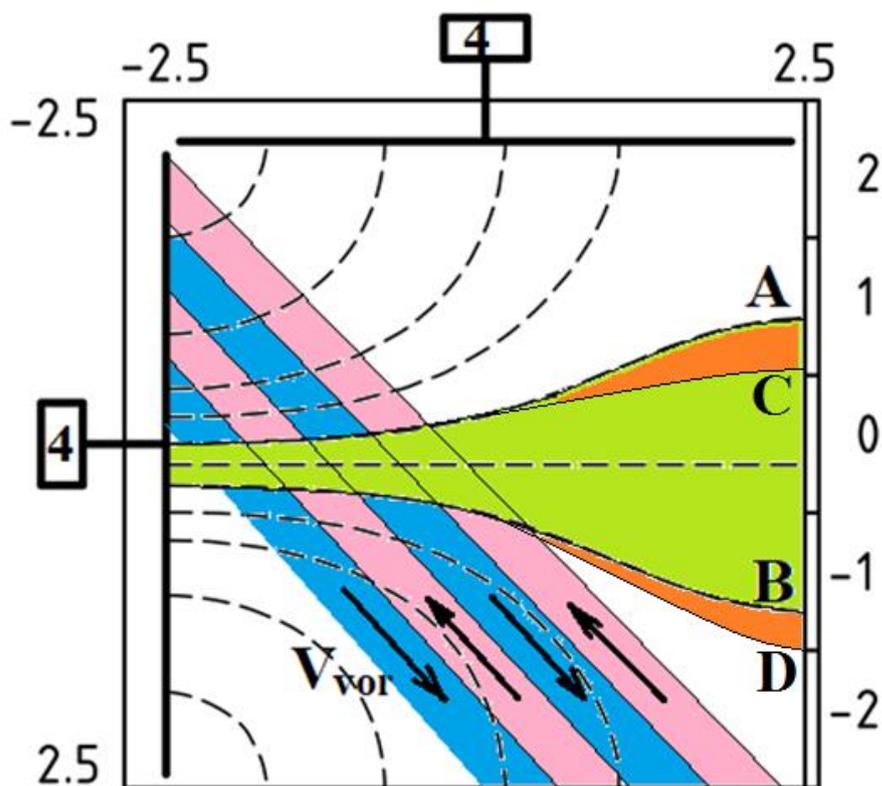


Рис. 3.6 – Распределение напряженности электрического поля на поверхности жидкого гелия, условная область движения инжестрированных зарядов (серый конус) и направления вихревого течения в четырех валах.

Поскольку при температуре 1.8 К отрицательные заряды не захватываются квантовыми нитями, можно предположить, что заряды рассеиваются только на вихревых структурах нормальной составляющей, образованных нелинейными поверхностными волнами в объеме. Напомним, что подвижность μ отрицательных зарядов составляет $1.05 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{Вс}$ при $T = 1.8 \text{ К}$ и $2.9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{Вс}$ при $T = 2.3 \text{ К}$ [10,14,36]. Величина электрического поля не постоянна вдоль оси X; следовательно, скорость движения заряда от источника к коллектору уменьшается примерно в 7 раз. Однако средняя скорость движения заряда в приложенном поле $E = 8 \cdot 10^3 \text{ В/м}$ будет $V_{\text{sup}} = 8,4 \cdot \text{см/с}$ в сверхтекучем гелии и $V_{\text{nor}} = 3 \cdot \text{см/с}$ в нормальном гелии. Средняя скорость V_{vor} вихревого потока, оцененная из соотношения $V_{\text{vor}} \approx \Omega \lambda/2$, равна 0.27 см/с . То есть скорость V_{vor} много меньше средней скорости движения заряда в жидком гелии. Время прохождения заряда через одиночный решеточный вихрь размером $\lambda/2$ составляет около $2 \cdot 10^{-2} \text{ с}$ в сверхтекучем гелии и $6 \cdot 10^{-2} \text{ с}$ в нормальном гелии. За это время заряд может

отклониться не более чем на $6 \cdot 10^{-3}$ см. Это значительно меньше наблюдаемого отклонения заряда после включения накачки. Максимальное отклонение заряда от прямолинейного движения при случайном блуждании по вихревой решетке (диффузии) могло составлять 3 мм. В этом случае должно наблюдаться уменьшение токов $I_i(t)$ на всех участках коллектора в результате уширения токового конуса. Однако наблюдаем направленное отклонение зарядов.

Для преодоления этого противоречия заметим, что в наших экспериментах число Рейнольдса вихревого движения в узлах решетки не мало по сравнению с единицей и составляет примерно $Re = 10 - 20$. Поэтому следует ожидать образования завихренных боров, вытянутых вдоль диагонали ячейки по аналогии с результатом, опубликованным в [37]. На рис. 3.6 схематично показаны только 4 полосы, чтобы дать качественное представление о механизме дрейфа заряда. Отметим также время вязкого затухания волны амплитудой $\tau = 1/2\nu k^2$ на поверхности жидкого гелия. $\tau_{sup} = 1,8$ с для сверхтекучего гелия и $\tau_{nor} = 3,9$ с для нормального гелия. Это означает, что при прохождении волны от плунжера и обратно в течение 1 с ее амплитуда уменьшится в 1,2 раза для сверхтекучего гелия и почти в 2 раза для нормального гелия. Таким образом, можно сделать вывод, что на поверхности жидкого гелия при откачке устанавливается система боров с противоположной вихревой завихренностью с периодом λ . Отрицательные заряды движутся от источника заряда к коллектору, пересекая отверстия под углом примерно 45° . При пересечении отверстий направление перемещения зарядов определяется начальным направлением векторов скорости дрейфа к скорости вихревого потока V_{vor} и не зависит от знака заряда. Полное смещение заряда при этом движении можно оценить отношением $V_{vor}/V_{ch} \cdot L$, где V_{ch} — средняя скорость движения заряда в сверхтекучем или нормальном гелии, L — расстояние до сегментов. Оценка дает величину смещения 1.5 мм в сверхтекучем гелии и 4 мм в нормальном гелии. Как видно, эти значения оказались очень близкими к смещениям конусных лучей, которые оценивались по изменению токов на приемных участках. Отметим, что основной дрейф зарядов происходит вблизи

коллектора, где скорость V_{vor} в семь раз меньше соответствующих значений вблизи источника зарядов.

3.2.2 Генерация квантовых вихрей волнами на поверхности сверхтекучего гелия

На рис. 3.7 представлены температурные зависимости токов $I_i(T)$, зарегистрированных секторами коллектора в отсутствие волновой накачки. К граням ячейки были приложены следующие напряжения: $U_{\text{sours}} = U_{s2} = -100$ В, $U_{\text{top}} = -50$ В, $U_{\text{bot}} = -100$ В, $U_{s1} = 0$ В. Видно, что ток, в основном, приходит на центральный 0 и на -1 сегменты коллектора. Плавное понижение значений токов $I_i(T)$ с ростом температуры связано с изменением вязкости He-II. Низкочастотные шумы на кривых $I_i(T)$ обусловлены, в основном, неконтролируемой вибрацией заряженной поверхности жидкого гелия в экспериментальной ячейке.

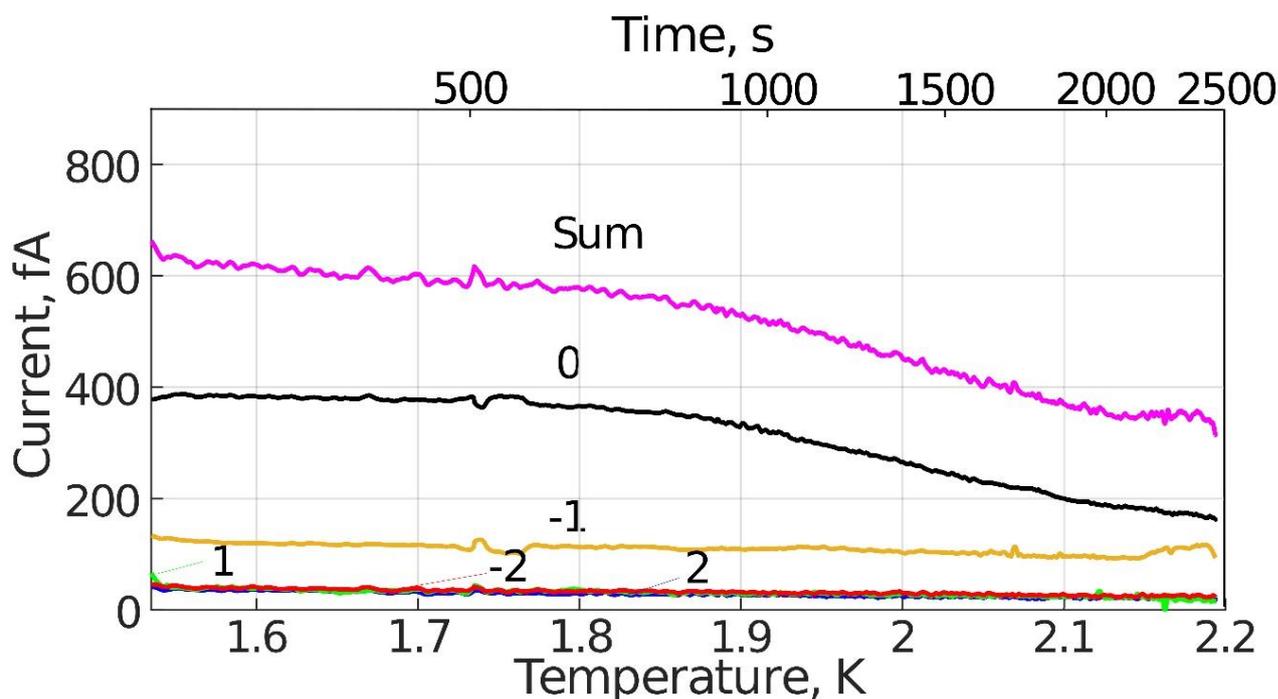


Рис. 3.7 – Температурные зависимости токов отрицательных зарядов $I_i(T)$, приходящих на сегменты коллектора, при плавном повышении температуры He-II в интервале $T=1.5 - 2.17$ К в отсутствие накачки.

Ниже, на рис. 3.8 показано, как изменяется распределение токов по секторам принимающего коллектора в He-II при постоянной температуре $T=1.5$ К при включении волновой накачки на частоте $f_g = 49.88$ Гц на 140-й секунде и

последующем выключении накачки на 290-й секунде. Распределение постоянных напряжений на гранях ячейки то же, что и на Рис. 3.7. Моменты включения и выключения переменного напряжения на приводах плунжеров указаны пунктирными вертикальными прямыми. При частоте накачки $f_g = 49.88$ Гц длина возбуждаемой на поверхности стоячей капиллярной волны на поверхности $\lambda = 0.2$ см (волновой вектор $k \approx 31.4$ см $^{-1}$). В соответствии с оценками, приводимыми в работе [13], при амплитуде электрического напряжения, подаваемого на приводы плунжеров $A=7000$ мВ, амплитуда капиллярных волн составляла $H \approx 0.003$ см и крутизна волны $kH \approx 0.05$.

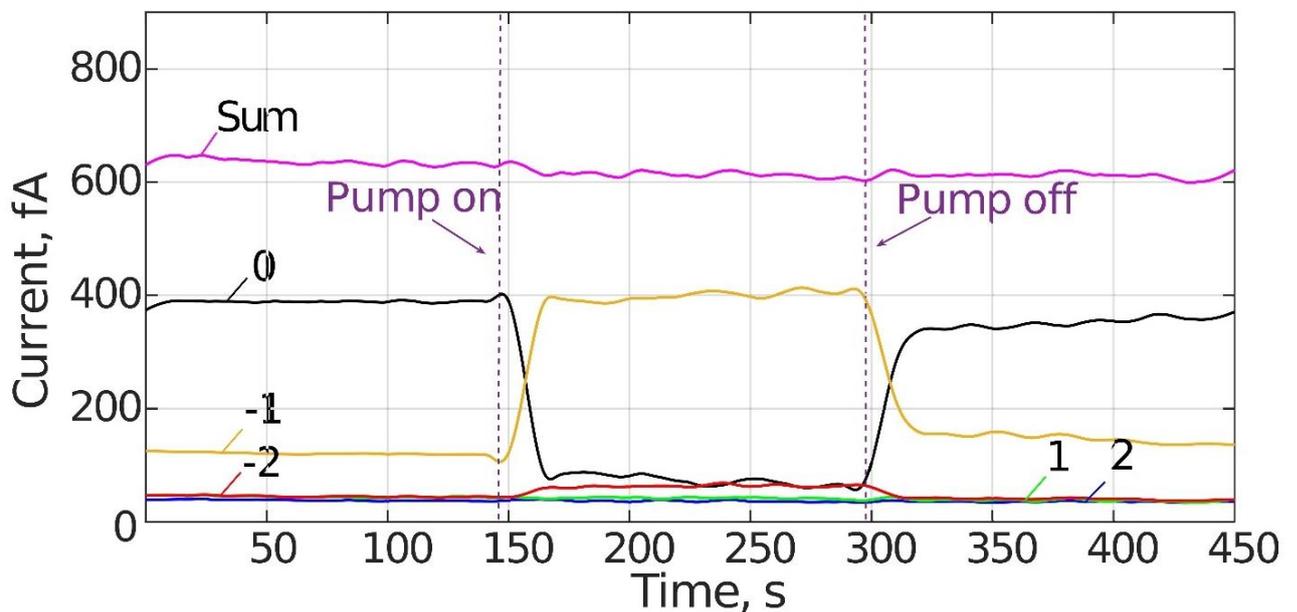


Рис. 3.8 – Влияние волновой накачки частотой $f_g = 49.88$ Гц на распределение токов по секторам принимающего коллектора в He-II при постоянной температуре $T=1.5$ К. Пунктирные прямые указывают момент включения и выключения накачки.

При включении накачки коллекторный ток перераспределился, в основном, между тремя сегментами. Ток на 0 сегменте $I_0(t)$ уменьшился с 390 до ≈ 50 fA, на сегменте -1 $I_{-1}(t)$ увеличился до ≈ 400 fA, ток на -2 сегменте $I_{-2}(t)$ также слегка увеличился. Суммарное значение коллекторного тока $I_{sum} \approx 640$ fA практически не изменилось. После выключения накачки токи, регистрируемые отдельными сегментами, практически возвращались к исходным значениям.

На рис. 3.9 показаны зависимости токов от температуры на сегментах коллектора $I_i(T)$ при включенной накачке на частоте $f_g = 49.88$ Гц, которые были зарегистрированы при плавном повышении температуры жидкости от 1.5К до 2.17 К. Время изменения температуры составляло 1850 секунд, т.е. температура повышалась со скоростью ≈ 16 мК/мин. Волновая накачка была включена в течение всего эксперимента. Отметим, что в интервале температур $T = 1.5 - 1.7$ К распределение токов по сегментам на рис. 3.9 качественно совпадает с распределением, показанным на рис. 3.8. При дальнейшем повышении температуры в узком интервале температур $T = 1.68 - 1.75$ К значения токов I_0 и I_{-1} резко изменяются: ток I_0 заметно возрастает, а I_{-1} убывает.

На вставке показаны зависимости токов отрицательных зарядов I_0 и I_{-1} от обратной температуры в полулогарифмическом масштабе в интервале температур $T=1.68 - 1.75$ К. Сплошные прямые соответствуют зависимостям $I \sim \exp(\pm\Delta/T)$, где $\Delta = 121$ К.

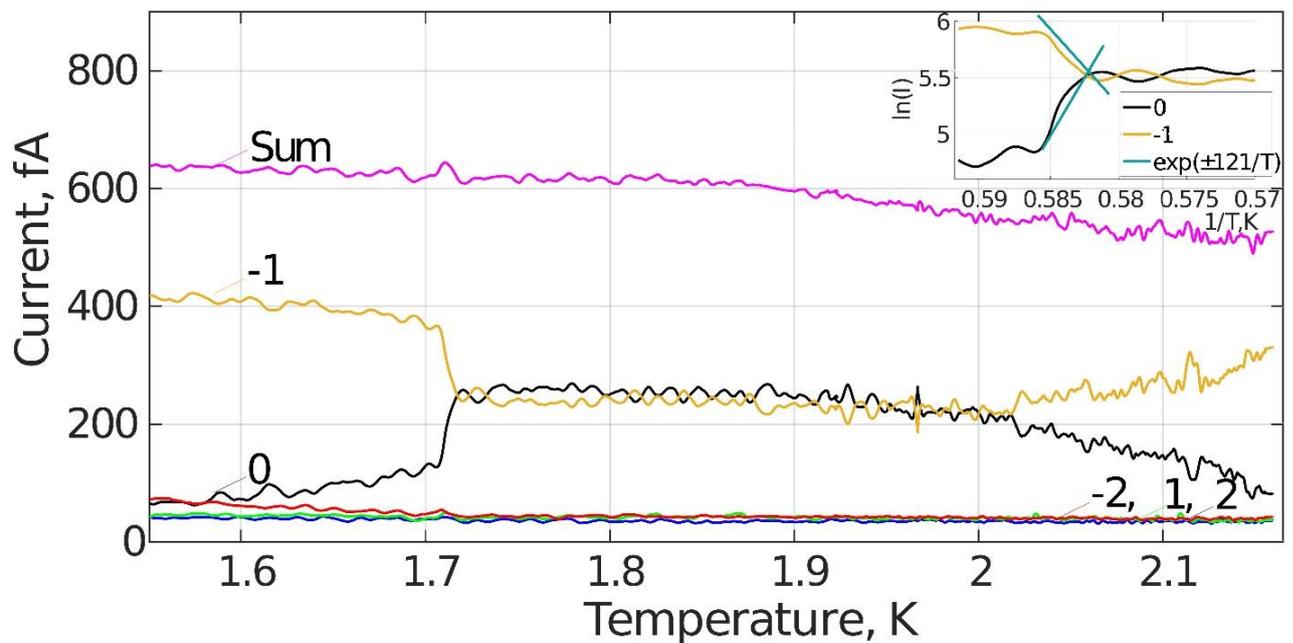


Рис. 3.9 – Температурные зависимости токов отрицательных зарядов, регистрируемых сегментами коллектора при включенной волновой накачке при плавном повышении температуры He-II от 1.5К до 2.17 К. На вставке показана зависимость токов отрицательных зарядов $I_0(T)$ и $I_{-1}(T)$ в полулогарифмическом масштабе от обратной температуры $1/T$ в интервале температур $T=1.68 - 1.75$ К. Прямые линии соответствуют зависимости $I = \exp(\pm 121/T)$.

Как видно на рис. 3.9, при температурах выше 2.0К распределение токов по отдельным сегментам при включенной накачке вновь заметно изменяется по сравнению с распределением токов в отсутствии накачки на рис. 3.7. Ток на центральном коллекторе $I_0(T)$ падает до величины 80 fA при $T=2.17$ К, а ток на сегменте -1 $I_{-1}(T)$ возрастает до величины 330 fA. Плавное уменьшение суммарного тока $I_{sum}(T)$, токов $I_0(T)$ и $I_{-1}(T)$ с ростом температуры выше 1.9К может быть связано с возрастанием плотности нормальной компоненты и коэффициента кинетической вязкости жидкого гелия вблизи T_λ [13, 36].

Отметим, что токи на остальных сегментах коллектора в интервале температур 1.7 – 2.17 К при включенной накачке практически не изменялись.

В работе [38] было показано, что распределение стационарной вертикальной завихренности на поверхности и в объеме жидкости $\Omega(x, y, z)$, формируемой двумя стоячими взаимно перпендикулярными волнами на поверхности жидкости, может

быть описано суммой двух одинаковых слагаемых, отличающихся только сомножителями:

$$\Omega(z) = \left(2e^{-2kz} + \sqrt{2}e^{-\sqrt{2}kz}\right)H_xH_y\omega k^2 \cdot \sin(\varphi)\sin(kx)\sin(ky) \quad (9)$$

Первое слагаемое описывает вклад завихренности, которая связана с увлечением Стокса, а второе слагаемое обусловлено нелинейным взаимодействием волн – завихренность Эйлера.

Завихренность, генерируемая за счет увлечения Стокса, формируется на поверхности и в объеме жидкого гелия за время установления стоячей волны. В нашем эксперименте это время равно удвоенному времени пробега волны от стенки до стенки ячейки, ≈ 1 секунде [39].

Генерация вихревых движений в объеме сверхтекучей жидкости за счет нелинейного взаимодействия между волнами происходит в приповерхностном вязком подслое, который служит источником завихренности. При волновой накачке на частоте $f_g = 49.88$ Гц глубина вязкого подслоя на поверхности He-II при $T=1.5$ К составляет около $\delta = \sqrt{\nu/\omega} \approx 5 \cdot 10^{-4}$ см [40]. Эта глубина много меньше длины капиллярной волны $\lambda = 0.2$ см и амплитуды возбуждаемых волн $H \approx 0.003$ см. Завихренность проникает в объем вязкой жидкости с характерным вязким временем $\tau_{vis} = (2\nu k^2)^{-1} \approx 5.5$ сек. После включения или выключения накачки волн на временах $t \gg \tau_{vis}$ завихренность изменяется по экспоненциальному закону, $\Omega_E \sim \exp(-t/\tau_{vis})$ [41].

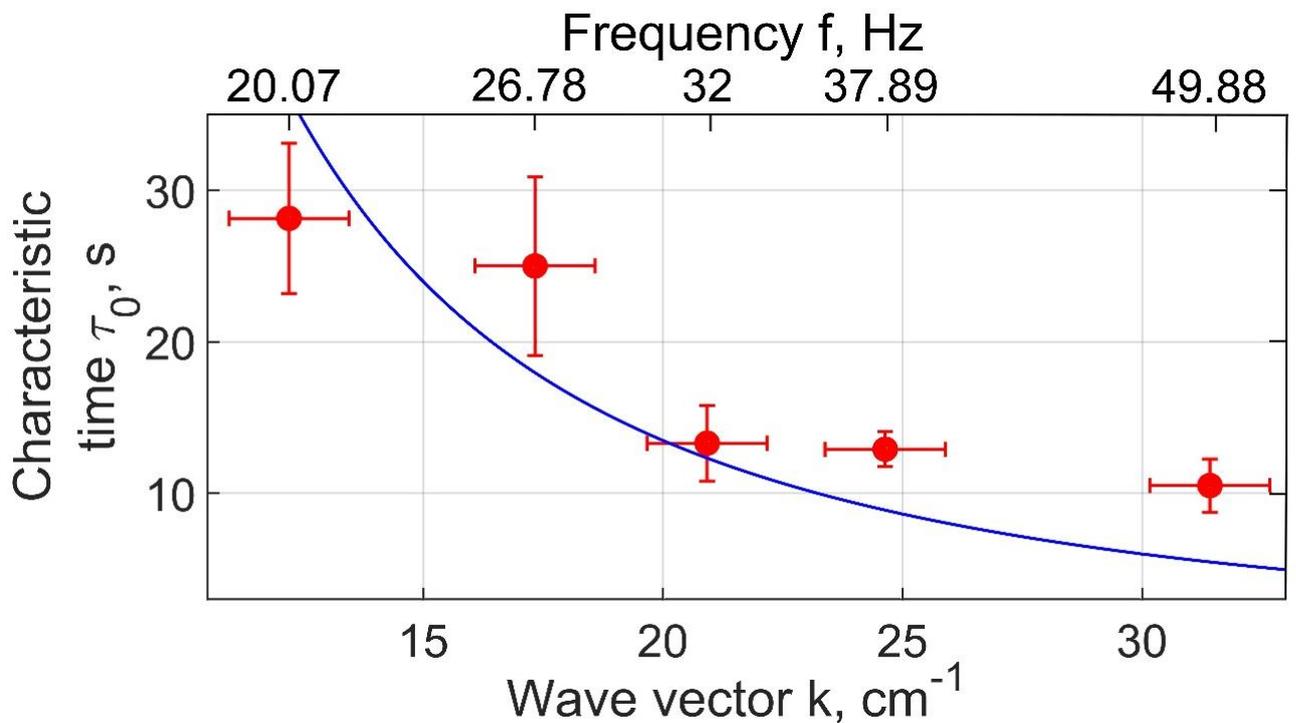


Рис. 3.10 – Зависимость характерного времени изменения тока τ_0 от частоты накачки при $T=1.5\text{K}$. Точки – эксперимент, сплошная кривая соответствует зависимости $\tau_{vis} = (2\nu k^2)^{-1}$.

На рис. 3.10 приведена зависимость характерного времени τ_0 от частоты накачки f_g (волнового вектора k) (рис. 1.5), полученная аппроксимацией экспоненциальной функции $\exp(-t/\tau_0)$ к экспериментальным зависимостям $I_i(t)$ при включении и выключении накачки на пяти резонансных частотах $f_g=20.07, 26.78, 32, 37.89, 49.88$. Значения τ_0 , представленные красными точками на рис. 3.10, были получены усреднением по результатам четырех измерений на каждой из частот. Сплошной кривой показана расчетная зависимость вязкого времени τ_{vis} от волнового вектора $\tau_{vis} = (2\nu k^2)^{-1}$.

Видно, что характерное время τ_0 уменьшается с ростом частоты и близко по величине к вязкому времени τ_{vis} . Ошибки в расчетах τ_0 обусловлены довольно высоким уровнем токов смещения, связанных с колебаниями поверхности жидкости. Как было отмечено выше, после включения накачки на поверхности жидкого гелия возникает решетка вихрей – «шахматная доска» (9), состоящая из вихрей, имеющих попарно противоположные завихренности. При температуре $T=1.5\text{K}$ плотность нормальной компоненты составляет около 11% от полной

плотности жидкого гелия, поэтому следует ожидать, что при возбуждении вихревых течений в He-II доминирующую роль должна играть завихренность, возбуждаемая в сверхтекучей компоненте. Можно предположить, что квантовые вихри начинаются на одной точке на шахматной доске на поверхности, а заканчиваются на соседней (с противоположной завихренностью), то есть под поверхностью формируются петли квантовых вихрей. В этом случае из соображений минимума энергии длина заряженного вихря должна быть близка к $\lambda/2$, что может приводить к формированию под поверхностью выделенных направлений, вдоль в которых, в основном, располагаются петли квантовых вихрей. Под поверхностью возникает анизотропия в распределении плотности квантовых вихрей. Оценим плотность квантовых вихрей, которые формируются под поверхностью. Циркуляция скорости вихревого движения квантовой жидкости определяется соотношением

$$\Gamma = \int_S \text{rot } V dS = n \frac{h}{m}, \quad (10)$$

где интегрирование ведется по площади S , $\text{rot } V = \Omega$ – завихренность, h – постоянная Планка, m – масса атома гелия-4, n – количество вихрей на площади S . Отсюда по порядку величины плотность квантовых вихрей $N \sim \Omega / (h m)$. Завихренность вихря решетки на поверхности жидкости при накачке на частоте 49.88 Гц, оцененная по формуле (6), равна приблизительно $\Omega \approx 3 \text{ сек}^{-1}$. Тогда средняя плотность квантовых вихрей под поверхностью сверхтекучего гелия составляет по порядку величины $N \sim \Omega / \frac{h}{m} = 10^3 \text{ см}^{-2}$.

Перпендикулярная составляющая электрического поля E прижимает движущиеся в жидком гелии отрицательные заряды к свободной поверхности жидкости. Направленная вверх вертикальная составляющая силы eE на расстоянии z_0 под поверхностью сравнивается с отталкивающей силой изображения зарядов [11],

В результате в жидком He-II в вертикальном электрическом поле напряженностью $E \approx 10 \text{ В/см}$ на расстоянии $z_0 \approx 100 \text{ нм}$ от поверхности возникает квазидвумерный заряженный слой отрицательных зарядов плотностью

$\sigma \approx 10^7$ зарядов/см² (диэлектрическая проницаемость жидкого ⁴He и насыщенного пара равна $\varepsilon_i = 1.057$ и $\varepsilon_g = 1.00$, соответственно). При этой оценке, естественно, не учитывается возможность квантового туннелирования электронов из вакуумных пузырьков в пар, т.е. полагается, что образующийся под поверхностью квазидвумерный заряженный слой плотностью $\sigma \sim 10^7$ зарядов/см² экранирует вертикальную составляющую приложенного электрического поля, и среднее расстояние между электронными пузырьками в слое составляет ≈ 3 мкм. Отметим, что квазидвумерный заряженный слой располагается в вязком подслое, где возбуждается завихренность. [11]

Далее, в соответствии с результатами работ [17-19] предполагаем, что движущиеся заряды могут захватываться квантовыми вихрями, так как температура He-II в рабочей ячейке ниже 1.7 К. Один квантовый вихрь длиной $\lambda/2 = 0.1$ см, расположенный на расстоянии z_0 от поверхности, может захватить до 300 электронных пузырьков. Если средняя плотность порожденных волновой накачкой квантовых вихрей $N \approx 10^3$ см⁻², то плотность захваченных вихрями зарядов в среднем может достигать $\sigma_{tr} \approx 3 \cdot 10^5$ см⁻², т.е. почти в 30 раз меньше плотности свободных незахваченных зарядов $\sigma \sim 10^7$ см⁻² в квазидвумерном слое. В результате, движущиеся от источника зарядов к коллектору электронные пузырьки при охлаждении He-II ниже 1.7 К могут рассеиваться на заряженных квантовых вихрях. Иначе говоря, при включении волновой накачки на поверхности жидкого ⁴He наряду с возбуждением обычных классических вихрей в объеме нормальной компоненты сверхтекучего He-II, как это было показано ранее в экспериментах [13], в сверхтекучей компоненте He-II образуются также квантовые вихри, которые могут захватывать отрицательно заряженные электронные пузырьки при температурах ниже 1.7 К.

На вставке рис. 3.9 показаны зависимости токов I_0 и I_{-1} в полулогарифмическом масштабе от обратной температуры $1/T$ в интервале температур $T=1.68-1.75$ К. Время прохождения этого температурного интервала составило более 200 секунд. Так как скорость повышения температуры невелика, а время захвата заряда в ловушке при $T \approx 1.68$ К составляет ~ 10 секунд при

сопоставимой плотности квантовых вихрей [19], то можно предположить, что распределение зарядов в ловушках находится в квазиравновесном состоянии. Плотность захваченных зарядов σ_{tr} пропорциональна времени жизни зарядов в ловушке на квантовом вихре τ_{tr} и может быть описана экспоненциальной функцией вида $\sigma_{tr} \sim \exp(-\Delta/T)$. Резкое изменение токов $I_i(T)$ при температурах вблизи 1.7 К связано с процессами выхода отрицательных зарядов из ловушек на квантовых вихрях. Можно предположить, что отклонения токов I_0 и I_{-1} от исходных значений ΔI_i при изменении температуры вблизи 1.7 К пропорциональны концентрации зарядов на квантовых вихрях σ_{tr} , т.е. $\Delta I_i \sim \exp(-\Delta/T)$. На вставке прямыми линиями показаны экспоненциальные зависимости с $\Delta = 121$ К. Эта оценка глубины ловушки довольно близка к оценке глубины потенциальной ямы $\Delta = 132$ К, полученной в экспериментах [17], где измеряли среднее время захвата отрицательных зарядов в ловушки на квантовых вихрях в He-II при температурах вблизи 1.7 К. Близость двух оценок энергий активаций и совпадение температурных интервалов подтверждает наше предположение. Поскольку при температурах выше $T=1.7$ К вероятность захвата заряда ловушкой мала [16-19] квантовые вихри в He-II оказываются электрически нейтральными. Поэтому при нагреве выше 1.7 К основную роль в рассеянии отрицательных зарядов на вихревых течениях в He-II играет механизм, рассмотренный нами ранее в работе [13] - увлечение подвижных зарядов вихревыми течениями в нормальной компоненте.

3.3 Выводы

Получены результаты по изучению взаимодействию инжектированных отрицательных зарядов с вихревым движением. Установлено, что инжектированные в жидкий гелий отрицательные заряды взаимодействуют с вихревыми течениями, формируемыми волнами на поверхности раздела пар-жидкость, которые генерировались двумя перпендикулярно ориентированными относительно друг друга волнопродукторами. Рассеяние зарядов происходит на валах завихренности, расположенных по диагонали квадратной ячейки.

Впервые экспериментально установлено, что взаимодействие двух взаимно ортогональных стоячих волн на поверхности сверхтекучего He-II приводит к формированию вблизи поверхности не только классических вихрей в объеме нормальной компоненты в He-II, но и квантовых вихрей, которые при температуре ниже 1.7 К могут захватывать прижимаемые к поверхности жидкости внешним электрическим полем инжектированные отрицательные заряды (электронные пузырьки радиусом около 20 ангстрем) и двигаться вместе с ними. Рассеяние свободных зарядов на заряженных вихрях приводит к изменению направления их движения под поверхностью жидкости в постоянном электрическом поле. При температурах ниже 1.7 К.

4. Энтропийная характеристика coil-stretch transition в случайных потоках

4.1 Эластическая турбулентность неньютоновских жидкостей

Эластическая турбулентность представляет собой пространственно-гладкий, случайный во времени хаотический поток, статистические, средние и спектральные свойства которого охарактеризованы экспериментально [42-44], теоретически [45,46] и численно [47-50]. Отличительной чертой эластической турбулентности является крутой степенной спад спектра мощности скорости с показателем степени $|\alpha| > 3$. Это указывает на то, что только несколько режимов имеют отношение к динамике потока [42,43].

Небольшое добавление гибких полимерных молекул с длинной цепью сильно влияет как на ламинарные, так и на турбулентные потоки ньютоновских растворителей из-за растяжения полимера, которое создает упругое напряжение, делая раствор полимера эластичным и обеспечивая память потока жидкости. В результате многие свойства течения полимерного раствора (особенно разбавленного) можно понять из динамики отдельного полимера, который испытывает растяжение потоком и релаксацию. В ламинарных течениях могут существовать упругая неустойчивость (переходная область) [51-53] и эластическая турбулентность, они наблюдаются при числе Рейнольдса $Re < 1$ и числе Вайссенберга $Wi \gg 1$, однако далее при числах $Re \gg 1$ и $Wi \gg 1$ [54] происходит снижение турбулентного сопротивления в турбулентных течениях. Здесь управляющие параметры $Re = \rho UL/\eta$ и $Wi = \lambda U/L$ определяются через среднюю скорость жидкости U , размер сосуда L , плотность жидкости ρ , динамическую вязкость η и максимальное время релаксации полимера λ . Однако критическое различие между этими двумя управляющими параметрами заключается в том, что Re определяется скоростью потока, тогда как Wi определяется градиентом скорости потока или скоростью сдвига. В работе [55] представлена преимущественно экспериментальная точка зрения на эластическую

турбулентность, хаотическое безынерционное течение, движимое исключительно нелинейным упругим напряжением, создаваемым полимерами, растянутыми потоком выше упругой неустойчивости (переходной областью). Рассматриваются как макро-, так и микроскопические подходы к исследованию эластической турбулентности, а также роль инерционных эффектов в изменении свойств эластической турбулентности.

Несмотря на то, что эластическая турбулентность была открыта относительно недавно, ее потенциальное использование появилось в различных промышленных приложениях, таких как эффективное перемешивание вязких жидкостей, особенно в микрожидкостных криволинейных каналах при $Re \ll 1$ [56,57] и, соответственно, усиление переноса тепла в микроканалах, подробно исследованное в работах [58-60]. Кроме того, наблюдалось эффективное эмульгирование капель нефти [61,62], была установлена значительная интенсификация нефтеотдачи [63-65].

Подобно гидродинамической турбулентности, свойства эластической турбулентности существенно изменяются при наличии стенок. По этой причине сначала рассматриваются свойства эластической турбулентности, относящиеся к однородному и изотропному полю скоростей, используемому в теоретических моделях. Затем свойства эластической турбулентности с наличием стенок, в которых пограничный слой изменяет структуру скоростного потока, спектральные свойства и статистику поля скоростей.

Количественное описание статистики растяжения полимерных молекул в потоках представляет собой актуальную задачу, непосредственно связанную с широким классом явлений от микрофлюидики до снижения турбулентного сопротивления. В этом отношении наиболее важным и эффективным статистическим явлением является coil-stretch transition: когда произведение градиента скорости и времени молекулярной релаксации (называемое числом Вайссенберга, Wi) превышает определенное значение, наиболее вероятны изменения формы клубка в сильно вытянутую молекулу [66].

Имеет смысл различать переходы в двух типах потока: стационарном и случайном. В чисто стационарном течении выше критической скорости удлинения ϵ полимерный клубок вытягивается до почти полностью растянутого состояния. Баланс между растягивающей силой и энтропийной восстанавливающей силой дает порог перехода $Wi_c^{\text{elong}} = \epsilon \lambda = 1/2$, где λ — максимальное время релаксации полимера [46]. Затем ожидается, что растяжение незначительно при $Wi^{\text{elong}} < 1/2$, в то время как при $Wi^{\text{elong}} > 1/2$ оно резко увеличивается вплоть до максимального растяжения (определяемого конечной растяжимостью и сопротивлением, зависящим от конформации [67]).

Для не очень длинных молекул переход был идентифицирован экспериментально для λ -ДНК [68] и численно для Т4ДНК [69] по резкому увеличению стационарного среднего удлинения полимера при $Wi_c^{\text{elong}} \approx 0.4$, несколько отличающемся от теоретического значения. Примечательно также, что существует сильный разброс скорости растяжения полимера для отдельных молекул в идентичных потоках [70]. Это вызвано тепловыми флуктуациями размера и формы клубка, усиленными экспоненциальным разделением и неоднородностью скоростей распутывания различных конформаций: разные полимеры испытывают совершенно разные скорости растяжения [71]. Подобное поведение было обнаружено в линейных смешанных потоках [72,73]. Для очень длинных молекул (ДНК с длиной полимера $L = 1.3$ мм) переход в потоке удлинения не непрерывен, а является гистерезисным в диапазоне $Wi_c^{\text{elong}} \approx 0.4 - 0.5$ [67,74-76].

Помимо среднего удлинения, еще одним способом охарактеризовать переход в потоке является определение времени релаксации полимера до стационарного состояния по сравнению с Wi^{elong} , как это было предложено в работах [77,78] с использованием модели конечной растяжимости нелинейно-упругой гантели (FENE) с конформационно-зависимым сопротивлением. Переход происходит около $Wi_c^{\text{elong}} \approx 0.5$, при этом точное значение определяется отношением коэффициента трения растянутой к коэффициенту спиральной конформации, т. е. зависит от отношения длины полимера к размеру клубка. Значения получены численно с высоким разрешением и подтверждены экспериментально [79].

Динамическое замедление из-за возрастающих флуктуаций молекулярных конфигураций в начале подобно критическому замедлению при непрерывном фазовом переходе. Аналогичное, хотя и гораздо более слабое, увеличение времени релаксации встречается в быстро флуктуирующем изотропном случайном течении [80].

4.2 Методика эксперимента

Экспериментальная часть исследования эластической турбулентности включала в себя несколько этапов. На первом этапе изготавливался исходный полимерный раствор (0.3–0.4) мг/мл ДНК T4GT7 (T4) с молекулярной массой $M_w = 1.08 \times 10^8$ (165,6 т.п.о.). На втором этапе готовился растворитель с pH 8, путем смешивания 10 mM Tris-HCl, 2 mM EDTA, 10 mM NaCl, 4% β -меркаптоэтанол, глюкозооксидаза (50 мкг/мл) и каталаза (10 мкг/мл), концентрация сахарозы 50% [81–84]. Затем раствор T4ДНК с концентрацией $c = 25.16$ мкг/мл (концентрация перекрытия $c^* = 19.2$ мкг/мл) готовили путем разбавления исходного полимерного раствора с растворителем. Вязкость растворителя, полученная в ходе подготовки раствора, измерялась на реометре и равнялась $\eta_s = 14.7$ сП.

Для изучения статистики удлинения полимеров в растворе T4ДНК добавляют флуоресцентно меченные молекулы с YOYO–1 Molecular Probes при соотношении красителя к парам оснований 1:4 в концентрации 1 нг/мл. В равновесии спиральная T4ДНК имеет радиус вращения $R_G \approx 1.5$ мкм, в то время как длина ее полного контура с добавленными молекулами красителя составляет $L \approx 71.7$ мкм с примерно 1100 сохраняющимися длинами [85,86].

Флуоресцентно окрашенные T4ДНК визуализируют с помощью эпифлуоресцентного(широкополосного) микроскопа с масляно-иммерсионными объективами 40×1.3 NA (Zeiss) с глубиной фокуса 0.4 мкм. На рис. 4.1 показаны кадры из эксперимента, где молекула в свернутом состоянии при скорости 10 об./мин. (рис. 4.1 а) и вытянутая молекула под действием потока при скорости в 90 об./мин. (рис. 4.1 б).

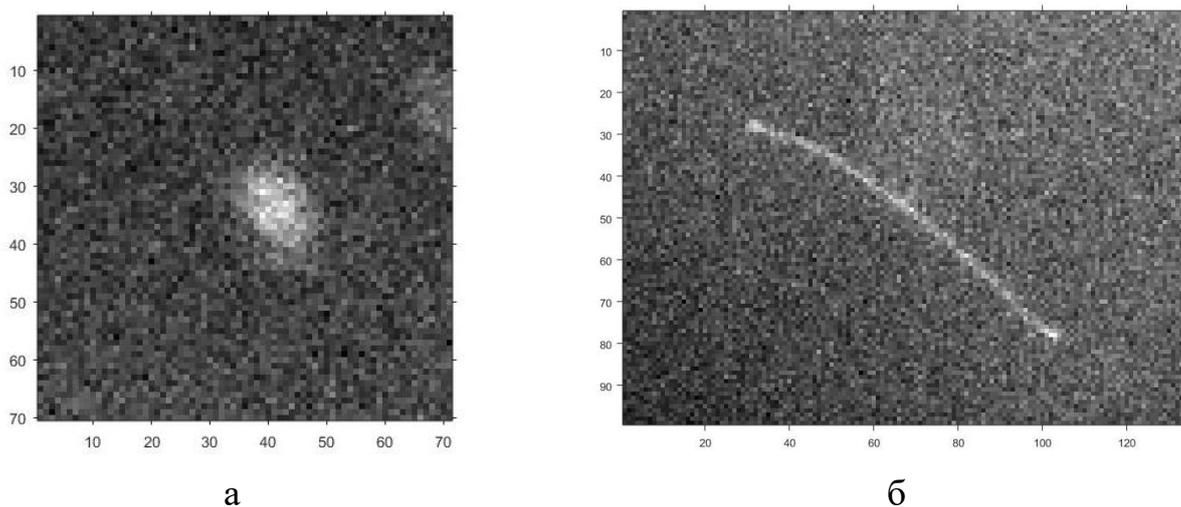


Рис. 4.1 – Произвольные кадры из эксперимента: (а) свернутая молекула при скорости 10 об./мин., (б) вытянутая молекула при скорости в 90 об./мин.

Установка показана на рис. 4.2, также использовалась в экспериментах по исследованию coil-stretch transition в λ -ДНК в случайном потоке разбавленного раствора полимера [81]. Флуоресцентный краситель возбуждается аргоновым ионным лазером с длиной волны 488 нм. Флуоресценция, исходящая от флуорофора, проходит через длинно полосный эмиссионный фильтр с длиной волны 515 нм и регистрируется камерой PhotonMax 512В EMCCD (Princeton Instruments) с пространственным разрешением до 0.5 мкм при частоте 20 или 25 кадров в секунду. Чтобы уменьшить фотоиндуцированную деградацию, молекулы стробоскопически освещаются с помощью прерывателя, синхронизированного с камерой. Измерения проводились на площади 267×267 мкм² при радиальном расположении $r = 300$ мкм и $h = 100$ мкм над покровным стеклом при скорости вращения в диапазоне $\Omega = 0 - 15.7 \text{ c}^{-1}$, что соответствует $Wi = s\lambda = 0.108$, где $s = \Omega r/d$ — скорость сдвига, d — зазор между плоским торцом вращающегося делринового стержня и покровным стеклом. Из-за малой глубины фокуса трехмерное (3D) движение молекулы можно проследить только во время ее нахождения в плоскости 2D изображения, и анализируются только те молекулы, которые полностью остались в фокусе.

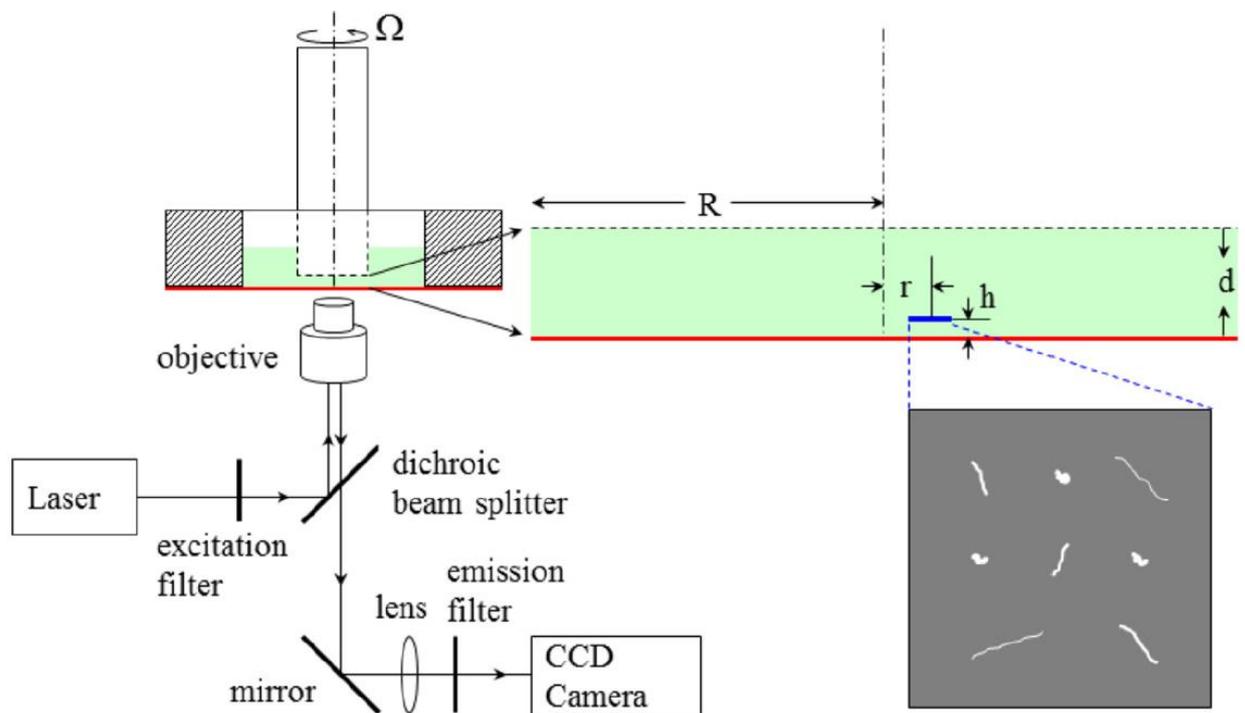


Рис. 4.2 – Экспериментальная установка. В зазоре $d = 675$ мкм между плоским торцом вращающегося делринового стержня радиусом $R = 2.25$ мм ($d/R = 0,3$) и покровным стеклом создается закрученный поток фон Кармана. Пластиковый стержень вклеен в металлический вал, который приводится в движение через ремень минимотором постоянного тока и среднеквадратичными колебаниями скорости менее 1%. Биение полированной поверхности дельрина из-за несоосности составляет менее 1 мкм на радиусе 300 мкм. Ячейка из делрина имеет внутренний радиус $R_c = 6$ мм.

Наибольшее время релаксации полимера λ измеряют по релаксации растянутых одиночных молекул Т4ДНК в растворе, подвергнутом сдвиговому потоку с достаточно высокой скоростью сдвига. На рис. 4.3 представлена зависимость длин молекул от кадров при разных скоростях потока. Можно увидеть, что изменение скорости потока дает разное растяжение молекул.

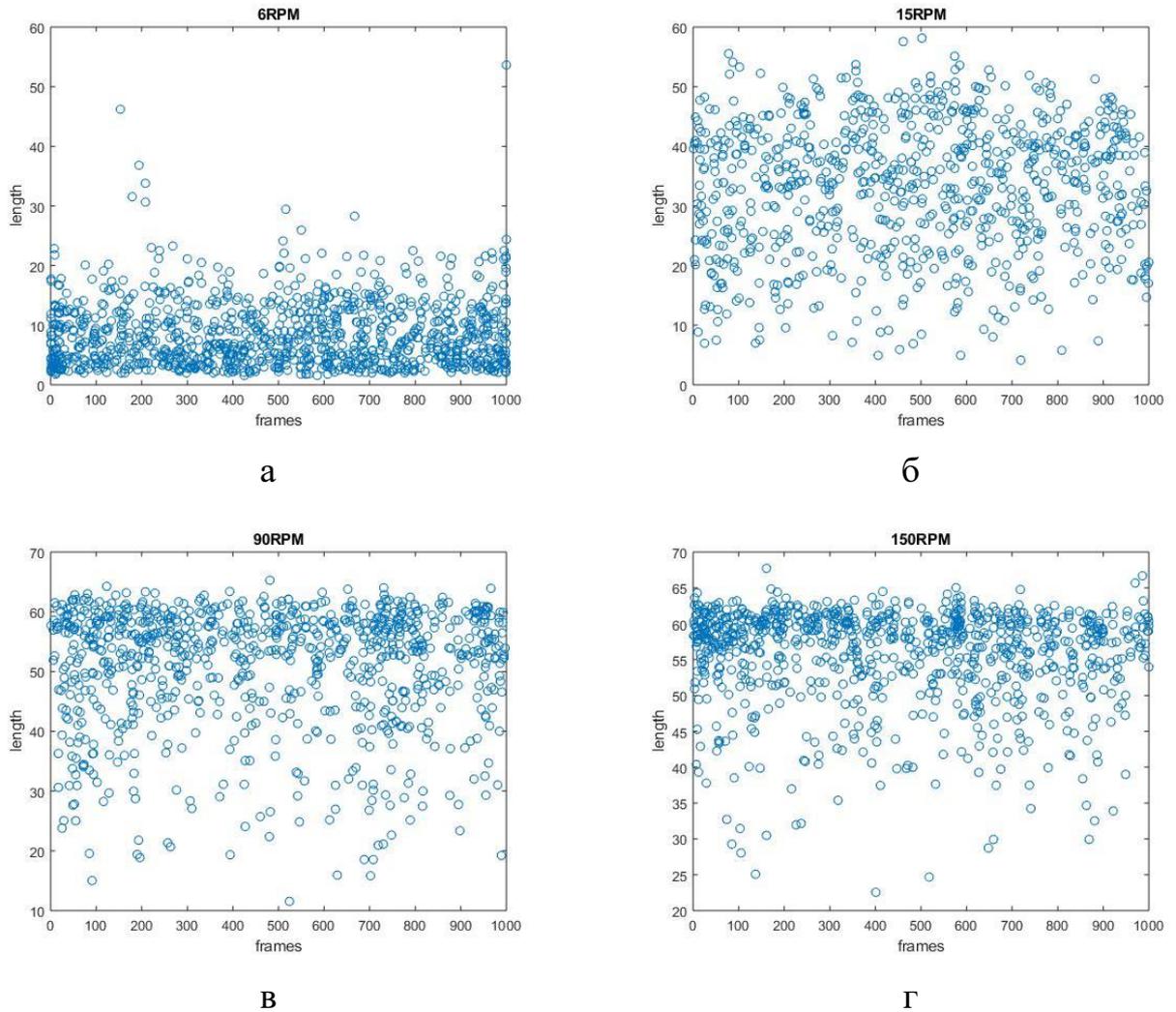


Рис. 4.3 – Зависимость длин молекул от скорости потока: (а) 6 об/мин, (б) 15 об/мин, (в) 90 об/мин, (г) 150 об/мин.

После резкой остановки потока конформация одиночной молекулы регистрируется как функция времени. Удлинение полимера измеряли для каждой конформации, а затем усредняли примерно по 20 молекулам. Результирующее затухание усредненного квадрата расширения полимера $\langle xx \rangle$ аппроксимируется экспоненциальным затуханием в области относительного расширения менее 0.3 – 0.4 на $\langle xx \rangle = A \exp(-t/\lambda) + B$, что обеспечивает наибольшее время релаксации полимера $\lambda = 15.5 \pm 0.3$ с (см. рис. 1 в [84]). Времена релаксации, полученные с помощью релаксации растяжения молекул, хорошо согласуются с временами релаксации, полученными с помощью реометра [87]. Релаксации напряжения объемного раствора показывает внутреннюю корреляцию между конформацией отдельного полимера и его макроскопической эластичностью раствора [68].

Для анализа используются данные как ниже, так и выше coil-stretch transition вплоть до самых высоких значений Wi , отслеживая отдельные молекулы, измеряя PDF расширения полимера λ . При достаточно большом количестве анализируемых молекул (около 900 на каждый Wi) статистика является репрезентативной для всех молекул в трехмерном случайном потоке. Структура и флуктуации полей скорости и градиента скорости в 3D охарактеризованы с использованием измерений скорости изображения частиц (PIV). Флуоресцентные частицы диаметром 0.5 мкм в концентрации 500 ppm добавляют в растворы полимеров в качестве затравочных частиц для проведения измерений PIV.

Теория предполагает, что coil-stretch transition в случайном потоке характеризуется преобразованием PDF молекулярного удлинения в зависимости от Wi_{loc} . Значения среднеквадратичных флуктуаций градиентов скорости $(\partial V_\theta / \partial r)^{rms}$ были получены измерениями PIV в одном и том же растворе полимера при различных Wi , что показано на рис. 4.4.

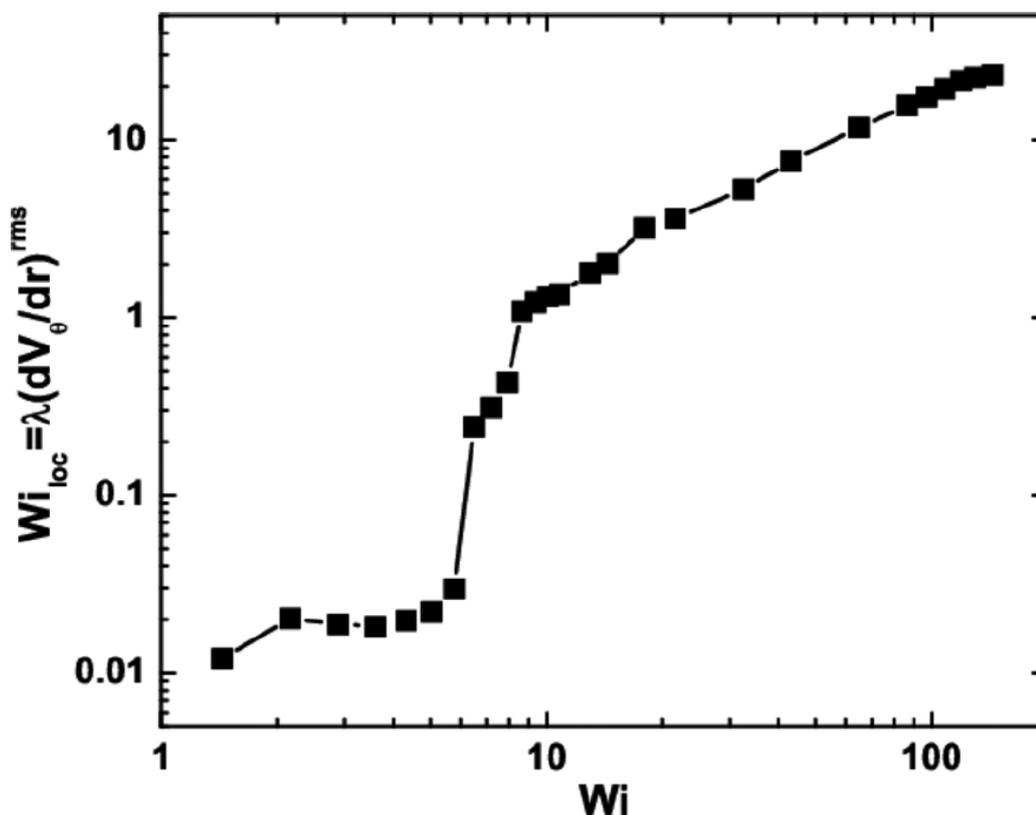


Рис. 4.4 – Зависимость локального среднеквадратичного значения Вейссенберга $Wi_{loc} = \lambda(\partial V_{\theta}/\partial r)^{rms}$ от Wi в закрученном потоке между двумя дисками.

4.3 Результаты и их обсуждение

Настоящая глава посвящена coil-stretch transition полимеров в случайном течении. Основной идеей данного исследования являлось ввести новый способ характеристики перехода, представленный на рис. 4.5, и сравнить его с ранее использовавшимся способом, представленным на рис. 4.6. Исследуемое течение — это течение эластической турбулентности [42,53,88], где флуктуации полимера, генерируемые потоком, далеки от теплового равновесия и сильно превышают тепловые шумы. Растянутые потоком полимерные цепи делают жидкость эластичной. Когда упругая энергия преодолевает диссипацию из-за релаксации полимера, для течений с криволинейными траекториями возникает упругая неустойчивость [50,51]. Дальнейшее увеличение Wi приводит к пространственно гладкому и случайному во времени течению эластической турбулентности [42,53,88], что позволяет исследовать динамику и конформацию одиночной

полимерной молекулы в случайном течении при числе Рейнольдса $Re \ll 1$ [55]. Существование coil-stretch transition в эластической турбулентности было продемонстрировано в эксперименте с одним полимером [81-84] путем измерения функции распределения вероятностей (PDF) $P(x/L)$ удлинения полимера x , нормированной на максимальную длину полимера L и сравнивая ее с теорией [89,90] и численным моделированием [91], оба основаны на линейной модели полимера Олдройда-Б.

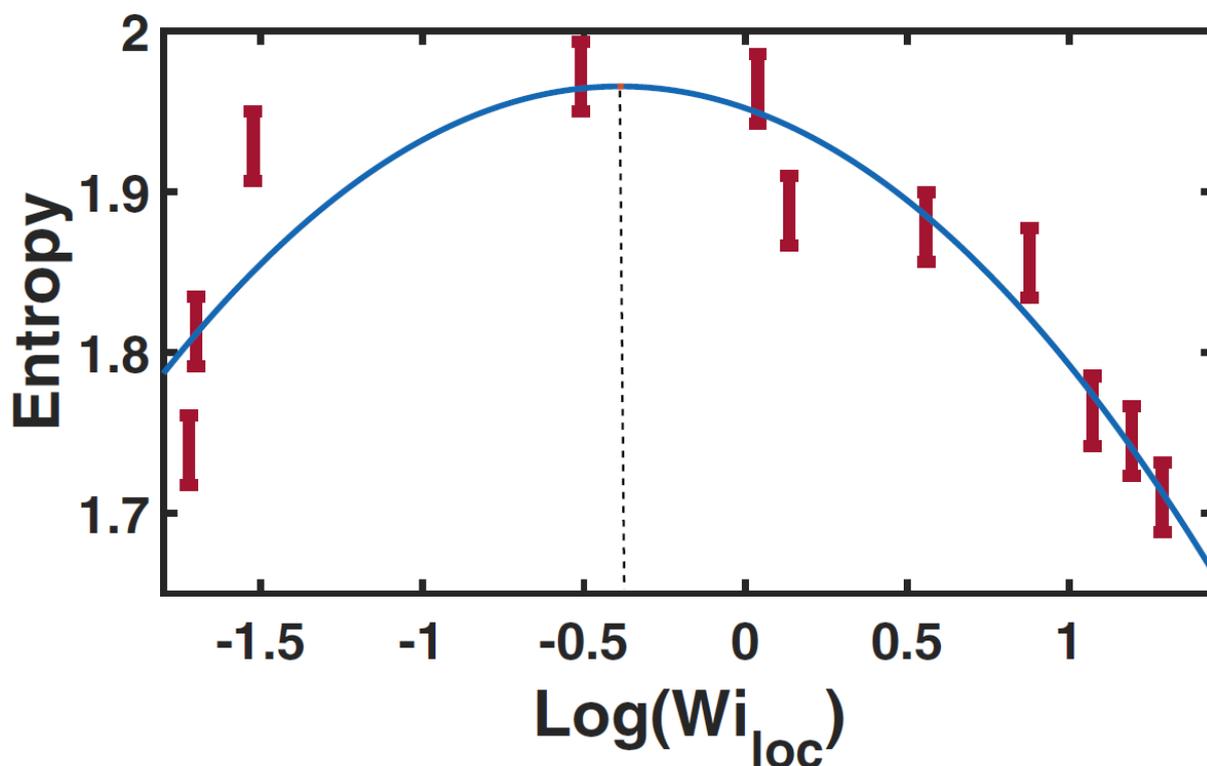


Рис. 4.5 – Зависимость энтропии полимерных расширений от локального числа Вейзенберга $Wi_{loc} = \lambda(\partial V_\theta / \partial r)^{rms}$ в эластической турбулентности. Максимум энтропии $S = 1.97 \pm 0.042$ при $\log(Wi_{loc}) = -0.39 \pm 0.48$ интерпретируется как coil-stretch transition в интервале $0.13 < Wi_{loc} < 1.23$.

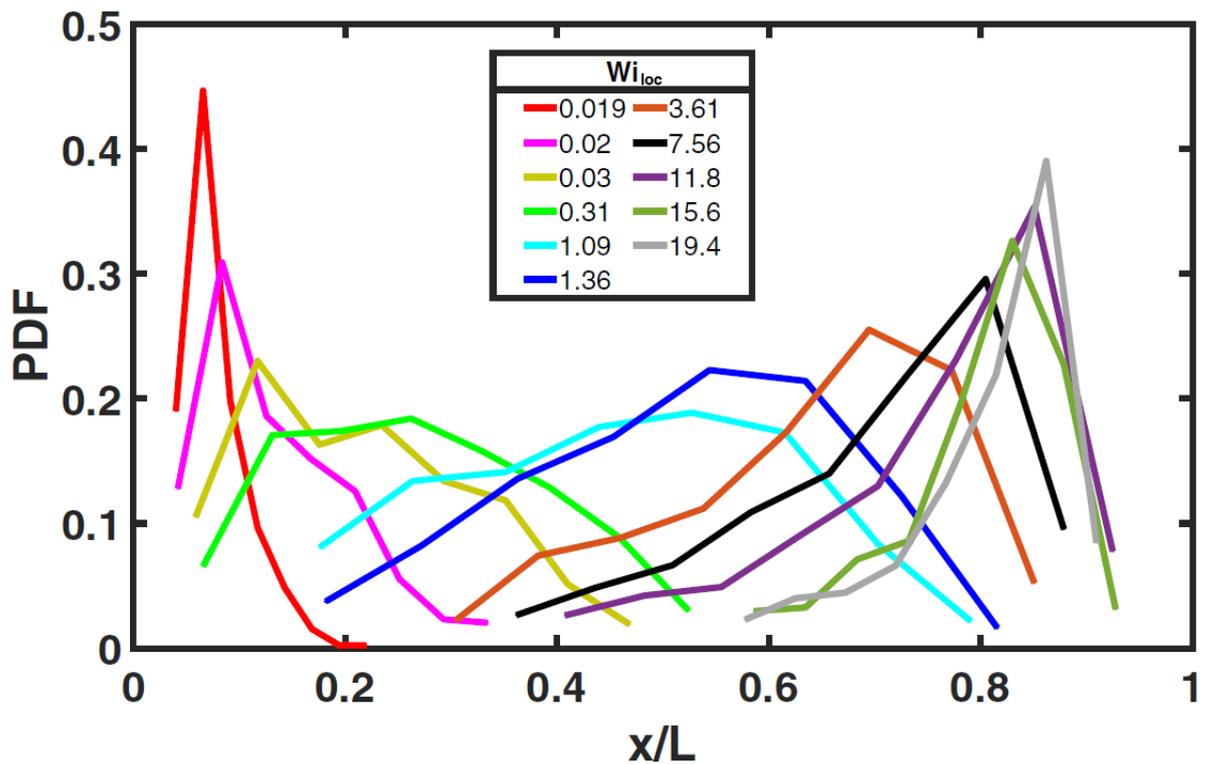


Рис. 4.6 – PDF удлинения полимера, основанные на статистике примерно 900 молекул для каждого Wi_{loc} .

Ниже перехода теория предсказывала степенной хвост PDF, $P(x/L) \propto x^{-1-\alpha}$, с линейной зависимостью α от $1/Wi_{loc}$ ниже и вблизи coil-stretch transition [89], что действительно наблюдалось в работах [81-84]. Положительное значение α соответствует тому, что большинство молекул полимеров находится в скрученном состоянии, а отрицательное значение α – тому, что большинство полимеров сильно растянуты. Условие $\alpha = 0$ является критерием coil-stretch transition. Здесь $Wi_{loc} = \lambda\gamma$, где γ либо наибольший показатель Ляпунова случайного потока, либо $\gamma \approx (\partial V\theta/\partial r)^{rms}$ в изотропном случайном потоке, где V_θ и r — азимутальная скорость и радиальная координата соответственно в закрученном потоке [89,90]. К сожалению, четко выраженный хвост можно наблюдать только за пределами переходной области [81,83,84], как это видно также из рис. 4.6, так что окрестность критической точки нельзя охарактеризовать таким образом. Действительно, флуктуации полимера должны быть сильными вблизи начала перехода, поскольку эффективная свободная энергия полимера имеет широкие минимумы (соответствующие спиральной и растянутой конформациям), разделенные низким

барьером, сравнимым с тепловой энергией $k_B T$, но значительно меньше, чем энергия полимера из-за флуктуаций скорости в эластической турбулентности [78]. Поскольку полимеры лишь немного растягиваются ниже перехода, экспериментального разрешения недостаточно для определения показателя степени хвоста PDF. Поэтому большая часть данных получена выше перехода, где теория, основанная на модели Олдройда-Б, неприменима [89,90]. К счастью, теория, основанная на модели FENE [80], выявила линейную зависимость $\alpha \propto Wi_{loc}^{-1} - Wi_{loc,c}^{-1}$ как ниже, так и выше перехода, где $Wi_{loc,c}$ — переходное значение Wi_{loc} .

На рис. 4.7 изображена зависимость α от $1/Wi_{loc}$. При очень больших значениях Wi_{loc} (где имеет место эластическая турбулентность) зависимость $\alpha(1/Wi_{loc})$ носит нелинейный характер. Он становится линейным ближе к переходу. Точка справа (ниже перехода) находится примерно на этой линии. Таким образом, определение точки перехода с помощью прямой линии является содержательной, но довольно грубой процедурой, так как нет данных в широком интервале $1 < 1/Wi_{loc} < 3$. Линейная аппроксимация данных пересекается с $\alpha = 0$ при критическом значении $Wi_{loc} = 0.58 \pm 0.20$, что близко к теоретически предсказанному и полученному в результате численного моделирования и экспериментов на λ -ДНК. [81,89-93]. Логарифм критического значения, $\log 0.58 = -0.24$, близок к значению -0.39 , показанному на рис. 4.5, хотя не следует придавать слишком большого значения конкретному значению, взятому из этого широкого максимума.

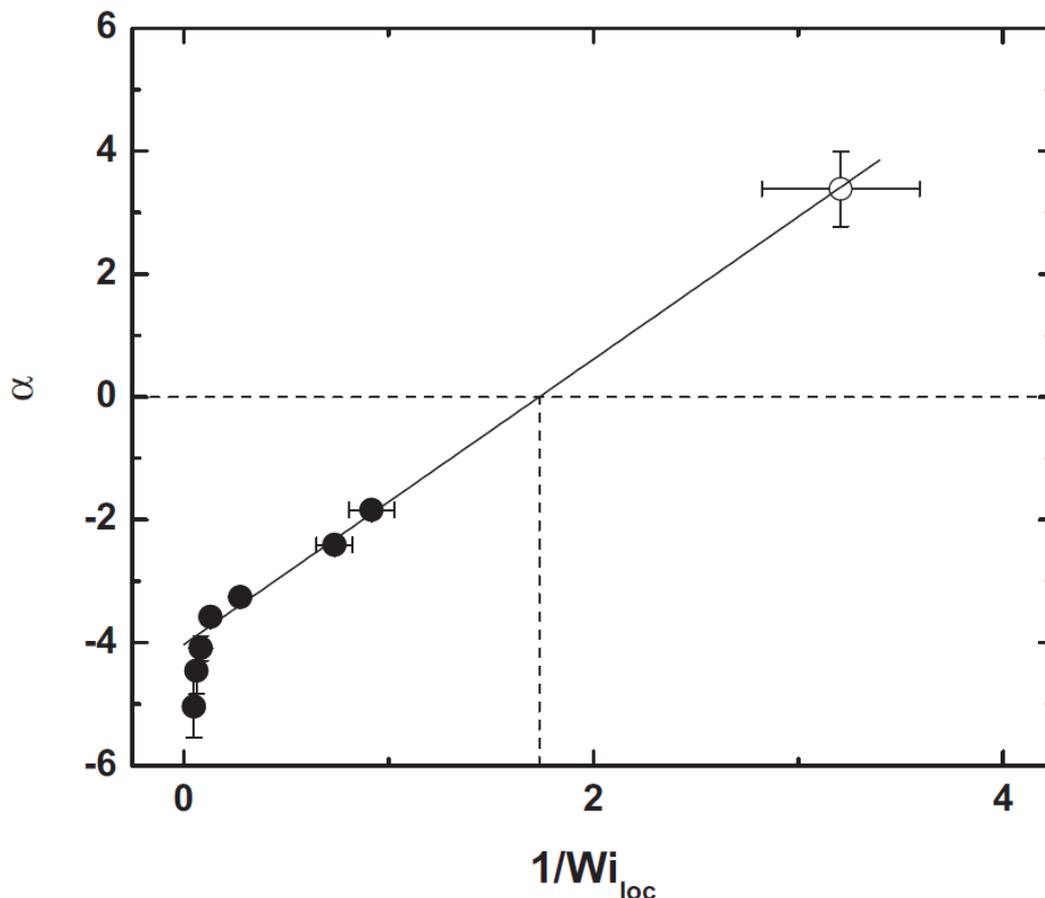


Рис. 4.7 – Определение начала coil-stretch transition Wi_c с использованием показателей α степенного хвоста PDF полимерных расширений: $Wi_{loc} = 0.58 \pm 0.20$.

На рис. 4.5 представлен новый подход, основанный на энтропии расширенной PDF, которая, как ожидается, будет иметь максимум при переходе, как это действительно видно на рис. 4.5. Хотя флуктуации часто характеризуются дисперсией, это подходящая мера только для гауссовых распределений, что определенно не относится к статистике расширений, как видно из рис. 4.6. Наоборот, энтропия является универсальной мерой неопределенности. В каждом случае разделили интервал возможных расширений на $M = 8$ интервалов и дискретизировали PDF расширений как P_i для $i = 1, \dots, 8$ с нормализацией $\sum_i P_i = 1$. Затем энтропия в битах вычислялась как $S = -\sum_i P_i \log_2 P_i$. Неопределенность в нахождении значений энтропии связана с конечным объемом выборки, так что вероятности P_i имеют статистические ошибки. Хотя эти ошибки справедливы, однако в энтропии есть систематическая ошибка, поскольку она является нелинейной функцией вероятностей. Эту ошибку можно оценить как количество

интервалов M , деленное на общее количество точек $N \approx 900$; выбор M в данных исследованиях гарантирует, что эта ошибка меньше 1%. С другой стороны, количество ячеек не может быть слишком маленьким, чтобы смогли различить разные распределения; число $M = 8$ было выбрано, чтобы обеспечить максимальную вариацию энтропии и минимальную систематическую ошибку для этого интервала W_i . Помимо систематической ошибки, в значениях энтропии имеется также гораздо большая статистическая ошибка. Чтобы определить ее и найти положение максимума, производилась аппроксимация зависимости W_i от энтропии (как и любую функцию, близкую к максимуму) параболой и вычислялась дисперсия наших данных относительно этой кривой. Это квадратичное отклонение равно 0,0145, что дает среднеквадратичную ошибку значений энтропии $\sqrt{0.0145/(11 - 3)} \approx 0.042$, где 11 — количество точек, а 3 — количество подгоночных параметров (параболы). Из-за параболической зависимости неопределенность определения положения максимума в $\log W_i$ значительно больше и равна $\sqrt{0.042/2(0.09)} \approx 0.48$, где 0.09 — кривизна параболы. Положение максимума в $S(W_i)$ с такой точностью равно $\log(W_{i_{loc}}) = -0.39 \pm 0.48$, что помещает критическую точку в интервал $0.13 < W_{i_{loc}} < 1.23$. Энтропия характеризует уровень флуктуаций расширения на переходе: для восьми интервального распределения $S \approx 1.75 \pm 0.042$ как ниже, так и выше перехода и повышается до $S = 1.97 \pm 0.042$ на переходе.

Полезно также посмотреть на изменения PDF растяжения при увеличении градиентов потока, см. рис. 4.6. До coil-stretch transition из-за слабого растяжения полимера и его ограничений разрешений эксперимента представлена только одна точка W_i правого хвостового склона PDF с максимумом на рис. 4.6. После перехода максимум не перескакивает на максимальное растяжение полимера, а постепенно перемещается туда с увеличением левого наклона. Эволюцию PDF как до, так и после перехода можно понять с точки зрения лагранжевой статистики показателей Ляпунова [89,94].

Для получения распределений вероятностей (PDF) было измерено удлинение молекул в растворе полимера $c = 25.16$ мкг/мл с 50 % сахарозы при различных W_i

ниже и выше порога упругой неустойчивости $Wi_c = 5.8$. На рис. 4.8 показана PDF относительного удлинения полимера x/L в широком диапазоне значений Wi от 2.9 до 108. При $Wi = 7.2$, молекулы Т4ДНК слабо растянуты, большинство молекул находится в скрученном состоянии, и обнаружено положительное значение $\alpha = 3.4$. При $Wi = 8.7$, близком к coil-stretch transition, PDF имеет широкое распределение, а α приближается к 0. При $Wi = 108$ молекулы Т4ДНК сильно растягиваются с отрицательным значением $\alpha = -5.0$ (см. рис. 4.6). Линейная зависимость α от $1/Wi_{loc}$ ниже критического значения Wi_{loc} и выше его при умеренном растяжении полимера $R_G/L \ll x/L \ll 1$ нарушается при $x \simeq L$. С другой стороны, теория, основанная на модели FENE показывает обратную тенденцию: линейная зависимость α от $1/Wi_{loc}$ выше $Wi_{loc,c}$ при умеренном растяжении полимера уменьшается и достигает асимптотического значения $\alpha = -2$. Это очевидное качественное несоответствие с экспериментальными данными исправлено в недавней теории за счет учета внутреннего трения как важного фактора в статистике растяжения полимера. Это приводит к количественному согласию с экспериментами.

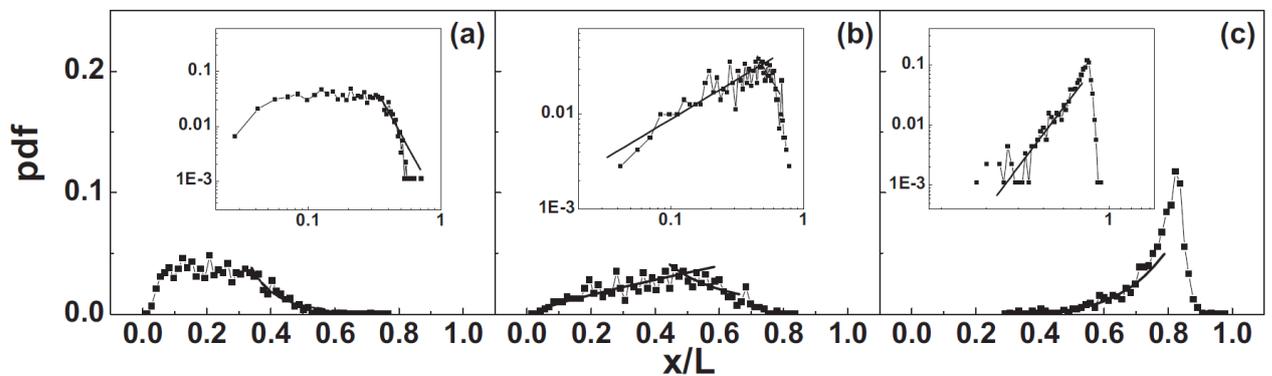


Рис. 4.8 – [(a)–(в)] PDF нормализованного растяжения Т4ДНК в линейно-линейном представлении на основных графиках и в логарифмическом представлении на соответствующих вставках при $Wi = 7.2$ (а), 8.7 (б) и 108 (в) в растворе $c = 25.16$ мкг/мл с 50% сахарозой. Толстые сплошные линии представляют собой алгебраические аппроксимации хвостов PDF $P(x/L) \sim (x/L)^{-1-\alpha}$ с $\alpha = 3.4$ при $Wi = 7.2$, $\alpha = -1.8$ (левый хвост) при $Wi = 8.7$ и $\alpha = -5.0$ при $Wi = 108$.

4.4 Выводы

Была изучена динамика и конформация одиночных, флуоресцентно окрашенных молекул Т4 ДНК в случайном потоке эластической турбулентности, создаваемой теми же немечеными молекулами. традиционный подход, основанный на теориях, использующих либо линейные модели полимеров Олдройда-Б, либо нелинейные модели полимеров FENE. Методы сходятся в идентификации перехода в пределах своих интервалов статистической неопределенности. При существующей статистике ($N = 900$ на каждой гистограмме) энтропийный метод дает более широкую неопределенность, но его преимущество состоит в том, что он является чисто эмпирическим и не зависит от теоретических предположений. Кроме того, энтропийный метод может характеризовать уровень флуктуаций при переходе, показывая в нашем случае увеличение энтропии от 1.75 до 1.97 бит, что существенно.

Заключение

В данной диссертационной работе представлены результаты экспериментов, проведенных за время обучения в аспирантуре в ИФТТ РАН, а также в Институт Вейцмана. Представлены результаты экспериментального исследования турбулентных явлений в системе капиллярных волн на поверхности жидкого водорода в цилиндрической ячейке при монохроматической радиально-симметричной накачке. Разработана оригинальная методика возбуждения волн, позволяющая возбуждать радиальные (квазиодномерная система) и радиально-азимутальные (квазидвумерная система) волны и наблюдать изменение формы волновых турбулентных спектров при изменении размерности системы. Наблюдено возникновение локального максимума в высокочастотной области инерционного интервала стационарного турбулентного спектра, на краю прямого волнового каскада.

Описаны результаты изучения взаимодействия зарядов с квантовыми вихрями. Экспериментально установлено, что инжектированные в жидкий гелий отрицательные заряды (электронные пузырьки) взаимодействуют с вихревыми течениями, порождаемыми волнами, распространяющимися перпендикулярно друг к другу по поверхности раздела пар-жидкость. Рассеяние зарядов происходит на валах завихренности, расположенных по диагонали квадратной ячейки.

Впервые экспериментально установлено, что взаимодействие двух взаимно ортогональных стоячих волн на поверхности сверхтекучего He-II приводит к формированию вблизи поверхности не только классических вихрей в объеме нормальной компоненты He-II, но и квантовых вихрей, которые могут захватывать прижимаемые к поверхности жидкости внешним электрическим полем инжектированные отрицательные заряды. Рассеяние свободных зарядов на заряженных квантовых вихрях приводит к изменению направления движения токов в объеме слоя He-II под поверхностью жидкости в постоянном электрическом поле средней напряженностью $E=20$ В/см.

Представлен новый экспериментальный метод для определения и количественной оценки coil-stretch transition и сравнили такую характеристику с традиционным подходом, основанным на теориях, использующих либо линейные модели Олдройда-Б, либо нелинейные модели полимера FENE. Методы сходятся в определении перехода в пределах своих статистических интервалов неопределенности. При существующей статистике ($N = 900$ в каждой гистограмме) энтропийный метод дает большую неопределенность, однако он имеет то преимущество, что является чисто эмпирическим и независимым от теоретических предположений. Кроме того, энтропийный метод позволяет охарактеризовать уровень флуктуаций при переходе, показав в нашем случае, что энтропия увеличивается с 1.75 до 1.97 бит, что существенно.

Список используемой литературы

1. Захаров, В.Е. О спектре слабой турбулентности в плазме без магнитного поля / В.Е. Захаров // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 1966. — № 51. — С. 688.
2. L'vov, V.S. Wave turbulence under parametric excitation (applications to magnets) / V.S. L'vov — Berlin: Springer Link, 1994 — 332 с. V. S. Tsoi, Central Eur. J. Phys. 1, 72 (2003) .
3. Dyachenko, A.I. Five-wave interaction on the surface of deep fluid / A.I. Dyachenko, Y.V. Lvov, V.E. Zakharov // Physica D. — 1995. — № 87(1-4). — С. 233-261.
4. Bisnovatyi-Kogan, G.S. Shock-wave propagation in the nonuniform interstellar medium / G.S. Bisnovatyi-Kogan, S.A. Silich // Reviews of modern physics. — 1995. — № 67. — С. 667.
5. Захаров, В.Е. Турбулентность спиновых волн за порогом их параметрического возбуждения / В.Е. Захаров, В.С. Львов, С.С. Старобинец // Успехи Физических Наук. — 1974. — № 114 (4). — С. 609-654.
6. Zakharov, V.E. Kolmogorov spectra of turbulence I / V.E. Zakharov, V.S. L'vov, G. Falkovich, — Berlin: Springer Link, 1992 — 265 с.
7. Vinen, W.F. The detection of single quanta of circulation in liquid helium II / Vinen W.F. — London: Proceedings of the Royal Society, 1961 — 218 с.
8. Vinen, W.F. Quantum turbulence / W.F. Vinen, R. J. Donnelly // Physics Today. — 2007. — № 60 (4). — С. 43.
9. Walmsley, P.M. Experiments on the dynamics of vortices in superfluid ^4He with no normal component / P.M. Walmsley, A.A. Levchenko, A.I. Golov // Journal of Low Temperature Physics. — 2006. — № 145. — С. 143.
10. Nemirovskii, S.K. Cavity evolution and the Rayleigh-Plesset equation in superfluid helium / S.K. Nemirovskii // Physical Review B. — 2020. — № 102. — С. 064511.

11. Filatov, S.V. Nonlinear generation of vorticity by surface waves / S.V. Filatov, V.M. Parfenyev, S.S. Vergeles [et al.] // *Physical Review Letters*. – 2016. – Vol. 116, Iss. 5. – P. 054501.
12. Moroshkin, P. Dynamics of the vortex-particle complexes bound to the free surface of superfluid helium / P. Moroshkin, P. Leiderer, K. Kono [et al.] // *Physical Review Letters*. — 2019. — № 122. — C. 174502.
13. Remizov, I.A. The interaction between injected charges and a vortex flow in normal and superfluid helium near T_λ / I.A. Remizov, M.R. Sultanova, A.A. Levchenko, L.P. Mezhev-Deglin // *Low Temperature Physics*. – 2021. – Vol. 47, Iss. 5. – P. 378–382.
14. Шикин, В.Б. Двумерные заряженные системы в гелии / В.Б. Шикин, Ю.П. Монарха — Москва: Наука, 1989 — 159 с.
15. Donnelly, R.J. Quantized vortices in Helium II / R.J. Donnelly // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1991. — № 233. — C. 174502.
16. Donnelly, R.J. Phase coherence and stability of Helium II in narrow channels / R.J. Donnelly // *Physical Review Letters*. — 1965. — № 14. — C. 939.
17. Douglass, R.L. Ion trapping in rotating Helium II / R.L. Douglass // *Physical Review Letters*. — 1964. — № 13. — C. 791.
18. Mateo, D. Interaction of ions, atoms, and small molecules with quantized vortex lines in superfluid 4He / D. Mateo, J. Eloranta, G.A. Williams // *The Journal of Chemical Physics*. — 2015. — № 142. — C. 064510.
19. Pratt, Jr.W.P. Trapping lifetime of negative ions in rotating superfluid helium under pressure / Jr.W.P. Pratt, W. Zimmermann // *Physical Review*. — 1969. — № 177. — C. 412.
20. Walmsley, P.M. Detection of vortices in superfluid 4He in the $T = 0$ Limit Using Charged Vortex Rings / P.M. Walmsley, A.A. Levchenko, S.E. May, A.I. Golov // *Journal of Low Temperature Physics*. – 2007. – Vol. 146, Iss. 5–6. – P. 511–523.
21. Dissipation of quantum turbulence in the zero temperature limit / P.M. Walmsley, A.I. Golov, H.E. Hall [et al.] // *Physical Review Letters*. — 2007. — № 99. — C. 265302.

22. Vinen, W.F. An Introduction to quantum turbulence / W.F. Vinen // *Journal of Low Temperature Physics.* — 2006. — № 145. — С. 7-24.
23. Brazhnikov, M.Yu. Excitation and detection of nonlinear waves on a charged surface of liquid hydrogen / M.Yu. Brazhnikov, A.A. Levchenko, L.P. Mezhov-Deglin // *Instruments and Experimental Techniques.* — 2002. — № 45. — С. 758-763.
24. Wright, W.B. Diffusing light photography of fully developed isotropic ripple turbulence / W.B. Wright, R. Budakian, S. Putterman // *Physical Review Letters.* — 1996. — № 76. — С. 4528.
25. Henry, E. Prevalence of weak turbulence in strongly driven surface ripples / E. Henry, P. Alstrøm, M.T. Levinsen // *Physical Review Letters.* — 2000. — № 52 (1). — С. 27-32.
26. Punzmann, H. Phase randomization of three-wave interactions in capillary waves / H. Punzmann, M.G. Shats, H. Xia // *Physical Review Letters.* — 2009. — № 103. — С. 064502.
27. Capillary wave turbulence on a spherical fluid surface in low gravity / C. Falcón, E. Falcon, U. Bortolozzo, S. Fauve // *Europhysics Letters.* — 2009. — № 86 (1). — С. 14002.
28. Falcon, É. Capillary wave turbulence on a spherical fluid surface in low gravity / É. Falcon, C. Laroche, S. Fauve // *Europhysics Letters.* — 2009. — № 86. — С. 14002.
29. Kolmakov, G.V. Chapter 6 - capillary turbulence on the surfaces of quantum fluids / G.V. Kolmakov, M.Y. Brazhnikov, A.A. Levchenko [et al.] // *Progress in Low Temperature Physics.* — 2009. — № 16. — С. 305-349.
30. Observation of wave energy accumulation in the turbulent spectrum of capillary waves on the He-II surface under harmonic pumping / L.V. Abdurakhimov, M.Yu. Brazhnikov, I.A. Remizov, A.A. Levchenko // *Письма в Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики.* — 2010. — Т. 91, Вып. 6. — С. 291–296.
31. Ryzhenkova, I. Effect of dissipation on the structure of a stationary wave turbulence spectrum / I. Ryzhenkova, G. Fal'kovich // *Journal of Experimental and Theoretical Physics.* — 1990. — № 71 (6). — С. 1085.

32. Remizov, I.A. Observation of dynamic maximum in a turbulent cascade on the surface of liquid hydrogen / I.A. Remizov, M.Yu. Brazhnikov, A.A. Levchenko // *Low Temperature Physics*. – 2016. – Vol. 42, Iss. 12. – P. 1067–1070.

33. Дите, А.Ф. Оптический криостат для исследований при температурах до 0.5К / А.Ф. Дите, Л.П. Деглин, В.И. Ревенко // *Приборы и Техника Эксперимента*. — 1979. — № 6. — С. 160.

34. Пат. 2754201 Российская Федерация, МПК G 01 R 19/00. Устройство для измерения малых токов инжескированных зарядов в конденсированных средах / Ремизов И.А., Межов–Деглин Л.П., Султанова М.Р. ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики твердого тела Российской академии наук (ИФТТ РАН). – № 2020142392 ; заявл. 22.12.2020 ; опубл. 30.08.2021, Бюл. № 25. – 7 с. : 1 ил.

35. Пат. 2783476 Российская Федерация, МПК G 05 F 1/02. Высоковольтный програм–мируемый стабилизатор напряжения постоянного тока с изменяемой полярностью / Ремизов И.А., Межов–Деглин Л.П., Султанова М.Р. ; заявитель и патентообладатель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики твердого тела имени Ю.А. Осипьяна Российской академии наук (ИФТТ РАН). – № 2021139037 ; заявл. 27.12.2021 ; опубл. 14.11.2022, Бюл. № 32.– 7 с. : ил. 1.

36. Donnelly, R.J. The observed properties of liquid helium at the saturated vapor pressure / R.J. Donnelly, C.F. Barenghi // *Journal of Physical and Chemical Reference Data*. — 1998. — № 27. — С. 1217-1274.

37. Filatov, S.V. Decay of a vortex lattice formed by gravity waves on the water surface / S.V. Filatov, A.A. Levchenko, D.A. Khramov // *Results in Physics*. – 2019. – Vol. 13. – P. 102229.

38. Filatov, S.V. Penetration of a vortex lattice into the bulk of a liquid / S.V. Filatov, A.A. Levchenko // *Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. – 2020. – Vol. 14, Iss. 4. – P. 751–755.

39. Generation of stripe-like vortex flow by noncollinear waves on the water surface / S.V. Filatov, A.V. Poplevin, A.A. Levchenko, V.M. Parfenyev // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. – 2022. – Vol. 434. – P. 133218.
40. Landau, L.D. *Fluid Mechanics, course of theoretical physics 6* / L.D. Landau, E.M. Lifshitz — New York: Pergamon press, 1989 — 551 c.
41. Parfenyev, V.M. Large-scale vertical vorticity generated by two crossing surface waves / V.M. Parfenyev, S.S. Vergeles // *Physical Review Fluids*. — 2020. — № 5. — C. 094702.
42. Groisman, A. Efficient mixing at low Reynolds numbers using polymer additives / A. Groisman, V. Steinberg // *Nature*. — 2001. — № 410. — C. 905-908.
43. Groisman, A. Elastic turbulence in curvilinear flows of polymer solutions / A. Groisman, V. Steinberg // *New journal of Physics*. — 2004. — № 6. — C. 905-908.
44. Balkovsky, E. Turbulence of polymer solutions / E. Balkovsky, A. Fouxon, V. Lebedev // *Physical Review E*. — 2001. — № 64. — C. 056301.
45. Fouxon, A. Spectra of turbulence in dilute polymer solutions / A. Fouxon, V. Lebedev // *Physics of Fluids*. — 2003. — № 15. — C. 2060-2072.
46. Boffetta, G. Two-dimensional turbulence of dilute polymer solutions / G. Boffetta, A. Celani, S. Musacchio // *Physical Review Letters*. — 2003. — № 91. — C. 034501.
47. Small-scale statistics of viscoelastic turbulence / S. Berti, A. Bistagnino, G. Boffetta [et al.] // *Europhysics Letters*. — 2006. — № 76. — C. 63-69.
48. Two-dimensional elastic turbulence / S. Berti, A. Bistagnino, G. Boffetta [et al.] // *Physical Review E*. — 2008. — № 77. — C. 055306.
49. Watanabe, T. Power-law spectra formed by stretching polymers in decaying isotropic turbulence / T. Watanabe, T. Gotoh // *Physics of Fluids*. — 2014. — № 26. — C. 035110.
50. Larson, R.G. Instabilities in viscoelastic flows / R.G. Larson // *Rheologica Acta*. — 1992. — № 31. — C. 213-263.
51. Shaqfeh, E.S.G. Purely elastic instabilities in viscometric flows / E.S.G. Shaqfeh // *Annual Review of Fluid Mechanics*. — 1996. — № 28. — C. 129-185.

52. Groisman, A. Elastic vs. Inertial instability in a polymer solution flow / A. Groisman, V. Steinberg // *Europhysics Letters*. — 1998. — № 43(2). — C. 165-170.
53. Groisman, A. Elastic turbulence in a polymer solution flow / A. Groisman, V. Steinberg // *Nature*. — 2000. — № 405. — C. 53-55.
54. Varshney, A Drag enhancement and drag reduction in viscoelastic flow / A. Varshney V. Steinberg // *Physical Review Fluids*. — 2018. — № 3. — C. 103302.
55. Groisman, A. Stretching of polymers in a random three-dimensional flow / A. Groisman, V. Steinberg // *Physical Review Letters*. — 2001. — № 86. — C. 934.
56. Burghelea, T. Chaotic flow and efficient mixing in a microchannel with a polymer solution / T. Burghelea, E. Segre, I. Bar-Joseph [et al.] // *Physical Review E*. — 2004. — № 69. — C. 066305.
57. Traore, B. Efficient heat transfer in a regime of elastic turbulence / B. Traore, C. Castelain, T. Burghelea // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. — 1988. — № 223. — C. 62-76.
58. Whalley, R.D. Enhancing heat transfer at the micro-scale using elastic turbulence / R.D. Whalley, W.M. Abed, D.J.C. Dennis, R.J. Poole // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. — 2015. — № 5(3). — C. 103-106.
59. Abed, W.M. Experimental investigation of the impact of elastic turbulence on heat transfer in a serpentine channel / W.M. Abed, R.D. Whalley, D.J.C. Dennis, R.J. Poole // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. — 2016. — № 231. — C. 68 - 78.
60. Li, D-Y Efficient heat transfer enhancement by elastic turbulence with polymer solution in a curved microchannel / Dong-Yang Li, Xiao-Bin Li, Hong-Na Zhang, Feng-Chen Li, Shizhi Qian, Sang Woo Joo // *Microfluid. Nanofluid.* — 2017. — № 21(1). — C. 1-13.
61. Poole, R.J. Emulsification using elastic turbulence / R.J. Poole, B. Budhiraja, A.R. Cain, P.A. Scott // *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. — 2012. — № 177 - 178. — C. 15-18.

62. Clarke, A. Mechanism of anomalously increased oil displacement with aqueous viscoelastic polymer solutions† / A. Clarke, A.M. Howe, J. Mitchell // *Soft Matter*. — 2015. — № 11. — C. 3536-3541.
63. Howe, A.M. Flow of concentrated viscoelastic polymer solutions in porous media: effect of MW and concentration on elastic turbulence onset in various geometries / A.M. Howe, A. Clarke, D. Giernalczyk // *Soft Matter*. — 2015. — № 11. — C. 6419.
64. Mitchell, J. Viscoelastic polymer flows and elastic turbulence in three-dimensional porous structures / J. Mitchell, K. Lyons, A.M. Howe, A. Clarke // *Soft Matter*. — 2016. — № 12. — C. 460.
65. Varshney, A. Elastic wake instabilities in a creeping flow between two obstacles / A. Varshney, V. Steinberg // *Physical Review Fluids*. — 2017. — № 2. — C. 051301.
66. Larson, R.G. Constitutive equations for polymer melts and solutions / R.G. Larson — Boston: Butterworths-Heinemann, 1988 — 380 c.
67. De Gennes, P.G. Coil-stretch transition of dilute flexible polymers under ultrahigh velocity gradients / P.G. De Gennes // *The Journal of Chemical Physics*. — 1974. — № 60. — C. 5030-5042.
68. Perkins, T.T. Single polymer dynamics in an elongational flow / T.T. Perkins, D.E. Smith, S. Chu // *Science*. — 1997. — № 276. — C. 2016-2021.
69. Brownian dynamics simulations of a DNA molecule in an extensional flow field / R.G. Larson, H. Hu, D.E. Smith, S. Chu // *Journal of Rheology*. — 1999. — № 43. — C. 267-304.
70. De Gennes, P.G. Molecular Individualism / P.G. De Gennes // *Science*. — 1997. — № 276. — C. 1999-2000.
71. Smith, D.E. Response of flexible polymers to a sudden elongational flow / D.E. Smith, S. Chu // *Science*. — 1998. — № 281. — C. 1335-1340.
72. Dynamics and configurational fluctuations of single DNA molecules in linear mixed flows / J.S. Hur, E.S.G. Shaqfeh, H.P. Babcock, S. Chu // *Physical Review E*. — 2002. — № 66. — C. 011915.

73. Visualization of molecular fluctuations near the critical point of the coil–stretch transition in polymer elongation / H.P. Babcock, R.E. Teixeira, J.S. Hur [et al.] // *Macromolecules*. — 2003. — № 3. — C. 4544-4548.
74. Observation of polymer conformation hysteresis in extensional flow / Ch.M. Schroeder, H.P. Babcock, E.S.G. Shaqfeh, S. Chu // *Science*. — 2003. — № 301. — C. 1515-1519.
75. Schroeder, Ch.M. Effect of hydrodynamic interactions on DNA dynamics in extensional flow: simulation and single molecule experiment / Ch.M. Schroeder, E.S.G. Shaqfeh, S. Chu // *Macromolecules*. — 2004. — № 37. — C. 9242-9256.
76. Hsieh, C.C. Prediction of coil-stretch hysteresis for dilute polystyrene molecules in extensional flow / C.C. Hsieh, R.G. Larson // *Journal of Rheology*. — 2005. — № 49. — C. 1081-1089.
77. Vincenzi, D. Single polymer dynamics in elongational flow and the confluent Heun equation / D. Vincenzi, E. Bodenschatz // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. — 2006. — № 39. — C. 10691-10701.
78. Celani, A. Dynamical slowdown of polymers in laminar and random flows / A. Celani, A. Puliafito, D. Vincenzi // *Physical Review Letters*. — 2006. — № 97. — C. 118301.
79. Gerashchenko, S. Critical slowing down in polymer dynamics near the coil-stretch transition in elongation flow / S. Gerashchenko, V. Steinberg // *Physical Review E*. — 2008. — № 78. — C. 040801.
80. Martin Afonso, M. Nonlinear elastic polymers in random flow / M. Martin Afonso, D. Vincenzi // *Journal of Fluid Mechanics*. — 2005. — № 540. — C. 99-108.
81. Geraschenko, S. Single-polymer dynamics: Coil-stretch transition in a random flow / S. Geraschenko, C. Chevillard, V. Steinberg // *Europhysics Letters*. — 2005. — № 71 (2). — C. 221.
82. Liu, Y. Molecular sensor of elastic stress in a random flow / Y. Liu, V. Steinberg // *Europhysics Letters*. — 2010. — № 90. — C. 44002.
83. Liu, Y. Stretching of polymer in a random flow: Effect of a shear rate / Y. Liu, V. Steinberg // *Europhysics Letters*. — 2010. — № 90. — C. 44005.

84. Liu, Y. Single-polymer dynamics: Coil-stretch transition in a random flow / Y. Liu, V. Steinberg // *Macromolecular Symposia*. — 2014. — № 337. — C. 34-43.
85. Smith, D.E. Dynamical scaling of DNA diffusion coefficients / D.E. Smith, T.T. Perkins, S. Chu // *Macromolecules*. — 1996. — № 29. — C. 1372-1373.
86. Robertson, R.M. Diffusion of isolated DNA molecules: Dependence on length and topology / R.M. Robertson, S. Laib, D.E. Smith // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. — 2006. — № 103. — C. 7310.
87. Liu, Y. Concentration dependence of the longest relaxation times of dilute and semi-dilute polymer solutions / Y. Liu, Y. Jun, V. Steinberg // *Journal of Rheology*. — 2009. — № 53. — C. 1069-1085.
88. Groisman, A. Elastic turbulence in curvilinear flows of polymer solutions / A. Groisman, V. Steinberg // *New Journal of Physics*. — 2004. — № 6. — C. 29.
89. Balkovsky, E. Turbulent dynamics of polymer solutions / E. Balkovsky, A. Fouxon, V. Lebedev // *Physical Review Letters*. — 2000. — № 84. — C. 4765.
90. Chertkov, M. Polymer Stretching by Turbulence / M. Chertkov // *Physical Review Letters*. — 2000. — № 84. — C. 4761.
91. Eckhardt, B. Stretching of polymers in a turbulent environment / B. Eckhardt, J. Kronjager, J. Schumacher // *Computer Physics Communications*. — 2002. — № 147. — C. 938.
92. Stone, P.A. Polymer dynamics in a model of the turbulent buffer layer / P. A. Stone, M.D. Graham // *Physics of Fluids*. — 2003. — № 15. — C. 1247-1256.
93. Watanabe, T. Coil-stretch transition in an ensemble of polymers in isotropic turbulence / T. Watanabe, T. Gotoh // *Physical Review E*. — 2010. — № 81. — C. 066301.
94. Falkovich, G. Particles and fields in fluid turbulence / G. Falkovich, K. Gawędzki, M. Vergassola // *Reviews of Modern Physics*. — 2001. — № 73. — C. 913.